

О когерентных радиационных процессах в кристаллизованных ионных пучках

Л.А.Ривлин

Рассмотрены пространственно-периодические структуры, образованные охлажденными пучками свободных одноименных ионов в ловушках того или иного типа; эти структуры могут быть уподоблены квазикристаллам. Регулярное расположение ядер, входящих в состав таких кристаллизованных ионных пучков, оказывает влияние на протекающие в них когерентные ядерные радиационные процессы, такие как сверхизлучение Дике, направленность испускания гамма-квантов, установление распределенной обратной связи, возникновение скрытой инверсии ядерных состояний. Представлены количественные оценки условий возникновения этих явлений.

Ключевые слова: кристаллические ионные пучки, когерентные радиационные процессы.

Упорядоченное поведение пучков свободных одноименно заряженных частиц (электронов, ионов и т. п.), позволяющее уподобить их регулярным кристаллическим структурам [1], определяется несколькими основными противоборствующими факторами: кулоновским отталкиванием, тепловым движением и притоком новых частиц в пучок, задающим их усредненную концентрацию. Разумеется, такие квазикристаллы не являются стабильными стационарными образованиями, и их максимальное время жизни задается длительностью хранения в накопительном устройстве или продолжительностью перемещения данной группы частиц от их источника до уловителя. Однако при условии непрерывного пополнения пучка новыми частицами, в результате чего поддерживается неизменность структуры движущейся квазикристаллической решетки, последнюю можно рассматривать как условно стационарную. Поэтому периодически регулярное расположение частиц в пучке должно найти отражение во всевозможных протекающих в них радиационных процессах, в частности в гамма-переходах в ядрах, входящих в состав ионов пучка [2]. Интерес к этим проблемам и рассмотрению условий, которым должны соответствовать пучки, возрождается благодаря успешным экспериментам по формированию и наблюдению подобных охлажденных кристаллических структур как в ионных пучках высоких энергий (в частности в накопительных кольцах), так и в относительно медленных пучках [3–18], а также известным успехам в лазерном манипулировании (охлаждении) нейтральными атомами и ионами.

К настоящему времени известны наблюдения как одно-, так и трехмерных кристаллических ионных структур, однако в качестве простейшей модели квазикристаллического пучка заряженных частиц [1] удобно рассмот-

реть протяженную одномерную цепочку со средним интервалом между частицами \bar{a} и диаметром пучка (удвоенным отклонением отдельных частиц от оси пучка) $d \ll \bar{a}$, поддерживаемым поперечной потенциальной ямой того или иного типа (например, продольным магнитным полем).

Средний интервал \bar{a} задается током пучка J , кратностью заряда ионов q и их средней скоростью переноса v :

$$\bar{a} = \frac{eqv}{J} \quad (1)$$

($e = |e|$ – элементарный заряд). Так, $\bar{a} = 10^{-2}$ см при $q = 1$, $v = 10^7$ см·с $^{-1}$ и $J = 0.16$ нА (далее, если это не оговаривается особо, все численные оценки опираются на данные этого примера).

При абсолютно равномерном расположении положительных ионов, когда все они находятся на оси пучка и интервалы между любой парой ионов равны \bar{a} , электрический потенциал цепочки в окрестности точки ($z = 0$, $\rho = 0$) нахождения одного из ионов (за вычетом его собственного потенциала) в цилиндрической системе координат имеет седловидный характер и для малых отклонений от $z = 0$ и $\rho = 0$ (где потенциал нормирован на ноль) описывается выражением [1]

$$U(z, \rho) \approx -0.3 \frac{eq}{\pi \epsilon_0 \bar{a}} \left\{ \left(\frac{\rho}{\bar{a}} \right)^2 \left[1 - 0.65 \left(\frac{\rho}{\bar{a}} \right)^2 + 5.2 \left(\frac{z}{\bar{a}} \right)^2 \right] - 2 \left(\frac{z}{\bar{a}} \right)^2 \left[1 + 0.85 \left(\frac{z}{\bar{a}} \right)^2 \right] \right\} \quad (2)$$

(ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума).

Седловидность потенциала означает, что в точке $z = 0$, $\rho = 0$ функция $U(z, \rho)$ достигает минимума по координате z и максимума по ρ . Поэтому, как сказано выше, поперечная неустойчивость пучка должна быть подавлена применением ловушки того или иного типа, например при наложении продольного магнитного поля. В последнем случае удерживающее значение магнитного поля можно оценить из баланса радиальных сил (кулоновской, лоренцевой и центробежной):

Л.А.Ривлин. Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет). Лаборатория прикладной физики. Россия, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78; e-mail: rivlin140322@mccinet.ru

$$H \approx \frac{2}{\bar{a}^{3/2}} \left(\frac{0.6Mc^2}{\pi\mu_0} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

где M – масса иона; c – скорость света; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума. Для иона с изотопическим номером $A = 100$ напряженность магнитного поля H составит 1.26 кЭ.

Абсолютной продольной упорядоченности пучка (даже в случае установления равновесного состояния) препятствует тепловое движение частиц, приводящее к среднему отклонению от равновесной продольной координаты $z = 0$ на величину

$$|z| \approx \frac{\bar{a}}{eq} \left(\frac{\pi\epsilon_0\bar{a}kT}{1.2} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

где T – абсолютная «продольная температура» пучка; k – постоянная Больцмана. Регулярное распределение ионов в цепочке, знаменующее собой образование квазикристалла, можно полагать установившимся, если $|z| \ll \bar{a}$, т. е. при достаточно охлажденном пучке, когда

$$(kT)^{1/2} \ll eq \left(\frac{1.2}{\pi\epsilon_0\bar{a}} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Это дает оценку $T^{1/2} \ll 1K^{1/2}$.

В потенциальной яме (2) ионы совершают продольные колебания относительно положения равновесия ($z = 0$) с собственной частотой

$$\Omega = eq \left(\frac{1.2}{\pi\epsilon_0 M \bar{a}^3} \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Кроме того, в случае применения магнитного поперечного удержания присутствует еще один резонанс на циклотронной частоте

$$\Omega_c = eq \left(\frac{2.4}{\pi\epsilon_0 M \bar{a}^3} \right)^{1/2} = \sqrt{2}\Omega. \quad (7)$$

Отсюда получаем следующие оценки: $\Omega \approx 80$ кГц, $\Omega_c \approx 110$ кГц.

Оба вида низкочастотных колебаний являются, строго говоря, затухающими из-за излучения ионами электромагнитных волн соответствующих частот. Так, если рассматривать малые продольные колебания как чисто дипольные, то время затухания

$$\tau = \frac{5(\pi c)^2 \epsilon_0 M^2 \bar{a}^3}{(\mu_0/\epsilon_0)^{1/2} (eq)^4} \quad (8)$$

оказывается достаточно большим (как по сравнению с периодом колебаний ($\tau \gg 2\pi/\Omega$), так и по отношению к другим характерным временам анализируемых ниже явлений). Это позволяет считать колебания практически незатухающими. Следовательно, слабое излучательное охлаждение ионной цепочки за счет уменьшения колебательной энергии ионов может быть заметным только в течение очень длительного времени, например в условиях накопительного кольца с достаточно большим временем хранения. Нижний предел подобного охлаждения определяется температурой окружающего пространства, которая может быть понижена при погружении ионной цепочки в криостат.

Кстати, поскольку диаграмма направленности излучения диполя определяется зависимостью $\sim \sin^2 \vartheta$ (где ϑ – угол, отсчитываемый от оси цепочки ионов), излучение ионов с частотой Ω вдоль цепочки отсутствует и не возбуждает движения соседних ионов.

Указанные колебательные процессы способны усложнить спектральный состав радиационных переходов между уровнями ионов и входящих в них ядер (в частности, доплеровское расщепление линий) лишь при условиях, что значения Ω и/или Ω_c сопоставимы с естественными ширинами переходов и при значительном подавлении их неоднородного уширения. Последнее условие может быть реализовано при глубоком охлаждении пучка ионов как методами манипулирования атомами излучением оптических лазеров (см., напр., [19]), так и, возможно, при использовании специфических приемов электрокинематической монокинетизации ионных и атомных пучков [20, 21].

Условия, при которых возможны проявления свойств периодичности квазикристаллических ионных пучков в протекающих в них радиационных процессах, определяются характером последних.

Сверхизлучение Дике может возникнуть при размещении совокупности излучателей в пространственной области с размерами, заметно меньшими длины волны (см., напр., [22]). Очевидно, что это пространственное ограничение препятствует непосредственному наблюдению сверхизлучения в гамма-диапазоне, где длина волны сопоставима с размерами атомов и даже может во много раз уступать им. Однако, как известно, регулярное расположение множества излучателей с периодом, равным или кратным длине волны, устраняет это препятствие, «совмещая» пространственно удаленные излучатели в одной и той же точке по фазе волны. При этом требование точности синфазного расположения излучателей накладывает новое (помимо $|z| \ll \bar{a}$) ограничение на величину отклонения ионов от их положения равновесия ($z = 0$) в цепочке по сравнению с длиной волны излучения λ ($|z| \ll \lambda$) и, следовательно, на температуру пучка

$$(kT)^{1/2} \ll eq \left(\frac{1.2}{\pi\epsilon_0\bar{a}} \right)^{1/2} \frac{\lambda}{\bar{a}}; \quad (9)$$

это ограничение отличается от (5) малым множителем λ/\bar{a} . Так, при $\lambda = 10^{-7}$ см необходимо глубокое охлаждение, такое, что $T^{1/2} \ll 10^{-5} K^{1/2}$.

Повышенная направленность когерентного излучения возникает при выполнении этого же температурного ограничения для регулярной совокупности излучателей, которую можно уподобить синфазно расположенной последовательности диполей, колеблющихся в перпендикулярном к оси цепочки направлении, и охарактеризовать диаграммой направленности вида $\sim \cos^{2N} \vartheta$, где N – число ионов на меньшем из двух линейных масштабов (длина когерентности или длина цепочки); ϑ – угол, отсчитываемый от оси цепочки.

Распределенная обратная связь между излучателями может осуществляться при стимулированном испускании (если соблюдены те же температурные и пространственные ограничения) в результате регулярного рассеяния жесткого когерентного излучения на электронных оболочках периодически расположенных атомов.

Скрытая ядерная инверсия (см., напр., [23]), как известно, вызывается как взаимным смещением гамма-

линий поглощения и испускания, энергия которых оказывается больше или меньше энергии ядерного перехода E_0 на величину энергии отдачи ядра

$$E_{\text{rec}} = \frac{E_0^2}{2Mc^2} \quad (10)$$

соответственно, так и кинематическим (зависящим от направления наблюдения) доплеровским смещением из-за приобретенной ядром при отдаче дополнительной скорости, коллинеарной волновому вектору гамма-фотона,

$$|\Delta v| = \frac{E_0}{Mc} = 2c \frac{E_{\text{rec}}}{E_0}. \quad (11)$$

Условием сохранения структуры ионного кристалла служит требование малости энергии отдачи E_{rec} (10) по сравнению с глубиной потенциальной ямы (2), т. е.

$$\frac{E_0^2}{2Mc^2} < eqU(z, \rho = 0) = 0.6 \frac{(eq)^2}{\pi \epsilon_0 \bar{a}} \left(\frac{z}{\bar{a}} \right)^2, \quad (12)$$

причем $|z|/\bar{a} \ll 1$. Это накладывает заметные ограничения на энергию гамма-перехода

$$E_0 < eq \frac{|z|}{\bar{a}} \left(\frac{1.2Mc^2}{\pi \epsilon_0 \bar{a}} \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Так, $E_0 < 8|z|/\bar{a}$ при $A = 100$ (где \bar{a} – в сантиметрах, E_0 – в килоэлектронвольтах).

Из-за относительной слабости связи ионов в кристаллической цепочке энергетическое расщепление гамма-линий поглощения и испускания на удвоенную энергию отдачи $2E_{\text{rec}}$ проявляется так же, как и в свободных ядрах. В то же время кинематическая составляющая смещения гамма-линий приобретает в кристаллической цепочке ядросодержащих ионов новые черты, поскольку, строго говоря, импульс отдачи передается колебательной степени свободы иона, а не его поступательному движению, как в обычно изучаемой версии свободных ядер [23]. Здесь следует рассмотреть несколько частных случаев.

Если время жизни ядерного перехода существенно уступает периоду колебаний ионов в кристалле

$$\tau_\gamma \ll 2\pi/\Omega, \quad (14)$$

когда ядерный радиационный процесс «не успевает» отреагировать на колебательный характер движения ионов, то особенности этого процесса мало отличаются от случая свободных ядер и кинематическое доплеровское смещение задается полной скоростью Δv (11).

При сопоставимых времени гамма-перехода τ_γ и периоде колебаний иона $2\pi/\Omega$ гармонический характер движения ядра все еще практически не проявляется в полной мере, поскольку оно не содержит достаточного числа периодов $2\pi/\Omega$, но существенным оказывается момент наблюдения линии радиационного перехода. В самом деле, в результате отдачи ядро приобретает максимальную скорость (11) в момент порождающего ее первичного радиационного перехода. Если, например, в простом случае приобретенная при этом скорость $|\Delta v|$ (11) направлена коллинеарно оси цепочки ионов, то в ее потенциальном поле происходит торможение ядросодержащего иона от скорости $|\Delta v|$ вплоть до полной его

остановки в конце первой четверти периода ионных колебаний, а затем – обратноподобное возрастание скорости до максимального значения $|\Delta v|$ и т. д. Соответственно будут видоизменяться величина и знак кинематического доплеровского смещения линий, «отслеживающего» изменение скорости иона. При неколлинеарности приобретенной скорости (11) картина еще более усложняется.

И наконец, при обратном знаке неравенства (14)

$$\tau_\gamma \gg 2\pi/\Omega \quad (15)$$

(для простого случая коллинеарности волновых векторов поглощаемого и испускаемого гамма-фотонов оси цепочки, что имеет место при возбуждении ядер хорошо коллимированным продольным пучком некогерентного рентгеновского излучения и при стимулированном испускании гамма-фотонов вдоль оси цепочки) ионные колебания, возбуждаемые импульсом отдачи гамма-фотона, вызывают низкочастотную доплеровскую модуляцию с изменением частоты по закону

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{E_0 \pm E_{\text{rec}}}{\hbar} \left(1 + \frac{|\Delta v|}{c} \cos \Omega t \right) \\ &\approx \frac{E_0}{\hbar} \left(1 \pm \frac{E_{\text{rec}}}{E_0} + \frac{|\Delta v|}{c} \cos \Omega t \right). \end{aligned} \quad (16)$$

В результате возникает линейчатый гамма-спектр с частотами

$$\omega_n = \omega_0 + n\Omega \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (17)$$

и центральной частотой

$$\omega_0 = \frac{E_0 \pm E_{\text{rec}}}{\hbar}, \quad (18)$$

совпадающей с линиями, смещенными на величину энергии отдачи (10). Верхний знак в (18) и в первом множителе (16) относится к линии поглощения, нижний – к линии испускания гамма-фотона. Разумеется, как отмечено выше, разрешение линий спектра (17) возможно лишь при подавлении неоднородного теплового уширения, которое должно существенно уступать интервалу между линиями, что накладывает еще одно ограничение на температуру ионного пучка:

$$(kT)^{1/2} \ll \frac{c\hbar eq}{2E_0} \left(\frac{0.6}{\pi \epsilon_0 \ln 2} \frac{1}{\bar{a}^3} \right)^{1/2}. \quad (19)$$

Это дает для $A = 100$ и $\lambda = 10^{-7}$ см ($E_0 = 1.24$ кэВ) оценку $T^{1/2} \ll 10^{-6}$ К^{1/2}, что оказывается несколько более сильным ограничением, чем полученное в соответствии с неравенством (9).

Присутствие тех или иных линий в спектре (17) определяется порядком следования радиационных переходов в ядрах ионной цепочки. Если в исходный момент все ядра пребывают в невозбужденном состоянии, то доплеровская частотная модуляция (16) отсутствует, равно как в спектре поглощения (17) отсутствуют все члены с $|n| > 0$. Эти члены появляются только в спектре испускания возбужденных ядер в результате раскочки ионных колебаний при первичном поглощении гамма-фотона (послед-

нее можно рассматривать как накачку ядер рентгеновским излучением по «двухурневой схеме» [23]). Тогда скрытая ядерная инверсия состояний возникает при условии, что ни одна из линий спектра испускания не совпадает со спектром поглощения, т. е. при

$$E_{\text{rec}} \neq \frac{|n|}{2} \hbar \Omega \quad (20)$$

или при

$$\frac{E_0^2}{c^2 \hbar e q} \left(\frac{\pi \varepsilon_0 \bar{a}^3}{1.2 M} \right)^{1/2} \neq |n|. \quad (21)$$

Это условие выполняется без труда, т. к. левая часть (21) столь велика, что ее совпадение с целым числом $|n|$ могло бы оказаться возможным лишь для $|n| \gg 1$, т. е. для очень далекой линии с практически нулевой амплитудой. Таким образом, скрытая инверсия устанавливается фактически для всех линий испускания с умеренными значениями $|n|$.

Однако подобное наличие многих линий испускания, не совпадающих с линиями резонансного поглощения невозбужденными ядрами, вряд ли является положительным фактором, т. к. при конечном общем числе возбужденных ядер это приводит к относительному снижению усиления в каждой линии. Поэтому некоторое полезное разрежение спектра линий оказывается возможным с учетом того, что амплитуды линий линейчатого спектра испускания пропорциональны квадратичным членам ряда бесселевых функций первого рода $J_n^2(\mu)$ с частотами (17) и с аргументами

$$\mu = \frac{|Av|}{c} \frac{\omega_0}{\Omega}, \quad (22)$$

имеющими смысл индекса модуляции [24].

Индекс модуляции (22) – существенно положительная величина, не равная нулю ($\mu > 0$). Поэтому амплитуда J_0^2 основной линии спектра с $n = 0$ всегда меньше единицы, но она может быть установлена достаточно близкой единице, если принять, что индекс модуляции $\mu \ll 1$, т. е. если

$$\begin{aligned} \left(\frac{\lambda}{\bar{a}} \right)^{3/2} &\gg \frac{\pi^2}{e q} (6.7 c \varepsilon_0 \hbar)^{1/2} \left(1 - \frac{E_{\text{rec}}}{E_0} \right) \\ &\times \left(\frac{E_0}{M c^2} \right)^{1/2} \approx \frac{210}{q} \left(\frac{E_0}{M c^2} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Так, $(\lambda/\bar{a})^{3/2} \gg 0.02$ при $A = 100$ и $E_0 = 1$ кэВ. В то же время при $\mu \ll 1$ все остальные амплитуды спектральных линий с $|n| > 0$ оказываются существенно меньшими единицы.

Однако индекс модуляции μ может быть и немалой величиной, даже при $|Av|/c \ll 1$, поскольку $\omega_0/\Omega \gg 1$. Отсюда проистекает важное следствие [24]: так как бесселев ряд $J_n^2(\mu)$ квадратичных амплитуд линий с частотами ω_n (17) изменяется при заданном значении индекса модуляции немонотонно с индексом n , в нем могут возникнуть линии с нулевыми амплитудами

$$J_n(\mu_r) = 0, \quad (24)$$

если аргумент функции Бесселя первого рода J_n порядка n совпадает с одним из ее корней μ_r :

$$\mu = \mu_n = \mu_r. \quad (25)$$

Это позволяет целенаправленно очищать спектр от нежелательных линий.

Например, полное подавление линии с $|n| = 1$ произойдет при $\mu_1 = 3.83$ (первый корень), а квадратичная амплитуда следующего члена с $|n| = 2$ составит около 15 % от основной линии. Допустимы, разумеется, и другие комбинации, возможно, более оптимальные.

Требование (25) налагает специфические условия на величины, входящие в выражение (22) для индекса модуляции:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{a}}{\lambda} &= \left[\frac{0.3 (e q \mu_r)^2}{2 \pi^4 c \varepsilon_0 \hbar (1 - E_{\text{rec}}/E_0)^2} \frac{M c^2}{E_0} \right]^{1/3} \\ &\approx 0.03 \left(\frac{M c^2}{E_0} q^2 \mu_r^2 \right)^{1/3}. \end{aligned} \quad (26)$$

Так, $\lambda/\bar{a} \approx 0.03$ при $A = 100$, $E_0 = 1$ кэВ и $\mu_r = 3.83$.

В антистоксовом варианте радиационного возбуждения изомерных ядер из долгоживущего метастабильного состояния на вышележащий дополнительный уровень с последующим испусканием гамма-квантов в основное состояние (см., напр., [23]) общий характер изучаемых процессов не претерпевает существенных изменений по сравнению с рассмотренной «двухурневой схемой». Исключение заключается в том, что в выражении для энергии отдачи E_{rec} (10) энергию перехода E_0 следует заменить на энергию триггерного перехода из метастабильного состояния на верхний дополнительный уровень, что должно быть учтено и во всех последующих формулах, содержащих E_{rec} .

В этой связи уместно упомянуть о продолжающихся экспериментальных усилиях по наблюдению антистоксовых переходов в метастабильных ядрах под триггерным воздействием некогерентного потока рентгеновских фотонов с использованием как тормозного излучения рентгеновских трубок, так и излучения релятивистских электронов ([25–28] и др.). Есть основания полагать, что расширение области этих экспериментальных попыток (как в отношении выбора других изомерных ядер, так и в использовании иных источников триггерного воздействия) может заметно повысить надежность получаемых результатов.

Несомненный интерес, например, представляет изомерное ядро ${}_{95}^{242}\text{Am}^m$ с энергией метастабильного состояния 48.63 кэВ, временем жизни 121 год и с триггерной энергией перехода на вышележащий дополнительный уровень всего лишь 4.27 кэВ. Стоит отметить совпадение значений триггерной энергии этого ядра и энергии одного из электронных переходов его ионной оболочки, резонанс между которыми может способствовать повышению эффективности триггерного перехода.

Малое значение триггерной энергии ядра ${}_{95}^{242}\text{Am}^m$ (и, возможно, других изомерных ядер), а также успешные эксперименты по возбуждению низколежащих ядерных уровней в плотной горячей плазме, образующейся над твердой мишенью в фокусе мощного импульсного оптического лазера (см. работу [29] и др.), побуждают к экспериментальному изучению возможности антистоксовых ядерных переходов с использованием лазерной плаз-

мы в качестве альтернативного источника триггерного воздействия.

Работа выполнена при частичной поддержке МНТЦ (грант № 2651р), а также US CRDF–RF Ministry of Education Award VZ-010-0.

1. Ривлин Л.А. *Письма в ЖЭТФ*, **13**, 362 (1971).
2. Rivlin L.A. *Laser Phys.*, **5**, 297 (1995).
3. Dementev E.N., et al. *Sov. Phys. Tech. Phys.*, **25**, 1001 (1980).
4. Rahman A., Schiffer J.P. *Phys. Rev. Lett.*, **57**, 1133 (1986).
5. Diedrich F., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2931 (1987).
6. Wineland D.J., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2935 (1987).
7. Gilbert S.L., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 2022 (1988).
8. Waki I., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 2007 (1992).
9. Birkl G., Kassner S., Walther H. *Nature*, **357**, 310 (1992).
10. Raizen M.G., et al. *Phys. Rev. A*, **45**, 6493 (1992).
11. Miesner H.-P., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 623 (1996).
12. Atutov S.N., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 2129 (1998).
13. Lauer I., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 2059 (1998).
14. Drewsen M., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 2878 (1998).
15. Wanner B., et al. *Phys. Rev. A*, **58**, 2242 (1998).
16. Hasse R.W., Steck M. *Proc. EPAC* (Vienna, Austria, 2000, p.274).
17. Schaetz T., et al. *Nature*, **412**, 717 (2001).
18. Schramm U., Schaetz T., Habs D. *Proc. Non-Neutral Plasma Physics IV* (AIP Press, 2002, vol.606, p.235).
19. Metcalf H.J., Van der Straten P. *Laser cooling and trapping* (New York: Springer, 1999).
20. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **17**, 635 (1990).
21. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **18**, 651 (1991).
22. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. *Кооперативные явления в оптике* (М.: Наука, 1988).
23. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **27**, 189 (1999).
24. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **7**, 634 (1980).
25. Collins C.B., et al. *Phys. Rev. C*, **37**, 2267 (1998).
26. Collins C.B., Carroll J.J. *Hyperfine Interactions*, **107**, 3 (1997).
27. Collins C.B., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 695 (1999).
28. Ahmad I., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **87** (7), August 13 (2001).
29. Андреев А.В. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **69** (5), 371 (1999).