

Стохастический квазисинхронизм в нелинейно-оптических кристаллах с нерегулярной доменной структурой

Е.Ю.Морозов, А.С.Чиркин

Развита теория взаимодействия световых волн в полидоменных кристаллах со случайным изменением толщины доменов, описываемым случайным телеграфным процессом. Рассмотрены генерация второй оптической гармоники и параметрическое усиление при высокочастотной накачке. Установлено, что максимальная эффективность нелинейного преобразования имеет место при условии, что фазовая расстройка взаимодействующих волн равна удвоенной пространственной частоте смены знака нелинейности (условие стохастического квазисинхронизма).

Ключевые слова: квазисинхронные взаимодействия, генерация второй гармоники, параметрическое усиление, доменная структура.

1. Введение

В полидоменных оптических кристаллах с так называемыми 180-градусными доменами и в периодически поляризованных нелинейно-оптических кристаллах, т. е. в кристаллах с инвертированными оптическими осями, коэффициенты квадратичной нелинейной восприимчивости могут менять знак от слоя к слою (см. обзоры [1, 2]). В результате возникает решетка нелинейной восприимчивости. При этом обратный вектор решетки может компенсировать фазовую расстройку Δk взаимодействующих волн

$$\Delta k = \frac{2\pi}{A_0} m. \quad (1)$$

Это соотношение получило название условия квазисинхронизма. Здесь A_0 – пространственный период модуляции нелинейной восприимчивости, m – порядок квазисинхронизма. При квазисинхронных взаимодействиях можно использовать типы взаимодействий или нелинейные кристаллы, для которых условие традиционного фазового синхронизма не удается выполнить. С практической точки зрения наиболее важным является тот факт, что при квазисинхронных взаимодействиях можно использовать наибольшую нелинейность кристалла, выбрав соответствующим образом поляризацию взаимодействующих волн. Так, например, в полидоменном (или периодически поляризованном) кристалле LiNbO_3 используют ее π -взаимодействие, которое связано с нелинейным коэффициентом d_{33} , почти на порядок превышающим остальные нелинейные коэффициенты этого кристалла.

В настоящее время квазисинхронные взаимодействия в нелинейной оптике используются для получения как

интенсивного когерентного излучения в спектральной области от ИК до УФ [1, 3], так и неклассического света [4, 5]. Наряду с этим при квазисинхронных взаимодействиях оказалась возможной реализация нового типа нелинейно-оптических взаимодействий – последовательных, когда в нелинейной среде одновременно протекают несколько связанных трехчастотных процессов с общими волнами. Краткий обзор экспериментальных и теоретических работ в этом направлении дан в [2].

Расширение области применения квазисинхронных взаимодействий поставило новые проблемы, связанные не только с совершенствованием технологии получения кристаллов с регулярной доменной структурой, но и с разработкой теории нелинейно-оптических взаимодействий, адекватно описывающей новую экспериментальную ситуацию. Последняя проблема заключается не столько в том, что коэффициент нелинейной связи представляет собой пространственно периодическую функцию, сколько в нарушении этой периодичности.

Дело в том, что в полидоменных кристаллах, применяемых в эксперименте, в силу различных технологических причин модуляция коэффициента нелинейной связи волн отличается от строго периодической. Это могут быть вариации показателя преломления в объеме кристалла из-за неоднородности вхождения примесей и внутренних механических напряжений, возникших в ходе роста и последующей обработки кристалла. Период нелинейной структуры также может отличаться от идеального в силу нестабильности работы различных узлов ростовой установки и т. д.

В настоящей работе теория трехчастотных нелинейно-оптических взаимодействий развивается для случая, когда пространственная модуляция коэффициента нелинейной связи волн моделируется случайным телеграфным процессом. Такой процесс описывает случайное изменение толщины домена от одного домена к другому при одновременном инвертировании оптической оси. Заметим, что с точки зрения линейных свойств кристалл остается однородным. Рассмотренная модель случайной модуляции коэффициента связи волн нами уже использовалась при анализе удвоения частоты в разупорядо-

Е.Ю.Морозов, А.С.Чиркин. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы, e-mail: chirkin@squeeze.phys.msu.su

ченном полидоменном кристалле [6], в котором случайными являются как толщина доменов, так и фазовая расстройка, связанная с наличием неоднородностей показателя преломления и флуктуациями направления оптической оси.

2. Пространственно-модулированный нелинейный коэффициент как случайный телеграфный процесс

Для анализа статистических свойств коэффициента нелинейной связи волн запишем уравнения генерации второй гармоники в приближении плоских волн:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= -ig(z)\beta A_2 A_1^* \exp(-i\Delta kz), \\ \frac{dA_2}{dz} &= -ig(z)\beta A_1^2 \exp(i\Delta kz), \end{aligned} \tag{2}$$

где $A_1 = A_1(z)$, $A_2 = A_2(z)$ – медленно меняющиеся комплексные амплитуды основного излучения с частотой ω и ее второй гармоники соответственно; Δk – расстройка волновых векторов взаимодействующих волн; $\beta = d_{\text{eff}} \times 2\pi\omega / [cn(\omega)]$ – модуль коэффициента нелинейной связи волн; коэффициент d_{eff} учитывает геометрию взаимодействия и поляризации участвующих волн. Функция $g(z)$ описывает пространственную модуляцию нелинейного коэффициента, обусловленную инвертированием оптической оси при переходе от одного домена к другому (рис.1).

Функцию $g(z)$ будем считать случайным телеграфным процессом, который с равной вероятностью принимает значения $+1$ и -1 ($g^2(z) \equiv 1$) [7, 8], т. е.

$$g(z) = (-1)^{n(0,z)},$$

где $n(z_1, z_2)$ – случайная последовательность целых чисел, описывающая количество смен знака нелинейного коэффициента на длине (z_1, z_2) . На интервале $(0, z)$ число смен знака $n(0, z)$ подчиняется статистике Пуассона

$$P(n) = \frac{(vz)^n}{n!} \exp(-vz), \tag{3}$$

где v – среднее число смен знака на единице длины (средняя пространственная частота). Таким образом, среднее

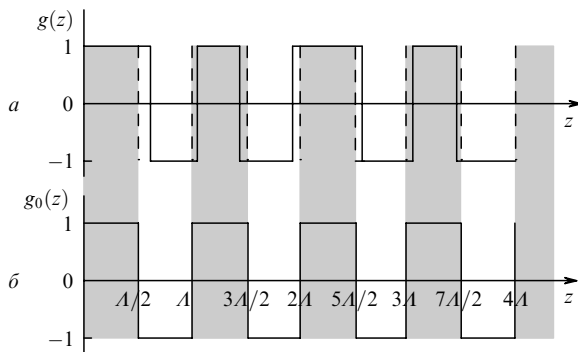


Рис.1. Случайная модуляция коэффициента нелинейной связи волн $g(z)$ (случайный телеграфный сигнал) (а) и регулярная модуляция нелинейного коэффициента $g_0(z)$ (б).

число смен знака \bar{n} на длине z и его дисперсия σ равны соответственно

$$\bar{n} = vz, \quad \sigma_n^2 = \overline{n^2} - \bar{n}^2 = \bar{n}. \tag{4}$$

Функция $g(z)$ характеризуется следующими статистическими свойствами [7, 8] (для обозначения статистического среднего будем использовать как угловые скобки, так и черту сверху над усредняемой величиной):

$$\langle g(z) \rangle = \exp(-2vz), \quad \langle g(z')g(z'') \rangle = \exp(-2v|z' - z''|). \tag{5}$$

Если $\mathcal{F}(z, g(z))$ – некоторый функционал, то справедлива формула дифференцирования [8]

$$\left(\frac{d}{dz} + 2v \right) \langle g(z)\mathcal{F}[z, g(z)] \rangle = \left\langle g(z) \frac{d\mathcal{F}[z, g(z)]}{dz} \right\rangle, \tag{6}$$

которая далее будет использована при расчетах.

3. Генерация второй гармоники

Начнем с анализа процесса удвоения частоты в нелинейных кристаллах со случайной аperiодической структурой. Перепишем систему (2) для интенсивностей $I_j(z) = |A_j(z)|^2$ ($j = 1, 2$). Вводя обозначения $U_i(z) = \text{Im}[A_2(z) \times A_1^{*2} \exp(-i\Delta kz)]$ и $U_r(z) = \text{Re}[A_2(z)A_1^{*2} \exp(-i\Delta kz)]$, получаем

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dz} &= 2g(z)\beta U_i, \\ \frac{dI_2}{dz} &= -2g(z)\beta U_i, \\ \frac{dU_i}{dz} &= -g(z)\beta I_1^2 + 2g(z)\beta I_1 I_2 - \Delta k U_r, \\ \frac{dU_r}{dz} &= \Delta k U_i. \end{aligned} \tag{7}$$

Усредним систему уравнений (7) по ансамблю случайных функций $g(z)$. Умножив последние два уравнения системы (7) на $g(z)$ и применив формулу (6), получим

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{I}_1}{dz} &= 2\beta\psi_1, \\ \frac{d\bar{I}_2}{dz} &= -2\beta\psi_1, \\ \frac{d\psi_1}{dz} &= -2v\psi_1 - \Delta k\psi_2 - \beta\langle I_1^2 \rangle + 2\beta\langle I_1 I_2 \rangle, \\ \frac{d\psi_2}{dz} &= \Delta k\psi_1 - 2v\psi_2, \end{aligned} \tag{8}$$

где $\psi_1 = \langle g(z)U_i \rangle$, $\psi_2 = \langle g(z)U_r \rangle$.

Система уравнений (8) незамкнута, поскольку кроме средних значений интенсивностей $\langle I_j \rangle$ ($j = 1, 2$) она содержит моменты второго порядка $\langle I_j I_q \rangle$ ($j, q = 1, 2$). Вообще говоря, можно записать уравнения и для этих мо-

ментов, однако они будут содержать моменты интенсивности еще более высокого порядка. Эта ситуация типична для нелинейных уравнений.

Вместе с тем в «развитом» режиме возбуждения второй гармоники статистику ее поля естественно считать гауссовой. Из (7) нетрудно получить соотношение $I_1(z) + I_2(z) = I_{10}$, где I_{10} – начальная интенсивность основного излучения. Тогда моменты интенсивности второго порядка можно выразить через среднее значение интенсивности второй гармоники, $\bar{I}_2(z)$ [9]:

$$\langle I_1 I_2 \rangle = I_{10} \bar{I}_2 - 2\bar{I}_2^2, \quad (9)$$

$$\langle I_1^2 \rangle = I_{10}^2 - 2I_{10} \bar{I}_2 + 2\bar{I}_2^2.$$

Подставим (9) в (8) и перейдем к безразмерным величинам

$$x = \frac{\bar{I}_2}{I_{10}}, \quad y_i = \frac{\psi_i}{I_{10}^{3/2}}, \quad \zeta = \frac{z}{L_{nl}}, \quad \alpha = 2vL_{nl}, \quad \Delta = \Delta k L_{nl}, \quad (10)$$

где $L_{nl} = 1/(\beta I_{10}^{1/2})$ – характерная нелинейная длина, а α и Δ – приведенные пространственная частота и фазовая расстройка соответственно. В результате система уравнений (8) примет удобный для дальнейшего анализа вид

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\zeta} &= -2y_1, \\ \frac{dy_1}{d\zeta} &= -\alpha y_1 - \Delta y_2 - (1 - 4x + 6x^2), \\ \frac{dy_2}{d\zeta} &= \Delta y_1 - \alpha y_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Заметим, что параметры α и Δ характеризуют разупорядоченность структуры кристалла и фазовое рассогласование на нелинейной длине L_{nl} .

Систему уравнений (11) удается решить лишь численно. Однако некоторые аналитические результаты, важные для понимания особенностей генерации второй гармоники в кристаллах со случайной доменной структурой, можно получить в приближении заданного поля. Этому приближению соответствует система, получающаяся из (11) при пренебрежении в правой части второго уравнения слагаемыми порядка x и x^2 по сравнению с единицей. Решение полученных таким образом уравнений для нормированной интенсивности второй гармоники, $x(\zeta)$, с нулевыми начальными условиями ($x(0) = 0$) дает

$$\begin{aligned} x(\zeta) &= \frac{2[-\alpha^2 + \Delta^2 + \alpha(\alpha^2 + \Delta^2)\zeta]}{(\alpha^2 + \Delta^2)^2} \\ &+ \frac{2e^{-\alpha\zeta}[(\alpha^2 - \Delta^2)\cos\Delta\zeta - 4\alpha\Delta\sin\Delta\zeta]}{(\alpha^2 + \Delta^2)^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Зависимость (12) можно получить и другим способом. В приближении заданного поля из системы уравнений (2) сразу получаем решение для $A_2(z)$:

$$A_2(z) = -i\beta A_{10}^2 \int_0^z g(z) \exp(i\Delta kz) dz, \quad (13)$$

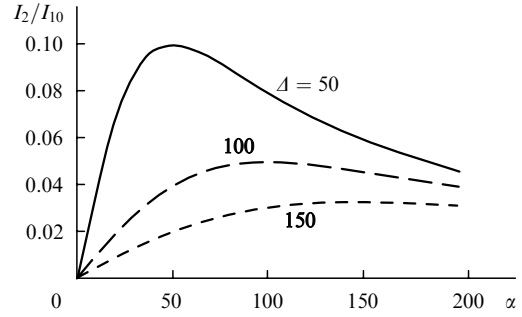


Рис.2. Зависимость нормированной интенсивности второй гармоники $I_2(z)/I_{10}$ от приведенной средней пространственной частоты α сменны знака коэффициента нелинейной связи при $\Delta = 50, 100$ и 150 ($z/L_{nl} = 5$).

где $A_{10} = A_1(z = 0)$. Из (13) с учетом выражения (5) для корреляционной функции случайного телеграфного процесса для средней интенсивности второй гармоники получим

$$\begin{aligned} \langle I_2(z) \rangle &= \beta^2 I_{10}^2 \int_0^z \int_0^z \exp(-2v|z' - z''|) \\ &\times \exp[i\Delta k(z' - z'')] dz' dz''. \end{aligned} \quad (14)$$

Интегрирование в (14) приводит к (12).

Из анализа выражения (12) следует наличие оптимального соотношения между средней пространственной частотой v случайного процесса $g(z)$ и фазовой расстройкой Δk . Полагая $v \sim \Delta k \gg 1$, получаем

$$\Delta k = 2v \left[\frac{3}{2v\zeta} + \left(1 - \frac{1}{v\zeta} + \frac{9}{4v^2\zeta^2} \right)^{1/2} \right]^{1/2}. \quad (15a)$$

При большом числе доменов на рассматриваемой длине ($2v\zeta \gg 1$) имеем

$$\Delta k \approx 2v \left(1 + \frac{1}{2v\zeta} + \frac{2.25}{(2v\zeta)^2} \right). \quad (15b)$$

На рис.2 и 3 представлены зависимости интенсивности второй гармоники, полученные численным решением системы (11). Из рис.2 ясно видно существование оптимального соотношения между величинами α и Δ ($\Delta \approx \alpha$), при которых интенсивность второй гармоники имеет максимальное значение. Рис.3 наглядно демонстрирует, что при $\alpha \approx \Delta$ темп роста интенсивности второй гармоники наибольший.

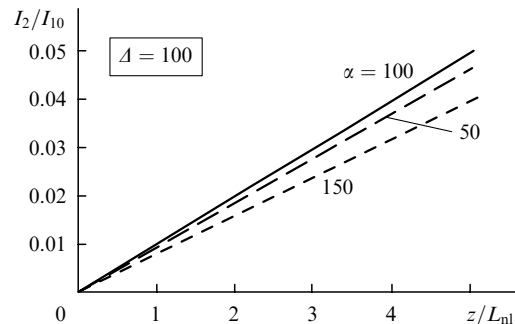


Рис.3. Зависимость нормированной интенсивности второй гармоники $I_2(z)/I_{10}$ от приведенной длины взаимодействия для различных приведенных средних пространственных частот α ($\Delta = 100$).

Соотношения (15) представляют собой условия стохастического квазисинхронизма, их можно записать через средний период слоистой структуры, $\bar{L} = 2/\nu$. Отметим, что в случае разупорядоченной среды оптимальное соотношение зависит от длины взаимодействия ζ . Из сравнения (1) и (15б) следует

$$\frac{\bar{L}}{A_0} \approx \frac{2}{\pi}.$$

Таким образом, на примере генерации второй гармоники обнаружено наличие стохастического квазисинхронизма, обеспечивающего максимальный энергообмен между взаимодействующими волнами в случайно аperiодических полидоменных кристаллах. Следует ожидать, что аналогичная ситуация может иметь место и для невырожденных трехчастотных взаимодействий.

4. Параметрическое преобразование частоты

Обратимся к трехчастотному взаимодействию волн типа $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, которое описывается следующей системой укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= -ig(z)\beta_1 A_3(z)A_2^*(z) \exp[i\Phi(z)], \\ \frac{dA_2}{dz} &= -ig(z)\beta_2 A_3(z)A_1^*(z) \exp[i\Phi(z)], \\ \frac{dA_3}{dz} &= -ig(z)\beta_3 A_1(z)A_2(z) \exp[-i\Phi(z)], \end{aligned} \tag{16}$$

где $A_1(z), A_2(z), A_3(z)$ – комплексные амплитуды волн с частотами $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ соответственно; β_j – абсолютные значения коэффициентов нелинейной связи волн ($j = 1, 2, 3$). Функция $g(z)$, как и ранее, описывает случайную модуляцию нелинейного коэффициента. Функция $\Phi(z)$ учитывает фазовый набег за счет фазовой расстройки взаимодействующих волн на длине взаимодействия z :

$$\Phi(z) = \int_0^z [k_3(z') - k_2(z') - k_1(z')] dz' = \Delta kz, \tag{17}$$

где $k_j(z) = k_j$ – волновое число на соответствующей частоте; Δk – регулярная фазовая расстройка.

Далее поступаем таким же образом, как в предыдущем разделе. Систему уравнений (17) преобразуем к виду (ср. с (7))

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dz} &= 2g(z)\beta_1 U_i, \\ \frac{dI_2}{dz} &= 2g(z)\beta_2 U_i, \\ \frac{dI_3}{dz} &= -2g(z)\beta_3 U_i, \\ \frac{dU_i}{dz} &= -g(z)\beta_3 I_1 I_2 + g(z)\beta_2 I_1 I_3 + g(z)\beta_1 I_2 I_3 - \Delta k U_r, \\ \frac{dU_r}{dz} &= \Delta k U_i, \end{aligned} \tag{18}$$

где $U_i(z) = \text{Im}\{A_1^* A_2^* A_3 \exp[i\Phi(z)]\}$; $U_r(z) = \text{Re}\{A_1^* A_2^* A_3 \exp[i\Phi(z)]\}$.

Из (18) с учетом (6) для усредненной системы получим

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{I}_1}{dz} &= 2\beta_1 \psi_1, \quad \frac{d\bar{I}_2}{dz} = 2\beta_2 \psi_1, \quad \frac{d\bar{I}_3}{dz} = -2\beta_3 \psi_1, \\ \frac{d\psi_1}{dz} &= -2\nu\psi_1 - \Delta k\psi_2 - \beta_3 \langle I_1 I_2 \rangle + \beta_2 \langle I_1 I_3 \rangle + \beta_1 \langle I_2 I_3 \rangle, \\ \frac{d\psi_2}{dz} &= \Delta k\psi_1 - 2\nu\psi_2, \end{aligned} \tag{19}$$

где $\psi_1 = \langle g(z)U_i(z) \rangle$, $\psi_2 = \langle g(z)U_r(z) \rangle$.

Воспользуемся соотношениями Мэнли–Роу, вытекающими из первых трех уравнений системы (18). Тогда при малых начальных интенсивностях усиливаемых полей по сравнению с интенсивностью накачки ($I_{30} \gg I_{10}, I_{20}$) и при гауссовой статистике взаимодействующих волн имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{\beta_1} = \frac{I_2}{\beta_2} = \frac{I_{30} - I_3}{\beta_3}, \\ \langle I_1 I_2 \rangle &= 2 \frac{\beta_2}{\beta_1} \bar{I}_1^2, \\ \beta_2 \langle I_1 I_3 \rangle &= \beta_1 \langle I_2 I_3 \rangle, \\ \langle I_1 I_3 \rangle &= I_{30} \bar{I}_1 - 2 \frac{\beta_3}{\beta_1} \bar{I}_1^2. \end{aligned} \tag{20}$$

С учетом (20) систему уравнений (19) можно привести к виду

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\zeta} &= 2\varepsilon_1 y_1, \\ \frac{dy_1}{d\zeta} &= -\alpha y_1 - \Delta y_2 + 2\varepsilon_2 x_1 - 6 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} x_1^2, \\ \frac{dy_2}{d\zeta} &= \Delta y_1 - \alpha y_2. \end{aligned} \tag{21}$$

Здесь $x_1 = \langle I_1/I_{30} \rangle$; $y_{1,2} = \psi_{1,2}/I_{30}^{3/2}$, $\varepsilon_{1,2} = \beta_{1,2}/\beta_3$; $\zeta = z/L_{nl}$, $\alpha = 2\nu L_{nl}$; $\Delta = \Delta k L_{nl}$; $L_{nl} = 1/(\beta_3 I_{30}^{1/2})$.

Численное решение системы уравнений (21) представлено на рис.4–7. Рис.4 наглядно демонстрирует наличие в рассматриваемом процессе оптимального соотноше-

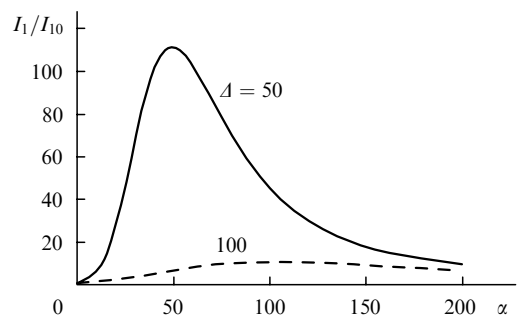


Рис.4. Зависимость коэффициента усиления сигнальной волны $I_1(z) \times I_{10}^{-1}$ от приведенной средней пространственной частоты α смены знака коэффициента нелинейной связи для различных фазовых расстроек при $I_1(0) = 10^{-3}$ и $z/L_{nl} = 50$.

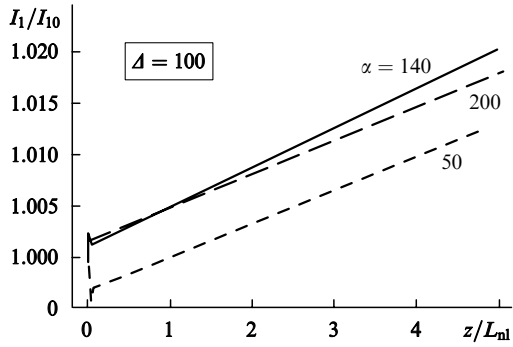


Рис.5. Зависимость коэффициента усиления сигнальной волны $I_1(z) \times I_0^{-1}$ от приведенной длины взаимодействия для различных значений параметра α при $I_1(0) = I_0 = 10^{-3}$ и $\Delta = 100$.

ния между связанным с разупорядоченностью доменной структуры параметром α и фазовой расстройкой Δ , при котором усиление волны сигнала наибольшее. Другими словами, при параметрическом взаимодействии, как и в случае генерации второй гармоники, имеет место стохастический квазисинхронизм. Зависимость интенсивности сигнальной волны от длины взаимодействия на начальном этапе носит линейный характер (рис.5).

При выполнении условия стохастического квазисинхронизма ($\Delta = \alpha$) на больших длинах взаимодействия эффективность преобразования энергии накачки в сигнальную волну может быть значительной (рис.6). Из рис.6 видно также наличие установившегося режима энергообмена между взаимодействующими волнами. Максимальная эффективность преобразования, равная 0.2, соответствует выбранному соотношению частот сигнальной и холостой волн 2 : 3, для которого рассчитаны зависимости, представленные на рис.4 – 6.

Таким образом, в установившемся режиме нелинейного взаимодействия имеется своеобразное динамическое равновесие, когда в каждой из возбуждаемых волн содержится одинаковое число фотонов. Сказанное иллюстрируют кривые рис.7, построенные для различных соотношений частот сигнальной и холостой волн.

5. Заключение

В настоящей работе развита теория трехчастотных нелинейно-оптических процессов в полидоменных кристаллах со случайным изменением толщины доменов, которое проявляется в виде случайной модуляции коэф-

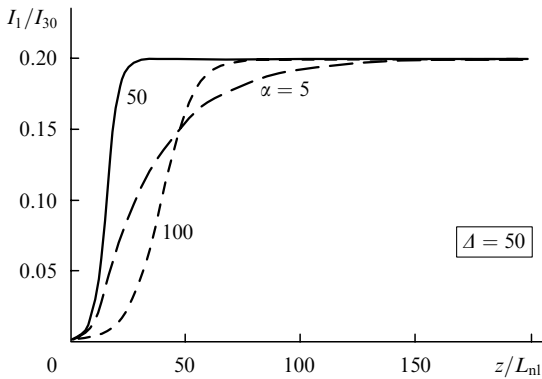


Рис.6. Зависимость нормированной интенсивности сигнальной волны $I_1(z)/I_30$ от приведенной длины взаимодействия для различных значений α при $\Delta = 50$.

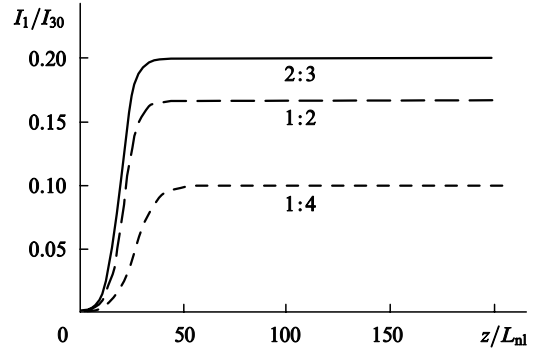


Рис.7. Зависимость нормированной интенсивности сигнальной волны $I_1(z)/I_30$ от приведенной длины взаимодействия для различных соотношений частот ($\alpha = \Delta = 50$).

фициента нелинейной связи волн. В качестве модели случайного изменения нелинейного коэффициента взят случайный телеграфный процесс. Изучены процессы генерации второй гармоники и параметрического взаимодействия световых волн в таких кристаллах. Установлено наличие условия стохастического квазисинхронизма, определяемого равенством фазовой расстройки взаимодействующих волн удвоенной средней пространственной частоте модуляции нелинейного коэффициента ($\Delta = 2\nu$). Это условие является аналогом условия обычного квазисинхронизма и соответствует наиболее эффективному энергообмену между взаимодействующими волнами.

Ясно, что наличие аperiodичности в слоистой структуре уменьшает эффективность нелинейно-оптических преобразований. Однако, если длина нелинейного кристалла составляет нескольких десятков нелинейных длин (что можно реализовать в поле сверхкоротких импульсов), стохастический квазисинхронизм позволяет повысить эффективность взаимодействий в сравнении с взаимодействиями в однородной среде в отсутствие синхронизма.

Оценим разброс толщин доменов кристалла LiNbO_3 , когда можно применять развитую нами теорию. При длине кристалла $z = 1$ см и среднем периоде модуляции нелинейного коэффициента $\bar{L} = 20$ мкм ($\nu = 10^3$ см $^{-1}$) согласно (4) среднее число доменов $\bar{n} = 10^3$. Изменение числа доменов n от кристалла к кристаллу меняется в соответствии с законом (3). Наиболее вероятно оно лежит в интервале $\bar{n} - \sigma_n \leq n \leq \bar{n} + \sigma_n$. Следовательно, длины доменов l_d находятся преимущественно в интервале

$$\frac{\bar{L}/2}{1 + 1/\sqrt{\bar{n}}} \leq l_d \leq \frac{\bar{L}/2}{1 - 1/\sqrt{\bar{n}}}$$

В нашем случае, для $\bar{n} = 10^3$, флуктуации толщин доменов лежат в пределах 3 %.

Развитый нами подход к анализу взаимодействия световых волн со случайным коэффициентом связи можно перенести на последовательные нелинейно-оптические взаимодействия [2] и нелинейное преобразование частот в рентгеновском диапазоне [10].

Следует отметить, что влияние на нелинейно-оптические процессы флуктуаций фазовой расстройки, связанных с небольшими флуктуациями оптической оси кристалла (при неизменном нелинейном коэффициенте), интенсивно исследовалось в 1970 – 1980 гг. [11, 12]. С учетом

флуктуаций фазовой расстройки и коэффициента нелинейной связи волн недавно изучено удвоение оптической частоты [6].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 00-02-16040) и INTAS (01-2097). Авторы благодарят за полезное обсуждение полученных результатов Г.Д.Лаптева, Е.В.Макеева и А.А.Новикова. Авторы также признательны С.Г.Гречину за критическое прочтение работы.

1. Byer R.L. *J. Nonlinear Opt. Phys. and Materials*, **6**, 549 (1997).
2. Чиркин А.С., Волков В.В., Лаптев Г.Д., Морозов Е.Ю. *Квантовая электроника*, **30**, 847 (2000).
3. Fejer M.M. In: *Beam shaping and control with nonlinear optics* (New York: Plenum Press, 1998, p. 375).
4. Levenson A., Vidokovich P., Simonneau S. *J. Pure and Appl. Optics*, **7**, 81 (1998).
5. Tanzilli S., Tittel W., De Riedmatten H., Zbinden H., Baldi P., De Micheli M. *Eur. Phys. J. D*, **18**, 155 (2002).
6. Морозов Е.Ю., Каминский А.А., Чиркин А.С., Юсупов Д.Б. *Письма в ЖЭТФ*, **73**, 731 (2001).
7. Мандель Л., Вольф Э. *Оптическая когерентность и квантовая оптика* (М.: Физматлит, 2000).
8. Кляцкин В.И. *Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах* (М.: Физматлит, 2002).
9. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981).
10. Nazarkin A., Podorov S., Uschmann I., Förster E., Sanerbrey R. *Phys. Rev. A*, **67**, 41804-1 (2003).
11. Ахманов С.А., Чиркин А.С. *Статистические явления в нелинейной оптике* (М.: изд-во МГУ, 1971).
12. Заславский Г.М., Мейтлис В.П., Филоненко Н.Н. *Взаимодействие волн в неоднородных средах* (Новосибирск: Наука, СО РАН, 1982).