

# Синхронизация излучения лазеров с оптической связью

А.Ф.Глова

*Представлен обзор результатов исследования свойств излучения оптически связанных лазеров. Рассмотрены методы фазовой синхронизации полей в связанных лазерах разных типов, а также методы селекции супермод и коррекции диаграммы направленности излучения.*

**Ключевые слова:** фазовая синхронизация, параметры лазеров, динамика излучения.

	Содержание
1. Введение . . . . .	283
2. Динамические уравнения . . . . .	283
3. Коллективные моды . . . . .	285
4. Области захвата частот и устойчивость синхронизации . . . . .	286
5. Влияние параметров лазеров на осевую интенсивность излучения . . . . .	289
6. Методы синхронизации и селекции супермод . . . . .	291
7. Коррекция диаграммы направленности излучения . . . . .	300
8. Динамические режимы в излучении оптически связанных лазеров . . . . .	302
9. Заключение . . . . .	304
Литература . . . . .	304

## 1. Введение

Система, состоящая из нескольких оптически связанных лазеров (далее – набор лазеров), представляет собой нелинейную динамическую систему с большим числом степеней свободы, имеющую много общего с другими нелинейными системами [1, 2]. Так, эффект синхронизации полей набора лазеров можно трактовать как возникновение порядка в системе, а срыв синхронизации – как переход к беспорядку, который может сопровождаться возникновением динамического хаоса в системе [3]. Эта аналогия позволяет отнести проблему синхронизации излучения лазеров к числу фундаментальных проблем. Однако достижение режима синхронной генерации лазеров имеет и прикладной аспект: при фокусировке излучения связанных лазеров в режиме синхронизации максимальная плотность мощности увеличивается по сравнению с плотностью мощности, получаемой от отдельного лазера, пропорционально  $N^2$  ( $N$  – число лазеров в наборе) [4]. Коэффициент пропорциональности зависит от потерь мощности при синхронизации, от степени заполнения излучением составной апертуры, а также от ряда других факторов, и при эффективной синхронизации близко к единице.

В настоящем обзоре приведены результаты исследо-

ваний фазовой синхронизации излучения лазеров с оптической связью, которые были опубликованы в основном в течение последних 10–12 лет. Ссылки на более ранние публикации можно найти в [5, 6].

## 2. Динамические уравнения

При синхронизации полей лазеров с оптической связью в основном рассматриваются лазеры класса В [7], к которому, в частности, относятся лазеры на  $\text{CO}_2$  и  $\text{YAG:Nd}$ , а также полупроводниковые лазеры [7–9]. Это связано с относительной простотой исследуемой системы и достаточной распространенностью лазеров данного класса. Основой для исследования переходных процессов в системе лазеров с оптической связью и особенностей нестационарной генерации системы за границами ее устойчивости служат динамические уравнения. Приведем их краткий вывод для оптически связанных лазеров класса В.

Предположим, что набор состоит из одномодовых лазеров с однородно уширенной линией усиления и двухуровневой средой. Параметры лазеров будем считать близкими. Полуклассические уравнения [8, 9] для отдельного лазера в отсутствие оптической связи с другими лазерами в приближении медленно меняющихся амплитуд можно привести к следующему виду (см. также [10]):

$$\nabla_{\perp}^2 E_{\pm n} \mp 2ik_{cn} \frac{\partial E_{\pm n}}{\partial z} - \frac{2i\omega_n \epsilon_n}{c^2} \frac{\partial E_{\pm n}}{\partial t} = \left( i\mu_0 \sigma_n \omega_n + k_{cn}^2 - \frac{\omega_n^2 \epsilon_n}{c^2} \right) E_{\pm n} - \mu_0 \omega_n^2 P_{\pm n}, \quad (1)$$

ФГУП «ГНЦРФ – Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований», Россия, 142190 Троицк, Московская обл.; e-mail: afglova@triniti.ru

$$\frac{dP_{\pm n}}{dt} = \frac{i|\mu|^2 D_n E_{\pm n}}{3\hbar} - [i(\omega_n - \omega_0) + T_2^{-1}] P_{\pm n}, \quad (2)$$

$$\frac{dD_n}{dt} = \frac{D_{0n} - D_n}{T_1} + \frac{i}{2\hbar} (P_{+n} E_{+n}^* + P_{-n} E_{-n}^* - P_{+n}^* E_{+n} - P_{-n}^* E_{-n}), \quad (3)$$

где  $n$  – номер лазера;  $E_{\pm n}$  и  $P_{\pm n}$  – комплексные амплитуды встречных волн напряженности электрического поля  $E'_n$  и поляризации среды  $P'_n$ , распространяющихся вдоль оси  $z$  резонатора:  $E'_n = \frac{1}{2} E_{\pm n} \exp[i(\omega_n \mp k_{cn}z)] + \text{компл. сопр.}$ ,  $P'_n = \frac{1}{2} P_{\pm n} \exp[i(\omega_n \mp k_{cn}z)] + \text{компл. сопр.}$ ;  $D_n$  – плотность инверсии;  $D_{0n}$  – плотность инверсии в отсутствие излучения;  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $\sigma_n$  и  $\varepsilon_n$  – проводимость и нерезонансная диэлектрическая проницаемость среды;  $\mu$  – матричный элемент дипольного момента;  $T_1$  и  $T_2$  – время продольной и поперечной релаксации;  $\omega_n$  и  $\omega_0$  – частота генерации и частота перехода в центре линии, предполагаемые близкими друг к другу;  $k_{cn} = \omega_{cn}/v_n$ ;  $\omega_{cn}$  – собственная частота резонатора;  $c$  – скорость света в вакууме;  $v_n = c/\sqrt{\varepsilon_n}$  – скорость света в среде. В правой части (3) не учитывались слагаемые, осциллирующие с двойной частотой и формирующие пространственно-периодическую структуру инверсии с периодом, равным половине длины волны. Эти слагаемые обычно удерживаются для описания связи встречных волн в кольцевых лазерах [11, 12].

Исключив из системы уравнений (1)–(3) поляризацию и ограничившись одномерным случаем, воспользуемся приближением точечной модели [13], предполагающей малое изменение  $E_{\pm n}$  и  $D_n$  за время полного обхода резонатора и позволяющей считать, что  $E_{+n} \approx E_{-n}$ . Учтя обозначения  $E_{+n} = E_{-n} = E_n$  и определив коэффициент усиления на единицу длины на частоте  $\omega_0$  из [12] как

$$g_n = \frac{\omega_0 |\mu|^2 T_2 D_n}{6\hbar \sqrt{\varepsilon_n}}, \quad (4)$$

получим из системы уравнений (1)–(3) следующие уравнения для  $E_n$  и усиления  $G_n$ :

$$\frac{dE_n}{dt} = \left[ \frac{G_n(1 - i\delta_n)}{1 + \delta_n^2} - \frac{2i(\omega_n - \omega_{cn})L_n n_n}{c} - \frac{\omega_{cn}L_n n_n}{Q_n c} \right] E_n, \quad (5)$$

$$\tau_1 \frac{dG_n}{dt} = G_{0n} - G_n \left( 1 + \frac{2|E_n|^2}{1 + \delta_n^2} \right). \quad (6)$$

Здесь время нормировано на время полного обхода резонатора  $t_{cn} = [2(L_n - l_n)/c + 2l_n/v_n] \equiv 2L_n n_n/c$ , а поле – на величину поля насыщения  $E_s = [3/(T_1 T_2)]^{1/2} \hbar/|\mu|$  [10];  $L_n$  и  $l_n$  – длина резонатора и длина активной среды соответственно;  $n_n = [1 + (\sqrt{\varepsilon_n} - 1)l_n/L_n]$  – эффективный показатель преломления;  $\delta_n = T_2(\omega_n - \omega_0)$ ;  $Q_n = \omega_{cn} \varepsilon_n \varepsilon_0 / \sigma_n$  – добротность резонатора [14];  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная;  $G_n = 2l_n g_n$ ;  $G_{0n} = 2l_n g_{0n}$ ; коэффициент усиления слабого сигнала  $g_{0n}$  определяется из (4) при замене  $D_n$  на  $D_{0n}$ ;  $\tau_1 \equiv \tau_{cn} = T_1/t_{cn}$  – нормированное время продольной релаксации, одинаковое для всех лазеров. Уравнение (5) записано с учетом того, что  $c = (\mu_0 \varepsilon_0)^{-1}$ ,  $\omega_{cn}^2 - \omega_n^2 \approx (\omega_{cn} - \omega_n)2\omega_{cn}$ ,  $\omega_n/\omega_{cn} \approx 1$ , а коэффициент усиления вне активной среды равен нулю.

Для лазера с оптической связью в (5) необходимо учесть инжекцию излучения от других лазеров. Большинство методов синхронизации наборов лазеров основано на дифракционном обмене излучением через общий канал связи или вследствие частичного перекрытия полей соседних лазеров при использовании, как правило, параллельных наборов волноводных лазеров с общими зеркалами. Поэтому без ограничения общности можно рассмотреть следующую модель.

Выделим один лазер из набора, помещенного в общий резонатор длиной  $L \equiv L_m$  ( $m = 1, 2, \dots, N$ ) с амплитудными коэффициентами отражения зеркал  $r$  и  $R$  и просветленными при  $z = l_m$  торцами активных элементов [15] (рис.1). Проследим за изменением поля  $E_n$  в плоскости торца выделенного лазера за время обхода резонатора, пренебрегая эффектами запаздывания в канале связи. При этом

$$E_n^{(1)} = -R' \sum_{m=1}^N \{K_{nm} E_m \exp[2ik_m(L - l_m) \mp ik_m \delta l_{nm}]\} \equiv -R' \sum_{m=1}^N M_{nm} E_m, \quad (7)$$

$$E_n^{(2)} = -r'_n E_n^{(1)} \exp[2il_n(k_n - ig_n)]. \quad (8)$$

Здесь  $\delta l_{nm} = l_n - l_m$ ;  $r'_n$  и  $R'$  – коэффициенты отражения зеркал с учетом потерь излучения за двойной проход канала связи и активной среды, причем величина  $R'$  считается одинаковой для всех лазеров;  $K_{nm}$  – проекция поля  $m$ -го лазера на  $n$ -й лазер;  $M_{nm} = K_{nm} \exp(i\zeta_{nm}) = K_{nm} \times \exp\{i[2k_m(L - l_m) \mp k_m \delta l_{nm}]\}$  – коэффициент оптической связи  $n$ -го лазера с  $m$ -м лазером, включающий набег фазы  $m$ -го лазера в канале связи;  $k_{n,m}$  – волновые числа, связанные с общей частотой генерации  $\omega$  набора с помощью соотношения

$$k_{n,m} = \frac{n_{n,m}}{c} (\omega_{cn,cm} + \delta\omega_{cn,cm}); \quad (9)$$

$\delta\omega_{cn,cm} = (\omega_{cn,cm} - \omega) \ll \omega_{cn,cm}$ . Произведение  $-R' \sum M_{nm}$  в (7) имеет смысл эффективного коэффициента отражения зеркала II для  $n$ -го лазера, который по абсолютной величине может превышать единицу [16, 17]. Используя выражения (7) в (8) и выполнив тождественное преобразование, получим

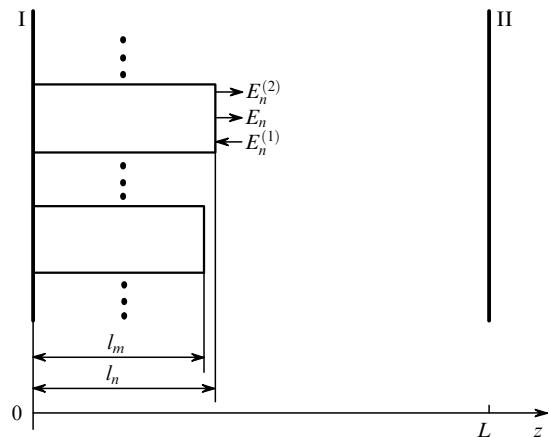


Рис.1. Набор волноводных лазеров с общим резонатором (I, II – зеркала резонатора с коэффициентами отражения  $r$  и  $R$  соответственно).

$$E_n^{(2)} = E_n R' r'_n \exp(2ik_n L + 2l_n g_n - i\xi_{nm}) \sum_m (M_{nm} E_m / E_n) \equiv E_n + \Delta E_n. \quad (10)$$

Воспользуемся малым отличием суммы в (10) от единицы при  $E_m \approx E_n$  и учтем, что  $2k_n L = 2\pi k + 2\delta\omega_{cn} L n_n / c$  (здесь  $k$  – целое число). Тогда при  $\Delta E_n = 0$  и  $\xi_{nm} = 0$  получим следующее выражение для порогового усиления  $G_{thn} = 2l_n g_{thn}$ :

$$G_{thn} = \ln \frac{1}{R' r'_n} - \frac{2i\delta\omega_{cn} L n_n}{c} + 1 - \sum_m (M_{nm} E_m / E_n). \quad (11)$$

Заменим последнее слагаемое в правой части (5) выражением для порогового усиления (11) и пренебрежем в (5) эффектом затягивания частоты, приняв  $\omega_n = \omega_{cn}$ . Пренебрежем также слагаемым  $[-G_n \delta_n / (1 + \delta_n^2)]$  по сравнению с  $2\delta\omega_{cn} L n_n / c$  (это справедливо при  $\omega \simeq \omega_0 \simeq \omega_{cn}$  и  $T_2 \ll t_{cn}$ ). В результате получим следующее уравнение для поля в  $n$ -м лазере при оптической связи с другими лазерами [6, 18 – 26]:

$$\frac{dE_n}{dt} = \left( \frac{G_n}{1 + \delta_n^2} - G_{thn} + i\Delta_n \right) E_n + \sum_m M_{nm} E_m, \quad (12)$$

где  $\Delta_n = 2\delta\omega_{cn} L n_n / c$ ;  $G_{thn} = [\ln(1/R' r'_n) + 1]$  при суммировании по всем  $m = 1, \dots, N$  или по  $m = n, n \pm 1$ , если связаны лишь соседние лазеры, и  $G_{thn} = \ln(1/R' r'_n K_{nn})$ , если из суммы выделить коэффициент  $K_{nn}$  с  $|K_{nn}| \sim 1$  и суммировать по  $m \neq n$ . В случае одинаковой связи всех лазеров уравнения для поля (12) при  $\delta_n = 0$  имеют вид [27, 28]

$$\frac{dE_n}{dt} = (G_n - 1 - \chi + i\Delta_n) E_n + \frac{\chi}{N} \sum_{m \neq n} E_m, \quad (13)$$

где  $\chi = 1 - K_{nn} \ll 1$  – доля излучения, теряемого каждым лазером на оптическую связь; коэффициент  $\chi$  и все остальные величины нормированы на пороговое усиление  $G_{thn} = \ln(1/R' r'_n)$ .

В работе [10] безразмерные уравнения для поля и усиления в приближении точечной модели представлены как система дискретных отображений с нормированным на  $t_{cn}$  временем дискретизации  $t$ :

$$E_n(t+1) \exp[G_n(t) - \alpha_n + i\varphi'_n] \sum_m M_{nm} E_m(t), \quad (14)$$

$$G_n(t+1) = G_n(t) - \frac{1}{\tau_1} [G_n(t) - G_{0n} + 2G_n(t)|E_n|^2], \quad (15)$$

где  $\alpha_n$  и  $\varphi'_n$  – потери излучения и набег фазы для  $n$ -го лазера. Уравнение (14) формально можно получить из (10), если принять  $\omega = \omega_{cn}$  и сделать следующие замены:  $R' r'_n \equiv \exp[-\ln(1/R' r'_n)] \rightarrow \exp(-\alpha_n)$ ,  $-\xi_{nm} \rightarrow \varphi'_n$ ,  $2l_n g_n \rightarrow G_n(t)$ ,  $E_n^{(2)} \rightarrow E_n(t+1)$ ,  $E_m \rightarrow E_m(t)$ .

Динамические уравнения полей для полупроводниковых лазеров с оптической связью аналогичны уравнениям (12) при другой форме записи выражения, заключенного в скобки в правой части (12). При связи соседних лазеров эти уравнения вместе с уравнениями для плотности носителей тока  $N_n$  в размерном виде приводятся в работах [29 – 32]:

$$\frac{dE_n}{dt} = \frac{1}{2} [G(N_n) - \tau_p^{-1}] (1 - i\alpha) E_n + iK(E_{n+1} + E_{n-1}), \quad (16)$$

$$\frac{dN_n}{dt} = Q - T_1^{-1} N_n - G(N_n) |E_n|^2, \quad (17)$$

где  $G(N_n) = [G(N_{th}) + g(N_n - N_{th})]$  и  $\tau_p$  – усиление и характерное время затухания поля соответственно;  $g = \partial G / \partial N$ ;  $N_{th}$  – пороговая плотность носителей;  $K$  – коэффициент связи;  $Q$  – скорость накачки, предполагаемая одинаковой для всех лазеров. Параметр  $\alpha \approx 5$  в (16) характеризует зависимость показателя преломления от плотности носителей [31] и при исследовании динамики излучения полупроводниковых лазеров служит бифуркационным параметром [31, 33]. Безразмерная форма уравнений (16), (17) такова [33, 34]:

$$\frac{dX_n}{dt} = (1 - i\alpha) X_n Z_n + i\eta (X_{n+1} + X_{n-1}), \quad (18)$$

$$\tau' \frac{dZ_n}{dt} = q - Z_n - (1 + 2Z_n) X_n^2. \quad (19)$$

Здесь  $X_n = (gT_1/2)^{1/2} |E_n|$ ;  $Z_n = gN_{th}\tau_p(N_n/N_{th} - 1)/2$ ;  $q = gN_{th}\tau_p(Q/Q_{th} - 1)/2$ ;  $\eta = K\tau_p$ ;  $\tau' = T_1/\tau_p$ ; время нормировано на  $\tau_p$ . При учете запаздывания в канале связи комплексная амплитуда инжектируемого поля зависит от времени запаздывания  $t_d$  [35]:

$$\frac{dX_n}{dt} = (1 - i\alpha) X_n Z_n + \frac{i\eta}{N} \sum_{m=1}^N X_m(t - t_d) \exp(i\omega' t_d), \quad (20)$$

где  $t_d = 2(L + l)/(c\tau_p)$ ;  $\omega' = \omega\tau_p$ . Уравнение (20) приведено для случая одинаковой связи всех лазеров. Для описания часто исследуемой системы с запаздыванием из двух лазеров применяются аналогичные уравнения (см., напр., [36, 37]).

### 3. Коллективные моды

Введение оптической связи приводит к зависимости поля каждого лазера от полей других лазеров, и при генерации на общей частоте ансамбль лазеров представляет собой единую колебательную систему. Геометрия резонатора определяет возможный спектр генерируемых частот и пространственное распределение общего поля излучения. Общие поля принято называть коллективными модами, или супермодами. Рассмотрим основные методы определения характеристик коллективных мод.

На пороге генерации и при  $dE_n/dt = 0$  система уравнений (12) становится линейной однородной системой. В этих условиях коллективные моды можно представить в виде суперпозиции решений данной системы или как собственные векторы матрицы  $M$ , составленной из коэффициентов связи  $M_{nm}$ . Таким образом, задача нахождения коллективных мод сводится к стандартной задаче на собственные значения [6]:

$$(M - \gamma_j E) E^{(j)} = 0, \quad (21)$$

где  $E$  – единичная матрица;  $E^{(j)} = \{E_n^{(j)}\}$  – собственный вектор, соответствующий  $j$ -й коллективной моде;  $\gamma_j = G_{th} - G_0^{(j)} - i\Delta_n^{(j)}$  – собственное значение при  $\delta_n = 0$  и одинаковых для всех лазеров усилении слабого сигнала  $G_0^{(j)}$  и пороговом коэффициенте  $G_{th}$ . Действительная часть  $\gamma_j$  определяет пороговое усиление слабого сигнала для возбуждения  $j$ -й коллективной моды, а мнимая часть – частоту моды:

$$G_0^{(j)} = G_{th} - \operatorname{Re} \gamma_j, \quad \omega^{(j)} = \omega_{cn} + (c/2Ln_n)\operatorname{Im} \gamma_j. \quad (22)$$

Спектр коллективных мод зависит от типа оптической связи, поскольку последний оказывает влияние на структуру матрицы  $M$ . Если коэффициенты связи зависят лишь от абсолютного значения разности индексов,  $M_{nm} = M_{|n-m|}$ , что чаще всего встречается на практике, то матрица  $M$  является симметричной. В частности, при оптической связи соседних лазеров она трехдиагональна, а если в наборе связанных соседних лазеров крайние лазеры также обмениваются излучением, матрица  $M$  переходит в трехдиагональную циклическую матрицу. Выражения для коллективных мод и их частот при разных типах симметричной связи приведены в [38] (см. также [6, 24]).

В работе [39] матричное уравнение (21) решалось для трехдиагональной симметричной матрицы  $M$ , боковые диагонали которой состоят из коэффициентов  $K_1$ , а главная диагональ – из коэффициентов  $K_0$ . При этом ее первый и последний элементы состоят из суммы коэффициентов  $K_0 + K_1$ . Применение зеркала связи с фазовым рельефом для выравнивания распределения поля также приводит к нарушению разностной формы элементов матрицы  $M$  [40, 41]. В [39] были получены следующие собственные значения и собственные функции:

$$\begin{aligned} \gamma_j &= K_0 + 2K_1 \cos[\pi(j-1)/N], \\ E_n^{(j)} &= \cos[(n-1/2)\pi(j-1)/N]. \end{aligned} \quad (23)$$

Если подставить  $\gamma_j$  в первую формулу (22), то можно сравнить пороги генерации для разных коллективных мод. Так, при  $K_1 > 0$  синфазная мода с  $j = 1$  обладает наибольшей добротностью, а при  $K_1 < 0$  более добротной становится антифазная мода с  $j = N$  [39]. Изменение знака  $K_1$  достигается изменением фазы коэффициента связи на число, кратное  $\pi$ , что приводит к селекции супермод. Существуют и другие методы селекции, которые будут рассмотрены ниже.

При заметном превышении усиления над порогом система уравнений (6), (12) становится нелинейной, и для вычисления полей коллективных мод применяются численные методы (см., напр., [21, 27, 42, 43]) или используется приближение непрерывной модели [44–46]. Ее суть состоит в переходе к поперечным пространственным переменным и в разложении по этим переменным комплексной амплитуды поля. Полученные в [44–46] аналитические выражения показывают, что «включение» усиления приводит к изменению гармонической огибающей

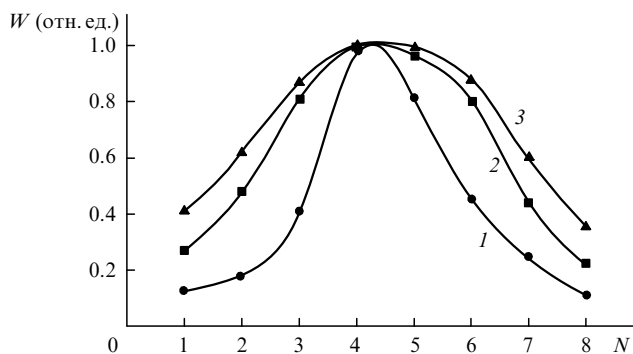


Рис.2. Распределения мощности излучения  $W$  по элементам апертуры синхронизованного линейного набора из восьми волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров при превышении над порогом 1.4 (1), 1.9 (2) и 2.7 (3) [47].

поля коллективных мод, в результате чего распределение становится более пологим. Это изменение было продемонстрировано в экспериментах [47], где измерялись распределения мощности по апертуре синхронизованного линейного набора из восьми волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров при разных значениях превышения над порогом (рис.2). В работе [48] с использованием непрерывной модели были найдены коллективные моды решеток из антиволноводных полупроводниковых лазеров и проведено сравнение с результатами численных расчетов.

#### 4. Области захвата частот и устойчивость синхронизации

Одной из ключевых проблем при фазовой синхронизации излучения наборов лазеров является получение устойчивого синхронного режима. Даже беглый взгляд на динамические уравнения разд.2 показывает, что возможность его достижения зависит от многих параметров. Проследим эту зависимость на примере синхронизации двух и трех лазеров и затем перейдем к наборам из большего числа элементов. Отметим, что устойчивость синхронизации и поведение осевой интенсивности излучения в зависимости от параметров набора тесно связаны друг с другом.

Выделим из комплексной амплитуды поля действительную амплитуду и фазу ( $E_n = A_n \exp(i\varphi_n)$ ) и сведем уравнение (12) к системе двух уравнений для переменных  $A_n$ ,  $\varphi_n$ , считая пороговые значения усиления для всех лазеров одинаковыми:

$$\frac{dA_n}{dt} = \left( \frac{G_n}{1 + \delta_n^2} - G_{th} \right) A_n + \sum_{m \neq n} K_{nm} A_m \cos(\psi_{nm} - \varphi_{nm}), \quad (24)$$

$$\frac{d\varphi_n}{dt} = \Delta_n + \sum_{m \neq n} K_{nm} (A_m/A_n) \sin(\psi_{nm} - \varphi_{nm}), \quad (25)$$

где  $\varphi_{nm} = \varphi_n - \varphi_m$ ;  $K_{nm}$  – действительные числа;  $\psi_{nm}$  – фаза коэффициента связи, включающая в себя набег фазы в канале связи.

##### 4.1. Система из двух и трех лазеров

4.1.1. Из уравнений (6), (24), (25) с учетом малости коэффициентов  $K_{12} = K_{21} = K_1$  по сравнению с  $G_{th}$  [49] можно получить следующие выражения для стационарной разности фаз полей в системе из двух лазеров:

$$\begin{aligned} \varphi_{12}^{(0)} &= \pm \arcsin \left\{ A_{12} \left[ K_1 \left( \frac{G_0 - G_{th}(1 + \delta_2^2)}{G_0 - G_{th}(1 + \delta_1^2)} \right)^{1/2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left( 1 + \frac{G_0 - G_{th}(1 + \delta_1^2)}{G_0 - G_{th}(1 + \delta_2^2)} \right) \right]^{-1} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

при  $\psi = 0, \pi$  и

$$\begin{aligned} \varphi_{12}^{(0)} &= \mp \arccos \left\{ A_{12} \left[ K_1 \left( \frac{G_0 - G_{th}(1 + \delta_2^2)}{G_0 - G_{th}(1 + \delta_1^2)} \right)^{1/2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left( \frac{G_{th}(\delta_1^2 - \delta_2^2)}{G_0 - G_{th}(1 + \delta_2^2)} \right) \right]^{-1} \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

при  $\psi = \pm\pi/2$ . Здесь  $A_{12} = t_c(\omega_{c1} - \omega_{c2})$  ( $t_c = t_{c1} = t_{c2}$ ),  $\psi = \psi_{12} = \psi_{21}$  и выражения (26), (27) записаны для  $G_{01} = G_{02} = G_0$ .

Стационарные решения (26), (27) при  $|\sin \varphi_{12}^{(0)}| = 1$  и

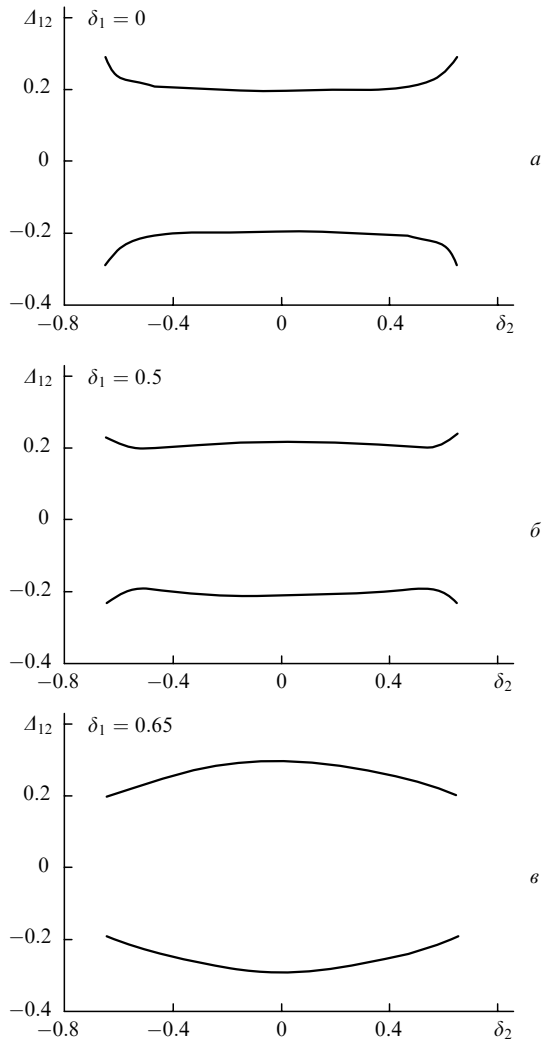


Рис.3. Расчетные зависимости границ полосы захвата от  $\delta_2$  при  $K_1 = 0.1$ ,  $\psi = 0$ ,  $G_0 = 1.5$ ,  $G_{th} = 1$  и разных  $\delta_1$ .

$|\cos \varphi_{12}^{(0)}| = 1$  определяют допустимую расстройку собственных частот лазеров или полосу захвата  $\Delta\omega_{12}^{(s)}$ . На рис.3 приведены зависимости границ полосы от  $\delta_2$  для синфазной моды. Устойчивость этого решения для близких амплитуд полей была показана в работе [49]. Немонотонное изменение границ (рис.3,б) и расширение полосы при заметных расстройках собственных частот (рис.3,а,в) характерны также для лазеров с внешней инжекцией излучения [7, 50, 51].

При мнимой связи и  $\delta_1 \approx \delta_2$  полоса захвата в рамках принятых приближений становится близкой к нулю. Для ее вычисления в работе [52] был введен малый параметр, каковым явилась разность интенсивностей излучения лазеров, и в уравнениях для суммарной интенсивности и разности фаз полей удерживались члены выше первого порядка малости. Полученная при этом ширина полосы оказалась заметно меньше, чем в случае действительной связи [53–57]. Этот результат отражен на рис.4 из работы [55], в которой были выполнены прямые измерения полосы захвата в зависимости от  $\psi$  для двух  $\text{CO}_2$ -лазеров с индивидуальными резонаторами. На рис.4 приведены также значения разности фаз выходных пучков. Фаза коэффициента связи является одним из ключевых параметров в численных расчетах режимов фазовой синхронизации двух щелевых  $\text{CO}_2$ -лазеров с неустойчивыми гибридными резонаторами [58].

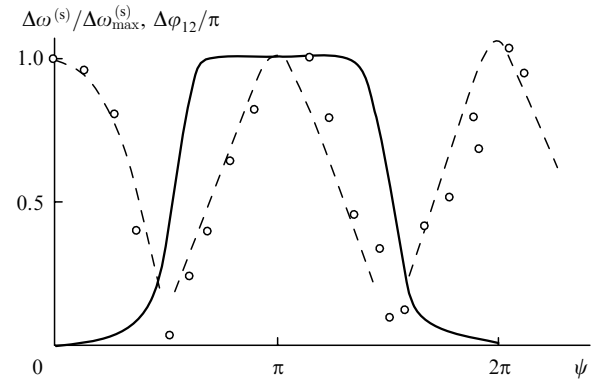


Рис.4. Зависимости нормированной на максимальное значение полосы захвата  $\Delta\omega^{(s)}/\Delta\omega_{max}^{(s)}$  (точки – эксперимент, штриховая кривая – расчет) и разности фаз между выходными пучками двух лазеров  $\Delta\varphi_{12}/\pi$  (сплошная кривая) от набега фазы в канале связи [55].

В работе [59] для вычисления области захвата частот двух лазеров развит подход, основанный на решениях Ригрода [60]. Он не требует приближения слабых полей или малой амплитуды связи и дает точные выражения для полосы, хотя и в трансцендентном виде. Результаты расчетов [59] соответствуют экспериментальным данным для двух  $\text{CO}_2$ -лазеров, полученным в этой же работе. Применение в экспериментах [59] лазеров с различающимися резонаторами (глухим зеркалом одного из лазеров служила дифракционная решетка) позволило наблюдать генерацию на синфазной и антифазной модах с полосами захвата в пределах одного межмодового интервала. Эта особенность режима синхронизации исследовалась также в работе [61].

Исследование устойчивости когерентной генерации двух полупроводниковых лазеров в рамках модели (18), (19) для действительного коэффициента связи было выполнено в работе [30]. При выбранных численных значениях параметров область неустойчивости на плоскости  $q, \eta$  заключена между кривыми для разности фаз полей 0 и  $\pi$ , и критерий развития неустойчивости имеет следующий вид [30]:  $\eta_{cr} < \alpha q / (1 + 2q)$  и  $\eta_{cr} > (1 + 2q) / (2\alpha \tau')$ . Авторы [30] отмечают, что при  $\alpha \rightarrow 0$  неустойчивый режим исчезает, а при  $\tau' \rightarrow 0$  область устойчивости расширяется. Последний вывод соответствует приближению безынерционной среды, когда усиление мгновенно отслеживает изменение поля.

Измерения ширины полосы синхронизации двух полупроводниковых лазеров в зависимости от коэффициента связи проводились в работе [62]. При сильной связи ширина полосы достигает 30 ГГц и становится на несколько порядков больше ширины спектральной линии моды.

**4.1.2.** Если не делать дополнительных упрощающих предположений, то анализ устойчивости границ когерентной генерации набора уже из трех лазеров представляет достаточно сложную проблему. В [22] при анализе устойчивости синхронизации трех лазеров с оптической связью ближайших соседей предполагалось, что коэффициенты связи малы по сравнению с  $G_{th}$  и что коэффициенты усиления и амплитуды полей за время изменения их фаз изменяются мало. Это позволило свести задачу к исследованию устойчивости решений системы из двух уравнений для разности фаз  $\varphi_{21}$  и  $\varphi_{23}$  между полем центрального лазера (обозначен индексом 2) и боковых лазеров (индексы 1, 3) в зависимости от  $\psi$  и соотношения между

параметрами  $A = A_1^{(0)}/A_2^{(0)}$  и  $B = A_3^{(0)}/A_2^{(0)}$ , где  $A_n^{(0)}$  – стационарные значения амплитуд полей при  $\delta_n = 0$ .

Рассмотрим в рамках приближений [22] с учетом [63] влияние не только амплитуды, но и знака коэффициентов связи на форму и размеры области синхронизации трех-элементного набора с учетом связи между крайними лазерами, ограничившись случаем  $\psi = 0$  при условии селекции синфазной супермоды. Изменение знака коэффициентов связи между крайними лазерами может происходить вследствие изменения параметров схемы синхронизации [63].

Уравнения для  $\varphi_{ij} = \varphi_i - \varphi_j$  получаются из (25) и с учетом  $\varphi_{ij} = -\varphi_{ji}$ ,  $\Delta_{ij} = -\Delta_{ji}$  (здесь  $\Delta_{ij} = t_c(\omega_{ci} - \omega_{cj})$ ) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_{21}}{dt} = & \Delta_{21} - K_1 \left( \frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_1} \right) \sin \varphi_{21} - K_1 \frac{A_3}{A_2} \sin \varphi_{23} \\ & - K_2 \frac{A_3}{A_1} \sin \varphi_{31}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_{23}}{dt} = & \Delta_{23} - K_1 \left( \frac{A_3}{A_2} + \frac{A_2}{A_3} \right) \sin \varphi_{23} - K_1 \frac{A_1}{A_2} \sin \varphi_{21} \\ & + K_2 \frac{A_1}{A_3} \sin \varphi_{31}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_{31}}{dt} = & \Delta_{31} - K_2 \left( \frac{A_1}{A_3} + \frac{A_3}{A_1} \right) \sin \varphi_{31} - K_1 \frac{A_2}{A_3} \sin \varphi_{32} \\ & - K_1 \frac{A_2}{A_1} \sin \varphi_{21}, \end{aligned} \quad (30)$$

где  $K_1 = K_{12} = K_{21} = K_{23} = K_{32}$ ;  $K_2 = K_{13} = K_{31}$ . Поскольку при  $\varphi_{ij} = -\varphi_{ji}$  и  $\Delta_{ij} = -\Delta_{ji}$  выполняются равенства  $\varphi_{31} = (\varphi_{21} - \varphi_{23})$  и  $\Delta_{31} = (\Delta_{21} - \Delta_{23})$ , то каждое из уравнений (28)–(30) является линейной комбинацией двух других уравнений. Поэтому для определения границ области синхронизации можно воспользоваться стационарными уравнениями лишь для двух пар лазеров, например лазеров, обозначенных индексами 2,1 и 2,3. Вид областей синхронизации, полученный в соответст-

вии с изложенным в [63] методом расчетов, представлен на рис.5. Видно, что при одинаковых  $K_1$  размеры области синхронизации максимальны при однородной связи всех лазеров со всеми (рис.5,а). Переход к отрицательным значениям  $K_2$  (рис.5,з) приводит к смене знака второй производной для границ области и к заметному уменьшению ее размеров, что является следствием деструктивной интерференции собственного и инжектируемого полей в крайних лазерах набора.

#### 4.2. Наборы лазеров с $N > 3$

Результаты работ по определению границ когерентного режима и исследованию устойчивости синхронизации наборов из большого числа лазеров приведем для случаев связи всех лазеров со всеми и связи между соседними лазерами.

**4.2.1.** При однородной связи «все со всеми» в работах [27, 28] численно решались уравнения (13) с равномерно распределенными на интервале  $[-\Delta_0/2, \Delta_0/2]$  случайными расстройками собственных частот резонаторов и не учитывалась инерционность среды. Расчеты проводились для  $N \sim 100$  в зависимости от  $G_0$  и  $\Delta_0$ , и их результаты приведены на рис.6. Показанные на рис.6 границы практически идеально совпали с аналитическими критериями. При  $G_0 - 1 < \chi$  в отсутствие насыщения усиления критерием служило собственное число задачи (21) с максимальной действительной частью, а при  $G_0 - 1 \gg \chi$  с учетом насыщения он был получен решением уравнений (24), (25) для амплитуды и фазы среднего поля с  $\psi = 0$  методом теории возмущений.

В работе [24] при однородной связи с действительными коэффициентами и безынерционной среде частота генерации на синфазной супермоды приведена в виде среднего арифметического частот отдельных лазеров и найдена ширина полосы синхронизации. Учет влияния внешнего шума и отстройки  $\delta$  частоты коллективной генерации от центра линии усиления на ширину полосы показал [64], что с увеличением мощности шума ширина полосы для синфазного режима уменьшается, а при увеличении  $NK_1$  она монотонно возрастает лишь при  $\delta \approx 0$ . В зависимости от  $NK_1$  и мощности шума в [64] найдены оптимальные отстройки, при которых полоса значительно расширяется, а в [65] при учете насыщения среды исследована устойчивость ее границ.

В работе [26] исследовалась устойчивость к малым возмущениям синфазной генерации для замкнутой в кольцо периодической решетки лазеров специального вида. Торцы излучателей располагались на цилиндрической

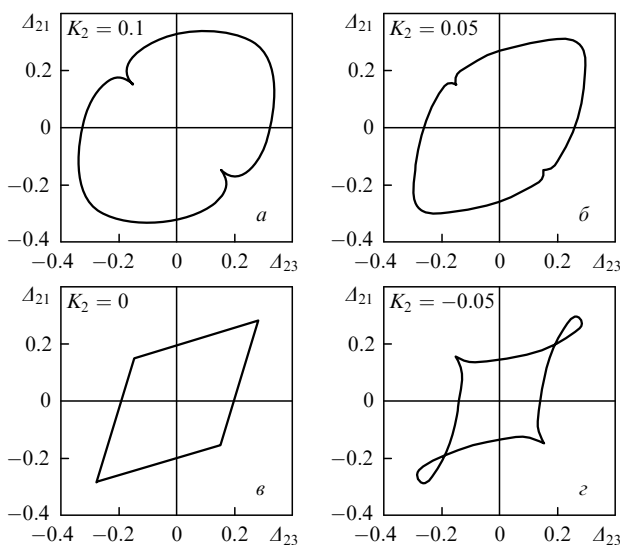


Рис.5. Вид областей синхронизации трех лазеров на плоскости расстрой частот соседних лазеров  $\Delta_{23}, \Delta_{21}$  при  $A_2^{(0)}/A_1^{(0)} = A_2^{(0)}/A_3^{(0)} = 1.5$ ,  $K_1 = 0.1$  и разных  $K_2$ .

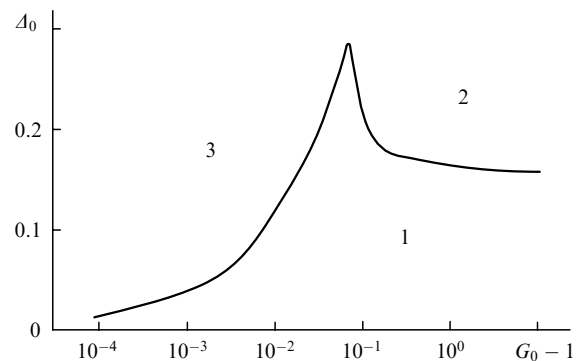


Рис.6. Области параметров  $G_0$  и  $\Delta_0$  при  $\chi = 0.1$ , для которых реализуется стационарная генерация (1), динамические режимы (2) и режим затухания генерации (3) [27].

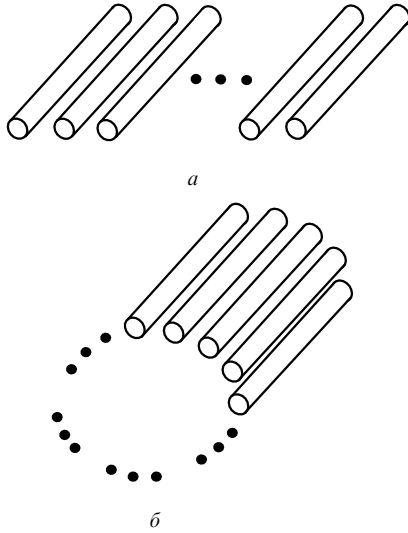


Рис. 7. Разомкнутая (а) и замкнутая (б) линейки лазеров.

поверхности в одной плоскости, перпендикулярной оси цилиндра, и их оси сходились в одну точку на оси цилиндра. Лазеры считались одинаковыми, и все отстройки собственных частот от центра линии полагались равными нулю. Рассматривалась неоднородная связь с комплексными коэффициентами  $c$  с амплитудой, пропорциональной  $\exp[-(n - m)^2]$ . Полученное в [26] выражение для инкремента зависит от  $G_0$  и суммы коэффициентов связи  $M_{nm}$ . С учетом экспоненциального уменьшения амплитуды коэффициентов найдены условия, при которых синфазный режим всегда оказывается устойчивым.

**4.2.2.** При связи между ближайшими лазерами исследования проводились для двух схем: разомкнутого и замкнутого в кольцо линейного набора лазеров (рис. 7). В работе [23], в которой не учитывалась инерционность среды, была показана возможность увеличения полосы захвата для кольцевой схемы по сравнению с разомкнутой схемой при дополнительной внешней инжекции излучения.

В работах [32–34], в которых рассматривались наборы полупроводниковых лазеров, время релаксации неравновесных носителей было сравнимо с остальными характерными временами и, таким образом, инерционность среды была учтена. В [32] критерий неустойчивости для разомкнутой схемы получен по аналогии с критерием  $\alpha\eta_{cr} > (1 + 2q)/2\tau'$  [30] для двух лазеров при антифазной генерации, а также из следующих физических соображений. Если произведение  $\alpha\eta_{cr}$  в случае двух лазеров больше частоты релаксационных колебаний  $(1 + 2q)/2\tau'$ , то и частотный сдвиг супермоды для  $N$  лазеров, пропорциональный коэффициенту связи, также превышает релаксационную частоту, что сводится к требованию выполнения неравенства  $\eta_{cr} > (1 + 2q)/\{4\alpha\tau' \cos[\pi/(N + 1)]\}$  [32]. Из приведенного неравенства следует, что порог неустойчивости для большого числа лазеров в два раза ниже порога для двух лазеров.

Устойчивость синхронизации замкнутых в кольцо наборов полупроводниковых лазеров исследовалась в [33, 34]. Особенность этой схемы приводит для уравнений (18), (19) к граничным условиям в виде  $X_{N+1} = X_1$  и  $Z_{N+1} = Z_1$  и позволяет, в отличие от разомкнутой схемы, найти в аналитической форме все стационарные решения [33]. Устойчивость данных решений сводится к анализу корней уравнения третьей степени для инкремента. Полученные

в [33] критические значения коэффициента связи в зависимости от волнового числа возмущения приведены отдельно для четного ( $N = 10$ ) и нечетного ( $N = 9$ ) чисел элементов в наборе, отмечено, что найденное значение  $\eta_{cr}$  для  $N = 2$  согласуется с результатами работы [30].

## 5. Влияние параметров лазеров на осевую интенсивность излучения

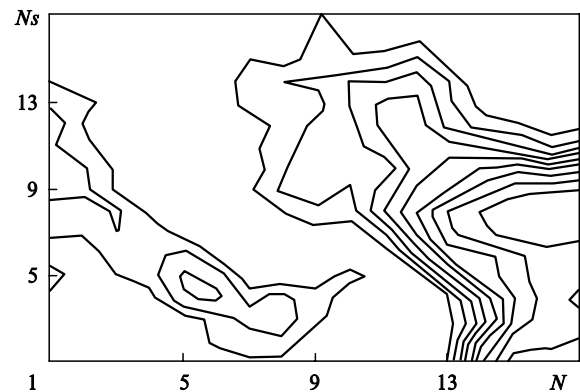
Существует ряд причин, приводящих к уменьшению осевой интенсивности излучения реального синхронизованного набора лазеров по сравнению с интенсивностью идеального набора. Одна из них – дефекты при изготовлении, свойственные в большей степени наборам полупроводниковых лазеров из-за их малых размеров. Влияние дефектов на осевую интенсивность было исследовано в [66–69].

Рассмотрим более подробно влияние на осевую интенсивность таких параметров, как величина разброса собственных частот отдельных лазеров, абсолютное значение и фаза коэффициентов оптической связи. Влияние этих параметров носит общий характер и не зависит от типа лазеров. Здесь рассматриваются работы, в которых не учитывалась динамика усиления среды.

### 5.1. Связь соседних лазеров

В работе [18] (по-видимому, впервые) исследовалось влияние разброса частот на осевую интенсивность излучения одномерного и двумерного наборов из большого ( $N = 10^2 - 10^3$ ) числа элементов. В [18] (см. также [19]) численно решалась система уравнений (12) для действительного значения коэффициентов  $K_1$  при случайном разбросе частот, задаваемом на интервале  $[-\Delta_0/2, \Delta_0/2]$ . Влияние насыщения усиления учитывалось в простейшем виде:  $G_n = G_0/(1 + |E_n|^2)$ . Исследования показали, что при  $\Delta_0 \ll K_1$  стационарные распределения фаз полей по апертуре имеют вид доменных областей, внутри которых фазы одинаковы и различны для разных областей (рис. 8). Различие фаз в пределах апертуры приводит к уменьшению осевой интенсивности по сравнению с синфазным распределением. Так, для двумерного набора с  $N = 100$ ,  $G_0/G_{th} - 1 = 0.75$  и  $K_1/G_{th} = 0.2$  это уменьшение для  $\Delta_0 = 0.2$  становится двукратным [18].

Для улучшения качества излучения наборов лазеров с оптической связью при заметном разбросе частот в работе [18] предложен способ, основанный на внешней инжекции маломощного излучения в набор. При инжекции

Рис. 8. Линии равных значений функции  $\cos \Phi$  ( $\Phi$  – фаза поля) с шагом 0.2 для установившегося режима генерации в наборе  $17 \times 17$  лазеров при  $K_1^2/\Delta^2 = 12$  [18].

происходит фазирование полей отдельных доменов и, таким образом, достигается более равномерное распределение фазы по составной апертуре. Достижение полностью сфазированного режима возможно и в отсутствие инжектируемого сигнала, если в процессе развития генерации случайный разброс частот изменяется во времени [20]. Оценка числа синхронизируемых лазеров  $N_f$  дается в [18] в следующем виде:  $N_f \sim (K_1^2 / \langle \Delta^2 \rangle)^{1/3}$  и  $N_f \ln N_f \sim K_1^2 / \langle \Delta^2 \rangle$  для одномерного и двумерного случаев соответственно (здесь  $\langle \Delta^2 \rangle$  – среднеквадратичный разброс частот). Отметим, что полученная в [67] функциональная зависимость  $N_f$  для одномерной решетки полупроводниковых лазеров, в которой связаны ближайшие лазеры, при среднеквадратичном разбросе  $\langle \delta a^2 \rangle$  апертуры элементов аналогична приведенной в [18] при замене  $\langle \Delta^2 \rangle$  на  $\langle \delta a^2 \rangle$ .

Для оптически связанных (рис. 7) лазеров влияние случайного разброса частот на осевую интенсивность излучения исследовалось в работе [23]. При  $N = 50$  расчеты выполнялись для двух случаев:  $K_1 \leq G_0$  и  $K_1 \gg G_0$ . В первом из них по мере увеличения  $\Delta_0$  осевая интенсивность для установившегося режима генерации уменьшается, и при дальнейшем увеличении  $\Delta_0$  излучение набора становится нестационарным. Во втором случае увеличение  $\Delta_0$  также приводит к уменьшению стационарного значения  $I_0$ , но только за счет прекращения генерации в лазерах, и отсутствует нестационарный режим. Таким образом, разрушение амплитуды среднего поля происходит по двум сценариям [23].

## 5.2. Связь всех лазеров со всеми

Два сценария «разрушения порядка» в случае однородной действительной связи всех лазеров со всеми обнаружено и в расчетах [27, 28], проведенных по модели (13): если  $G_0 - 1 < \chi$ , то при некотором критическом значении  $\Delta_0$  все лазеры гаснут, а если  $G_0 - 1 > \chi$  – происхо-

дит переход от стационарного режима генерации к нестационарному. Изменение во времени комплексных амплитуд полей для обоих сценариев иллюстрируется в [27, 28] в виде диаграмм Арганда – множества точек на плоскости  $\text{Re } E_n, \text{Im } E_n$ . Этот наглядный способ отражения характера генерации был предложен в [25] и использовался также в ряде других работ (напр., в [21, 23]).

На рис. 9, а из [21] приведена фазовая диаграмма для отношения через равные промежутки времени амплитуд полей  $E_2$  и  $E_3$  двух лазеров из линейного пятиэлементного набора при неоднородной действительной связи всех лазеров со всеми и нестационарной генерации. Плотность точек на рис. 9, а пропорциональна  $\rho$  – плотности вероятности того, что разность фаз между полями лазеров в данный момент времени составляет  $\delta\varphi_{23}$  (см. рис. 9, б). Расчеты проводились по уравнениям (12) для параметров набора, соответствующих эксперименту. Типичное распределение интенсивности излучения  $I$  набора в дальней зоне, измеренное в этих условиях за время  $\sim 0.5$  мс, показано на рис. 9, в, который свидетельствует о сильном искажении распределения при нестационарной генерации и о разрушении характерной дифракционной картины, получаемой при устойчивой синхронизации на синфазной моде (рис. 9, з).

При связи всех лазеров со всеми и  $\psi = 0$  расчет числа  $N_f$  синхронизируемых лазеров от среднеквадратичного разброса фаз  $\langle \Theta^2 \rangle$  полей большого числа отдельных элементов проводился в [70], где были выбраны три вида зависимости  $\Theta$  от  $n$ :  $\Theta(n) = \beta(n - N/2)$ ,  $\Theta(n) = \beta \sin[\pi(n - N/2)]$  и  $\Theta(n) = \beta \cos[\pi(n - N/2)]$  ( $\beta$  – нормировочный множитель). Расчеты продемонстрировали слабое влияние вида зависимости на  $N_f$ . В работе [10] рассмотрено влияние разброса фаз на осевую интенсивность в дальней зоне линейного разомкнутого набора из 11 лазеров. Расчеты в [10, 70] основаны на решении задачи на собственные значения с возмущенной матрицей  $M$  коэффициентов оптической связи.

В работе [25] исследование влияния разброса собственных частот на поведение параметра порядка проводилось как при действительной, так и при мнимой однородной связи всех лазеров со всеми. Параметром порядка является амплитуда  $R_0$  среднего поля  $(1/N) \sum E_n$ , которая связана с осевой интенсивностью:  $I_0 \sim |\sum E_n|^2$ . В работе [25] численно решалась аналогичная (12) система уравнений для  $N = 100$  при лоренцевском распределении собственных частот. Полученные зависимости  $R_0$ , а также среднеквадратичных флуктуаций  $\Delta R_0 = (\langle R_0^2 - \langle R_0 \rangle^2 \rangle)^{1/2}$  от уровня расстройок собственных частот  $\gamma$  при действительной связи и от фазы  $\psi$  при мнимой связи показаны на рис. 10. Максимум флуктуаций параметра порядка вблизи точки перехода  $\log \gamma \approx -0.4$  на рис. 10, а соответствует переходному режиму между сфазированной ( $\log \gamma < -0.4$ ) и независимой ( $\log \gamma > 0.2$ ) генерациями. На зависимости  $\Delta R_0$  от  $\psi$  (рис. 10, б) также происходит резкое увеличение флуктуаций параметра порядка вблизи точки  $\psi = \pi/2$ , но переходной режим отсутствует, и при  $\psi > \pi/2$  генерация ансамбля лазеров становится полностью независимой.

Таким образом, основное влияние на осевую интенсивность излучения набора лазеров с оптической связью оказывают разброс собственных частот и фаза коэффициентов связи. Отметим, что роль мнимой связи обсуждается также в работе [71] при интерпретации экспериментов с порошковыми лазерами.

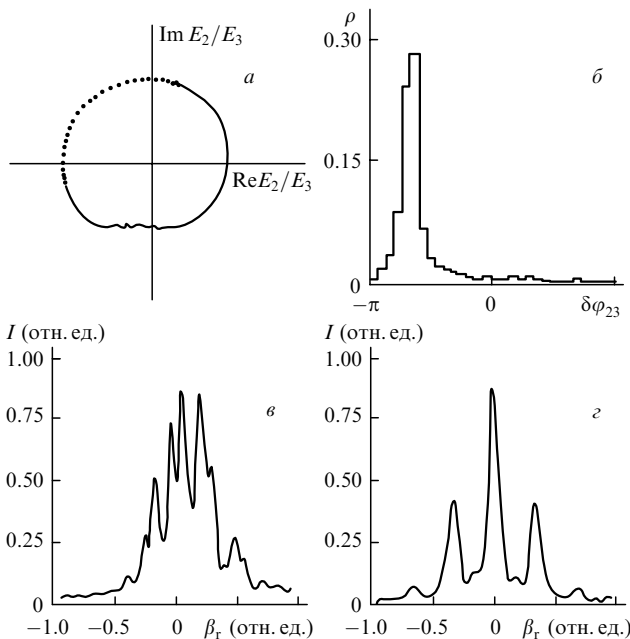


Рис. 9. Фазовая диаграмма (а), распределение по  $\delta\varphi_{23}$  плотности вероятности  $\rho$  реализации разности фаз между полями лазеров с номерами  $n = 2, 3$  (б), а также измеренные в зависимости от угла  $\beta_r$  распределения интенсивности излучения  $I$  в дальней зоне пятиэлементного линейного набора волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров при неустойчивой синхронизации (в) [21] и при устойчивой синхронизации на синфазной моде (з).



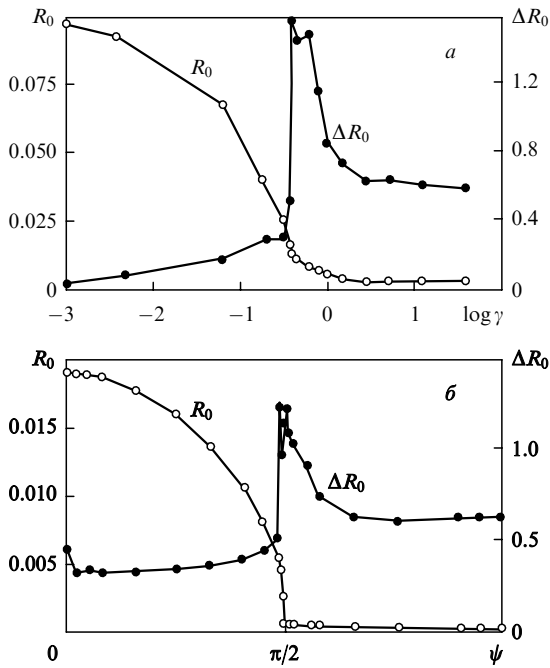


Рис.10. Зависимости параметра порядка  $R_0$  и его среднеквадратичных флуктуаций  $\Delta R_0$  от  $\gamma$  при  $\psi = 0$  (а) и от  $\psi$  при  $\gamma = 0.1$  (б) при одинаковых амплитудах коэффициентов оптической связи [25].

### 6. Методы синхронизации и селекции супермод

Отличительным признаком синхронизируемых с помощью оптической связи лазеров, позволяющим разделить их на две группы, является тип резонатора – индивидуальный для каждого лазера или общий для всего набора лазеров. И хотя при взаимном захвате частот в первом случае также возникает некоторый общий составной резонатор, отмеченный признак является, по-видимому, основным. Рассмотрим существующие методы синхронизации для этих групп.

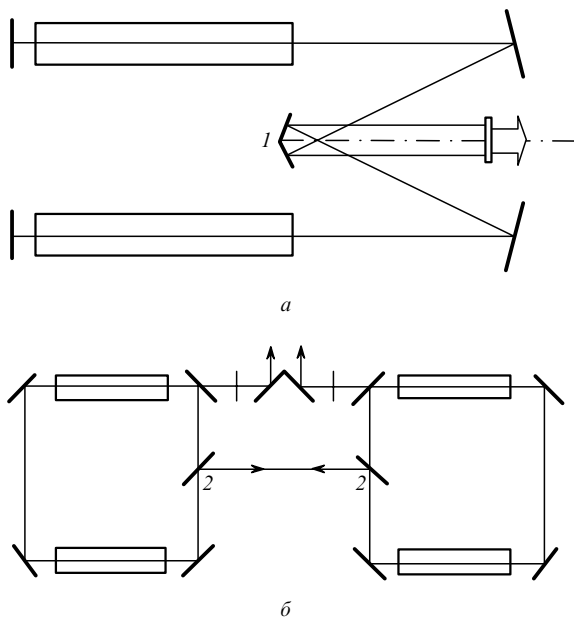


Рис.11. Схема синхронизации двух линейных (а) [72] и кольцевых (б) [73] лазеров при помощи расположенных внутри резонаторов отклоняющего зеркала  $l$  и светоделительных пластин  $2$ .

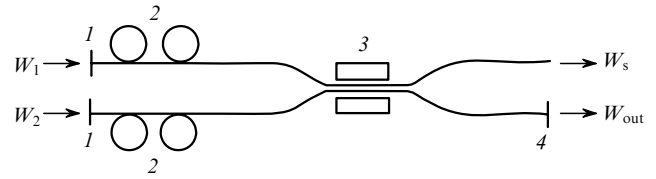


Рис.12. Схема когерентного сложения излучения двух волоконных лазеров с разветвителем X-типа: 1 – зеркала обратной связи волокон; 2 – контроллеры поляризации; 3 – подстраиваемый X-разветвитель; 4 – общее выходное зеркало;  $W_1, W_2$  – мощности излучения накачки;  $W_{out}, W_s$  – мощности выходного и нескомпенсированного излучения [77].

#### 6.1. Лазеры с индивидуальными резонаторами

В экспериментах по синхронизации лазеров с индивидуальными резонаторами оптическая связь осуществляется с помощью дополнительных оптических элементов (зеркал или светоделительных пластин, отвечающих часть излучения каждого лазера в другие лазеры). Эти элементы могут размещаться как вне, так и внутри резонаторов. Примеры схем синхронизации двух лазеров с внутрирезонаторным расположением дополнительных элементов показаны на рис.11. В схеме на рис.11,а [72] обмен излучением между лазерами происходит из-за дифракции излучения на зеркале  $l$ , а в схеме на рис.11,б [73] эту роль выполняют светоделительные пластины  $2$ . Аналогичная рис.11,б схема использовалась в работе [74] для синхронизации двух импульсных кольцевых  $CO_2$ -лазеров. С другими вариантами схем синхронизации кольцевых лазеров разных типов можно ознакомиться в работах [51, 75, 76] и цитируемой там литературе.

В работе [77] для когерентного сложения излучения отдельных волоконных лазеров используются одномодовые разветвители X- и Y-типов. Схема экспериментальной установки с разветвителем X-типа показана на рис.12. Торцевая накачки активных волокон осуществляется излучением  $Ag^+$ -лазера. В подстраиваемом X-разветвителе  $3$  внешние оболочки волокон спленированы до сердцевин, что позволило не использовать сварку и свести к минимуму потери мощности; полученная эффективность сложения излучения составила 95 %.

#### 6.2. Лазеры с двумя общими зеркалами

Схемы синхронизации лазеров с двумя общими зеркалами также можно разделить на две группы. Для одной группы типична связь многих лазеров друг с другом, а для другой – связь каждого лазера лишь с ближайшими соседними лазерами.

##### 6.2.1. Оптическая связь многих лазеров

Наибольшее распространение получили методы, основанные на применении внешнего резонатора Тальбо и внутрирезонаторного пространственного фильтра.

##### 6.2.1.1 Синхронизация лазеров с внешним резонатором Тальбо

Эффект Тальбо заключается в полном воспроизведении на некоторых расстояниях поля освещенной периодической решетки. Выражения для расстояний воспроизведения, а также для расстояний до плоскостей размножения изображений и вид изображений в этих плоскостях для решеток разных типов (квадратной, прямоугольной, гексагональной) приводятся в работах [78, 79] (см. также [43 – 45]).

Проиллюстрируем эффект воспроизведения в простей-

шем одномерном случае. Представим амплитуду поля на выходе решетки при синфазном распределении излучения по отдельным элементам в следующем виде:

$$E(x_1, z = 0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp\left(\frac{2\pi i n x_1}{d}\right), \quad (31)$$

где  $a_n$  – амплитуда поля отдельного элемента;  $d$  – период решетки. В приближении Френеля

$$E(x, z) = \left(\frac{i}{\lambda z}\right)^{1/2} \exp(-ikz) \int_{-\infty}^{\infty} E(x_1, z = 0) \times \exp\left[-\frac{ik(x - x_1)^2}{2z}\right] dx_1, \quad (32)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  – длина волны излучения. Интегрирование (32) с учетом (31) с точностью до постоянного фазового множителя дает

$$E(x, z) = \sum_n a_n \exp\left(\frac{2\pi i n x}{d} + \frac{i\pi n^2 \lambda z}{d^2}\right). \quad (33)$$

Из (33) следует, что при  $z = 2md^2/\lambda$  ( $m = 1, 2, \dots$ ) поле в плоскости изображения получается таким же, как и в плоскости объекта (31). Расстояние  $z_T = 2d^2/\lambda$  называется расстоянием Тальбо. Рис.13 из работы [80] иллюстрирует эффекты пространственного смещения и удвоения одномерных изображений при  $z = z_T/2$  и  $z = z_T/4$  для исходного синфазного и антифазного распределений. Фазы соседних полей для исходного синфазного распределения при  $z_T/4$  сдвинуты на  $\pi/2$  [80]. Прямые измерения разности фаз на этом расстоянии были проведены в работе [81] при освещении решетки излучением с плоским волновым фронтом.

Идея применения эффекта Тальбо для синхронизации излучения периодических наборов лазеров была предложена и экспериментально реализована в работе [82]. В эксперименте использовался многоканальный CO<sub>2</sub>-лазер с гексагональным расположением элементов. Подробное описание лазеров этого типа приведено в [83]. Зеркало П в экспериментах [82] (см. рис.1) отодвигалось от торцов набора на расстояние  $L - l \equiv z = z_T/2$ . При дан-

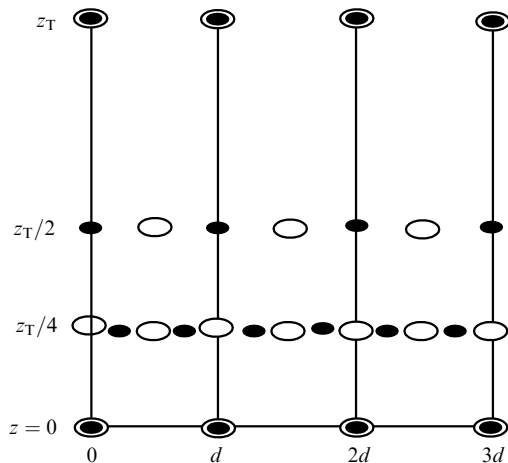


Рис.13. Пространственные распределения источников при  $z_T$ ,  $z_T/2$  и  $z_T/4$  для периодического одномерного и исходного (при  $z = 0$ ) синфазного (светлые кружки) и антифазного (темные кружки) распределений [80].

ном расстоянии волновые поля синфазно излучающих отдельных элементов при двойном обходе канала связи накладываются сами на себя, что приводит к уменьшению порога для коллективной моды по сравнению с порогом при независимой генерации и, таким образом, к селекции моды.

В работах [44, 45] были указаны основные причины недостаточных селективных свойств использованного в первых экспериментах [82] резонатора и сравнительно невысокой (15 %) эффективности синхронизации – отношения мощности когерентной генерации к мощности независимой генерации с зеркалом П (см. рис.1) вблизи торцов элементов. Такими причинами являются близкие пороги возбуждения нескольких коллективных мод и боковые дифракционные потери. Последующие экспериментальные и теоретические исследования были направлены на улучшение этих важных показателей.

**Методы селекции супермод.** Во многих публикациях для селекции супермод используется различие их поперечных структур в плоскостях размножения. Так, в работе [44] для селекции синфазной моды гексагонального набора лазеров предлагалось установить зеркало связи на расстоянии  $z = z_T/3$  от торцов, а в экспериментах [47, 80, 84] с линейным набором этим различием воспользовались для выделения антифазной моды, расположив зеркало связи на расстоянии  $z = z_T/4$ . Возможность надежной селекции антифазной моды в последнем случае хорошо видна из рис.13. Зависимости коэффициентов потерь для этой и других мод при  $z = z_T/4$  от числа лазеров  $N$  и коэффициента заполнения апертуры  $a/d$  (здесь  $a$  – поперечный размер отдельного элемента) вычислялись в работах [81, 85, 86].

Для селекции синфазной моды в работе [87] были предложены два варианта резонатора с плоским зеркалом связи, размещенным на расстоянии  $z_T/4$  от торцов волноводов. В первом варианте применяется наклоненное зеркало (рис.14). Если угол наклона  $\alpha_T = \lambda/2d$ , то смещенное дифракционное изображение накладывается на оригинал. В табл.1 приведены результаты расчетов величины  $|\gamma|^2$  (здесь  $\gamma$  – собственное число моды), определяющей потери моды  $(1 - |\gamma|^2)$ , для линейного и квадратного наборов круглых волноводов в зависимости от  $N$  и  $a/d$ . Последняя строка табл.1 соответствует резонатору с зеркалом без наклона и селекции антифазной моды. Представленные в табл.1 результаты для синфазной моды показывают, что чем больше  $N$ , тем меньше потери, и что для заданного  $N$  существует оптимальный коэффициент заполнения, когда потери минимальны. Этот коэффициент уменьшается с ростом  $N$ , поскольку при уменьшении отношения  $a/d$  и возрастании  $N$  степень изменения фазы возвращаемой волны по апертуре отдельного волновода становится меньше.

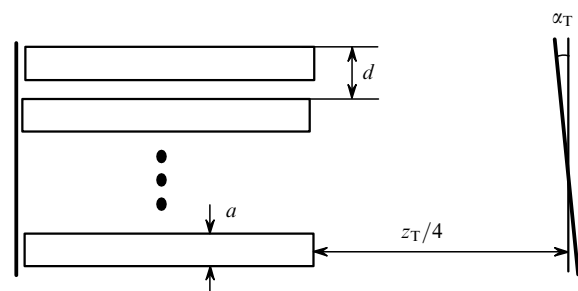


Рис.14. Схема резонатора Тальбо с наклонным зеркалом связи [87].

Табл.1. Зависимость  $|\gamma|^2$  (столбцы 3–7) от угла наклона зеркала  $\alpha_T$  и коэффициента заполнения апертуры  $a/d$  при разных  $N$  [87].

$\alpha_T$	$N$	$a/d$				
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$\lambda/2d$	8	0.595	0.698	0.702	0.657	0.585
$\lambda/2d$	16	0.810	0.825	0.778	0.702	0.611
$\lambda/2d$	32	0.906	0.876	0.802	0.715	0.618
$\lambda/2d$	$8 \times 8$	–	0.468	0.502	0.463	0.388
0	8	0.625	0.779	0.857	0.901	0.929

Наблюдаемое оптимальное заполнение апертуры является результатом конкуренции двух факторов: возрастания перекрытия изображения с апертурой волноводов при увеличении заполнения и уменьшения связи между волноводными модами с плоским волновым фронтом и возвращаемой волной с наклонным волновым фронтом. Проведенные в [87] эксперименты показали, что селекция синфазной моды таким способом достигается ценой уменьшения мощности генерации лазеров. Это соответствует расчетам, если сравнить результаты, представленные в первой и последней строках табл.1. Используемый для селекции мод резонатор с наклоненным зеркалом применялся также в экспериментах [88], причем в зависимости от угла наклона были выделены не только синфазная мода, но и моды высших порядков.

Второй из предложенных в [87] методов селекции синфазной моды заключается в размещении непосредственно перед торцами волноводов бинарной (со сдвигом фазы 0 или  $\pi$ ) фазовой пластины, модулирующей фазу поля для соседних волноводов. Исходное синфазное распределение после прохождения через пластину становится антифазным и поэтому после обхода канала связи воспроизводится с высокой эффективностью. После второго прохождения через пластину распределение поля снова становится синфазным.

Новый тип зеркала связи для селекции синфазной моды линейного набора в резонаторе Тальбо описан в работах [40, 41]. Резонатор содержит зеркало с фазовым рельефом, размещаемое перпендикулярно оптической оси системы ( $\alpha_T = 0$ ) на расстояниях  $z = z_T/2$  или  $z = z_T/4$  от торцов элементов. Алгоритм расчета фазового профиля зеркала, основанный на самосогласованном расчете амплитуды поля по модели дифракции Рэлея – Зоммерфельда, и технология его изготовления зависят от задаваемого распределения амплитуды поля синфазной моды на зеркале. В работах [40, 41] выбиралось однородное распределение, что автоматически исключает боковые потери излучения. Эффективность селекции синфазной моды в резонаторе с профилированным зеркалом была исследована [40, 41] в зависимости от  $N$ ,  $a/d$  и смещения зеркала вдоль и поперек оптической оси. О заметном снижении порога для синфазной моды и ее эффективной селекции в резонаторе с фазовым рельефом на зеркале связи для одномерных наборов лазеров сообщается также в [89], а для двумерных – в работе [90].

Эффективность селекции синфазной моды резонатором Тальбо с зеркалом без рельефа для двумерных наборов с треугольной и квадратной конфигурациями заполнения в зависимости от  $N$  и отстройки длины обхода канала связи от значения  $z_T$  исследовалась в расчетной работе [43]. В частности было показано, что при близких значениях  $N$  порог для треугольной геометрии заметно меньше, чем для квадратной. При значительной (более

чем на  $0.25z_T$ ) отстройке длины обхода потери синфазной моды превышают потери других мод.

Еще одна возможность селекции синфазной моды была рассмотрена в [91, 92]. В этих работах на основе модели (14) численно исследовался процесс перехода от спонтанного излучения к коллективной генерации в одномерных и двумерных решетках. Результаты расчетов показали сильное влияние усиления слабого сигнала на тип устанавливаемой моды. Например, в одномерном случае при  $N = 25$ , гауссовом распределении амплитуды поля по апертуре отдельного элемента, коэффициенте заполнения 0.25 и настроенных на центр линии усиления всех собственных частотах при  $G_0 = 0.1$  синфазная мода подавляет антифазную, а при  $G_0 = 0.4$  выделяется антифазная мода. Предлагаемый способ селекции синфазной моды при высокой мощности выходного излучения сводится к скачкообразному увеличению  $G_0$  в определенный момент времени развития генерации.

В [92] методом статистических испытаний исследовалось также влияние случайных нарушений периодичности расположения лазеров в решетке на эффективность селекции и порог генерации синфазной моды. С увеличением относительного отклонения координат центров отдельных апертур от среднего значения, совпадающего с координатами регулярной решетки, эффективность селекции уменьшается, а порог генерации в среднем растет. Оценка допустимого разброса координат центров апертур при условии, что квадрат модуля собственного значения моды изменяется не более чем на 20 %, дана в работе [85].

#### *Методы повышения эффективности синхронизации.*

Предложенный в работе [86] метод основан на применении дополнительного плоского зеркала вблизи торцов элементов, обращенных к зеркалу связи. В трехзеркальной схеме согласно расчетам [86] происходит увеличение эффективного коэффициента отражения для каждого лазера решетки и, как следствие, рост эффективности. При этом достигается более однородное распределение поля супермоды по составной апертуре из-за выравнивания абсолютных значений коэффициентов оптической связи.

Общим признаком других известных методов повышения эффективности является уменьшение дифракционных потерь, для чего может быть использовано зеркало связи с фазовым рельефом [40, 41, 89, 90].

Переход к резонаторам с зеркалом связи, расположенном на меньшем, чем  $z_T/2$ , расстоянии от торцов, является естественным способом уменьшения потерь, поскольку уменьшается длина канала связи. При этом зеркало должно устанавливаться в плоскости размножения изображений.

Для линейных и двумерных наборов с квадратным заполнением удобной плоскостью размножения является плоскость  $z = z_T/4$ . Резонатор с зеркалом связи на данном расстоянии с успехом применялся для получения эффективной синхронизации полупроводниковых лазеров [93–95]. В экспериментах [93] для линейного набора с  $N = 20$  и  $a/d = 1/12$  достигнут КПД когерентной генерации 38 % при расходимости излучения, лишь в 1.7 раза превышающей дифракционный предел. В работе [94] была синхронизована двумерная матрица из  $12 \times 12$  лазеров с импульсной и непрерывной мощностью 1.4 и 0.5 Вт соответственно при дифракционной расходимости излучения. Для фазовой коррекции излучения в [94] применялась адаптивная система на жидкокристаллическом тран-



Рис. 15. Линейный набор волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров с каналом связи, ограниченным боковыми стенками [97].

спаранте. В [95] сообщается о получении мощного (более 10 Вт) непрерывного когерентного излучения широкоапертурных (200 мкм) лазерных диодов с расходимостью излучение на полувысоте 0.6 мрад при  $N = 25$  и  $a/d = 0.5$ . Отметим, что объединение в массив оптически не связанных между собой сфазированных решеток полупроводниковых лазеров позволило достичь в квазинепрерывном режиме при полном КПД более 40 % уровня выходной мощности 100 Вт [96].

В экспериментах [97] с линейными наборами волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров канал связи с  $z_T/4$  был ограничен со всех сторон металлическими стенками (рис.15). Это привело к дополнительному уменьшению потерь излучения и для семиэлементного набора с длиной усиления 386 мм и апертурными размерами элементов  $2 \times 2$  мм позволило получить при генерации на антифазной моде и полном КПД 10 % выходную мощность 100 Вт (в случае независимой генерации в отсутствие канала связи выходная мощность равнялась 150 Вт). В [97] отмечается, что без ограничивающих канал связи стенок мощность излучения уменьшалась на 30 %. Переход к наборам из 13 и 19 элементов приводил к разбиению излучения составной апертуры на две и более областей, в каждой из которых наблюдалась полная синхронизация части лазеров; синхронизация между областями отсутствовала. Этот эффект авторы работы [97] связывают с недостаточной точностью механической обработки керамических каналов отдельных элементов, вследствие чего при увеличении числа лазеров возрастает разброс их собственных частот.

Схема эксперимента, аналогичная показанной на рис.15, приводится и в [98], однако, в отличие от [97], в канале связи с ограничивающими стенками также зажигался разряд. Появление в канале связи пристеночных градиентов показателя преломления привело к нарушению пространственной периодичности волноводных мод и к искажению воспроизводящегося поля. После внесения в экспериментальную схему корректирующих факторов (уменьшение ширины канала и небольшой наклон обоих зеркал) мощность когерентного излучения набора из семи лазеров возросла до 135 Вт.

Необходимо отметить, что предложенная в [99] схема синхронизации линейных наборов лазеров также содержит ограниченный стенками полый канал связи, но его длина равна  $N^2 z_T/2$ , а перед апертурой каждого канала расположена фазовая пластинка. Рассмотренная схема допускает последовательное сложение лазерных пучков, что может оказаться полезным при передаче излучения по волоконной линии.

Отметим также, что группой авторов [97, 98] ведутся разработки мощных многоканальных  $\text{CO}_2$ -лазеров, работающих в независимом режиме генерации. В [100] сообщается о создании лазера с мощностью излучения 750 Вт. Он содержит три 13-элементных параллельных секции того же типа, что и на рис.15, только без канала связи.

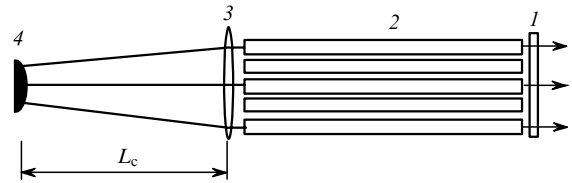


Рис. 16. Схема синхронизации гексагонального набора волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров с эквивалентным зеркалом связи, отстоящим на расстояние  $z_T/3$  от торцов волноводов:

1 – плоское выходное зеркало; 2 – набор лазеров; 3 – фокусирующая линза с просветляющими покрытиями; 4 – выпуклое зеркало с фазовым рельефом [90].

Для наборов лазеров с большим значением отношения  $d^2/\lambda$  в работе [47] предложен способ уменьшения длины оптической схемы. Он состоит в формировании эквивалентного плоского зеркала связи при помощи телескопической системы, содержащей фокусирующую линзу и выпуклое полностью отражающее зеркало. На рис.16 приведена схема с телескопом, использованная в [90] для синхронизации гексагонального набора волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров с расположенным в плоскости размножения эквивалентным зеркалом связи. При выполнении условий  $L_c = f_3 - 2f_4$  и  $f_4/f_3 = 1.5L_c/z_T$  эквивалентное зеркало (на рис.16 не показано) отстоит от торцов волноводов на расстоянии  $z_T/3$  [90] (здесь  $f_3$  и  $f_4$  – фокусные расстояния линзы 3 и зеркала 4,  $z_T = 3d^2/2\lambda$  – расстояние Тальбо для гексагональной геометрии). Для выделения синфазной моды на зеркало 3 нанесен периодический рельеф с глубиной травления  $\lambda/3$ . Расположение зеркала связи на расстоянии  $z_T/3$  привело к двукратному увеличению мощности когерентной генерации набора по сравнению с мощностью, полученной при расстоянии  $z_T/2$  [90].

Приведем еще две схемы расположения лазеров в резонаторе Тальбо. На рис.17,а изображен цилиндрический резонатор, предложенный в [101]. Выражение для расстояния Тальбо в случае щелевых источников имеет следующий вид:  $z_{cT} = 2(R_c - r_c) = r_c[(1 + 4a_c^2/r\lambda)^{1/2} - 1]$ , где  $a_c = R_c \delta\varphi$  – период по азимутальному углу [42]. В предположении гауссова профиля распределения поля по апертуре отдельного лазера в [42] вычислены коэффициенты оптической связи для одномерной и двумерной

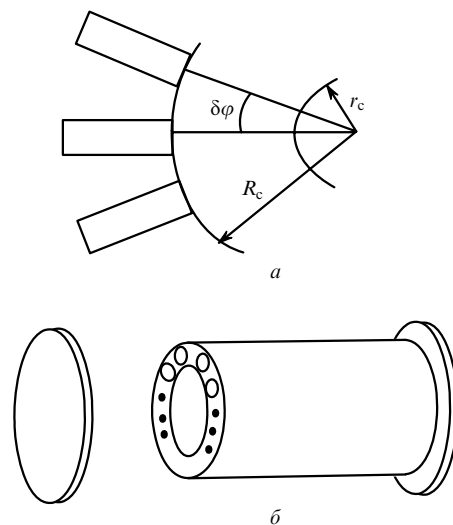


Рис. 17. Схема цилиндрического резонатора Тальбо (а) [101] и щелевого лазера с круговой геометрией, помещенного в резонатор Тальбо (б) [102 – 104].

цилиндрической, а также сферической геометрии резонатора, и приведено распределение поля синфазной моды щелевых источников на оси цилиндра. На основе такого расположения лазеров можно получить «объемное» когерентное излучение, исходящее из угловой апертуры шириной до  $2\pi$  [101].

Другая схема рассматривалась в работах [102–104] для щелевого  $\text{CO}_2$ -лазера с круговой геометрией, и один из ее вариантов показан на рис.17,б. В [103] для условий экспериментов [102] были проведены численные расчеты распределения амплитуды поля в дальней зоне, в том числе и при коррекции волнового фронта.

Расстояние Тальбо для круговой геометрии вычислялось в работах [105, 106]. В [105] оно получено методами теории возмущений и имеет следующий вид  $z_T = (1 + h_c/r_c)2d^2/\lambda$ , где  $h_c/r_c$  – малый параметр, являющийся отношением ширины щели к радиусу внутреннего цилиндра. В работе [106] для нечетных  $N$  аналитически решалась задача на собственные значения (21) с коэффициентами оптической связи, вычисленными для гауссова распределения поля по круглым апертурам элементов. Расстоянию Тальбо и кратным тальбовской длине расстояниям для синфазной и некоторых других мод в [106] ставились в соответствие максимальные величины модулей собственных значений, период осцилляции которых зависит от расстояния между зеркалом связи и торцами элементов. При этом период осцилляции с ростом расстояния уменьшался, что связывают в [106] с дифракцией в радиальном направлении, приводящей к эффективному уменьшению периода источников излучения. Эти расчеты проводились для типичных параметров многоканальных волоконных лазеров, расположенных внутри общего волокна, служащего волноводом для распространения излучения накачки. О результатах экспериментальных исследований по синхронизации многоканальных волоконных лазеров такого типа при помощи эффекта Тальбо сообщается в [107].

В заключение отметим, что эффект Тальбо нашел практическое применение не только для синхронизации излучения периодических наборов лазеров. Другие области его применения рассматриваются в [108].

### 6.2.1.2 Синхронизация лазеров методом пространственного фильтра

Применяемые на практике схемы синхронизации лазеров методом пространственного фильтра содержат фокальный или афокальный фильтр.

**Фокальный пространственный фильтр.** Иллюстрацией метода фокального фильтра могут служить две схемы, приведенные на рис.18 [21, 109]. При указанном положении линз 3 на рис.18,а и выполнении условия  $L = F(1 + F/R)$  для рис.18,б канал связи в обеих схемах является согласованным, т. е. соответствующие эквивалентные зеркала расположены у торцов волноводов.

Выбор структуры фильтра и его пространственное положение относительно оптической оси осуществляется в соответствии с видом фурье-образа распределения поля  $E(x_1, y_1)$  на излучающих в сторону фильтра торцах элементов [110]:

$$E(x_f, y_f) \propto \int E(x_1, y_1) \exp[ik(x_f x_1 + y_f y_1)/F] dx_1 dy_1, \quad (34)$$

где  $x_f, y_f$  – координаты в плоскости фильтра. Поэтому, согласовав фильтр с распределением (34) для какой-либо

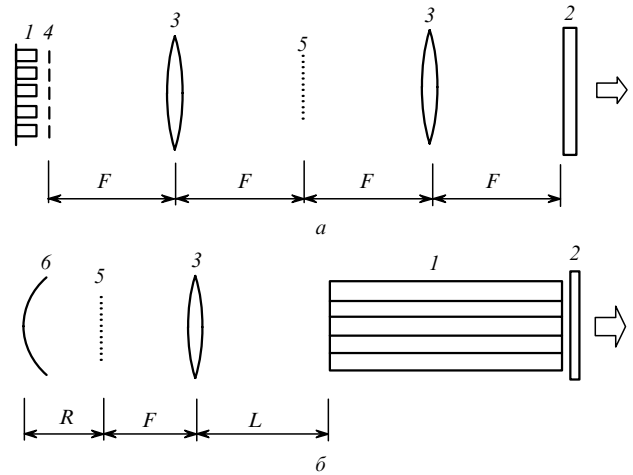


Рис.18. Схема синхронизации линейного набора полупроводниковых лазеров (а) [109] и волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров (б) методом фокального пространственного фильтра [21]:

1 – набор лазеров; 2 – выходное зеркало; 3 – фокусирующие линзы; 4 – линзы для коллимации излучения индивидуальных лазеров; 5 – пространственный фильтр; 6 – вогнутое сферическое зеркало.

из супермод набора, можно осуществить эффективную селекцию этой моды.

В первых экспериментах [111] по синхронизации лазеров методом пространственного фильтра (в [111] были синхронизованы три полупроводниковых лазера) использовался «обращенный» аналог схемы на рис.18,а: решетка лазеров располагалась в плоскости фильтра 5, а на ее месте устанавливалось зеркало с отражающим профилем, соответствующим синфазному распределению. Схема, аналогичная рассмотренной в [111], анализировалась в работе [112] для согласованного кольцевого резонатора и прозрачного для излучения амплитудно-фазового фильтра. В большинстве известных нам экспериментальных работ не используются «обращенные» схемы.

Возможность эффективной селекции синфазной и антифазной мод при синхронизации лазеров методом фокального пространственного фильтра иллюстрирует рис.19

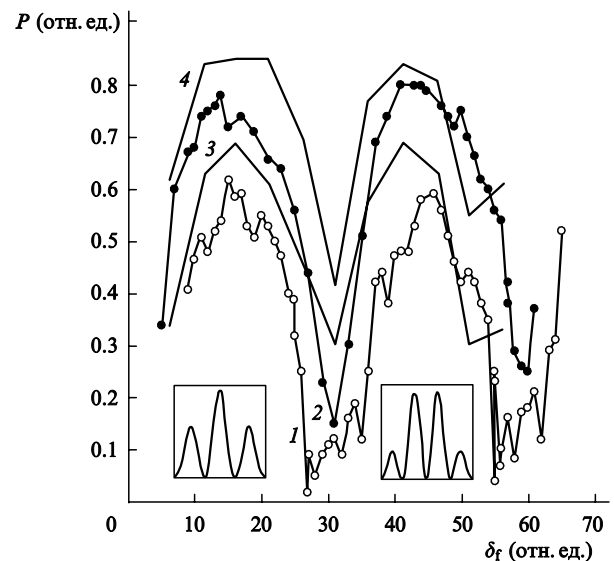


Рис.19. Экспериментальные (1, 2) и рассчитанные по модели (12) (3, 4) зависимости  $P$  от  $\delta_f$  при  $\Delta_{21} = \lambda/20$ ,  $\Delta_{23} = \lambda/30$  (1, 3),  $\Delta_{21} = \Delta_{23} = \lambda/50$  (2) и  $\Delta_{21} = \Delta_{23} = 0$  (4);  $a_f = 0.77$  [113]. На врезках показаны распределения интенсивностей для синфазной и антифазной мод.

[113]. На нем приведены зависимости эффективности синхронизации  $P$  линейного набора из трех волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров с периодом  $d$  в зависимости от смещения  $\delta_f$  фильтра поперек оптической оси в плоскости набора. Использовалась схема синхронизации, показанная на рис.18,б. Фильтр представлял собой систему щелей с периодом  $h_f = F\lambda/d$ , ориентированных перпендикулярно плоскости набора лазеров, с геометрической прозрачностью  $\alpha_f = 0.77$ . Эффективностью синхронизации здесь и далее называется отношение мощности когерентной генерации набора лазеров с фильтром в резонаторе к мощности генерации в отсутствие фильтра. Максимальные значения эффективности на рис.19 соответствуют генерации на синфазной и антифазной модах и чередуются с периодом  $h_f/2$ . Селекция мод с близким к единице параметром видности распределений интенсивности излучения в дальней зоне, отвечающим полной синхронизации лазеров, достигалась в окрестности максимальных  $P$ , чему соответствует погрешность установки фильтра, равная  $\pm 0.1h_f/2$  [113].

Очевидно, что влияние параметров фильтра и набора лазеров на максимальные значения  $P$  представляет практический интерес, поскольку наряду с возможностью селекции мод при максимальной эффективности этот параметр характеризует максимальный КПД синхронизации.

На рис.20 [113] приведены зависимости максимальной эффективности синхронизации на синфазной моде

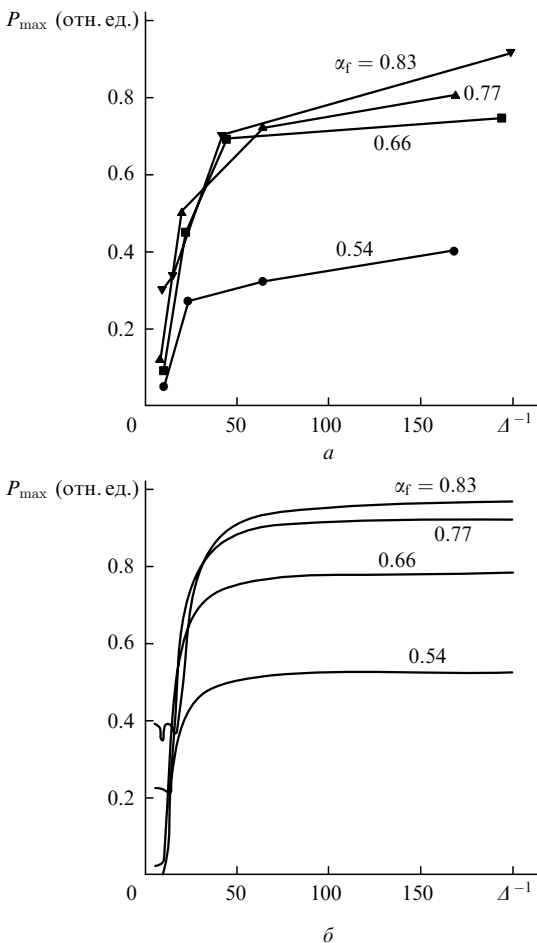


Рис.20. Экспериментальные (а) и расчетные (б) зависимости максимальной эффективности синхронизации  $P_{\max}$  двух лазеров от обратной расстройки резонаторов  $\Delta^{-1}$  при разных  $\alpha_f$  [113].

$P_{\max}$  для двух волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров от обратной расстройки резонаторов при разных значениях  $\alpha_f$ . Видно, что при увеличении расстроек максимальная эффективность уменьшается. Увеличение расстроек длин резонаторов соседних лазеров трехэлементного набора также приводит к уменьшению максимальной эффективности (см. рис.19). Для фильтров с  $\alpha_f = 0.83$  и  $0.77$  в экспериментах [113] определены пороговые для устойчивой синхронизации двух лазеров значения  $\Delta_{\text{th}}$ , равные соответственно  $\lambda/16$  и  $\lambda/9$ . При  $\Delta \geq \Delta_{\text{th}}$  режим синхронизации двух лазеров был неустойчив, и в этом режиме в дальней зоне наблюдались нерегулярные искаженные распределения интенсивности, аналогичные распределению, показанному на рис.9,в для пятиэлементного набора лазеров.

Таким образом, разброс частот лазеров влияет на поведение максимальной эффективности так же, как и на поведение параметра порядка. Этот очевидный вывод следует из сравнения результатов измерений и расчетов, приведенных на рис.19, 20 и на рис.10,а.

Если сравнивать показанные на рис.20 зависимости при одинаковых значениях расстроек, то влияние прозрачности фильтра на эффективность синхронизации вполне прогнозируемо: чем меньше прозрачность, тем меньше эффективность, поскольку при уменьшении прозрачности возрастают внутрирезонаторные потери.

Воспользуемся стационарными уравнениями (24) и (6) и оценим, следуя [63], эффективность синхронизации в зависимости от прозрачности для идеализированного набора (все  $\Delta_n$  и  $\varphi_{nm}$  равны нулю) при действительной оптической связи. Для настроенных на центр линии лазеров с одинаковыми значениями  $G_0$  стационарные уравнения (24), (6) имеют вид:

$$(G_n - G_{\text{th}})A_n + \sum_{m \neq n} K_{nm}A_m = 0, \tag{35}$$

$$G_0 - G_n(1 + 2A_n^2) = 0. \tag{36}$$

Решая уравнения (35), (36) стандартными методами теории возмущений, можно найти амплитуды полей во всех лазерах и в соответствии с приведенным ранее определением эффективности получить следующее выражение для  $P$ :

$$P = \frac{\sum_n A_n^2}{\sum_n A_{0f}^2} \equiv \frac{\sum_n \left( A_0^2 + G_0 \sum_{m \neq n} K_{nm} / 2G_{\text{th}}^2 \right)}{\sum_n A_{0f}^2}, \tag{37}$$

где  $A_0 = A_{0n} = [1/2(G_0/G_{\text{th}} - 1)]^{1/2}$  – одинаковые амплитуды полей лазеров в нулевом приближении (все  $K_{nm} = 0$ );  $A_{0f} = [1/2(G_0/G_{\text{thf}} - 1)]^{1/2}$  и  $G_{\text{thf}} = G_{\text{th}} + \ln K_0$  – амплитуды полей и пороговое усиление в отсутствие фильтра соответственно. Вычислим входящие в (37) коэффициенты  $K_{nm}$  с помощью предложенного в [63] выражения для коэффициентов оптической связи для схемы с фокальным пространственным фильтром и согласованным телескопом:

$$M_{nm} = K_{nm} \exp(i\psi_{nm}) \equiv \alpha_f \frac{\sin(\pi\alpha_f|n - m|)}{\pi\alpha_f|n - m|} \exp\left(\frac{2\pi i\delta_f|n - m|}{h_f}\right). \tag{38}$$

Табл.2. Зависимости эффективности синхронизации  $P_2$ ,  $P_3$  и коэффициентов  $K_1$ ,  $K_2$  от прозрачности фильтра.

$a_f$	$P_2$	$P_3$	$K_1$	$K_2$
	$(G_0 = 3, G_{thf} = 2.3)$			
0.54	0.46	0.552	0.316	-0.04
0.66	0.717	0.722	0.279	-0.134
0.77	0.879	0.826	0.211	-0.158
0.83	0.937	0.875	0.162	-0.139

Выражение (38) получено в результате приближенного решения дифракционной задачи при двойном обходе телескопа, и для смещенных относительно оптимальной установки фильтров ( $\delta_f \neq 0$ ) дает значение фазы коэффициентов связи. Результаты расчетов по формулам (37), (38) эффективности синхронизации  $P_2$  и  $P_3$  для двух и трех лазеров при условиях экспериментов [113] приведены в табл.2. Учитывая приближенный характер расчетов, согласие с экспериментом и данными численных расчетов (см. рис.19, 20) при малых значениях  $\Delta$  (менее  $\lambda/100$ ) можно считать хорошим.

В одной из ранних работ [109] при использовании схемы рис.18,а были синхронизованы пять полупроводниковых лазеров с эффективностью 0.4 и было высказано предположение, что при увеличении числа лазеров с тем же фильтром эффективность возрастет. Это предположение основано на следующих очевидных соображениях: при увеличении числа лазеров  $N$  ширина главных дифракционных максимумов в плоскости фильтра уменьшается, поэтому степень их перекрытия непрозрачными участками фильтра также становится меньше, вследствие чего снижаются потери излучения на фильтре и растет эффективность. Однако при этом необходим корректный учет степени перекрытия не только главных, но и промежуточных максимумов, особенно при небольшом числе лазеров в наборе.

Рассмотрим влияние прозрачности фильтра на эффективность при изменении  $N$  без учета степени перекрытия максимумов. Изменение  $a_f$  согласно (38) приводит к изменению коэффициентов связи, а поэтому в соответствии с (37) оказывает влияние и на  $P$ . Неоднозначная зависимость изменения  $P$  от  $N$  при разных значениях  $a_f$  (по крайней мере при переходе от  $N = 2$  к  $N = 3$ ) хорошо видна из представленных в табл.2 данных: при  $a_f \leq 0.66$  эффективность увеличивается, а при  $a_f > 0.66$  – уменьшается. При этом условию  $P_3 > P_2$  соответствует неравенство, легко получаемое с помощью (37):  $K_1 > -2K_2$ . Значения  $K_1$  и  $K_2$  в зависимости от  $a_f$ , вычисленные по формуле (38), также представлены в табл.2. Отметим, что учет степени перекрытия узкими непрозрачными участками фильтров с  $a_f = 0.77$  и  $0.83$  промежуточных максимумов распределения для  $N = 3$  только уменьшает  $P_3$  по сравнению с  $P_2$ , поскольку для  $N = 2$  промежуточные максимумы отсутствуют.

Таким образом, увеличение числа лазеров  $N$  при неизменном значении  $a_f$  не всегда приводит к увеличению эффективности синхронизации. Этот достаточно неожиданный вывод был качественно подтвержден в экспериментах [113], когда для фильтров с  $a_f = 0.77$  и  $0.83$  эффективность при переходе от  $N = 2$  к  $N = 3$  по крайней мере не возросла.

В работе [114] при синхронизации по схеме рис.18,а линейного набора из девяти волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров был предложен метод увеличения эффективности, осно-

ванный, как и в [86], на установке дополнительного зеркала вблизи торцов элементов. Переход к трехзеркальной схеме привел к уменьшению лучевой нагрузки на линзы 3 и позволил достичь  $P = 0.61$ . В работе [115] исследовалась синхронизация девятиэлементного набора волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров, работающих в импульсно-периодическом режиме при модуляции накачки или потерь. В этом режиме, как и в трехзеркальной схеме при непрерывной генерации, уменьшается нагрев оптических элементов излучением, и в случае модуляции накачки при длительности импульсов 100 мкс была получена эффективность синхронизации 0.68.

Перейдем к изложению результатов исследования методом фокального пространственного фильтра синхронизации двумерных наборов лазеров. О синхронизации многоканальных волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров с мощностью излучения около 1 кВт в непрерывном режиме сообщается в работах [90, 116]. В [117] в квазистационарных условиях (длительность импульса накачки  $\sim 0.1$  с) было синхронизовано излучение многоканального  $\text{CO}_2$ -лазера мощностью 7 кВт. Эффективность синхронизации в работах [90, 116] в зависимости от параметров фильтра находилась в пределах 0.3–0.5. При этом степень взаимной когерентности излучения отдельных элементов при меньшей эффективности, регулируемой изменением размеров отверстий в фильтре, была выше. Для увеличения выходной мощности с высокой степенью взаимной когерентности в [116] предлагается построение схемы синхронизованный многоканальный задающий генератор – многоканальный однопроходный усилитель. Описание двухканального варианта такой схемы и результаты исследования свойств выходного излучения усилителя приведены в [118].

В работе [119] исследовалось влияние на эффективность синхронизации двумерных гексагональных наборов волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров не только параметров фильтра, но и числа лазеров в наборе. В этих экспериментах применялась схема синхронизации, показанная на рис.18,б. Число лазеров  $N$  равнялось 7, 19 или 37. Использовались три сменных фильтра, каждый из которых представлял собой массив периодически расположенных отверстий с постоянным диаметром  $d_0 = 1, 1.5$  и  $1.9$  мм. Период отверстий в фильтрах и их пространственное положение в фокальной плоскости телескопа обеспечивали селекцию синфазной моды излучения. Результаты исследований представлены в табл.3, где  $d_{0f}$  – рассчитанные характерные размеры максимумов распределения интенсивности в плоскости фильтра, которые в зависимости от  $N$  могут быть больше или меньше  $d_0$ . Выделенные в табл.3 значения  $P$  соответствуют полной синхронизации, остальные – частичной. Во всех случаях контроль качества синхронизации проводился по виду распределений интенсивности выходного излучения в дальней зоне. Причиной частичной когерентности для наборов с  $N = 19$  и  $37$  при переходе от  $d_0 = 1$  мм к  $d_0 = 1.5$  и  $1.9$  мм может быть

Табл.3. Зависимости эффективности синхронизации  $P$  от числа лазеров  $N$  и размеров отверстий в фильтре  $d_0$  [119].

$N$	$d_{0f}$ (мм)	$P$		
		$d_0 = 1$ мм	$d_0 = 1.5$ мм	$d_0 = 1.9$ мм
7	1.84	<b>0.1</b>	<b>0.47</b>	<b>0.53</b>
19	1.05	<b>0.14</b>	0.23	0.36
37	0.73	<b>0.15</b>	0.25	0.32

уменьшение области захвата частот из-за возрастания роли деструктивной интерференции собственного и инжектируемого полей в отдельных лазерах. Эта роль не зависит от геометрии набора и для одномерных и двумерных наборов одинакова.

**Афокальный пространственный фильтр.** В методе афокального пространственного фильтра используются размножение периодических полей и пространственное смещение изображений; фактически этот метод основан на эффекте Тальбо. О первых экспериментальных реализациях данного метода сообщается в работах [120–123]. В [120] линейный набор из 30 полупроводниковых лазеров помещался в резонатор Тальбо с зеркалом связи, отстоящим на расстояние  $z = z_T/2$  от увеличенного изображения апертуры набора. Вблизи зеркала связи устанавливался пространственный фильтр в виде решетки с затеняющими участками с периодом, равным периоду набора. Если затеняющие участки располагались на оси элементов, то в соответствии с рис. 13 выделялась синфазная мода, а при смещении фильтра в поперечном направлении на половину периода – антифазная мода. Аналогичная схема, только содержащая согласованный телескоп и фильтр проходного типа, установленный на расстоянии  $z = z_T/2$  от торцов, применялась в [121–123] для синхронизации на синфазной или антифазной моде линейного набора из шести волноводных CO<sub>2</sub>-лазеров; полученная с ее использованием эффективность синхронизации составила 0.6.

Результаты исследования синхронизации методом афокального пространственного фильтра двумерных наборов волноводных CO<sub>2</sub>-лазеров приведены в работах [90, 123]. В [123] применялись набор из 6 × 6 излучателей с квадратным заполнением при отношении  $d/a = 2$  и двумерный фильтр проходного типа, также помещенный в согласованный телескоп и установленный на расстоянии  $z = z_T/4$  от излучателей. При таком отношении  $d/a$  размноженные изображения всех четырех супермод набора были полностью разнесены в пространстве. Их селекция была осуществлена в [123] при смещении фильтра на расстояние  $d/2$  в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Схема экспериментов [90] с гексагональным набором из 85 лазеров показана на рис. 21. Она содержит помещенный в согласованный резонатор афокальный фильтр не проходного, а отражающего типа, представляющий собой нанесенный на зеркало 5 периодический рельеф с глубиной травления  $\lambda/4$  для подавления независимой генерации, отстоящий на расстояние  $z = z_T/3$  от торцов. В [90] сообщается о получении эффективности синхронизации на синфазной моде  $P = 0.4$  при выходной мощности когерентного излучения 500 Вт.

### 6.2.2. Связь каждого лазера с соседними лазерами

Оптическая связь между соседними лазерами осуществляется двумя способами: за счет перекрытия полей на апертурах элементов при зеркале связи, находящемся на некотором расстоянии от торцов, и вследствие перекрытия в поперечном направлении. Первый способ достаточно подробно рассмотрен в обзоре [5]. Известные методы практической реализации второго способа отличаются друг от друга.

На рис. 22 приведены схемы [124–127] поперечного сечения линейных наборов CO<sub>2</sub>-лазеров, показывающие, как происходит обмен излучением между лазерами. На рис. 22, а–в для этого служат щели в разделяющих ка-

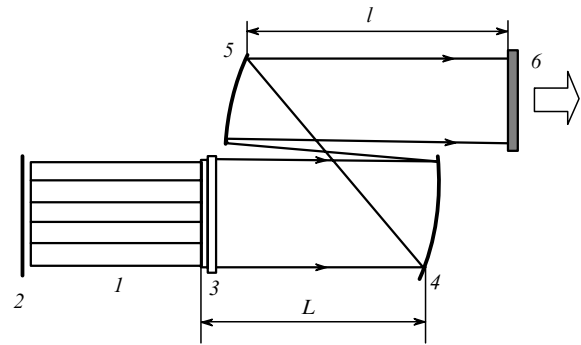


Рис. 21. Схема синхронизации гексагонального набора волноводных CO<sub>2</sub>-лазеров методом афокального пространственного фильтра отражающего типа (установлен на расстоянии  $z_T/3$  от торцов волноводов):

1 – набор лазеров; 2 – полностью отражающее зеркало резонатора; 3 – окно с просветляющими покрытиями; 4 – сферическое зеркало; 5 – пространственный фильтр; 6 – выходное зеркало резонатора [90].

налы боковых стенок, а на рис. 22, г – боковые зазоры внутри П-образных электродов. Обмен излучением в поперечном направлении типичен и для решеток антиволноводных полупроводниковых лазеров (см., напр., [48, 128]). Коэффициенты оптической связи для показанных на рис. 22 и аналогичных им схем определяются долей излучения, попадающей в соседний канал из-за дифракции или содержащейся на крыле распределения. В работе [125] выражение для коэффициента связи имеет следующий вид:  $K_1 = \exp[-1/2(D/\omega_{0x})^2]$  ( $D$ ,  $\omega_{0x}$  – размер каждого канала и зависящий от высоты щели размер перетяжки гауссова пучка в горизонтальном направлении), в работе [126]  $K_1 = h_e \lambda l / 5.66 a^3$  ( $h_e$ ,  $l$  – высота щели в боковых стенках и длина канала). При увеличении коэффициентов связи, регулируемом высотой щели, устойчивость синхронизации к разбросу частот лазеров возрастает, но общая выходная мощность уменьшается из-за увеличения потерь излучения [125, 126].

Отличительной особенностью схем на рис. 22, б, в является высокая степень заполнения составной апертуры излучением, что не требует применения дополнительных методов для перекачки мощности из боковых максимумов распределения в центральный максимум (см. разд. 7). В [129] сообщается о создании девятиэлементного набора лазеров (форма отдельных волноводов показана на рис. 22, б), для которого практически вся выходная мощность (160 Вт) сосредоточена в центральном максимуме.

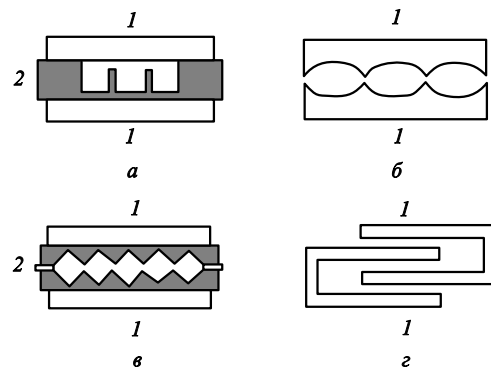


Рис. 22. Линейные наборы CO<sub>2</sub>-лазеров с оптической связью между соседними элементами, рассмотренные в работах [124] (а), [125] (б), [126] (в), [127] (г):

1 – металлические электроды, подсоединяемые к ВЧ источнику питания; 2 – профилированный диэлектрический канал.



Необходимо отметить, что набор  $\text{CO}_2$ -лазеров со щелевой геометрией разрядного промежутка (см. рис.22,з) применялся и в работах [130–132]. Однако в данном случае периодически расположенные щели были свернуты в кольцо и ориентировались вдоль радиуса кругового цилиндра с длиной образующей, равной длине разряда. Обмен излучением между лазерами по типу «каждый с каждым» отличается от рассмотренного ранее обмена во внешнем резонаторе Тальбо или обмена за счет дифракции на пространственном фильтре и происходит в боковом направлении через незаполненную разрядом приосевую часть цилиндра. В работе [130] обсуждается влияние поляризации излучения в каждом разрядном канале на параметр видности выходного излучения при подключении к источнику питания части каналов. Для получения близкого к единице параметра видности для всего набора предлагается разместить на оси цилиндра общий задающий генератор и рассматривать набор как инжекционный усилитель излучения. Аналог такой схемы для линейного набора полупроводниковых лазеров с расположенным в центре набора задающим генератором, но предназначенной для селекции синфазной моды, приводится в работе [133]. Следует отметить, что синхронизация отдельных лазеров, а также наборов лазеров с задающим генератором является альтернативным способом улучшения качества лазерного излучения.

Характерной особенностью многих схем синхронизации, в которых используется оптическая связь между соседними лазерами, является более низкий порог возбуждения антифазной моды по сравнению с порогом возбуждения синфазной моды. Эта особенность режима синхронизации  $\text{CO}_2$ -лазеров при связи через боковые стенки отмечалась, например, в [124, 126]. При связи через удаленное от торцов общее зеркало, использованной в [39] в качестве способа синхронизации полупроводниковых лазеров, она хорошо видна из выражений (22), (23), если сравнить  $G_0^{(j)}$  для  $j = 1$  и  $j = N$  при одинаковых  $K_0$ ,  $K_1$  и  $G_{\text{th}}$ .

В работе [134] для синхронизации  $\text{CO}_2$ -лазеров в ВЧ разрядом при оптической связи в поперечном направлении предложена конструкция общего волновода с одним из электродов специального вида, позволяющим уменьшить потери синфазной моды по сравнению с антифазной. Схема сечения канала из работы [134] показана на рис.23. Для представленного набора лазеров степень заполнения излучением составной апертуры также достаточно высока, поэтому в дальней зоне наблюдается распределение интенсивности с одним центральным максимумом. Детальный теоретический анализ этой схемы синхронизации дан в работе [135], где также приведено сравнение с экспериментальными результатами.

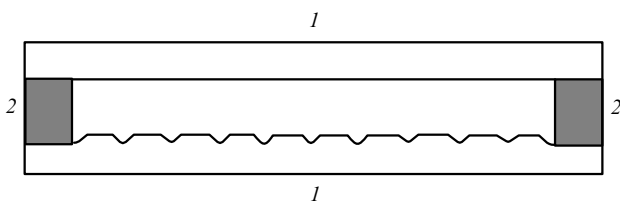


Рис.23. Схема общего волновода набора из 10  $\text{CO}_2$ -лазеров для селекции синфазной моды:  
1 – металлические электроды, подсоединяемые к источнику питания;  
2 – диэлектрические вставки [134].

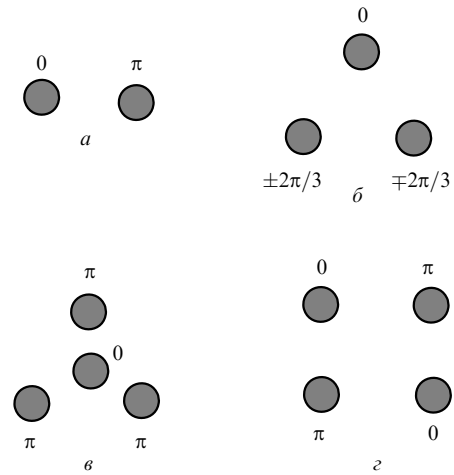


Рис.24. Распределения фаз полей на выходе источников торцевой полупроводниковой накачки для максимальной эффективности синхронизации  $\text{YAG}:\text{Nd}$ -лазеров при  $N = 2$  (а), 3 (б) и 4 (в, з) [137].

В последнее время хорошие перспективы применения во многих областях имеют твердотельные лазеры нового поколения – твердотельные лазеры с полупроводниковой накачкой. Современное состояние их разработки и возможности дальнейшего развития проанализированы в обзоре [136]. Одним из путей развития лазеров этого типа может быть эффективная синхронизация излучения.

О синхронизации излучения  $\text{YAG}:\text{Nd}$ -лазеров с торцевой полупроводниковой накачкой впервые сообщается в [137]. В экспериментах, проведенных в этой работе, общий активный элемент твердотельных лазеров помещался в плоскопараллельный резонатор. При накачке вблизи торца элемента наводились тепловые линзы, приводящие к формированию устойчивого резонатора для индивидуального лазера, а синхронизация полей всех лазеров достигалась за счет поперечного перекрытия полей соседних лазеров. Источником накачки служили фазированные решетки из полупроводниковых лазеров, согласованные с оптическим волокном для транспортировки излучения; число решеток изменялось от двух до четырех. На рис.24 приведены распределения фаз полей на выходе волокон, приводящие к синхронизации с максимальной эффективностью. Для распределения фаз, показанного на рис.24,з, получена мощность когерентного излучения 1.8 Вт при КПД 55%. О результатах исследования аналогичной схемы, также состоящей из четырех  $\text{YAG}:\text{Nd}$ -лазеров, сообщается в работе [138].

Устойчивость синхронизации двух  $\text{YAG}:\text{Nd}$ -лазеров с торцевой накачкой и общим активным элементом и резонатором в зависимости от величины коэффициента оптической связи между лазерами экспериментально и теоретически исследовалась в [139]. Источником накачки в [139] служило излучение  $\text{Ag}^+$ -лазера, разделенное на два параллельных пучка.

Таким образом, использование внешнего резонатора Тальбо и пространственного фильтра оказывается достаточно эффективным способом синхронизации большого числа полупроводниковых и волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров, объединенных в одномерный или двумерный набор. Применение этих, а также других методов имеет хорошие перспективы для создания когерентно излучающих наборов лазеров самых разных типов, в том числе твердотельных лазеров с диодной накачкой.

## 7. Коррекция диаграммы направленности излучения

Очевидно, что получение синфазного распределения излучения по составной апертуре синхронизованного набора лазеров представляет наибольший интерес, поскольку приводит к распределению интенсивности в дальней зоне с центральным максимумом. Если исходное распределение не соответствует синфазному, то можно осуществить коррекцию распределения фазы по волновому фронту и добиться синфазности распределения. Для этого применяются фазовые экраны, размещаемые вне (см., напр., [137, 140, 141]) или внутри [94] резонатора. В работе [141] для повышения качества излучения, характеризующего фактором  $M^2$  [142], за расположенным вне резонатора отражающим фазовым экраном для выделения центрального максимума был установлен пространственный фильтр.

В [143] для конечного ( $N = 11$ ) линейного набора лазеров в резонаторе Тальбо с длиной канала связи  $z = z_T/2$  проанализирована возможность коррекции поперечного размера центрального максимума, уширенного из-за дополнительных фазовых набегов в периферийных лазерах. Коррекция может быть реализована при формировании параболического фазового профиля в результате изменения оптических длин резонаторов связанных лазеров.

Естественным шагом при коррекции синфазного распределения поля является стремление добиться равномерного заполнения составной апертуры излучением. В этом случае при равенстве поперечного размера элемента решетки ее периоду происходят эффективное подавление боковых максимумов распределения излучения в дальней зоне и фактическая «перекачка» энергии в главный максимум.

### 7.1. Внерезонаторная коррекция

В работах [144, 145] даются теоретическое обоснование и экспериментальная проверка метода внерезонаторной коррекции, основанного на последовательном преобразовании волнового поля синфазных излучателей с периодическим распределением амплитуды сначала в излучение с постоянным по апертуре полем, но с периодическим распределением фаз, а затем в излучение с плоским волновым фронтом. При первом преобразовании в фокус общей для всего набора линзы помещается фазовый корректор, осуществляющий сдвиг нулевой фурье-компоненты, равный  $\arccos[1 - (2a/d)^{-1}]$  (при  $2a/d > 0.25$ ). Далее с помощью линзы формируется параллельный пучок с постоянной амплитудой, но периодической модуляцией фазы с глубиной  $\arctan[(2a/d - 1)/(4a/d - 1)^{1/2}]$ . Размещая за второй линзой еще один фазовый корректор, можно получить плоскую волну. В модельных экспериментах [144] при освещении щелей с коэффициентом заполнения  $a/d = 0.25$  излучением He-Ne-лазера энергия в центральном максимуме после коррекции составила 92 % прошедшей через щели энергии. В [145] коррекция проводилась для линейного набора из 10 полупроводниковых лазеров с Y-связью [5]. Содержание энергии в главном максимуме составило 90 % от полной энергии (45 мВт), а без коррекции – 51 % (50 мВт).

Одно из первых описаний метода внерезонаторной коррекции, не требующего для наборов лазеров с повышенной мощностью нежелательной фокусировки излучения, приведено в работах [122, 146]. Основой метода яв-

ляется эффект размножения периодических полей. Так как в плоскости размножения волновой фронт не однороден, то при размещении в ней должным образом изготовленного фазового корректора можно получить синфазный волновой фронт с увеличенной степенью заполнения апертуры излучением.

Эффект удвоения числа изображений и последующая коррекция волнового фронта были использованы в [147] для повышения осевой интенсивности излучения многомодового Nd-лазера. Коррекция в [147] заключалась в нанесении фазового рельефа с амплитудой  $\pi/2$  и периодом  $d/2$  (здесь  $d$  – период генерируемых мод) на внутреннюю поверхность выходного зеркала резонатора длиной  $z = z_T/4$ . Аналогичным способом в [148] была осуществлена селекция основной моды щелевого волноводного CO<sub>2</sub>-лазера.

На рис.25 приведены результаты расчетов [122] зависимости доли мощности  $\gamma_c$ , содержащейся в главном максимуме, от  $a/d$ , и максимальной доли мощности  $\gamma_c^{\max}$  от  $N$  для одномерной решетки с исходным синфазным распределением поля. Коррекция волнового фронта в плоскости удвоения (на расстоянии  $z = z_T/4$  от решетки) осуществлялась модуляцией фазы на величину  $\pi/2$  с периодом  $d$ . Расчеты проводились для двух видов исходного распределения поля – однородного (одинаковые амплитуды полей элементов и равномерное распределение поля по апертуре каждого элемента) и неоднородного (огнивающая общего поля и амплитуда поля в пределах апертуры каждого элемента имеют вид косинуса, но для

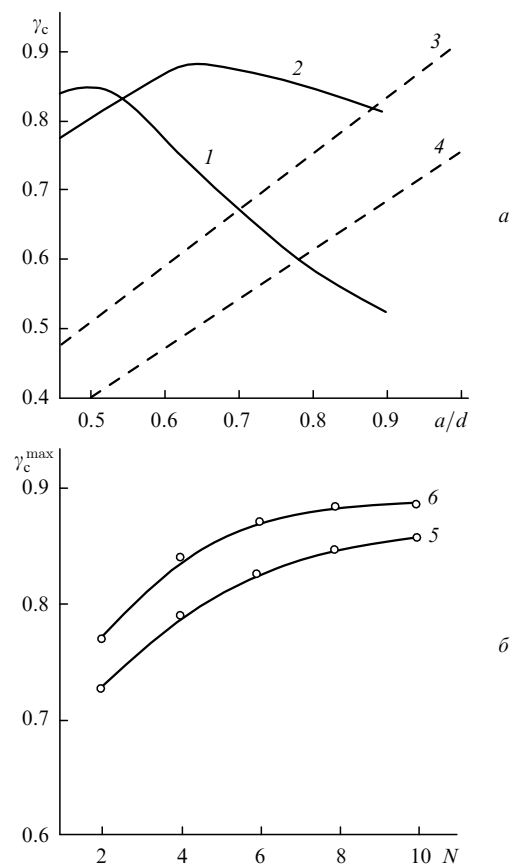


Рис.25. Зависимости доли мощности  $\gamma_c$ , содержащейся в главном максимуме, от  $a/d$  ( $N = 10$ ) (а) и максимальной доли мощности  $\gamma_c^{\max}$  от  $N$  (б) для однородного (1, 3, 5) и неоднородного (2, 4, 6) распределений поля при коррекции диаграммы направленности (1, 2, 5, 6) и в ее отсутствие (3, 4) [122].

каждого элемента поле на краях равно нулю). Положение максимума на рис.25,а не зависит от  $N$  и приходится на то же значение  $a/d$ , равное 0.5 и 0.65 при однородном и неоднородном распределениях поля соответственно. В случае однородного распределения и  $N = 10$  максимальная величина  $\gamma_c$  равна 0.85 (кривая 1) и близка к значению 0.91 для одиночного элемента (см. кривую 3 при  $a/d = 1$ ). При неоднородном распределении и том же  $N$  максимальная величина  $\gamma_c = 0.88$  (кривая 2) превышает значение  $\gamma_c = 0.75$  при максимально плотном расположении элементов с  $a/d = 1$  (кривая 4). Выполненные в [122] расчеты показали, что для неоднородного распределения максимальная доля мощности  $\gamma_c^{\max}$  практически не зависит от  $N$  при  $N > 10$  (рис.25,б, кривая б). В случае же однородного распределения число элементов не оказывает влияния на  $\gamma_c^{\max}$  только при  $N > 20$  (кривая 5 на рис.25,б).

Расчеты зависимости  $\gamma_c$  после коррекции от параметров одномерных решеток с исходным синфазным распределением поля, представленные в работах [149, 150], также основываются на эффекте размножения. Но в этих работах учитывалась отстройка корректора от положения  $z = z_T/4$ , и в соответствии с полученной расчетной формой периодического фазового профиля были внесены коррективы в фазовый рельеф корректора. В зависимости от  $N$  и значения отстройки он может заметно отличаться от принятого в [122] рельефа для бинарного корректора (периодической последовательности скачков фазы в виде меандра). В [149] для трехэлементного набора с  $a/d = 0.5$  и постоянными амплитудами гауссовых пучков на выходе получено  $\gamma_c = 0.78$  при размещении корректора на оптимальном расстоянии  $3z_T/20$  от набора и соответствующей расчетам для этого расстояния форме фазового профиля.

В работе [150] для такого же типа неоднородного распределения поля, как и в [122], было показано, что при  $N = 9$  и  $a/d = 0.8$  оптимальное расстояние равно  $z_T/4$  и хорошим приближением может быть синусоидальный или квазибинарный фазовый профиль корректора. Проведенные в [150] измерения после коррекции  $\gamma_c$  для линейного набора волноводных  $\text{CO}_2$ -лазеров с  $N = 9$ ,  $a/d = 0.81$  и квадратным сечением волноводов показали хорошее согласие с расчетами ( $\gamma_c = 0.91$  и  $0.95$  соответственно). В измерениях использовался квазибинарный корректор отражающего типа; глубина его фазового рельефа в соответствии с расчетами для угла падения излучения, равного  $45^\circ$ , составила  $0.46\lambda$ . В экспериментах [151] с тем же набором лазеров и тем же корректором измеренное значение  $\gamma_c$  после коррекции возросло до 0.94 за счет устранения при помощи дополнительного внеосевого сферического зеркала aberrаций, вносимых повернутым на угол  $45^\circ$  отражающим фазовым корректором.

Расчеты  $\gamma_c$  после коррекции  $0 - \pi$ -бинарным корректором для одномерной щелевой решетки с неоднородными амплитудным и антифазным распределениями поля на выходе проведены в [152]. Результаты расчетов в зависимости от  $a/d$  и  $z_T/z$  приведены на рис.26. Выделенная область на нем соответствует  $\gamma_c = 99.5\%$  от максимального значения. Форма области не зависит от  $N$  при  $N > 7$ . Переход к большим значениям  $z_T/z$  позволяет уменьшить линейный размер системы синхронизованный набор лазеров – внерезонаторный фазовый корректор [152].

О коррекции диаграммы направленности двумерных наборов  $\text{CO}_2$ -лазеров с гексагональным заполнением сообщается в [153]. Измеренное значение  $\gamma_c$  составило 0.6

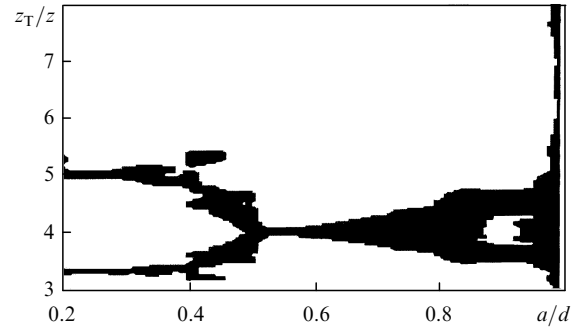


Рис.26. Расчетная область значений  $\gamma_c$ , превышающих 99.5% от максимального, при  $N > 7$  [152].

при  $a/d = 0.5$  и размещении корректора на расстоянии  $z = z_T/2$ . При установке корректора на расстоянии  $z = z_T/4$  от промежуточной (размещенной между корректором и выходным зеркалом набора) системы фокусирующих микрзеркал, формирующих плоский волновой фронт для индивидуальных выходных пучков в плоскости корректора, величина  $\gamma_c$  согласно расчетам [153] может возрасти до 0.97.

На рис.27 из работы [146] приведена схема амплитудно-фазового корректора, в котором не используется эффект размножения периодических полей. Он может быть установлен на произвольном расстоянии от выходного зеркала и позволяет удвоить число изображений источников при помощи плоскопараллельной пластины с профилированным коэффициентом отражения  $r$  поверхности ( $r_1 = 0$ ,  $r_2 = 50\%$ ) со стороны падающего излучения и с коэффициентом отражения 100% на обратной поверхности. Максимальный угол подбюстировки пластины для выравнивания фаз пучков на ее выходе равен  $\lambda/d$ . В модельных экспериментах [146] при освещении излучением  $\text{CO}_2$ -лазера одномерных решеток в виде щелей и круглых отверстий с одинаковым в обоих случаях числом элементов  $N = 7$  максимальное значение  $\gamma_c$  составило 0.96 (при  $a/d = 0.5$ ) и 0.92 (при  $a/d = 0.6$ ). Применение двумерной освещаемой решетки с квадратным заполнением и двумерного варианта показанного на рис.27 корректора позволило сосредоточить в главном максимуме долю мощности, равную 0.85 [146].

## 7.2. Внутррезонаторная коррекция

В работе [154] приведено первое описание метода коррекции, использующего помещенную в резонатор систему микролинз для формирования параллельных пучков с  $a/d = 1$ . Расстояние между системой микролинз и выходным зеркалом резонатора равно  $z_T/2$ , что наряду с эф-

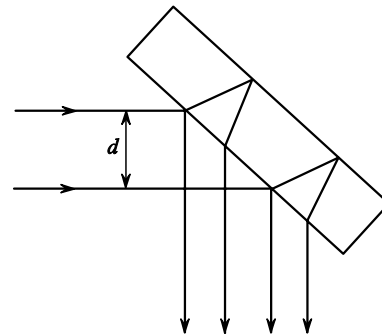


Рис.27. Схема амплитудно-фазового корректора [146].

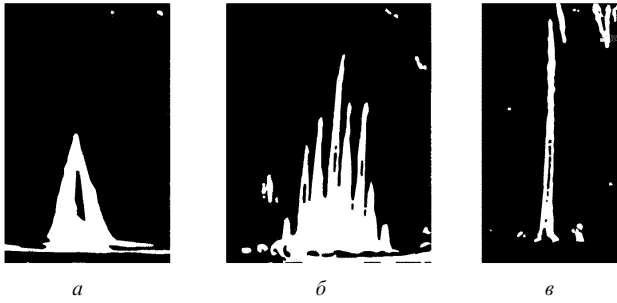


Рис.28. Характерный вид каналов, прожигаемых лазерным излучением в оргстекле при независимом режиме генерации (а) и в когерентном режиме без коррекции (б) и с коррекцией (в) [153].

фективным заполнением апертуры приводит к синхронизации излучения набора лазеров. Для шестизлементного линейного набора полупроводниковых лазеров с системой микролинз  $\gamma_c = 0.82$ , тогда как в ее отсутствие доля мощности  $\gamma_c$  составляла только 0.10. В [154] отмечается, что предложенный метод может быть распространен и на случай двумерных наборов.

Внутрирезонаторная коррекция для двумерных наборов лазеров была экспериментально осуществлена (повидимому, впервые) в работе [153]. Для синхронизации излучения гексагонального набора  $\text{CO}_2$ -лазеров с  $N = 85$  и одновременного заполнения апертуры в [153] применялось два варианта оптической схемы, показанной на рис.21. В первом варианте фазовый рельеф наносился на зеркало 4, отстоящее от торцов на расстояние  $L = z_T/4$ . Система зеркал 4, 5 переносила изображение зеркала 4 на выходное зеркало 6. Из-за отмечаемой в [153] вибрации элементов оптической схемы в центральном максимуме удалось сосредоточить 45% мощности (500 Вт) от мощности в некогерентном режиме. На рис.28,в показан характерный вид канала, прожигаемого излучением в заготовке из оргстекла в условиях коррекции. Во втором варианте фазовым корректором служило зеркало 5 с глубиной травления  $\lambda/6$ , отстоящее на  $z_T/3$  от торцов (ход лучей между зеркалами 4, 5 на рис.21 не соответствует этому варианту), и с  $l = (f_5/f_4)^2 z_T/2$ . Эффективность одновременной синхронизации и коррекции для этого варианта была примерно такой же, как и в первом варианте.

Результаты исследования эффективности синхронизации наборов лазеров и эффективности коррекции диаграммы направленности излучения, представленные в разд.6, 7, позволяют оценить максимальный выигрыш для средней по фокальному пятну интенсивности в синхронизованном режиме генерации набора по сравнению с интенсивностью в независимом режиме. Так, при  $N \sim 10$  измеренное значение эффективности синхронизации  $P$  согласно данным работ [114], [115] и [119] составляет 0.61, 0.68 и 0.53. Измеренное значение содержащейся в главном максимуме доли мощности после коррекции  $\gamma_c$  по результатам исследований [145], [151] и [154] для этих же  $N$  соответственно равно 0.9, 0.94 и 0.82. Принимая для  $P$  и  $\gamma_c$  средние значения  $\langle P \rangle = 0.6$  и  $\langle \gamma_c \rangle = 0.88$ , получаем  $\langle P \rangle \langle \gamma_c \rangle N = 5.3$ . В [153] при  $N = 85$  полная эффективность (произведение  $P\gamma_c$ ) составляет 0.45, поэтому выигрыш равен 38.

Таким образом, при синхронизации излучения наборов лазеров с  $N \sim 10 - 10^2$  средняя по фокальному пятну плотность мощности может быть увеличена примерно в  $(0.4 - 0.5)N$  раз по сравнению с некогерентным режимом генерации.

## 8. Динамические режимы в излучении оптически связанных лазеров

Ранее неоднократно отмечалось сильное влияние параметров набора лазеров и значений коэффициентов оптической связи на устойчивость синхронизации. Ниже приводятся некоторые результаты исследования динамических режимов генерации лазеров с оптической связью за границами устойчивости.

### 8.1. Динамика генерации лазеров с оптической связью

Рассмотрим сначала простую систему из двух лазеров. Предположим, что все параметры лазеров за исключением собственных частот одинаковы. Тогда, учитывая, что  $A_1 = A_2 = A$ ,  $G_1 = G_2 = G$ ,  $G_{01} = G_{02} = G_0$ ,  $\varphi_{12} = \varphi$  и  $A_{21} = -A_{12} = -A$ , уравнения (24), (6) и (28) при  $\delta_n = 0$ ,  $\psi = 0$  можно привести к следующему виду:

$$\frac{dA}{dt} = \left\{ G - G_{th} \left[ 1 - \left( \frac{K_1}{G_{th}} \right) \cos \varphi \right] \right\} A, \quad (39)$$

$$\tau_1 \frac{dG}{dt} = G_0 - G(1 + 2A^2), \quad (40)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = A - 2K_1 \sin \varphi. \quad (41)$$

Условие  $|A| < 2K_1$  соответствует взаимному захвату частот лазеров и устойчивому при  $\psi = 0$  [49] режиму фазовой синхронизации ( $d\varphi/dt = 0$ ) с постоянной разностью фаз полей. При  $|A| > 2K_1$  отношение  $d\varphi/dt \neq 0$  и система уравнений (39)–(41) становится аналогичной системе для одиночного лазера с периодической модуляцией порога с амплитудой  $K_1/G_{th}$  и частотой  $\Omega_m = (A^2 - 4K_1^2)^{1/2}$  [49] (см. также [155]). При внешней периодической модуляции порога и близости частоты модуляции к частоте релаксационных колебаний  $\Omega_r = [2(G_0 - G_{th})/\tau_1]^{1/2}$  в [156] были исследованы различные динамические режимы генерации одиночного лазера, включая экспериментально обнаруженные режимы динамического хаоса. Основываясь на отмеченной аналогии, появления таких же режимов при  $\Omega_m \sim \Omega_r$  следует ожидать и в системе двух оптически связанных лазеров. Однако они возможны только вблизи границы полосы захвата ( $|A| \approx 2K_1$ ), поскольку при слабой связи или сильной расстройке частот, когда выполняется условие  $|A| \gg 2K_1$ , лазеры не оказывают влияния друг на друга. В такой постановке задачи динамика генерации двух оптически связанных  $\text{CO}_2$ -лазеров экспериментально и численно впервые исследовалась в работе [49]. В экспериментах хаотический режим наблюдался после двух последовательных бифуркаций удвоения и учетверения периода модуляции  $2\pi/\omega_m$  для  $\omega_r/2\pi = 100$

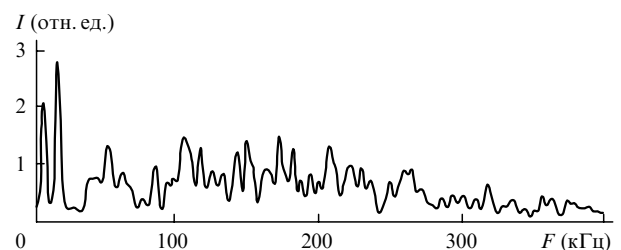


Рис.29. Спектр интенсивности хаотического сигнала. Первые две гармоники в спектре при  $F = 10$  и  $20$  кГц соответствуют модуляции интенсивности при накачке рабочей среды разрядом переменного тока с частотой  $10$  кГц [49].

и 150 кГц при  $\omega_r \approx \omega_m = |\omega_{c1} - \omega_{c2}|$ . Типичный спектр интенсивности излучения одного из лазеров в хаотическом режиме показан на рис.29.

В [157] для двух полупроводниковых лазеров в зависимости от коэффициента связи численно обнаружено два сценария перехода к хаосу: через перемежаемость при малой связи и через разрушение инвариантного тора при более сильной связи. Причем для второго случая показана возможность стабилизации излучения одного из лазеров при увеличении тока инжекции в другом лазере. Влияние различия параметров лазеров на динамические режимы при синхронизации двух полупроводниковых лазеров отмечено в экспериментах [36, 37, 62]. О возможности существования нерегулярных режимов генерации в системе двух полупроводниковых лазеров в зависимости от величины коэффициента связи и тока накачки сообщалось в одной из первых расчетных работ [30], посвященных этому вопросу.

В [158] при исследовании оптически связанной системы из двух YAG: Nd-лазеров (с общим активным элементом и торцевой накачкой излучением  $Ag^+$ -лазера) сравнивается характер измеренной низкочастотной модуляции хаотически меняющейся интенсивности излучения одного из лазеров с результатами расчетов. Расчеты проводились при изменении расстройки  $\Delta$  в уравнении (41) из-за введения шумовой компоненты в собственные частоты лазеров. Качественное согласие измерений с расчетами явилось прямым доказательством влияния нестационарной разности фаз полей на динамику излучения системы.

Численное исследование динамических режимов в излучении наборов полупроводниковых лазеров с  $N > 2$  при связи ближайших соседей проводилось в работах [29, 31, 159, 160]. В [31] переход к динамическому хаосу в каждом из трех лазеров происходил при увеличении коэффициентов связи. Было найдено такое их значение, при котором хаотическое излучение крайних лазеров оказывалось синхронизованным. Дальнейшее увеличение коэффициентов связи приводило к срыву синхронизации хаоса между крайними лазерами и к более высокой размерности странного аттрактора в каждом из трех лазеров. В работе [31], по-видимому впервые, наблюдался режим синхронизации хаоса в наборе лазеров в отсутствие внешнего воздействия на систему. Влияние поперечной диффузии носителей (наряду со степенью перекрытия полей, влияющей на величину коэффициентов связи) на формы проявления пространственно-временной динамики среднего поля наборов с  $N = 3$  и 10 отмечено в [160].

В численных расчетах [27] для случая однородной действительной связи всех лазеров со всеми ( $N \sim 100$ ) при учете инерционности среды был обнаружен эффект, названный в [27] эффектом кооперативной синхронизации. Он состоит в увеличении параметра порядка за границей устойчивости и наблюдается в режиме удвоения периода модуляции среднего поля при близости частот  $\Omega_m$  и  $\Omega_r$ . В режиме удвоения изменение среднего поля носит пиковый характер, и его максимальная амплитуда по сравнению с режимом без удвоения увеличивается. Это приводит к увеличению полосы захвата частот при инжекции среднего поля и, как следствие, к частичной фазовой синхронизации лазеров.

В работе [35] при однородной связи всех лазеров со всеми и при подходящем значении времени задержки в канале связи показана возможность синфазной генера-

ции как в непрерывном режиме, так и в автоколебательном и хаотическом режимах, последовательный переход к которым из устойчивой синхронизации на синфазной моде происходит при увеличении коэффициентов связи. Численные исследования в [35] проводились для  $N = 4$  и 5; генерация излучения описывалась системой уравнений (19), (20) для типичных параметров полупроводниковых лазеров.

Лазерное излучение в полупроводниковом порошке со случайным изменением поля наблюдалось в [161]. Из-за малой средней длины рассеяния когерентной оптической связью охвачено большое число микролазеров, а отсутствие выделенной оптической оси в порошке приводит к генерации излучения во всех направлениях [161].

## 8.2. Синхронизация хаотических лазеров

В последнее время в исследованиях хаотической динамики наборов лазеров с оптической связью сформировалось новое направление. Оно состоит в исследовании условий синхронизации работающих в хаотическом режиме лазеров с оптической связью, переведенных в этот режим независимым способом.

Основой эффекта синхронизации хаотических колебаний в лазерах с односторонней оптической связью служит показанная в работах [162, 163] возможность управления (по типу ведущий – ведомый) хаотической системой другой такой же системы, имеющей устойчивую подсистему. В экспериментах [164] при односторонней связи было синхронизовано излучение двух хаотических  $CO_2$ -лазеров с насыщающимися поглотителями. В расчетных работах [165–167] исследовалась синхронизация двух полупроводниковых лазеров [165, 166] и двух микрочип- $YVO_4$ : Nd-лазеров с диодной накачкой [167], переведенных в хаотический режим за счет выбора подходящей задержки в цепи обратной связи [165, 166] или изменения коэффициента отражения зеркала [167] во внешнем резонаторе каждого лазера. Расчеты [168, 169] проводились для двух лазеров с модуляцией инверсии [168] и двух пар управляющих и управляемых полупроводниковых лазеров при иницировании хаоса в каждой из пар изменением тока накачки [169].

Синхронизация хаотических лазеров возможна и при взаимной оптической связи. В экспериментах [170] это показано для двух YAG: Nd-лазеров при модуляции накачки и оптической связи вследствие поперечного перекрытия полей, а в экспериментах [171, 172] – для двух  $CO_2$ -лазеров с отдельными [171] и общим [172] насыщающимися поглотителями и оптической связи при взаимной инжекции излучения в резонаторы. В [173] сообщается о синхронизации при взаимной инжекции излучения в резонаторы полей двух YAG: Nd-лазеров с нерегулярным пиковым режимом генерации при постоянной накачке рабочей среды каждого из лазеров. В работе [174] представлены результаты численного исследования синхронизации двух хаотических лазеров с периодической модуляцией накачки.

Необходимо отметить, что полная синхронизация хаотических лазеров достигается не всегда. Это показано в [175] для двух лазеров с периодической модуляцией порога и взаимной связи, когда в некоторой области параметров синхронизируются только фазы полей, а хаотическое изменение во времени амплитуд полностью не коррелировано. Такие слабые формы синхронизации обнаружены в расчетах [176] для двух аттракторов Рёсслера.

В работе [177] рассмотрен метод кодирования и дешифровки передаваемой информации, базирующийся на амплитудной синхронизации полей двух хаотических лазеров. В основном он аналогичен предложенному в [178] методу, использующему две аналоговые электрические цепи с аттрактором Лоренца, но в [177] предлагается осуществлять кодирование в цифровом виде с целью маскировки информационного сигнала в паузе между хаотически изменяющимися амплитудами передатчика.

Суть рассмотренного в [177] метода сводится к следующему. На выходное излучение управляющего лазера (передатчика) накладывается информационный сигнал малой амплитуды, и такое смешанное излучение инжектируется в управляемый лазер (приемник). Эффект, позволяющий выделить полезный сигнал на выходе приемника, основан на том, что управляемый лазер излучает исходный хаотический сигнал. Разность между смешанным сигналом, поступающим по параллельной линии, и сигналом на выходе управляемого лазера позволяет выделить закодированную информацию. В расчетах [168, 179] определены допустимая плотность информационного сигнала для данной схемы кодирования и влияние расстройки частот лазеров на искажения информационного сигнала при дешифровке.

Предложенный в [180] метод кодирования отличается от рассмотренного в [177]. Во-первых, информационный сигнал в этом случае не накладывается на выходное излучение управляющего лазера, а поступает в его канал обратной связи, содержащий нелинейный элемент в виде двоякопреломляющей пластины и электронную линию задержки. Таким образом, информационный сигнал уже содержится в выходном излучении управляющего лазера. Во-вторых, за счет применения нелинейного элемента в канале обратной связи управляющий лазер становится хаотической системой достаточно высокой размерности, а кодирование информационного сигнала из-за хаотической модуляции длины волны относительно среднего значения происходит в частотной области. Последнее особенно важно для повышения степени защиты передаваемой информации. Для дешифровки информационного сигнала в [180] также применяется второй лазер с близкими к управляющему лазеру параметрами. В [181, 182] сообщалось об успешной реализации лабораторного варианта данной системы на базе двух полупроводниковых лазеров.

## 9. Заключение

Таким образом, к настоящему времени предложен достаточно широкий спектр методов фазовой синхронизации излучения наборов лазеров с оптической связью. Оптическая связь многих лазеров способствует повышению устойчивости синхронизации, и при данном типе связи наиболее полно исследованы методы, основанные на применении внешнего резонатора Тальбо и пространственного фильтра.

Резонатор Тальбо без использования эквивалентного зеркала связи целесообразно применять для периодических наборов с небольшим значением отношения  $d^2/\lambda$ , характерным для решеток полупроводниковых лазеров.

Для синхронизации лазеров с повышенной мощностью излучения может быть использован как резонатор Тальбо с эквивалентным зеркалом оптической связи, так и метод пространственного фильтра. Выбор фокального или

афокального варианта этого метода зависит от мощности излучения, допустимых размеров системы и эффективности охлаждения фильтра: фокальный вариант компактнее и проще, но может привести к чрезмерной лучевой нагрузке на фильтр; афокальный вариант снимает проблему охлаждения фильтра, особенно в случае применения фильтра отражающего типа, но увеличивает размеры системы.

Оптическая связь соседних лазеров, достигаемая за счет поперечного перекрытия полей, не требует применения дополнительных внутррезонаторных элементов, но для большинства известных разработок приводит к более низкому порогу для антифазной моды и, как следствие, к необходимости использования внешних корректирующих устройств, поскольку всегда желательны распределения в дальней зоне с центральным максимумом.

Увеличение разброса собственных частот синхронизуемых лазеров является основной причиной уменьшения осевой интенсивности излучения и эффективности синхронизации независимо от используемого метода фазирования.

Предложенные к настоящему времени методы коррекции диаграммы направленности излучения позволяют с достаточной эффективностью получать однолепестковую диаграмму.

Анализ работ по исследованию нестационарной и хаотической динамики излучения в системах оптически связанных лазеров показывает, что подавляющее число публикаций в этой интересной области современной лазерной физики носит расчетный характер, а экспериментальных работ относительно мало. Это связано как с трудностями экспериментального исследования таких систем, так и с не совсем ясными вплоть до последнего времени перспективами практического использования его результатов. В этой связи можно выразить надежду, что развиваемый рядом исследовательских групп способ скрытой передачи информации, базирующийся на синхронизации полей хаотических лазеров, станет стимулирующим фактором для проведения соответствующих экспериментальных исследований в этом направлении.

1. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. *Введение в нелинейную физику* (М.: Наука, 1988).
2. Абарбанель Г.Д.И., Рабинович М.И., Селверстон А., Баженов М.В., Хуэрта Р., Сузык М.М., Рубчинский Л.Л. *УФН*, **166**, 363 (1996).
3. Хакен Г. *Лазерная светодинамика* (М.: Мир, 1988).
4. Hagemeyer H.E., Robinson S.R. *Appl. Opt.*, **18**, 270 (1979).
5. Голдобин И.С., Евтихийев Н.Н., Плявенек А.Г., Якубович С.Д. *Квантовая электроника*, **16**, 1957 (1989).
6. Лиханский В.В., Напартович А.П. *УФН*, **160**, 101 (1990).
7. Tredicce J.R., Arecchi F.T., Lippi G.L., Puccioni G.P. *J. Opt. Soc. Am. B*, **2**, 173 (1985).
8. Самсон А.М., Котомцева Л.А., Лойко Н.А. *Автоколебания в лазерах* (Минск: Наука и техника, 1990).
9. Ханин Я.И. *Основы динамики лазеров* (М.: Наука, 1999).
10. Kandidov V.P., Kondrat'ev A.V. *Laser Phys.*, **10**, 1089 (2000).
11. Lippi G.L., Tredicce J.R., Abraham N.B., Arecchi F.T. *Opt. Commun.*, **53**, 129 (1985).
12. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **21**, 903 (1994).
13. Spencer M.B., Lamb W.E. *Phys. Rev. A*, **5**, 893 (1972).
14. Басов Н.Г., Беленов Э.М., Летохов В.С. *ЖТФ*, **35**, 1098 (1965).
15. Глова А.Ф., Дрейзин Ю.А., Качурин О.Р., Лебедев Ф.В., Письменный В.Д. *Письма в ЖТФ*, **11**, 249 (1985).
16. Bourdet G.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**, 2033 (1992).
17. Le Gall J., Bourdet G.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30**, 1455 (1994).

18. Голубенцев А.А., Лиханский В.В. *Квантовая электроника*, **17**, 592 (1990).
19. Golubentsev A.A., Likhanskii V.V., Napartovich A.P. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2109**, 236 (1993).
20. Kozlov S.N., Likhanskii V.V. *Laser Phys.*, **3**, 1067 (1993).
21. Глова А.Ф., Курчатов С.Ю., Лиханский В.В., Лысиков А.Ю., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **23**, 515 (1996).
22. Rampaloni E., Lapucci A. *Opt. Lett.*, **18**, 1881 (1993).
23. Бельдюгин И.М., Золотарев М.В., Шинкарева И.В. *Квантовая электроника*, **25**, 993 (1998).
24. Бельдюгин И.М., Алимин Д.Д., Золотарев М.В. *Квантовая электроника*, **18**, 325 (1991).
25. Jiang Z., McCall M. J. *Opt. Soc. Am. B.*, **10**, 155 (1993).
26. Кандидов В.П., Кондратьев А.В. *Вестник Моск. ун-та. Физика, астрономия*, **39** (2), 68 (1998).
27. Курчатов С.Ю., Лиханский В.В., Напартович А.П. *ЖЭТФ*, **107**, 1491 (1995).
28. Kourtchatov S.Yu., Likhanskii V.V., Napartovich A.P., Arecchi F.T., Lapucci A. *Phys. Rev. A.*, **52**, 4089 (1995).
29. Wang S.S., Winful H.G. *Appl. Phys. Lett.*, **52**, 1774 (1988).
30. Winful H.G., Wang S.S. *Appl. Phys. Lett.*, **53**, 1894 (1988).
31. Winful H.G., Rahman L. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 1575 (1990).
32. Winful H.G. *Phys. Rev. A.*, **46**, 6093 (1992).
33. Li R., Erneux T. *Phys. Rev. A.*, **46**, 4252 (1992).
34. Li R., Erneux T. *Phys. Rev. A.*, **49**, 1301 (1994).
35. Kozyreff G., Vladimirov A.G., Mandel P. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 3809 (2000).
36. Hohl A., Gavrielides A., Erneux T., Kovanis V. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 4745 (1997).
37. Hohl A., Gavrielides A., Erneux T., Kovanis V. *Phys. Rev. A.*, **59**, 3941 (1999).
38. Fader W.J., Palma G.E. *Opt. Lett.*, **10**, 381 (1985).
39. Виноградов И.И., Косых А.Е., Логгинов А.С. *Квантовая электроника*, **17**, 584 (1990).
40. Leger J.R., Mowry G. *Appl. Phys. Lett.*, **63**, 2884 (1993).
41. Leger J.R., Mowry G., Li X. *Appl. Opt.*, **34**, 4302 (1995).
42. Кандидов В.П., Кондратьев А.В. *Квантовая электроника*, **24**, 240 (1997).
43. Кандидов В.П., Кондратьев А.В., Суrowицкий М.Б. *Квантовая электроника*, **25**, 712 (1998).
44. Голубенцев А.А., Лиханский В.В., Напартович А.П. *ЖЭТФ*, **93**, 1199 (1987).
45. Голубенцев А.А., Лиханский В.В., Напартович А.П. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **32**, 417 (1989).
46. Jakobsen P.K., Indik R.A., Moloney J.V., Newell A.C., Winful H.G., Raman L. *J. Opt. Soc. Am. B.*, **8**, 1674 (1991).
47. Качурин О.Р., Лебедев Ф.В., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **15**, 1808 (1988).
48. Напартович А.П., Ботез Д. *Квантовая электроника*, **23**, 689 (1996).
49. Бондаренко А.В., Глова А.Ф., Козлов С.Н., Лебедев Ф.В., Лиханский В.В., Напартович А.П., Письменный В.Д., Ярцев В.П. *ЖЭТФ*, **95**, 807 (1989).
50. Bourdet G.L., Muller R.A., Mullot G.M., Vinet J.Y. *Appl. Phys. B.*, **43**, 273 (1987).
51. Глова А.Ф., Лебедев Е.А., Лысиков А.Ю., Щетников С.Б. *Квантовая электроника*, **29** (3), 269 (1999).
52. Chow W.W. *Opt. Lett.*, **10**, 442 (1985).
53. Mirels N. *Appl. Opt.*, **25**, 2130 (1986).
54. Антюхов В.В., Даныщиков Е.В., Елкин Н.Н., Коротков В.А., Лебедев Ф.В., Лиханский В.В., Напартович А.П., Письменный В.Д., Трошиев В.Е. *Квантовая электроника*, **16**, 2462 (1989).
55. Антюхов В.В., Даныщиков Е.В., Лебедев Ф.В., Лиханский В.В., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **17**, 159 (1990).
56. Антюхов В.В., Даныщиков Е.В., Масюков И.В. *Квантовая электроника*, **19**, 224 (1992).
57. Weingartner W., Schroder K., Schuocker D. *Appl. Opt.*, **40**, 2453 (2001).
58. Елкин Н.Н., Напартович А.П., Рейли Д.П., Трошиева В.Н. *Квантовая электроника*, **32**, 692 (2002).
59. Lescoart G., Muller R., Bourdet G. *Opt. Commun.*, **104**, 75 (1993).
60. Rigrod W.W. *J. Appl. Phys.*, **36**, 2487 (1963).
61. Антюхов В.В., Аполлонова О.В., Даныщиков Е.В., Коротков В.А., Лебедев Ф.В., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **19**, 301 (1992).
62. Борисов П.В., Быковский Ю.А., Дедушенко К.Б., Зверков М.М. *Квантовая электроника*, **30**, 867 (2000).
63. Глова А.Ф., Лысиков А.Ю. *Квантовая электроника*, **32**, 315 (2002).
64. Бельдюгин И.М., Золотарев М.В., Шинкарева И.В. *Квантовая электроника*, **18**, 1493 (1991).
65. Бельдюгин И.М., Золотарев М.В., Шинкарева И.В. *Квантовая электроника*, **24**, 37 (1997).
66. Yoshimura H., Takai N., Asakura T. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30**, 222 (1994).
67. Mercier J., McCall M. J. *Opt. Soc. Am. B.*, **12**, 335 (1995).
68. Mercier J., McCall M. *Opt. Commun.*, **119**, 576 (1995).
69. Алишев Я.В., Ямайкин В.Е. *Вестн АН Беларуси. Сер. физ.-тех. наук*, (1), 77 (1995).
70. Любимов В.В., Носова Л.В. *Квантовая электроника*, **18**, 807 (1991).
71. Брыскина Ч.М., Маркушев В.М., Тер-Габриэлян Н.Э. *Квантовая электроника*, **23**, 947 (1996).
72. Schröder K., Müller A., Schuocker D. *Appl. Opt.*, **34**, 8252 (1995).
73. Benda J.A., Palma J.E., Sziklas E.A., Blaszk P.R. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30**, 2173 (1994).
74. Holswade S., Riviere R., Calahan K., Clayton C., Huguley C.A. *Appl. Opt.*, **26**, 2290 (1987).
75. Dai L.-K., Gou Y.-S., Yeh P., Gu C. *Appl. Phys. B.*, **53**, 153 (1991).
76. Djaloshinski L., Orenstein M. *Opt. Lett.*, **23**, 364 (1998).
77. Лындин Н.М., Сычугов В.А., Тихомиров А.Е., Абрамов А.А. *Квантовая электроника*, **21**, 1141 (1994).
78. Марченко В.Г. *Квантовая электроника*, **8**, 1027 (1981).
79. Марченко В.Г. *Квантовая электроника*, **8**, 1037 (1981).
80. Leger J.R. *Appl. Phys. Lett.*, **55**, 334 (1989).
81. Leger J.R., Mowry G., Chen D. *Appl. Phys. Lett.*, **64**, 2937 (1994).
82. Антюхов В.В., Глова А.Ф., Качурин О.Р., Лебедев Ф.В., Лиханский В.В., Напартович А.П., Письменный В.Д. *Письма в ЖЭТФ*, **44**, 63 (1986).
83. Gлова A.F. *Laser Phys.*, **10**, 975 (2000).
84. Аполлонов В.В., Державин С.И., Кислов В.И., Казаков А.А., Коваль Ю.П., Кузьминов В.В., Машковский Д.А., Прохоров А.М. *Квантовая электроника*, **25**, 265 (1998).
85. Аполлонов В.В., Кислов В.И., Прохоров А.М. *Квантовая электроника*, **23**, 1081 (1996).
86. Bourdet G.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**, 2033 (1992).
87. Глова А.Ф., Елкин Н.Н., Лысиков А.Ю., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **23**, 630 (1996).
88. Аполлонов В.В., Державин С.И., Кислов В.И., Казаков А.А., Коваль Ю.П., Кузьминов В.В., Машковский Д.А., Прохоров А.М. *Квантовая электроника*, **25**, 355 (1998).
89. Кандидов В.П., Кондратьев А.В., Терехова И.В. *Программа и аннотации докладов VII междунар. конф. «Лазерные и лазерно-информационные технологии: фундаментальные проблемы и приложения»* (Владимир, 2001, с. 37).
90. Vasil'tsov V.V., Zelenov Ye.V., Kurushin Ye.A., Filimonov D.Yu. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2109**, 107 (1993).
91. Кандидов В.П., Кондратьев А.В. *Квантовая электроника*, **25**, 998 (1998).
92. Кандидов В.П., Кондратьев А.В., Суrowицкий М.Б. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **63**, 1894 (1999).
93. Waarts R., Mehuys D., Nam D., Welch D., Streifer W. *Appl. Phys. Lett.*, **58**, 2586 (1991).
94. Sanders S., Waarts R., Nam D., Welch D., Scifres D., Ehlert J.C., Cassarly W.J., Finlan J.M., Flood K.M. *Appl. Phys. Lett.*, **64**, 1478 (1994).
95. Аполлонов В.В., Державин С.И., Кузьминов В.В., Машковский Д.А., Прохоров А.М., Тимошкин В.Н., Филоненко В.А. *Квантовая электроника*, **29** (1), 1 (1999).
96. Демидов Д.М., Ивкин А.Н., Кацавец Н.И., Кокин С.В., Леус Р.В., Тер-Мартиросян А.Л., Чалый В.П. *Письма в ЖЭТФ*, **27**, 36 (2001).
97. Hornby A.M., Baker H.J., Colley A.D., Hall D.R. *Appl. Phys. Lett.*, **63**, 2591 (1993).
98. Hornby A.M., Baker H.J., Hall D.R. *Opt. Commun.*, **108**, 97 (1994).
99. Banerji J., Davies A.R., Jenkins R.M. *Appl. Opt.*, **36**, 1604 (1997).

100. Abramski K.M., Colley A.D., Baker H.J., Hall D.R. *IEEE J. Quantum Electron.*, **32**, 340 (1996).
101. Кандидов В.П., Левакова И.Г. *Квантовая электроника*, **22**, 93 (1995).
102. Lapucci A., Ciofini M., Mascialchi S., Di Fabrizio E., Gentili M. *Appl. Phys. Lett.*, **73**, 2549 (1998).
103. Lapucci A., Ciofini M. *Appl. Opt.*, **38**, 4552 (1999).
104. Lapucci A., Ciofini M., Celli R.M., Mascialchi S., Roselli L., Emili G.L. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4184**, 262 (2000).
105. Ананьев Ю.А., Соловьев В.Д. *Оптика и спектроскопия*, **85**, 866 (1998).
106. Высоцкий Д.В., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **31**, 298 (2001).
107. Glas P., Fischer D., Sandroc T., Wragm M., Pertsch Th. *Tech. Digest Conf. on Lasers and Electro-Optics* (San Francisco, USA, 2000, paper CFH3).
108. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. *Физическая оптика* (М.: изд-во МГУ, 1998).
109. Anderson K.K., Rediker R.H. *Appl. Phys. Lett.*, **50**, 1 (1987).
110. Маркузе Д. *Оптические волноводы* (М.: Мир, 1974).
111. Philipp-Rutz E.M. *Appl. Phys. Lett.*, **26**, 475 (1975).
112. Любимов В.В., Носова Л.В. *Оптика и спектроскопия*, **78**, 160 (1995).
113. Глова А.Ф., Курчатова С.Ю., Лиханский В.В., Лысиков А.Ю., Напартович А.П., Щетников С.Б., Ярцев В.П., Хабиб У. *Квантовая электроника*, **24**, 318 (1997).
114. Lescroart G., Müller R., Bourdet G.L. *Opt. Commun.*, **108**, 289 (1994).
115. Lescroart G., Müller R., Bourdet G.L. *Opt. Commun.*, **112**, 29 (1994).
116. Александров А.Г., Ангелуц А.А., Васильцов В.В., Зеленов Е.В., Курушин Е.А. *Квантовая электроника*, **17**, 1462 (1990).
117. Бабанов И.В., Глова А.Ф., Лебедев Е.А. *Квантовая электроника*, **20**, 216 (1993).
118. Глова А.Ф., Дылев В.В., Елкин Н.Н., Лебедев Е.А., В.В., Лысиков А.Ю., Напартович А.П., Щетников С.Б., Хабиб У. *Квантовая электроника*, **25**, 875 (1998).
119. Глова А.Ф., Лысиков А.Ю., Мусёна Е.И. *Квантовая электроника*, **32**, 277 (2002).
120. D'Amato F.X., Siebert E.T., Roychoudhuri C. *Appl. Phys. Lett.*, **55**, 816 (1989).
121. Glova A., Kachurin O., Lebedev F., Napartovich A., Pis'mennyi V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **1225**, 366 (1990).
122. Antyukhov V., Bondarenko A., Glova A., Golubenzen A., Dan'shchikov E., Kachurin O., Lebedev F., Likhanskii V., Napartovich A., Pis'mennyi V., Yarzev V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **1397**, 355 (1990).
123. Голубенцев А.А., Качурин О.П., Лебедев Ф.В., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **17**, 1018 (1990).
124. Newman L.A., Hart R.A., Kennedy J.T., Cantor A.J., DeMaria A.J., Bridges W.B. *Appl. Phys. Lett.*, **48**, 1701 (1986).
125. Bourdet G.L., Mullot G.M., Vinet J.Y. *IEEE J. Quantum Electron.*, **26**, 701 (1990).
126. Abramski K.M., Colley A.D., Baker H.J., Hall D.R. *Appl. Phys. Lett.*, **60**, 530 (1992).
127. Lapucci A., Cangioli G. *IEEE J. Quantum Electron.*, **29**, 2962 (1993).
128. Ramanujan S., Winful H.G., Felisky M., DeFreez R.K., Botez D., Jansen M., Wissemann P. *Appl. Phys. Lett.*, **64**, 827 (1994).
129. Bourdet G.L., Andre Y.B., Müller R.A., Van Lerberghe A. *Tech. Digest Conf. Lasers'91* (San Diego, CA, 1991).
130. Yelden E.F., Seguin H.J.J., Capjack C.E., Reshef H. *Appl. Phys. Lett.*, **62**, 1311 (1993).
131. Yelden E.F., Seguin H.J.J., Capjack C.E. *J. Appl. Phys.*, **73**, 4156 (1993).
132. Yelden E.F., Scott S.W.C., Strohschen J.D., Seguin H.J.J., Capjack C.E., Reshef H.W. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30**, 1868 (1994).
133. Tsang J.S., Liou D.C., Tsai K.L., Chen H.R., Tsai C.M., Lee C.P. *J. Appl. Phys.*, **73**, 4706 (1993).
134. Lan G., Jiang D., Hou T., Zhao G., Wang X., Qu Q. *IEEE J. Quantum Electron.*, **29**, 2722 (1993).
135. Zhang Y., Bridges W.B. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30**, 284 (1994).
136. Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **31**, 661 (2001).
137. Oka M., Masuda H., Kaneda Y., Kubota S. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**, 1142 (1992).
138. Menard S., Vampouille M., Desfarges-Berthelemot A., Kermene V., Colombeau B., Froehly C. *Opt. Commun.*, **160**, 344 (1999).
139. Fabiny L., Colet P., Roy R. *Phys. Rev. A.*, **47**, 4287 (1993).
140. Heidel J.R., Rice R.R., Appelman H.R. *IEEE J. Quantum Electron.*, **22**, 749 (1986).
141. Baker H.J., Hall D.R., Hornby A.M., Morley R.J., Taghizadeh M.R., Yelden E.F. *IEEE J. Quantum Electron.*, **32**, 400 (1996).
142. Siegman A.E. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **1224**, 2 (1990).
143. Кандидов В.П., Крушина И.В., Митрофанов О.А. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **58**, 108 (1994).
144. Swanson G.J., Leger J.R., Holz M. *Opt. Lett.*, **12**, 245 (1987).
145. Leger J.R., Swanson G.J., Holz M. *Appl. Phys. Lett.*, **50**, 1044 (1987).
146. Качурин О.П., Лебедев Ф.В., Напартович М.А., Хлынов М.Е. *Квантовая электроника*, **18**, 387 (1991).
147. Аблеков В.К., Марченко В.Г. *ЖПЭС*, **44**, 25 (1986).
148. Abramski K.M., Baker H.J., Colley A.D., Hall D.R. *Appl. Phys. Lett.*, **60**, 2469 (1992).
149. Lapucci A., Quercioli F., Jafrancesco D. *Opt. Lett.*, **18**, 1694 (1993).
150. Lescroart G., Muller R., Bourdet G.L. *Opt. Commun.*, **115**, 233 (1995).
151. Lapucci A., Lescroart G., Bourdet G.L. *Opt. Commun.*, **132**, 111 (1996).
152. Lescroart G., Bourdet G. *Opt. Commun.*, **119**, 373 (1995).
153. Vasil'tsov V.V., Golubev V.S., Zelenov Ye.V., Kurushin Ye.A., Filimonov D.Yu. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2109**, 122 (1993).
154. Leger J.R., Scott M.L., Veldkamp W.B. *Appl. Phys. Lett.*, **52**, 1771 (1988).
155. Mandel P., Ruo-ding L., Erneux T. *Phys. Rev. A.*, **39**, 2502 (1989).
156. Arecchi F.T., Meucci R., Puccioni G., Tredicce J. *Phys. Rev. Lett.*, **49**, 1217 (1982).
157. Грибков Д.А., Грибкова В.В., Кузнецов Ю.И. *Вестник Моск. ун-та. Физика, астрономия*, **36** (2), 98 (1995).
158. Thornburg K.S., Jr., Moller M., Roy R., Carr T.W., Li D.-R., Erneux T. *Phys. Rev. E.*, **55**, 3865 (1997).
159. Otsuka K. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 329 (1990).
160. Merbach D., Hess O., Herzog H., Scholl E. *Phys. Rev. E.*, **52**, 1571 (1995).
161. Cao H., Zhao Y.G., Ho S.T., Seelig E.W., Wang Q.H., Chang R.P.H. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 2278 (1999).
162. Pecora L.M., Carroll T.L. *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 821 (1990).
163. Pecora L.M., Carroll T.L. *Phys. Rev. A.*, **44**, 2374 (1991).
164. Sugawara T., Tachikawa M., Tsukamoto T., Shimizu T. *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 3502 (1994).
165. Ahlers V., Parlitz U., Lauterborn V. *Phys. Rev. E.*, **58**, 7208 (1998).
166. Spencer P.S., Mirasso C.R., Colet P., Shore K.A. *IEEE J. Quantum Electron.*, **34**, 1673 (1998).
167. Uchida A., Ogawa T., Kannari F. *Jpn. J. Appl. Phys.*, **37**, L730 (Part 2) (1998).
168. Напартович А.П., Сухарев А.Г. *ЖЭТФ*, **115**, 1593 (1999).
169. Напартович А.П., Сухарев А.Г. *Квантовая электроника*, **31**, 147 (2001).
170. Roy R., Thornburg K.S., Jr. *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 2009 (1994).
171. Liu Y., de Oliveira P.C., Danailov M.B., Rios Leite J.R. *Phys. Rev. A.*, **50**, 3464 (1994).
172. Barsella A., Lepers C., Dangoisse D., Glorieux P., Erneux T. *Opt. Commun.*, **165**, 251 (1999).
173. Volodchenko V.V., Choi M., Kim Ch.-M., Park Y.-J., Kim G.U. *Tech. Digest IQEC/LAT'2002* (Moscow, 2002, report LME57).
174. Лиханский В.В., Напартович А.П., Сухарев А.Г. *Квантовая электроника*, **22**, 47 (1995).
175. Ashwin P., Terry J.R., Thornburg K.S., Jr., Roy R. *Phys. Rev. E.*, **58**, 7186 (1998).
176. Rosenblum M., Pikoovsky A., Kurths J. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 1804 (1996).
177. Colet P., Roy R. *Opt. Lett.*, **19**, 2056 (1994).
178. Cuomo K.M., Oppenheim A.V. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 65 (1993).
179. Напартович А.П., Сухарев А.Г. *Квантовая электроника*, **25**, 85 (1998).
180. Goedgebuer J.-P., Larger L., Porte H. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 2249 (1998).
181. Larger L., Goedgebuer J.-P., Delorme F. *Phys. Rev. E.*, **57**, 6618 (1998).
182. Goedgebuer J.-P., Udaltsov V.S., Rhodes W.T., Larger L. *X Conf. Laser Optics* (St.Petersburg, 2000, report TuP1-4).