

Влияние квантовых флуктуаций поляризации рассеивающей среды на вынужденное комбинационное рассеяние в фотонном кристалле

Р.Г.Запорожченко

Приведены результаты расчета ВКР фемтосекундных импульсов в фотонном кристалле (ФК), состоящем из чередующихся четвертьволновых слоев диэлектрика и нелинейно-рассеивающей среды, с учетом квантовых флуктуаций ее поляризации. Из анализа расчетов следует, что статистические свойства поляризации оказывают существенное влияние на длительность и интенсивность импульсов на стоксовой частоте. Эффективное ВКР-преобразование в ФК осуществляется при характерных дисперсионных условиях, обеспечивающих минимальную разность дисперсий частот накачки и стоксовой частоты, которые определяются как длиной, так и числом периодов ФК.

Ключевые слова: фотонный кристалл, фемтосекундные импульсы света, вынужденное комбинационное рассеяние, квантовые флуктуации поляризации.

1. Введение

Теоретические и экспериментальные исследования фотонных кристаллов (ФК), выполненные за последние 15 лет, показали перспективность их использования в коммуникационных системах, а также для создания устройств переключения и генерации света [1, 2]. Однако технологические трудности изготовления ФК пока препятствуют их практическому использованию в различных устройствах. Наиболее значительные успехи достигнуты в выращивании и исследовании искусственных опалов и полупроводниковых периодических структур. В настоящее время свойства ФК и принципы работы устройств на их основе активно изучаются методами математического моделирования.

В работе [3], посвященной исследованию ВКР в периодических средах, продемонстрирована высокая эффективность преобразования излучения накачки в первую стоксову компоненту по сравнению с эффективностью возбуждения ВКР в кристалле такой же длины. В расчете была использована система уравнений, учитывающая дисперсию групповой скорости во втором порядке теории дисперсии. Из наших расчетов, выполненных для генерации второй гармоники в ФК при накачке импульсами длительностью 100 фс, следует, что эффективность ВКР-преобразования оказывается выше при наличии пространственной, а не временной дисперсии [4, 5]. Это связано с тем, что пространственная дисперсия больше временной, что позволяет увеличить эффективную длину ФК (число его периодов), для которой достигается компенсация фазового рассогласования скоростей волн накачки и второй гармоники. Результаты расчета, выполненные в [5] с учетом второй производной по пространственной координате, достаточно близки к данным, приведенным в [6].

В настоящей работе для анализа ВКР в фотонном кристалле использовано приближение пространственной дисперсии второго порядка. Целью работы было исследование влияния квантовых флуктуаций поляризации среды на процесс ВКР излучения фемтосекундного лазера в ФК, представляющем собой чередующиеся слои диэлектрика и нелинейно-рассеивающей среды. Исследовалось проявление статистики квантовых шумов поляризации при различных дисперсионных свойствах ФК, зависящих от оптических длин слоев и числа периодов структуры.

2. Дисперсионные свойства фотонных кристаллов

Для получения количественных данных о дисперсионных свойствах трех ФК, различающихся оптическими длинами слоев, выполнен детальный анализ спектров пропускания и плотностей оптических мод по формулам, приведенным в работах [3–5] (см. также [7, 8]). Спектры отражения и пропускания ограниченных одномерных периодических структур рассчитывались методом характеристической матрицы [7], а коэффициенты плотности мод – с использованием рассчитанных амплитуд и фаз соответствующих коэффициентов пропускания. На рис.1 приведены спектры пропускания $T(\omega)$ и плотности оптических мод $\rho(\omega)$, нормированные на скорость света, трех ФК при числе периодов $N_{st} = 80$ с различными оптическими длинами слоев. Показатели преломления слоев кристалла Nd:KGW и кварца на частоте накачки ω_p и стоксовой частоте ω_s таковы: $n_{1p} = 1.968$, $n_{1s} = 1.977$ для Nd:KGW и $n_{2p} = 1.467$, $n_{2s} = 1.45$ для кварца.

На рис.2 представлены зависимости плотностей оптических мод стоксовой волны ρ_s и волны накачки ρ_p для трех ФК от числа периодов N_{st} , а также длина группового рассогласования волн, определяемая в соответствии с [9],

$$L_{gr} = \tau_p |\Delta u^{-1}|, \quad (1)$$

Р.Г.Запорожченко. Институт физики им. Б.Н.Степанова НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Ф.Скорины, 70; e-mail: rzap@dragon.bas-net.by

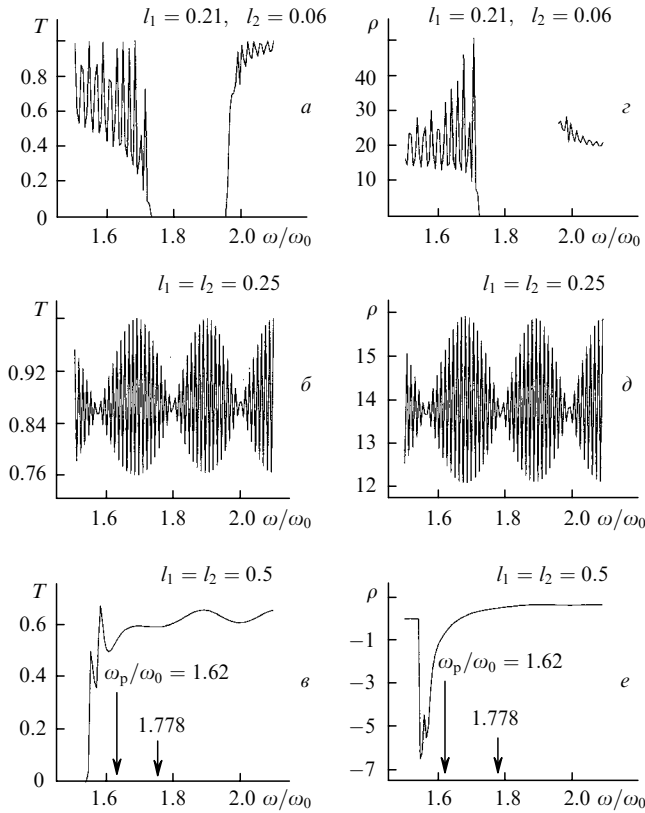


Рис.1. Спектры пропускания $T(\omega)$ ФК 1–3 (а–в) и соответствующие им плотности оптических мод $\rho(\omega)$ (з–е) для различных длин слоев рассеивающей среды (l_1) и диэлектрика (l_2) при $N_{st} = 80$. Толщины слоев $l_{1,2}$ нормированы на λ_0 (стрелками отмечены частоты, нормированные на $\omega_0 = 10^{15} \text{ c}^{-1}$).

где $\Delta u^{-1} = (\rho_s - \rho_p)^{-1}$; τ_p – длительность импульса накачки.

Из данных для коэффициентов пропускания (рис.1,а) видно, что при наименьшей длине рассеивающей среды и диэлектрика ($l_1 = 0.21, l_2 = 0.06$) частота накачки попадает в «запрещенную зону» ФК, а частота первой стоксовой компоненты – в один из его боковых максимумов. В этом случае плотности оптических мод на данных частотах существенно различаются, и их разность $\rho(\omega_s) - \rho(\omega_p)$ составляет 20.61; с ростом длины ФК ρ_s падает ниже нуля (рис.2,а), что свидетельствует об изменении плотности оптических мод. Для второго и третьего ФК плотности оптических мод на частоте накачки и стоксовой частоте близки по значению и также существенно уменьшаются с ростом числа периодов структуры. Минимальная длина групповой расстройки для импульса накачки длительностью 100 фс в соответствии с (1) имеет место для ФК с $l_1 = 0.21, l_2 = 0.06$ (рис.2,з–е).

3. Нелинейное взаимодействие волн накачки и первой стоксовой компоненты

Исследование статистических свойств излучения ВКР в фотонном кристалле в поле прошедшего и отраженного света накачки выполнено на основе расчета системы уравнений с источниками для поляризации рассеивающей среды [3] при учете вторых производных по пространственной координате. Это позволяет учесть дисперсионные свойства как нелинейной, так и линейной среды во втором приближении теории дисперсии.

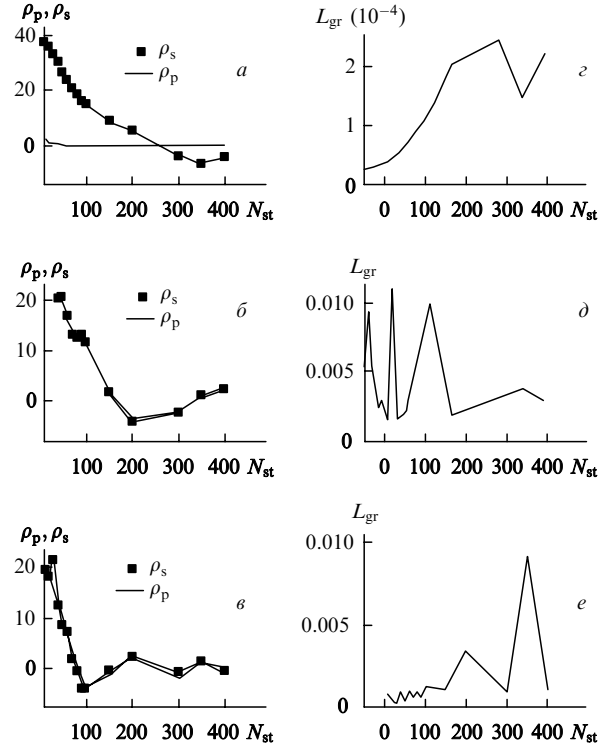


Рис.2. Зависимости плотностей оптических мод $\rho_{p,s}$ и длины группового рассогласования L_{gr} волн накачки и первой стоксовой компоненты от числа периодов N_{st} для ФК 1–3, представленных на рис.1

Поле в фотонном кристалле представляло собой сумму волн:

$$E(z, t) = E_p^+ \exp(ik_p z - i\omega_p t) + E_p^- \exp(-ik_p z - i\omega_p t) + E_s^+ \exp(ik_s z - i\omega_s t) + E_s^- \exp(-ik_s z - i\omega_s t) + \text{компл. сопр.},$$

где $E_{p,s}^{\pm}, \omega_{p,s}, k_{p,s}$ – медленно изменяющиеся амплитуды, частоты и волновые векторы лазерной волны накачки и стоксовой волны. В предположении, что $\omega_p - \omega_s = \omega_{21}$, светоиндуцированное когерентное колебание в рассеивающей среде записывалось в виде

$$P_{21}(z, t) = \{q^+(z, t) \exp[i(k_p - k_s)z] + q^-(z, t) \exp[-i(k_p - k_s)z]\} \exp\{-[i(\omega_p - \omega_s)t]\} + \text{компл. сопр.},$$

где $q^{\pm}(z, t)$ – амплитуды поляризации рассеивающей среды для противоположно направленных волн стоксова излучения. В этом случае система уравнений, используемая для анализа временных и энергетических свойств ВКР, имеет следующий вид:

$$i \frac{1}{2k_p} \frac{\partial^2 E_p^+}{\partial z^2} + \frac{\partial E_p^+}{\partial z} + \frac{1}{u_p} \frac{\partial E_p^+}{\partial t} = i \frac{\omega_p}{\omega_s} g_{2s}(q^+) E_s^+,$$

$$i \frac{1}{2k_p} \frac{\partial^2 E_p^-}{\partial z^2} + \frac{\partial E_p^-}{\partial z} + \frac{1}{u_p} \frac{\partial E_p^-}{\partial t} = i \frac{\omega_p}{\omega_s} g_{2s}(q^-) E_s^-,$$

$$\begin{aligned}
i \frac{1}{2k_s} \frac{\partial^2 E_s^+}{\partial z^2} + \frac{\partial E_s^+}{\partial z} + \frac{1}{u_s} \frac{\partial E_s^+}{\partial t} &= i g_{2s}(q^+) E_p^+, \\
i \frac{1}{2k_s} \frac{\partial^2 E_s^-}{\partial z^2} - \frac{\partial E_s^-}{\partial z} + \frac{1}{u_s} \frac{\partial E_s^-}{\partial t} &= i g_{2s}(q^-) E_p^-, \\
\frac{\partial q^+}{\partial t} &= -\Gamma q^+ + i [g_{1s}(E_s^+) E_p^+] + Q^{1/2} F^+(z, t), \\
\frac{\partial q^-}{\partial t} &= -\Gamma q^- + i [g_{1s}(E_s^-) E_p^-] + Q^{1/2} F^-(z, t),
\end{aligned} \quad (2)$$

где $g_{1s} = \beta(\omega_s)/\hbar$; $g_{2s} = 2\pi\hbar\omega_s g_{1s} N_0$; $\beta(\omega_s)$ – восприимчивость на стоксовой частоте; $u_i = (c/n_i)$ – групповые скорости i -й волны, принятые равными фазовым ($i = p, s$); N_0 – плотность рассеивающих частиц; $T_2 = \Gamma^{-1}$ – время фазовой релаксации; Γ – ширина линии ВКР; F^\pm – нормированные статистически независимые гауссовы источники флуктуаций поляризации [10–13]; $Q = 2\Gamma/SN_0$ – интенсивность флуктуаций поляризации; S – поперечное сечение возбужденного объема рассеивающей среды.

Решение системы уравнений в нелинейной среде выполнено с использованием метода характеристик для расчета уравнений в частных производных первого порядка согласно ранее разработанному нами алгоритму [3, 14, 15]. В системе уравнений (2) использованы безразмерные переменные $t' = tc/\lambda_0$, $z' = z/\lambda_0$; линейный оператор $-i(1/2k_i)(\partial^2/\partial z^2)$ в фурье-пространстве заменялся скалярным множителем $\exp(-iK^2\Delta t/2)$, где $K = 2\pi/(N \times \Delta z)$ (N – параметр фурье-преобразования, соответствующий числу шагов на сетке частот, Δz – безразмерный шаг по пространству).

Начальные условия для полей волн и поляризации q^\pm задавались в виде

$$\begin{aligned}
E_p(z = 0, t) &= E_{p0} \exp\{-2 \ln 2[(t - t_0)/\tau_p]^2\}, \\
q^\pm(t = 0) &= 0,
\end{aligned}$$

где τ_p – длительность импульса накачки на полувысоте; t_0 – время, соответствующее началу счета. При использовании метода быстрого фурье-преобразования граничные условия для прошедшей и отраженной волн получаются путем его применения к выражениям для волн накачки и рассеянного излучения.

В качестве параметров излучения выбраны типичные характеристики фемтосекундного неодимового лазера на стекле с длиной волны $\lambda_0 = 1060$ нм и $\tau_p = 100$ фс. Параметры нелинейного слоя толщиной l_1 (в единицах λ_0) аналогичны параметрам кристалла Nd:KGW ($T_2 = \Gamma^{-1} = 5.6$ пс, $N_0 = 4.5 \times 10^{22}$ см $^{-3}$, $\beta(\omega_s) = 2 \times 10^{-25}$ см $^3 \cdot \text{эрг}^{-1}$ [3], $\omega_p/\omega_s = 1.1$), а показатели преломления нелинейного слоя толщиной l_2 – параметрам кварца. Общая длина нелинейной среды $l \approx l_1 \lambda_0 j$, где j – число слоев активной среды, $N_{st} = 2j$ – число периодов структуры, изменяющихся в пределах 4–800. Интенсивности волн накачки и стоксовой частоты нормировались на 1 ГВт/см 2 .

Процесс преобразования частоты фемтосекундных импульсов носит нестационарный характер, если $\tau_p/T_2 \ll G$; для типичных кристаллов времена поперечной релаксации составляют несколько пикосекунд, и это неравенство выполняется. В данном случае коэффициент нестационарного ВКР-преобразования G можно оценить по формуле [9]

$$G = (4g_0 J_p \tau_p / T_2)^{1/2},$$

где $g_0 = 4\pi g_{1s} g_{2s} / \Gamma c^2$ – коэффициент ВКР-усиления, равный 6 см/ГВт; J_p – интенсивность накачки. Уровень спонтанных шумов в уравнениях (2) определялся параметром Q . В наших расчетах пучок накачки задавался сфокусированным на поверхность кристалла и имел сечение 10^{-4} см 2 .

Анализ эффективности ВКР-преобразования в нестационарном режиме, проведенный в [3, 14–16], показал, что для достижения режима ВКР, когда интенсивность излучения в первую стоксову компоненту превышает спонтанное комбинационное рассеяние, необходимо иметь $G \geq 1$. Такое значение коэффициента G для рассеивающей среды, длина которой l составляет лишь пять длин волн при 20 периодах фотонного кристалла, можно обеспечить при $J_p = 400$ ГВт/см 2 (расчеты выполнены именно для этой интенсивности накачки). При таких условиях для непериодической рассеивающей среды интенсивность стоксова излучения превышает интенсивность шумового излучения лишь в несколько раз. Поэтому увеличение интенсивности ВКР-преобразования в фотонном кристалле может быть получено за счет его интерференционных свойств, существенно изменяющих плотности состояний электромагнитного поля накачки и стоксова излучения.

4. Результаты расчета ВКР-преобразования с учетом поляризации рассеивающей среды

Расчет нелинейной системы уравнений (2) выполнен для трех ФК при постоянном начальном уровне спонтанного рассеяния как с целью поиска оптимальной длины ВКР-преобразования (см. рис.2), так и для сравнения с результатами работы [3], в которой учтена вторая производная по времени.

На рис.3 приведены энергии прошедшего и отраженного излучения накачки и соответствующие им эффективности преобразования в первую стоксову компоненту для трех ФК. Сравнивая эти данные с полученными ранее в [3], следует обратить внимание на существенное различие в числах периодов ФК, для которых достигаются максимальные ВКР-преобразования излучения накачки. В данном варианте постановки задачи оптимальные длины ФК в десятки раз превышают прежние данные расчета. Тем не менее сохраняется качественное соответствие по эффективности преобразования в различных типах периодических структур. Как и в [3], наибольшая эффективность ВКР достигается в кристалле с $l_1 = l_2 = 0.5$.

Сравним полученные данные с дисперсионными характеристиками ФК, приведенными на рис.1 и 2. Расчет оптических длин нелинейных кристаллов l , соответствующих наибольшим ВКР-преобразованиям для трех ФК, дает значения 0.0034, 0.0093 и 0.02 см. Сопоставление этих данных с длинами группового рассогласования волн (рис.2, $z-e$) показывает, что наибольшее отношение ($l/L_{gr} = 30$) имеет место для первого ФК, для второго оно равно 3.2 и для третьего – 2. Таким образом, во всех трех ФК выполняется условие нестационарности локального отклика $l > L_{gr}$ [9], и чем больше это неравенство, тем менее эффективно должно идти ВКР-преобразование фемтосекундных импульсов. Результаты расчета нелинейной системы уравнений (2) хорошо подтверждают этот вывод.

Представляет интерес оценить, что более существенно влияет на процесс ВКР-преобразования – дисперсион-

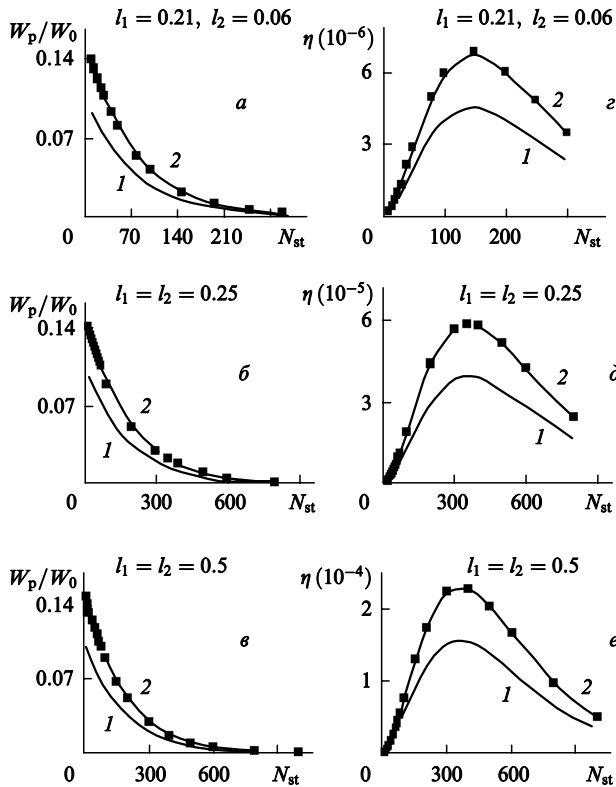


Рис.3. Зависимости энергии W_p/W_0 прошедшего излучения накачки (а–в) и эффективности ВКР-преобразования η (г–е) прошедших (1) и отраженных (2) волн от числа периодов N_{st} для фотонных кристаллов, представленных на рис.1.

ные свойства ФК или его длина. Из сравнения данных рис.3,г и е видно, что нестационарный коэффициент ВКР-усиления в третьем ФК больше, чем в первом, в 1.54 раза. Следовательно, ВКР-усиление для нелинейного кристалла такой же длины должно составить 4.67 раза, тогда как эффективность преобразования в третьем ФК увеличилась при $N_{st} = 300$ в 66 раз. Это свидетельствует о том, что в ФК происходит модификация плотности оптических мод, и в случае, когда обе волны имеют близкие по значению дисперсионные параметры, характеризуемые длиной группового расщепления волн L_{gr} , происходит максимальное преобразование фемтосекундного импульса накачки в импульс стоксовой частоты.

Данные для энергий волн накачки и первой стоксовой компоненты, приведенные на рис.3, и результаты, полученные ранее в работе [3], различаются как по эффективной длине максимального преобразования, так и по эффективности ВКР-преобразования. Как и в случае генерации второй гармоники, учет в уравнениях пространственной дисперсии во втором порядке приводит к увеличению эффективных длин нелинейного взаимодействия и, вследствие этого, к более адекватному описанию процесса взаимодействия волн с дисперсионной средой. Конечно, лучшей проверкой того, какую модель нужно рассматривать в расчете, является эксперимент. Однако в настоящее время мы не располагаем такими данными, поэтому можно судить о правильности того или иного подхода, дополнительно используя задачу о линейных свойствах ФК, основанную на решении стационарных уравнений Максвелла. Как следует из проведенного выше анализа, использование данных о линейных свойствах ФК позволяет получить неплохую корреляцию с

расчетами нелинейной нестационарной системы уравнений (2). Переход к анализу взаимодействия более коротких импульсов потребует одновременного учета во втором порядке теории дисперсии как дисперсионных свойств среды, так и характеристик излучения.

5. Влияние квантовых флуктуаций поляризации нелинейной среды на параметры ВКР

В наших работах [12–14] по исследованию влияния квантовых шумов поляризации рассеивающей среды на параметры обратного ВКР пикосекундных импульсов было показано, что статистические свойства поляризации наиболее существенно проявляются при невысоких эффективностях преобразования (доли процента). Увеличение накачки приводит к потере информации о начальных свойствах источников, из которых формируется излучение с преобразованием частоты. Из-за малых длин нелинейного взаимодействия в ФК эффективности преобразования даже при существенном увеличении, обусловленном дисперсионными характеристиками периодической структуры, не превышают нескольких процентов. Поэтому квантовые флуктуации шумов поляризации должны проявляться в свойствах полученного рассеянного излучения.

На рис.4 приведены распределения вероятности энергий $P_1^\pm(W_s^\pm/\langle W_s^\pm \rangle)$ и длительностей импульсов $P_2^\pm(\tau_s^\pm/\langle \tau_s^\pm \rangle)$ прошедших и отраженных стоксовых компонент, полученные при различных условиях ВКР-преобразования в трех ФК ($\langle W_s^\pm \rangle$, $\langle \tau_s \rangle$ – средние значения энергий и длительностей преобразованных волн соответственно). Результаты получены для большого (~ 560) числа реализаций решений уравнений (2). В расчетах источники $F^\pm(z, t)$ варьировались с помощью генератора случайных чисел. Рассчитаны дисперсии флуктуаций $\sigma_i = (x_i - \langle x_i \rangle)^{1/2}$ этих величин и коэффициенты корреляций между ними

$$R_{i-j} = \frac{\langle x_i x_j \rangle - \langle x_i \rangle \langle x_j \rangle}{\sigma_i \sigma_j}.$$

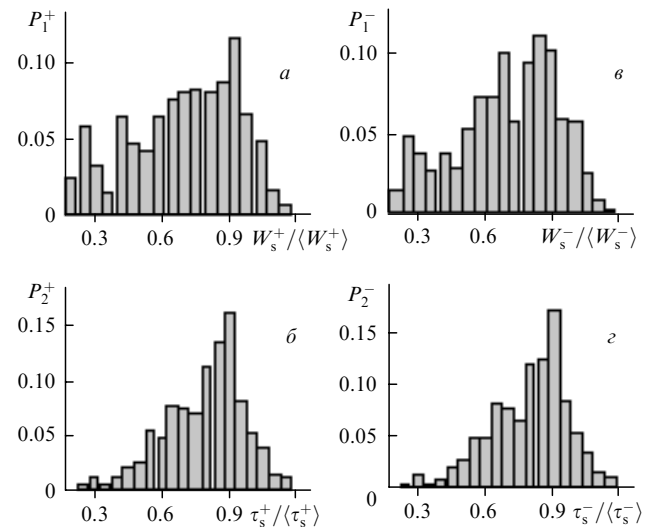


Рис.4. Гистограммы $P_{1,2}^\pm$ длительностей прошедших (а, б) и отраженных (в, г) импульсов на стоксовой частоте для числа периодов фотонных кристаллов $N_{st} = 80$ при $l_1 = 0.21, l_2 = 0.06$ (а–в), и $l_1 = l_2 = 0.5$ (б–г).

Табл.1. Средние значения энергий стоксовых волн и их длительностей для трех ФК.

Номер ФК	$\langle W_s^+ \rangle$	$\langle W_s^- \rangle$	σ_s^+	σ_s^-	$\langle \tau_s^+ \rangle$	$\langle \tau_s^- \rangle$	σ_i^+	σ_i^-
1	2.29×10^{-4}	3.57×10^{-4}	6.07×10^{-8}	1.08×10^{-6}	0.54	0.56	0.24	0.22
2	4.9×10^{-3}	7.02×10^{-3}	1.58×10^{-5}	2.18×10^{-5}	0.69	0.71	0.16	0.15
3	1.95×10^{-2}	2.8×10^{-2}	1.11×10^{-4}	1.58×10^{-4}	0.82	0.83	0.16	0.15

Табл.2. Коэффициенты корреляций для трех ФК.

Номер ФК	R_{1-2}	R_{1-5}	R_{1-6}	R_{5-6}	R_{3-5}	R_{3-6}	R_{2-5}	R_{2-6}	R_{4-5}	R_{4-6}
1	0.53	-0.0052	0.0212	0.51	0	0	-0.05	0.02	0	0
2	0.97	-0.011	-0.009	0.97	-0.05	-0.05	-0.02	0.01	-0.05	-0.05
3	0.95	-0.068	-0.06	0.99	0	0	-0.07	-0.06	0	0

Примечание. Нижние индексы (1–6) коэффициентов корреляции R относятся к следующим параметрам: W_s^+ (1), W_s^- (2), τ_p^+ (3), τ_p^- (4), τ_s^+ (5) и τ_s^- (6).

Данные, полученные в расчете, приведены в табл.1 и 2 и на рис.4. Они соответствуют трем ФК с различными длинами слоев (см. рис.1).

Из табл.1 следует, что с ростом энергии прошедшей и отраженной волн на стоксовой частоте средняя длительность импульсов растет, причем для отраженной волны она несколько больше, чем для прошедшей. Анализ влияния дисперсионных свойств ФК на процесс преобразования, выполненный для одной реализации шумовых источников, как и сравнение средних значений энергий (2-я и 3-я колонки в табл.1), показывает, что основную роль в ФК играет дисперсия, а не оптическая длина взаимодействия волн накачки и первой стоксовой компоненты. Отношение энергий, полученных во втором и первом ФК, составляет 21.39. Это отношение было бы равно трем, если бы мы учитывали только длины взаимодействия. Так как дисперсионные свойства второго и третьего ФК близки, то увеличение энергии прошедшей и отраженной стоксовых волн как раз и определяется отношением длин взаимодействия и равно 3.97.

Коэффициенты корреляции, приведенные в табл.2 для трех ФК, также существенно различаются. Наибольшие значения R_{ij} соответствуют энергиям и длительностям прошедших и отраженных на стоксовой частоте импульсов для третьего ФК. Для первого ФК практически отсутствуют корреляции между энергиями импульсов прошедшей накачки и между импульсами ВКР и соответствующими им длительностями. Такие корреляции появляются при ВКР во втором и третьем ФК и имеют разные знаки. Это свидетельствует о том, что с увеличением эффективности преобразования происходит обратное влияние преобразованного излучения на накачку.

На рис.4 представлены гистограммы длительностей прошедших и отраженных импульсов на стоксовой частоте для трех ФК. Видно, что в зависимости от дисперсионных свойств ФК статистические свойства квантовых шумов поляризации проявляются не только в значениях средних длительностей (см. табл.1), но и в характере огибающих. Так, при малых эффективностях ВКР-преобразования (рис.4,а, г) гистограммы шире и имеют затянутый передний фронт, что характерно для ВКР вблизи порога в обычных условиях. Рост эффективности ВКР-преобразования (рис.4,в, е) приводит к сужению полуширин гистограмм, что свидетельствует об уменьшении влияния квантовых шумов на выходные характеристики импульсов преобразованного излучения.

6. Заключение

В результате анализа процесса ВКР-преобразования на основе системы уравнений, учитывающей пространственную дисперсию и квантовые шумы в источниках поляризации рассеивающей среды, получены зависимости эффективности преобразования от дисперсионных свойств ФК. Сравнение данных по эффективности преобразования для ФК, аналогичных рассмотренным в работе [3], показало, что учет второй производной по пространству в основной системе уравнений (2) лучше согласуется с расчетом линейных свойств ФК на основе матричного подхода. Так, из оценок групповой длины следует, что оптимальные длины соответствуют существенно большему числу периодов структуры, чем получено при расчете с учетом второй производной по времени. Этот анализ позволяет сделать вывод о возможности прогнозирования эффективности ВКР-преобразования путем расчета коэффициентов пропускания и отражения волн накачки и преобразованной частоты и нахождения на их основе длин дисперсионного расплывания волн в зависимости от параметров ФК.

Работа выполнена при частичной поддержке БФФИ.

1. Yablonovich E. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2169 (1987).
2. Bowden C.M., Dowling J.P., Everitt H.O. *J. Opt. Soc. Am. B*, **10**, 279 (1993).
3. Запороженко Р.Г., Килин С.Я., Смирнов А.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 997 (2000).
4. Запороженко Р.Г. *Квантовая электроника*, **32**, 49 (2002).
5. Запороженко Р.Г. *Оптика и спектроскопия*, **94**, 891 (2003).
6. D'Agano G., Gentini M., Scalora M., Bertolotti M., Bowden C.M., Bloemer M.J. *Techn. Dig. of ICEQ-2002*, (Moscow, 2002, p. 429).
7. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
8. Dowling J.P. *J. Lightwave Technol.*, **17**, 2142 (1999).
9. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
10. Raymer M.G., Mostowski J. *Phys. Rev. A*, **24**, 1980 (1981).
11. Zaporozhchenko R.G., Zaporozhchenko V.A., Kilin S.J., et al. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2799**, 282 (1996).
12. Apanasevich P.A., Zaporozhchenko R.G., Zaporozhchenko V.A., Kilin S.J., Orlovich V.A. *Laser Phys.*, **6** (6), 1198 (1996).
13. Запороженко Р.Г., Килин С.Я., Беспалов В.Г., Стаселько Д.И. *Оптика и спектроскопия*, **86**, (4), 632 (1999).
14. Запороженко Р.Г., Захарова И.С., Сырус В., Барила А. *ЖПС*, **51**, 823 (1989).
15. Zaporozhchenko R.G., Zakharova I.S., Kotaev G.G. *J. Modern Opt.*, **39**, 863 (1992).
16. *Сверхкороткие световые импульсы*. Под ред. С.Шапира (М.: Мир, 1981).