

Исследование акустооптического эффекта в области интерференции лазерных пучков

В.А.Гречихин, И.Л.Расковская, Б.С.Ринкевичюс, А.В.Толкачев

Получены аналитические выражения, описывающие интерференционное поле двух лазерных пучков в среде с акустической волной. Введены количественные характеристики, позволяющие судить о степени проявления акустооптического эффекта (АОЭ) в области интерференции. Проведен анализ указанных характеристик для модели плоской акустической волны с учетом рефракции лазерных пучков и для модели акустической волны со сферическим фазовым фронтом при различных диаграммах направленности излучателя. На основе дифференциальной схемы лазерного доплеровского анемометра (ЛДА) создана экспериментальная установка для регистрации и исследования характеристик АОЭ. Экспериментально измерены значения одного из параметров АОЭ и отмечено хорошее совпадение полученных результатов с расчетными. Даны рекомендации по проведению измерений с использованием ЛДА при наличии АОЭ.

Ключевые слова: лазерные пучки, акустическое поле, акустооптический эффект, интерференция, рефракция, лазерный доплеровский анемометр.

В последние годы новые направления применения и развития получили лазерные доплеровские методы исследования потоков жидкости и газа [1, 2]. Одной из актуальных задач, представляющих большой научный и практический интерес, является разработка метода лазерной диагностики акустических полей в жидкости. Внедрение данного метода в практику измерений позволит в конечном итоге создать эталоны таких параметров, как звуковое давление, амплитуда колебательной скорости частиц и др., привязанные к лазерному эталону длины и частоты [2, 3].

При измерении амплитуды колебательной скорости частиц в акустическом поле лазерным доплеровским анемометром (ЛДА) роль «измерительной линейки» для определения величины смещения частицы играет сетка интерференционных полос в области пересечения лазерных пучков. Однако при наличии акустических колебаний в среде из-за модуляции коэффициента преломления на пути распространения лазерных пучков вид интерференционной картины может существенно меняться. Искажение поля лазерных пучков и, следовательно, интерференционной картины под влиянием акустического поля принято называть акустооптическим эффектом (АОЭ) [4].

Проявления АОЭ в виде искривления и движения интерференционных полос, приводящие к возникновению методической погрешности измерений скорости частиц и амплитуд их колебаний, были исследованы в [5, 6]. Однако теоретическое исследование АОЭ имеет самостоятельный интерес и позволяет ввести параметры, характеризующие степень его проявления при распространении

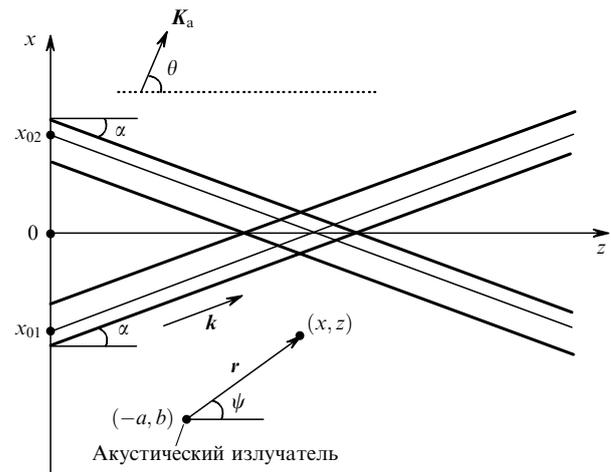


Рис.1. Геометрические параметры задачи.

и интерференции лазерных пучков. В [5] был введен параметр, описывающий амплитудные искажения лазерного пучка в акустическом поле. В настоящей работе теоретически определен и экспериментально измерен параметр АОЭ для описания соответствующих фазовых искажений, проявляющихся в движении и искривлении интерференционных полос. Кроме того, исследуется необходимость учета рефракции пучков и формы фронта акустической волны при заданных условиях эксперимента.

Пусть в полупространстве $z \geq 0$ находится среда, в данном случае жидкость, с распространяющейся в ней плоской акустической волной (рис.1). Угол θ определяет направление акустического волнового вектора K_a по отношению к оси z , причем наиболее часто условиям измерений соответствует $\theta = 90^\circ$. Два лазерных пучка с оптическим волновым вектором k ($k = 2\pi/\lambda$, где λ – длина оптической волны) входят в среду под углами $\pm\alpha$ к оси z . Далее везде принято, что $\alpha = 4.8^\circ$, $\lambda = 6.3 \times 10^{-7}$ м в ва-

В.А.Гречихин, И.Л.Расковская, Б.С.Ринкевичюс, А.В.Толкачев. Московский энергетический институт (технический университет), Россия, 111250 Москва, ул. Красноказарменная, 14; web-site: http://www.mpei.ru; e-mail: GrechikhinVA@mtu-net.ru

кууме. Область пересечения пучков, где наблюдается интерференция, называется измерительным объемом. Комплексные амплитуды двух пучков в области их пересечения могут быть представлены в виде

$$E_{1,2}(x, z, t) = |E_{1,2}(x, z, t)| \exp[i\varphi_{1,2}(x, z, t)]. \quad (1)$$

Тогда, согласно известной интерференционной формуле, квадрат модуля суммарного поля определяется как

$$|E|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2|E_1||E_2| \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2)$$

Как было показано в [1] (без учёта АОЭ) и в [5] (с учётом АОЭ), вид интерференционной картины определяется главным образом функциями $\varphi_{1,2}(x, z, t)$. Поэтому, полагая для простоты $|E_1|^2 = |E_2|^2 = E_0^2$, выражение (2) можно переписать в виде

$$|E(x, z, t)|^2 = 2E_0^2 \{1 + \cos[\varphi_1(x, z, t) - \varphi_2(x, z, t)]\}. \quad (3)$$

Задача исследования влияния АОЭ на вид интерференционной картины сводится, таким образом, к нахождению фазы поля каждого из пучков в области их пересечения.

Пусть показатель преломления в плоскости распространения пучков задается как функция координат x, z и времени t :

$$n(x, z, t) = n_0 + \Delta n(x, z, t), \quad z \geq 0, \quad (4)$$

где n_0 – показатель преломления невозмущенной среды; $\Delta n(x, z, t)$ – амплитуда отклонения показателя преломления от среднего значения, определяемая акустическим полем. В приближении геометрической оптики [7] фазу пучка в точке с координатами x, z можно определить с помощью выражения

$$\varphi(x, z) = k \left\{ n_0 x_0(x, z) \sin \alpha + \int_{s(x,z)} [n_0 + \Delta n(x', z', t)] ds' \right\}, \quad (5)$$

где $\int_{s(x,z)} ds'$ – интеграл по траектории вдоль луча, прошедшего в точку (x, z) ; $x_0(x, z)$ – координата входа этого луча в среду при $z = 0$ (см. ниже (21)). При этом первое слагаемое в (5) определяет начальную фазу поля этого луча, а второе – набег фазы вдоль траектории (рис.1).

Пусть зависимость $n(x, z, t)$ определяется распространением в среде плоской акустической волны под углом θ к оси z :

$$n(x, z, t) = n_0 - \Delta n \sin(K_a x \sin \theta + K_a z \cos \theta - \Omega_a t), \quad (6)$$

где Ω_a – частота акустических колебаний; $K_a = 2\pi/\Lambda_a$; Λ_a – длина акустической волны. В соответствии с условиями описанного ниже эксперимента принято, что $\Lambda_a = 1.1$ см.

Из (5) и (6) получаем выражение для разности фаз поля первого и второго пучков в области их пересечения:

$$\begin{aligned} \varphi_1(x, z, t) - \varphi_2(x, z, t) = & 2k_0 x \sin \alpha + m_1(z) \\ & \times \cos(K_a x \sin \theta - \Omega_a t) + m_2(z) \sin(K_a x \sin \theta - \Omega_a t), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} m_1(z) = & 2 \frac{k_0 \Delta n}{K_a n_0} \\ & \times \frac{\sin \theta \sin \alpha [\cos(K_a z \tan \alpha \sin \theta) - \cos(K_a z \cos \theta)]}{\cos(\theta - \alpha) \cos(\theta + \alpha)}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} m_2(z) = & 2 \frac{k_0 \Delta n}{K_a n_0} \\ & \times \frac{\sin \theta \sin \alpha \sin(K_a z \cos \theta) - \cos \theta \cos \alpha \sin(K_a z \tan \alpha \sin \theta)}{\cos(\theta - \alpha) \cos(\theta + \alpha)} \end{aligned} \quad (9)$$

– коэффициенты, определяющие проявление АОЭ в зависимости от дистанции, пройденной пучками в среде; k_0 – модуль оптического волнового вектора в среде при отсутствии акустического поля. Из (7) следует, что при задании φ_1 и φ_2 в интегральной форме (5) коэффициенты $m_1(z)$ и $m_2(z)$ могут быть формально получены в виде

$$m_1(z) = \varphi_1(0, z, 0) - \varphi_2(0, z, 0), \quad (10)$$

$$m_2(z) = \varphi_1\left(0, z, -\frac{\pi}{2\Omega_a}\right) - \varphi_2\left(0, z, -\frac{\pi}{2\Omega_a}\right), \quad (11)$$

если положить, что $x = 0$, а t принимает значения, при которых функции синус или косинус обращаются в нуль.

Подставив (7) в (3) и сделав преобразования, получим

$$\begin{aligned} |E(x, z, t)|^2 = & 2E_0^2 \{1 + \cos[2k_0 x \sin \alpha \\ & + m(z) \cos(K_a x \sin \theta - \Omega_a t - \Phi(z))]\}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$m(z) = [m_1^2(z) + m_2^2(z)]^{1/2}; \quad (13)$$

$$\Phi(z) = \arctan \frac{m_2(z)}{m_1(z)}. \quad (14)$$

Из выражения (12), описывающего интерференционное поле, следует, что АОЭ в данном случае проявляется как колебание интерференционных полос вдоль оси x с амплитудой, пропорциональной параметру $m(z)$. Этот факт говорит о возможности экспериментального измерения $m(z)$ и использования его в качестве количественной характеристики АОЭ. Обобщенная форма представления $m(z)$ на основе выражений (10) и (11) (в отличие от введенной в [6] и предназначенной для расчёта погрешностей ЛДА), позволяет использовать данный параметр при различных конфигурациях акустического поля и при наличии рефракции.

Рефракционное искривление траектории пучков и соответственно изменение длины оптического пути могут привести к заметным поправкам при вычислении параметра $m(z)$, причём очевидно, что эти поправки должны стать более существенными при увеличении дистанции z . Исследуем влияние рефракции при $\theta = 90^\circ$. Фазу поля луча, вошедшего в среду под углом α в точке (x_{01}, z) , определяем, используя выражение (5), а уравнение траектории находим на основе плоскостной модели среды для случая, когда показатель преломления $n(x, t)$ изменяется только вдоль одной координаты:

$$n(x, z, t) = n_0 - \Delta n \sin(K_a x - \Omega_a t). \quad (15)$$

Данная задача является квазистационарной, поэтому, фиксируя переменную t , воспользуемся известным соотношением из [7]

$$n(x) \cos \alpha(x) = n(x_0) \cos \alpha, \tag{16}$$

где $\alpha(x)$ – угол, который составляет рассматриваемый луч с осью z при текущих координатах x и $z(x)$ на траектории.

Применяя очевидное равенство

$$\frac{dz(x)}{dx} = \cot \alpha(x), \tag{17}$$

с помощью (16) получаем уравнение траектории при углах входа $\pm\alpha$:

$$z(x, x_0) = \pm n(x_0) \cos \alpha \int_{x_0}^x \frac{dx'}{[n^2(x') - n^2(x_0) \cos^2 \alpha]^{1/2}}. \tag{18}$$

Отметим, что уравнение (18) может иметь особенность при обращении в нуль знаменателя подынтегрального выражения, что свидетельствует о возникновении каустики и исключает возможность применения классических законов геометрической оптики. При выполнении неравенства $\tan^2 \alpha \gg \Delta n/n_0$, которое соответствует обычно условиям измерений, выражение (18) не имеет особенностей, и из него может быть численно найдено значение x_0 при заданных координатах точки наблюдения x, z .

Для определения фазы поля луча перепишем (5), используя (17), в виде

$$\varphi(x, z) = k \left[n_0 x_0(x, z) \sin \alpha + \int_{x_0(x, z)}^x n(x') \frac{dx'}{\sin \alpha(x')} \right] \tag{19}$$

и для углов $\pm\alpha$ окончательно получим

$$\varphi_{1,2}(x, z, t) = \pm k \left\{ n_0 x_0(x, z, t) \sin \alpha \times \int_{x_0(x, z, t)}^x \frac{n^2(x', t) dx'}{[n^2(x', t) - n^2(x_0, t) \cos^2 \alpha]^{1/2}} \right\}, \tag{20}$$

где угол $+\alpha$ соответствует фазе φ_1 , а угол $-\alpha$ отвечает фазе φ_2 ; координата входа луча $x_0(x, z, t)$ находится из уравнения

$$z = \pm n(x_0, t) \cos \alpha \int_{x_0}^x \frac{dx'}{[n^2(x', t) - n^2(x_0, t) \cos^2 \alpha]^{1/2}}. \tag{21}$$

Параметры $m_1(z)$, $m_2(z)$ и $m(z)$ получают численно из соотношений (10), (11), (13).

На рис.2 показаны зависимости $m(z)$ с учётом и без учёта рефракции при $\Delta n/n_0 = 10^{-5}$. Рефракционные поправки становятся существенными при $z > 30$ см и, в соответствии с условиями описанного ниже эксперимента (дистанции z до 20 см), могут не учитываться при расчетах.

Как показано в [6], вид кривых $m(z)$ сильно зависит от угла θ . Естественно предположить, что форма фазового фронта акустической волны также должна существенно повлиять на вид зависимостей $m(z)$. Исследуем проявления АОЭ для акустической волны со сферическим фазо-

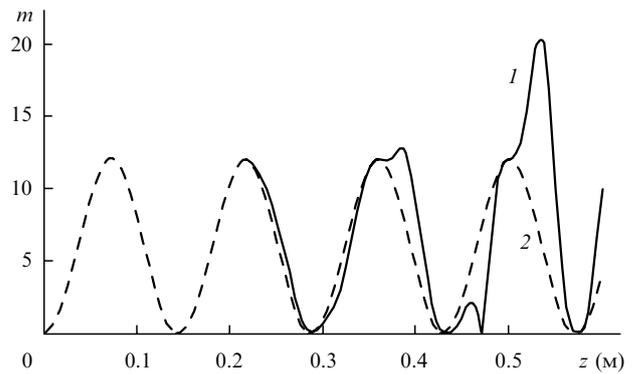


Рис.2. Сравнение зависимостей $m(z)$ с учётом (1) и без учёта (2) рефракции.

вым фронтом и заданной диаграммой направленности акустического излучателя. Пусть $\Delta n(x, z, t)$ задаётся выражением

$$\Delta n(x, z, t) = -f(\psi) \Delta n \sin[K_a r(x, z) - \Omega_a t] \tag{22}$$

при

$$r(x, z) = [(x + a)^2 + (z - b)^2]^{1/2}, \tag{23}$$

где $-a, b$ – координаты излучателя (см. рис.1), а $f(\psi)$ – его диаграмма направленности, причем угол ψ отсчитывается от положительного направления оси z . Как показывает численный анализ, при параметрах экспериментальной установки убывание амплитуды акустической волны за счёт сферической расходимости при $\alpha \ll 1$ практически не сказывается на виде зависимостей $m(z)$, поэтому множитель $1/r$ в выражении (22) опущен.

Для тех же экспериментальных условий (относительно небольшие дистанции и невысокая мощность излучателя), рассмотрим случай, когда рефракционные эффекты незначительны. Считая приближенно траектории лучей прямыми линиями (рис.1) и полагая $x = 0$ в соответствии с (10) и (11), получаем координаты точек выхода лучей, пересекающихся в точке наблюдения $(0, z)$:

$$x_{01,02} = \mp z \tan \alpha. \tag{24}$$

Траектории этих лучей описываются уравнениями (штрихованные переменные соответствуют координатам на траектории)

$$x'_{1,2}(z') = \pm(z' - z) \tan \alpha, \tag{25}$$

тогда на траектории каждого из лучей выражения для $r(x, z)$ и функций угла ψ будут иметь вид

$$r'_{1,2}(x'_{1,2}(z'), z', z) = \{[\pm(z' - z) \tan \alpha + a]^2 + (z' - b)^2\}^{1/2}, \tag{26}$$

$$\sin \psi'_{1,2} = \frac{\pm(z' - z) \tan \alpha + a}{r'_{1,2}(z', z)}, \tag{27}$$

$$\cos \psi'_{1,2} = \frac{z' - b}{r'_{1,2}(z', z)}. \tag{28}$$

Подставляя (22), (26), (27) и (28) в (5), вычисляем φ_1 и φ_2 (при замене α на $-\alpha$), а затем по формулам (10), (11), (13) находим численно $m(z)$.

Зависимости $m(z)$ при $a = 4$ см, $b = 10$ см для различных [8] диаграмм направленности при постоянной мощности акустического излучателя, соответствующей $\Delta n/n_0 = 10^{-5}$ [6], представлены на рис.3. Видно, что на начальных дистанциях параметр $m(z)$ тем меньше, чем более острой является диаграмма направленности, т. к. очевидно, что интенсивность акустического поля вблизи области входа пучков для направленного излучателя невелика. И напротив, при прохождении пучками области максимального излучения $m(z)$ тем больше, чем острее диаграмма направленности.

Заметим, что для рассмотренных излучателей значения $m(z)$ на начальных дистанциях близки к нулю и практически не зависят от вида диаграммы направленности. Это связано с тем, что в данной области пучки пересекают фазовый фронт акустической волны под углами менее 60° , при которых, как показано в [6], АОЭ проявляется очень слабо. Важным является тот факт, что положения минимумов и максимумов $m(z)$ мало зависят от диаграммы направленности, и это позволяет прогнозировать положения областей с наибольшим и наименьшим проявлениями АОЭ при неизвестной диаграмме направленности излучателя.

Для проверки изложенных выше теоретических положений было проведено экспериментальное измерение параметра $m(z)$ и сравнение его с расчетным. Основу оптико-электронной части экспериментальной установки (рис.4) составляли гелий-неоновый лазер 1, оптический блок 2, блок сдвига частоты 7 и блок слежения за частотой и индикации 8. Данные блоки, входящие в состав ЛДА фирмы DISA, обеспечивали формирование двух сходящихся когерентных лазерных пучков с постоянным фиксированным сдвигом частоты между ними, приём рассеянного из области измерительного объёма излучения и подачу электрического сигнала на вход цифрового запоминающего осциллографа 9, соединенного посредством интерфейсной платы с персональным компьютером 10. Исследования проводились в кювете 4 с прозрачными стенками и внутренним размером $182 \times 192 \times 293$ мм, на три четверти объёма заполненной дистиллированной водой. Ко дну кюветы был прикреплен пьезоэлектрический ультразвуковой излучатель 5, питание которого осуществлялось от генератора гармонических колебаний 6. В каче-

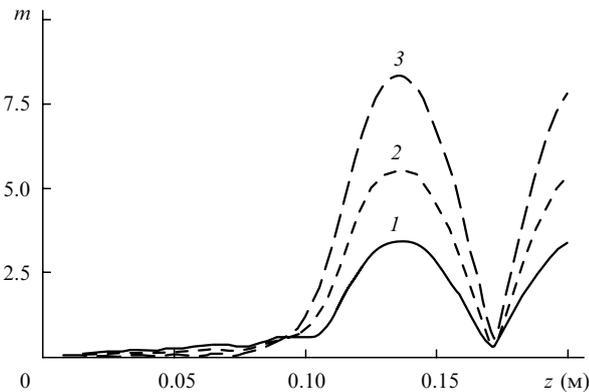


Рис.3. Сравнение зависимостей $m(z)$ для сферического фронта изотропного излучателя (1) и излучателей с диаграммами направленности $f(\psi) = \sin \psi$ ($\Delta\psi = 60^\circ$) (2) и $f(\psi) = [\sin(\pi \cos \psi)]/\cos \psi$ ($\Delta\psi = 37^\circ$) (3); $\Delta\psi$ – полуширина диаграммы направленности.

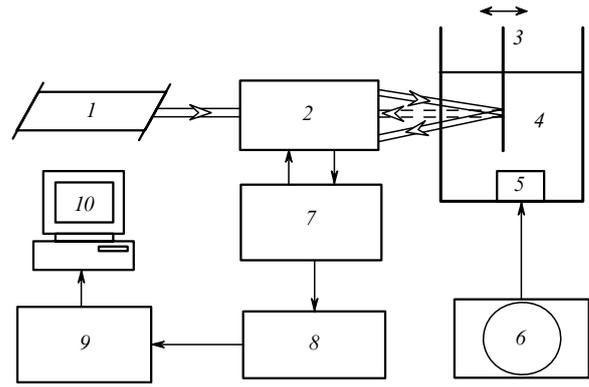


Рис.4. Структурная схема экспериментальной установки: 1 – гелий-неоновый лазер; 2 – оптический блок; 3 – неподвижный экран; 4 – кювета; 5 – пьезоэлектрический ультразвуковой излучатель; 6 – генератор гармонических колебаний; 7 – блок сдвига частоты; 8 – блок слежения за частотой и индикации; 9 – цифровой запоминающий осциллограф; 10 – персональный компьютер.

стве рассеивателя использовался неподвижный экран 3, который мог устанавливаться в любую зону кюветы.

Лазерные пучки распространялись через воду и фокусировались на неподвижном рассеивателе (находящемся в области интерференции), который мог быть установлен на различных расстояниях от плоскости входа лазерных пучков в воду. При движении интерференционных полос с выхода диафрагмированного фотоприемника через фильтр верхних частот блока 8 на вход осциллографа поступал электрический сигнал в виде частотно-модулированного колебания

$$U(t) = U_0 \cos[2\pi f_0 t + m \cos(\Omega_a t - K_a x)], \quad (29)$$

где $f_0 = 1$ МГц – фиксированный сдвиг частоты двух зондирующих пучков, обеспечивающий равномерное движение интерференционных полос в области измерительного объёма; $\Omega_a = 2\pi F_a$ ($F_a = 128$ кГц). Параметр m , пропорциональный скорости движения полос [6] и представляющий собой индекс частотной модуляции сигнала (29), оценивался путем обработки записанных в память ЭВМ массивов отсчетов сигнала. В основу используемого алгоритма обработки была положена известная процедура восстановления фазы узкополосного сигнала по дискретным отсчетам его мгновенных значений [9]. Согласно данной процедуре фаза φ_U и мгновенная частота узкополосного сигнала (29) могут быть найдены из соотношений

$$\varphi_U(t) = 2\pi f_0 t + m \cos(\Omega_a t - K_a x) = \arctan \left[\frac{\hat{U}(t)}{U(t)} \right], \quad (30)$$

$$\omega_U(t) = \frac{d\varphi_U}{dt},$$

где $\hat{U}(t)$ – сигнал, связанный с сигналом (29) преобразованиями Гильберта. Для формирования квадратурных составляющих, используемых при расчете параметра m методом квадратурной обработки, берется известное значение частоты акустических колебаний Ω_a . Пример рабочего окна программы обработки сигналов представлен на рис.5.

На рис.6 результаты измерений $m(z)$ сравниваются с результатами соответствующих расчетов для сфериче-

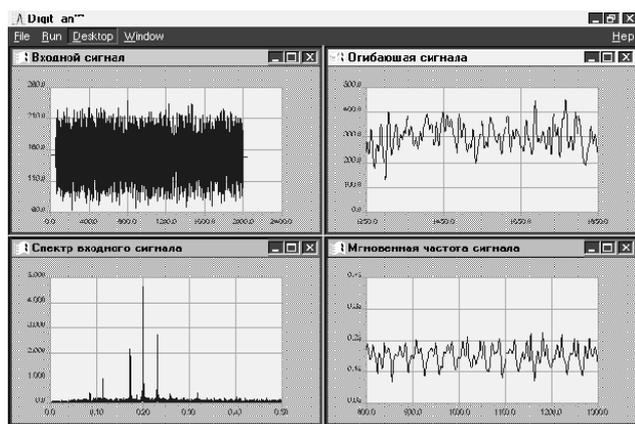


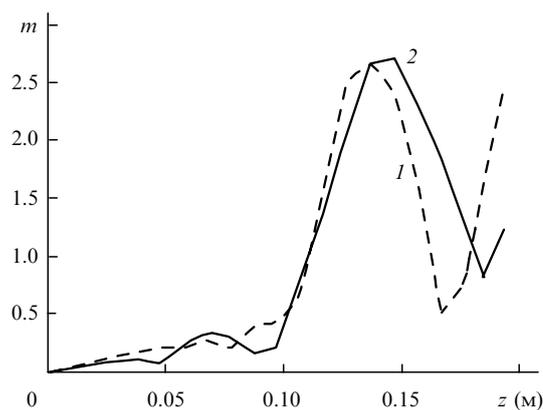
Рис.5. Результаты обработки экспериментального сигнала ЛДА.

ского фронта при $\Delta n/n_0 = 8 \times 10^{-6}$. В целом теоретическая кривая верно определяет вид зависимости $m(z)$. Согласно [6] выбранное значение $\Delta n/n_0$ имеет место при давлении акустической волны $\Delta p = 0.66$ атм, т. е. результаты эксперимента могут быть использованы для косвенной оценки звукового давления.

Таким образом, проведенное исследование показало, что в акустическом поле лазерные пучки испытывают амплитудно-фазовые и рефракционные искажения, которые существенно влияют на параметры интерференционной картины, образующейся в области пересечения пучков; это, в свою очередь, ведет к изменениям характеристик излучения, рассеянного как неподвижными, так и движущимися объектами, попадающими в область пересечения пучков.

В настоящей работе введен параметр АОЭ $m(z)$, характеризующий фазовые искажения поля пучков и экспериментально определяемый глубиной частотной модуляции интенсивности рассеянного излучения. Проведен анализ влияния рефракции пучков и выбора модели акустического поля на расчетные значения указанного параметра $m(z)$. Показана возможность экспериментальной регистрации АОЭ на основе использования дифференциальной схемы ЛДА.

Результатом экспериментального исследования АОЭ является определение дистанционных зависимостей параметра $m(z)$, характеризующего амплитуду и скорость колебаний интерференционных полос. Расчетные значения указанного параметра дают количественную характеристику степени проявления АОЭ. Полученное значе-

Рис.6. Сравнение теоретической (1) и экспериментальной (2) зависимостей $m(z)$.

ние параметра m в зависимости от координаты z изменяется в пределах $0.06 - 2.7$, что приводит к значительным относительным методическим погрешностям измерений колебательной скорости [6]. Приведенные результаты говорят о том, что в ультразвуковом диапазоне на дистанциях, превышающих длину акустической волны, проведение измерений колебательной скорости частиц в жидкости лазерным доплеровским методом требует обязательного учета АОЭ.

Работа выполнялась в рамках программы Министерства образования РФ «Университеты России» (проект УР 01.01.055).

1. Ринкевичюс Б.С. *Лазерная диагностика потоков* (М.: Изд-во МЭИ, 1990).
2. Ринкевичюс Б.С., Сильвестров С.В., Трохан А.М. В сб. *Проблемы акустических измерений* (Менделеево: Изд-во ВНИИФТРИ, 1992, с.41–49).
3. Hann D.V., Jack S.H., Greated C.A., Rinkevichius B.S., Grechikhin V.A., Tolkahev A.V., Stepanov A.V. In: *Laser Anemometry: Advances and Applications* (Karlsruhe, Germany, 1997, p. 102).
4. Jack S.H., Hann D.V., Greated C.A. *Rev. Sci. Instr.*, **69** (12), 4074 (1998).
5. Гречихин В.А., Расковская И.Л., Ринкевичюс Б.С. *Автометрия*, № 5, 92 (2000).
6. Гречихин В.А., Расковская И.Л., Ринкевичюс Б.С. *Измерительная техника*, № 6, 33 (2002).
7. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. *Геометрическая оптика неоднородных сред* (М.: Наука, 1980).
8. Расковская И.Л. В сб. *Оптические методы исследования потоков* (М.: Изд-во МЭИ, 2001, с. 472).
9. Grechikhin V.A., Rinkevichius B.S. *Optics and Lasers in Engineering*, **30**, 151 (1998).