

Квантовый компьютер на основе активированных диэлектрических наночастиц, селективно взаимодействующих с короткими оптическими импульсами

О.Н.Гадомский, Ю.Я.Харитонов

Предлагается принцип действия квантового компьютера на основе системы диэлектрических частиц, активированных двухуровневыми атомами – кубитами, между уровнями которых возбуждаются электрические дипольные переходы под действием коротких интенсивных оптических импульсов. Доказано, что логическая операция (логический оператор) CNOT (контролируемое НЕ) осуществляется посредством зависящей от времени передачи квантовой информации на «далекие» (порядка 10^4 нм) расстояния от одной частицы к другой благодаря запаздывающему взаимодействию шаровых наночастиц в поле оптического излучения. Показано, что необходимые для квантовых вычислений однокубитовые и двухкубитовые логические операторы могут быть реализованы под действием коротких оптических импульсов при селективном облучении диэлектрических частиц.

Ключевые слова: кубит, квантовая информация, логические операторы, эффект резонансной когерентной передачи квантовой информации, наночастицы, запаздывающее и ближнеполюсное взаимодействие кубитов.

1. Введение

В работе [1] выделены основные проблемы, от успешного решения которых зависит создание полномасштабного квантового компьютера. Одна из них – идентификация кубитов в ходе квантовых вычислений. Решению этой проблемы и посвящена данная статья. В настоящее время существует несколько предложений по физической реализации квантового компьютера [2–8], например на основе электрических дипольных переходов в спектре двухуровневых атомов [9–11]. В работах [9–11] были рассмотрены преимущества такого предложения при решении проблем, отмеченных в [1], однако создание квантового компьютера в сосредоточенных системах, размеры которых значительно меньше длины световой волны, встречает определенные трудности. Так, в [9] показано, что для идентификации кубитов в этих системах необходимо изменять в небольших пределах собственные частоты атомов-кубитов.

В настоящей статье проблема идентификации кубитов решена путем увеличения межатомного расстояния без изменения частоты перехода. Для этого была решена задача резонансной когерентной передачи квантовой информации на далекие расстояния, значительно большие длины волны или сравнимые с ней, от одного ансамблевого кубита к другому в поле импульсных оптических полей. Ансамблевый кубит представляет собой систему двухуровневых атомов, внедренных в диэлектрическую, например из стекла, наночастицу. В пределах такой частицы оптические поля слабо зависят от координат точек наблюдения, поэтому атомы-кубиты ведут себя синфазно по отношению друг к другу. Квантовая информация

при этом будет определяться с помощью блоховских состояний [11], т. е. с помощью наблюдаемых физических величин, таких как локальные дипольные моменты атомов и их инверсии. Данный способ определения квантовой информации, как отмечено в [11], позволяет в полной мере учитывать свойства взаимодействующих кубитов без потери когерентности их квантовых состояний. Изготовление же устройств в виде шаровых частиц, активированных примесными атомами, по-видимому, вполне возможно. Подобные устройства в виде зондов применяются в оптической ближнеполюсной микроскопии.

2. Основные уравнения квантового компьютеринга

Рассмотрим процесс передачи квантовой информации по оптической схеме рис.1 между двумя наночастицами (1 и 2) при возбуждении одной из них коротким оптическим импульсом. Полевое уравнение в этом случае имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t) = \mathbf{E}_{0in} \exp(i\mathbf{k}_0\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) \\ + \int \text{rot rot } N_2 \frac{\mathbf{p}_2(t - R'_2/c)}{R'_2} dV'_2 \\ + \int \text{rot rot } N_1 \frac{\mathbf{p}_1(t - R'_1/c)}{R'_1} dV'_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – напряженность электрического поля оптической волны в точке наблюдения \mathbf{r} в момент времени t внутри и вне частиц; ω – частота оптического излучения; \mathbf{E}_{0in} – амплитуда поля внешней волны с волновым вектором \mathbf{k}_0 ; N_1 и N_2 – концентрации атомов-кубитов в частицах 1 и 2 соответственно; $\mathbf{R}'_j = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_j|$ ($j = 1, 2$); \mathbf{r}'_j – радиусы-векторы атомов в j -х частицах; V'_j – объемы j -х частиц; дифференцирование ведется по координатам точки наблюдения \mathbf{r} ; $\mathbf{p}_j = (1/2)\mathbf{X}_j \exp(-i\omega t)$ – индуцированные дипольные моменты атомов. Амплитуды \mathbf{X}_j

О.Н.Гадомский, Ю.Я.Харитонов. Ульяновский государственный университет, Россия, 432700 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: qed_group@mail.ru

Поступила в редакцию 23 июня 2003 г., после доработки – 16 сентября 2003 г.

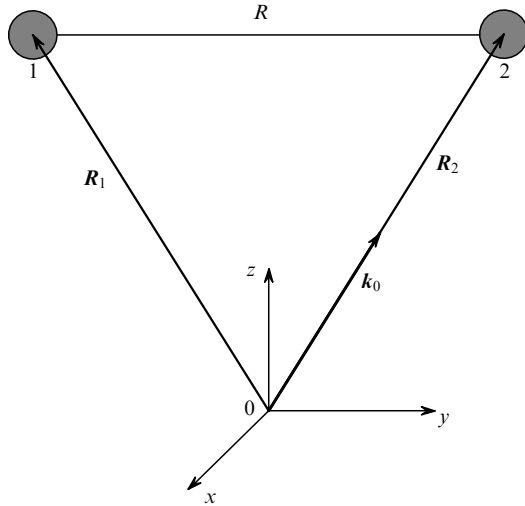


Рис.1. Оптическая схема возбуждения частиц полем внешнего излучения в процессе передачи квантовой информации: 1, 2 – кубиты; k_0 – волновой вектор внешнего поля; R_1 и R_2 – радиусы векторы кубитов.

удовлетворяют системе уравнений для связанных квантовых диполей [11]:

$$\begin{aligned} \dot{X}_j &= -iX_j(\omega_{0j} - \omega) - \frac{2i}{\hbar} w_j |d_{0j}|^2 E_{0j}, \\ \dot{w}_j &= \frac{i}{\hbar} X_j^* E_{0j} - \frac{i}{\hbar} X_j E_{0j}^*, \end{aligned} \tag{2}$$

где ω_{0j} – частоты переходов в спектре взаимодействующих двухуровневых атомов; d_{0j} – соответствующие дипольные моменты переходов; w_j – инверсии атомов, определяющие разности вероятностей обнаружения атомов в основном и возбужденном состояниях [12]; E_{0j} – действующее поле в месте расположения j -й частицы без множителя $\exp(-i\omega t)$. Уравнения движения (2) удовлетворяют закону сохранения

$$\frac{d}{dt} (|X_j|^2 + w_j^2 |d_{0j}|^2) = 0, \tag{3}$$

откуда следует, что

$$u_j^2 + v_j^2 + w_j^2 = 1, \tag{4}$$

где u_j и v_j входят в определение величин X_j следующим образом:

$$(u_j - iv_j)d_{0j} = X_j. \tag{5}$$

Уравнения (2) не содержат релаксационных членов. Это означает, что длительность воздействия оптического импульса τ_p , а также характерное время пролета фотона расстояния между частицами $t_{ph} = R/c$ значительно меньше времен фазовой и энергетической релаксации, влияющих на некогерентный распад индуцированных дипольных моментов и инверсий атомов.

Для активированных частиц 1 и 2 уравнение (1) должно быть дополнено соответствующими объемными интегралами по координатам нерезонансных атомов в частицах 1 и 2, окружающих двухуровневые атомы. Представим соответствующий вектор поляризации нерезонансных атомов как $P' = N_0 \alpha_0 E$, где N_0 и α_0 – концентрация и поляризуемость нерезонансных атомов, одинаковые в нашем рассмотрении для частиц 1 и 2. Для упрощения

последующих формул будем исходить из уравнения (1) и учтем роль нерезонансных атомов в частицах лишь в конечных результатах.

Уравнения (2) и (1) зависят друг от друга и позволяют описать самосогласованное взаимодействие частиц 1 и 2 в поле оптического излучения. При этом необходимо учитывать граничные условия на поверхностях частиц для вычисления полей внутри и вне частиц. Будем считать, что частицы 1 и 2 состоят из одинаковых атомов, поэтому $|d_{01}| = |d_{02}| = d_0$, $N_1 = N_2 = N$, $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$, радиусы частиц $a_1 = a_2 = a$. Однако в этом случае, как будет показано ниже, $X_1 \neq X_2$ и $w_1 \neq w_2$, поскольку внешним полем облучается лишь одна из частиц.

Выражения для действующих полей в точках R_1 и R_2 (рис.1) в соответствии с уравнением (1) имеют вид

$$E_{01} = [X_2] \hat{a}_{R2} N_2 + [X_1] a_{T1} N_1, \tag{6}$$

$$E_{02} = E_{0in} \exp(ik_0 R_2) + X_2 a_{T2} N_2 + [X_1] \hat{a}_{R1} N_1,$$

где квадратные скобки означают, что соответствующие величины определены в запаздывающие моменты времени $\tau_1 - R/c$, а остальные – в момент времени $\tau_1 = t - R_1/c$. При $a/R \ll 1$ для геометрических факторов получаем выражения

$$\begin{aligned} a_{R1}^{x,z} &= a_{R2}^{x,z} \approx -\frac{2\pi a}{n^2 - 1} \frac{1}{R} \exp(ik_0 R), \quad a_{R1}^y = a_{R2}^y = 0, \\ a_{T1} &= a_{T2} = -\frac{4\pi}{3}. \end{aligned} \tag{7}$$

где n – показатель преломления активированной среды внутри частиц. Будем считать для упрощения, что концентрация активных атомов в частицах такова, что дисперсионной зависимостью показателя преломления можно пренебречь. Полное выражение для геометрических факторов \hat{a}_{Rj} и a_{Tj} сферической частицы получено в [13] для описания взаимодействия зонда с поверхностью образца в оптическом ближнепольном микроскопе.

В случае точного резонанса решение уравнений (2) имеет вид

$$\begin{aligned} X_{j\beta} &= -id_0 w_{j0} \sin \theta_{j\beta} + X_{j\beta}^{(0)} \cos \theta_{j\beta}, \\ w_j &= -\frac{i}{d_0} X_{j\beta}^{(0)} \sin \theta_{j\beta} + w_{j0} \cos \theta_{j\beta}, \end{aligned} \tag{8}$$

где $\beta = x, z$; $X_{j\beta}^{(0)}$ и w_{j0} – начальные значения величин $X_{1\beta}$, $X_{2\beta}$ и w_j как функций времени τ_1 ;

$$\theta_{j\beta}(\tau_1) = \frac{2d_0}{\hbar} \int_{-\infty}^{\tau_1} E_{0j\beta}(\tau'_1) d\tau'_1 \tag{9}$$

– площади импульсов оптических полей, действующих на атомы в частицах 1 и 2.

3. Резонансная когерентная передача квантовой информации между частицами при селективном возбуждении одной из них оптическим импульсом

Рассмотрим взаимодействие в поле оптического излучения двух одинаковых шаровых частиц, каждая из которых представляет собой систему двухуровневых атомов, например атомов натрия, внедренных в кварцевое стекло. Расстояние между центрами частиц R будем считать фиксированным и равным 20λ , где $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ –

длина волны, соответствующая квантовому переходу $3S \rightarrow 3P$ в атоме натрия. При этом радиусы шаровых частиц $a_p = 100$ нм. Тогда при концентрации атомов в частицах $N = 10^{19}$ см $^{-3}$ получим в каждой шаровой частице $NV \approx 4.2 \times 10^4$ атомов, где V – объем шаровой частицы. Каждая шаровая частица, содержащая ансамбль атомов-кубитов, в рассматриваемом ниже процессе передачи квантовой информации представляется ансамблевым кубитом. Как следует из расчета геометрических факторов \hat{a}_{Rj} и a_{Tj} , поля внутри шаровых наночастиц слабо зависят от координат точек наблюдения внутри частиц, и в поле когерентного излучения локальные дипольные моменты двухуровневых атомов внутри шаровых наночастиц синфазно изменяются со временем.

Представим действие оптического излучения на частицу 2 как последовательность импульсов малой площади, для которых справедливо решение (8) при $\sin \theta_{j\beta} \approx \theta_{j\beta}$, $\cos \theta_{j\beta} \approx 1$. Используя это решение, из выражений (6) получаем следующие уравнения:

$$\dot{X}_{1\beta} = A_{1\beta}X_{2\beta} + A_{2\beta}X_{1\beta}, \quad (10)$$

$$\dot{X}_{2\beta} = B_{1\beta}X_{2\beta} + B_{2\beta}X_{1\beta} + C_{1\beta},$$

где

$$A_{1\beta} = -ia_{R2}^\beta N_2 \frac{2d_0^2}{\hbar} w_{10}, \quad A_{2\beta} = -ia_{T1} N_1 \frac{2d_0^2}{\hbar} w_{10},$$

$$B_{1\beta} = -ia_{T2} N_2 \frac{2d_0^2}{\hbar} w_{20}, \quad B_{2\beta} = -ia_{R1}^\beta N_1 \frac{2d_0^2}{\hbar} w_{20},$$

$$C_{1\beta} = -iw_{20} \frac{2d_0^2}{\hbar} E_{0in\beta} \exp(ik_0 \mathbf{R}_2).$$

В уравнениях (10) введено единое время τ_1 с учетом того, что величины $X_{1\beta}$ и $X_{2\beta}$ мало изменяются за время $2R/c$. Решая уравнения (10) для каждого из малых интервалов $\Delta\tau_1$, из которых составлен весь интервал времени передачи квантовой информации от частицы 2 к частице 1, вычислим поля и инверсии атомов в различные моменты времени τ_1 . При этом мерой передаваемой квантовой информации будем считать инверсию частицы 1.

Рассмотрим взаимодействие частицы 2 с полем одиночного оптического импульса, огибающая которого в области частицы 2 есть

$$E_{0in\beta}^{(2)}(\tau_1) = A_{in\beta} \exp(i\gamma_p \tau_1), \quad (11)$$

где $\gamma_p = \pi/\tau_p$; τ_p – длительность импульса. Для $\pi/100$ -импульса получим $A_{in\beta} = -[\pi\hbar\gamma_p/(4d_0)] \times 10^{-2}$ ед. СГСЭ. Тогда общее решение уравнений (10) имеет вид

$$X_{1\beta}(\tau_1) = D_1[\exp(\lambda_1\tau_1) + \exp(\lambda_2\tau_1)] + F_1 \exp(i\gamma_p \tau_1), \quad (12)$$

$$X_{2\beta}(\tau_1) = D_2[\exp(\lambda_1\tau_1) + \exp(\lambda_2\tau_1)] + F_2 \exp(i\gamma_p \tau_1),$$

где

$$D_1 = \frac{1}{2}[X_{1\beta}(0) - F_1]; \quad D_2 = \frac{1}{2}[X_{2\beta}(0) - F_2];$$

$$F_1 = -\frac{s_{0\beta}A_{1\beta}}{(i\gamma_p - A_{2\beta})(B_{1\beta} - i\gamma_p) + B_{2\beta}A_{1\beta}};$$

$$F_2 = -\frac{s_{0\beta}(i\gamma_p - A_{2\beta})}{(i\gamma_p - A_{2\beta})(B_{1\beta} - i\gamma_p) + B_{2\beta}A_{1\beta}};$$

$$s_{0\beta} = -iw_{20} \frac{2d_0^2}{\hbar} \exp(ik_0 \mathbf{R}_2) A_{in\beta};$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}(A_{2\beta} + B_{1\beta}) \pm \left[\frac{1}{4}(A_{2\beta} + B_{1\beta})^2 - A_{2\beta}B_{1\beta} + A_{1\beta}B_{2\beta} \right]^{1/2}.$$

Подставляя величины (12) в решение (8), найдем действующие поля E_{01} и E_{02} , а также инверсии w_1 и w_2 как функции времени τ_1 . Исследуем свойства решения (12).

Случай А. Пусть начальные инверсии атомов в частицах 1 и 2 одинаковы, т. е. $w_{10} = w_{20}$. Тогда $\lambda_{1,2} = -iv_{1,2}$, где частоты медленных по сравнению с ω осцилляций дипольных моментов v_1 и v_2 имеют вид

$$v_1 = v_T - v_R, \quad v_2 = v_T + v_R, \quad (13)$$

$$v_T = \frac{2d_0^2}{\hbar} Nw_{10}a_{T\beta}, \quad v_R = \frac{2d_0^2}{\hbar} Nw_{10}a_{R\beta}.$$

Частота v_T определяет осцилляции величин $X_{1\beta}$ и $X_{2\beta}$, обусловленные ближнепольным взаимодействием атомов в пределах одной частицы, а частота v_R есть характерная частота передачи квантовой информации, обусловленная взаимодействием атомов разных частиц в волновой зоне.

Случай Б. Начальные инверсии разные, т. е. $w_{10} \neq w_{20}$. При этом $\lambda_{1,2} = -iv'_{1,2}$, где

$$v'_1 = v'_T - v'_R, \quad v'_2 = v'_T + v'_R,$$

$$v'_T = \frac{d_0^2}{\hbar} N(w_{10} + w_{20})a_{T\beta}, \quad (14)$$

$$v'_R = v'_T \left\{ 1 + 4 \left[\left(\frac{a_{R\beta}}{a_{T\beta}} \right)^2 - 1 \right] \frac{w_{10}w_{20}}{(w_{10} + w_{20})^2} \right\}.$$

Используя решение (12) и закон сохранения (3), при $w_{10} = w_{20}$ и $F_1 = F_2 = 0$ получим следующие равенства:

$$|X_{1\beta}(\tau_1)|^2 = \frac{1}{2}|X_{1\beta}(0)|^2 [1 + \cos(v_R\tau_1)], \quad (15)$$

$$w_1^2(\tau_1) = 1 - \frac{1}{2} \frac{|X_{1\beta}(0)|^2}{d_0^2} [1 + \cos(v_R\tau_1)].$$

Здесь учтено, что осцилляции с частотами v_1 и v_2 интерферируют при эволюции квантовой системы 1, взаимодействующей с квантовой системой 2, если они оказались в квантовых состояниях, определяемых величинами w_{10} , $X_{1\beta}(0)$ и w_{20} , $X_{2\beta}(0)$ соответственно.

Пусть длительность облучающего частицу 2 импульса внешнего поля $\tau_p = 10^{-14}$ с, концентрации N атомов в частицах 1 и 2 составляют 10^{19} см $^{-3}$, радиусы частиц $a_p = 100$ нм, расстояние между частицами $R = 20\lambda$. Для внешнего $\pi/100$ -импульса имеем $A_{in\beta} = -0.39i \times 10^3$ ед. СГСЭ, $F_1 \approx 0.99i \times 10^{-23} w_{10}w_{20}$ ед. СГСЭ, $F_2 \approx -0.96 \times 10^{-19} w_{20}$ ед. СГСЭ. Тогда характерная частота v_R передачи квантовой информации от частицы 2 к частице 1 равна $-1.94 \times 10^{10} w_{10}$ с $^{-1}$. При этом характерное время передачи квантовой информации определим как $T_p = |\pi/(2v_R)| = (0.8 \times 10^{-10}/|w_{10}|)$ с, что значительно больше в данном численном примере времени $t_{ph} = 0.33 \times 10^{-13}$ с и значительно меньше времен релаксации $T_1 = 10^{-7}$ с, $T'_2 = 3 \times 10^{-9}$ с. Для сравнения характерная частота v_a передачи квантовой информации от одного атома к другому на расстояние $R = 20\lambda$ равна 0.44×10^6 с $^{-1}$. Процесс передачи квантовой информации протекает и после выключения внешнего импульса. В момент времени $\tau_1 = T_p$ инверсия первой частицы достигает своего максимального значения

$w_1 \approx 1$, если начальные инверсии атомов в частицах 1 и 2 равны: $|w_{10}| = |w_{20}| \approx 1/10$. Начальные инверсии могут быть созданы с помощью оптической накачки по схеме рис.1.

Влияние нерезонансных атомов в частицах, связанное с ролью дополнительных объемных интегралов в уравнении (1), как показывают вычисления, приводит к перепутыванию ближних и запаздывающих полей при взаимодействии активированных частиц в поле оптического излучения. Поэтому характерное время передачи квантовой информации T_p уменьшается приблизительно в a_T/a_R раз и равно $\sim 10^{-12}$ с.

4. Однокубитовые и двухкубитовые логические операторы в квантовых вычислениях

Квантовые вычисления в квантовом компьютере могут быть реализованы на основе однокубитовых и двухкубитовых унитарных преобразований, представляющих собой логические операторы NOT и CNOT (контролируемое НЕ) соответственно, явный вид которых представлен ниже. В эксперименте [6] по квантовому компьютеру эти операторы были реализованы с помощью соответствующей последовательности радиочастотных $\pi/2$ -импульсов, возбуждающих спиновые квантовые переходы. Оптические квантовые переходы существенно отличаются от магнитных спиновых переходов, поэтому следует определить операторы NOT и CNOT, которые будут применяться в оптическом квантовом компьютере на основе активированных наночастиц.

Решение уравнений (2), имеющее в случае точного резонанса вид (8), представим в матричном виде, а именно:

$$\begin{bmatrix} X(\tau) \\ d_0 w(\tau) \end{bmatrix} = \hat{M}^{(1)}(\tau, \tau_0) \begin{bmatrix} X(\tau_0) \\ d_0 w(\tau_0) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где унитарный оператор

$$\hat{M}^{(1)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{in} & -i \sin \theta_{in} \\ -i \sin \theta_{in} & \cos \theta_{in} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Здесь индексы j, β , нумерующие кубиты и указывающие проекцию индуцированных дипольных моментов, а также индекс u локального времени τ_1 , опущены. Индекс u площади оптического импульса θ_{in} указывает на то, что унитарное преобразование (16) происходит под действием внешнего оптического излучения. В этом случае оператор $\hat{M}^{(1)}$ является оператором NOT для независимых друг от друга кубитов в квантовом компьютере, содержащем до 10^3 кубитов.

Преобразования Адамара [1] могут быть реализованы под действием $\pi/2$ -импульсов. Действительно, представим волновую функцию кубита следующим образом:

$$\Psi = |a\rangle|0\rangle + |b\rangle \exp(i\Delta\varphi)|1\rangle,$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз комплексных коэффициентов квантовой суперпозиции a и b ; $|0\rangle$ и $|1\rangle$ – основное и возбужденное состояния кубита с энергиями W_0 и W_1 соответственно. При этом $W_1 - W_0 = \hbar\omega_0$, а состояния

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

являются собственными функциями оператора эффективного спина [12]. Тогда квантовый переход из состояния $|1\rangle$ с инверсией $w_0 = +1$ соответствует унитарному преобразованию

$$\begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ d_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -id_0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Учитывая связь

$$\frac{1}{2}X = d_0 a^* b$$

между локальным дипольным моментом и коэффициентами квантовой суперпозиции, для рассматриваемого квантового перехода имеем

$$\exp(i\Delta\varphi) = -\frac{i}{2|a||b|}. \quad (18)$$

При $|a| = |b| = 1/\sqrt{2}$ получим преобразование $H|1\rangle = (1/\sqrt{2})(|0\rangle - |1\rangle)$. Аналогичным способом получим под действием $\pi/2$ -импульса преобразование $H|0\rangle = (1/\sqrt{2})(|0\rangle + |1\rangle)$ если учесть, что выполнены унитарные преобразования

$$\begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -d_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} id_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

при переходе кубита из состояния с инверсией $w_0 = -1$ в суперпозиционное состояние $(1/\sqrt{2})(|0\rangle + |1\rangle)$. Как следует из (18), преобразование $H|1\rangle$ происходит при разности фаз квантовых состояний $\Delta\varphi = -\pi/2$, а преобразование $H|0\rangle$ – при $\Delta\varphi = \pi/2$.

Покажем, что действие оператора (17) на отдельный кубит зависит от поляризации внешнего оптического излучения. Представим напряженность электрического поля внешней волны в месте расположения отдельного кубита следующим образом:

$$\mathbf{E}_{in} = \sqrt{2}E_{0in}[\mathbf{x}_0 \cos(\omega\tau_1) + \mathbf{y}_0 \sin(\omega\tau_1)], \quad (19)$$

где E_{0in} – действительная амплитуда; $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0$ – единичные орты вдоль координатных осей x и y . Уравнения (2) выведены в [11] с учетом условия $\mathbf{d}_0 \times \mathbf{E} = 0$, где $\mathbf{d}_0 = \mathbf{d}'_0 - i\mathbf{d}''_0$; \mathbf{E} – действующее поле. Величины \mathbf{d}'_0 и \mathbf{d}''_0 имеют вид [12]

$$\mathbf{d}'_0 = d_0 \frac{\mathbf{x}_0}{\sqrt{2}}, \quad \mathbf{d}''_0 = d_0 \frac{\mathbf{y}_0}{\sqrt{2}}.$$

Выделим в (19) отрицательно-частотную часть, пропорциональную $\exp(-i\omega t)$. Тогда соответствующий индуцированный дипольный момент рассматриваемого кубита будет определяться величиной

$$\mathbf{X} = \frac{d_0}{\sqrt{2}}(\mathbf{x}_0 - i\mathbf{y}_0)(u - iv), \quad (20)$$

а площадь импульса будет найдена по формуле (9), где направление \mathbf{E}_{0in} определяется вектором $\mathbf{x}_0 - i\mathbf{y}_0$. Изменение направления круговой поляризации поля (19) равносильно замене знака перед \mathbf{y}_0 на противоположный. Это приводит к соответствующей замене знака перед \mathbf{y}_0 в формуле (20). Таким образом, изменяя направление круговой поляризации возбуждающего внешнего поля, мы изменяем и направление вектора \mathbf{X} в комплексной плоскости.

Одновременное воздействие преобразований Адамара на два кубита переводит их в перепутанные состояния. Действительно, для двух кубитов 1 и 2 в основном состоянии имеем

$$H_1 \otimes H_2 |0\rangle_1 |0\rangle_2 = \frac{1}{2} (|0\rangle_1 |0\rangle_2 + |0\rangle_1 |1\rangle_2 + |1\rangle_1 |0\rangle_2 + |1\rangle_1 |1\rangle_2). \quad (21)$$

Вычисляя среднее значение оператора дипольного момента $\hat{\mathbf{d}}_1 + \hat{\mathbf{d}}_2$ с помощью волновой функции (21), получаем

$$\begin{aligned} \langle \hat{\mathbf{d}}_1 + \hat{\mathbf{d}}_2 \rangle &= \frac{1}{2} \frac{d_0}{\sqrt{2}} [(x_0 + iy_0) \exp(i\omega_0 \tau_1) \exp(-ik_0 R_1) \\ &+ (x_0 - iy_0) \exp(-i\omega_0 \tau_1) \exp(ik_0 R_1) \\ &+ (x_0 + iy_0) \exp(i\omega_0 \tau_1) \exp(-ik_0 R_2) \\ &+ (x_0 - iy_0) \exp(-i\omega_0 \tau_1) \exp(ik_0 R_2)] = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2. \end{aligned}$$

Если один из кубитов, например кубит 2, первоначально находится в возбужденном состоянии, то действие преобразований Адамара переводит кубиты 1 и 2 в следующее состояние:

$$H_1 \otimes H_2 |0\rangle_1 |1\rangle_2 = \frac{1}{2} (|0\rangle_1 |0\rangle_2 - |0\rangle_1 |1\rangle_2 + |1\rangle_1 |0\rangle_2 - |1\rangle_1 |1\rangle_2). \quad (22)$$

Вычисление среднего значения оператора $\hat{\mathbf{d}}_1 + \hat{\mathbf{d}}_2$ с помощью полученной волновой функции (22) дает выражение

$$\begin{aligned} \langle \hat{\mathbf{d}}_1 + \hat{\mathbf{d}}_2 \rangle &= \frac{1}{2} \frac{d_0}{\sqrt{2}} [(x_0 + iy_0) \exp(i\omega_0 \tau_1) \exp(-ik_0 R_1) \\ &+ (x_0 - iy_0) \exp(-i\omega_0 \tau_1) \exp(ik_0 R_1) \\ &- (x_0 + iy_0) \exp(i\omega_0 \tau_1) \exp(-ik_0 R_2) \\ &- (x_0 - iy_0) \exp(-i\omega_0 \tau_1) \exp(ik_0 R_2)] = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2. \end{aligned}$$

Таким образом, с помощью π - и $\pi/2$ -импульсов, действующих одновременно на любую пару кубитов, можно генерировать перепутанные состояния вида (21), (22), которые содержат базисные состояния Белла [14].

Рассмотрим логический оператор CNOT как последовательность следующих преобразований: $\pi/2$ -импульс действует на один из кубитов, например кубит 2, затем кубиты свободно осциллируют в течение времени T_p передачи квантовой информации между кубитами и после этого кубит 2 снова подвергается действию $\pi/2$ -импульса. Покажем, что такой оператор CNOT в системе электрических диполей существенно отличается от оператора CNOT в системе магнитных моментов [1], где изменение со временем намагниченности пропорционально векторному произведению намагниченности и напряженности магнитного поля.

Пусть кубит 1 управляет поведением кубита 2. Для этих кубитов, согласно закону сохранения (3), имеем

$$|X_1|^2 + d_0^2 w_1^2 = |X_2|^2 + d_0^2 w_2^2.$$

Положим, что кубит 1 находится в основном состоянии $|0\rangle_1$, т. е. $w_1 = -1$. Это означает, что $|X_1|^2 = 0$, поэтому состояние кубита 1 остается без изменения. Подвергнем ку-

бит 2 действию $\pi/2$ -импульса. Это приводит к тому, что инверсия $w_2 = 0$, и $|X_2|$ принимает максимальное значение, равное d_0 . После выключения $\pi/2$ -импульса кубит 2 свободно осциллирует благодаря эффекту когерентной резонансной передачи квантовой информации по схеме, приведенной в разд.3 (случай Б), с частотами $\nu'_{1,2}$ (14) в течение времени T_p . Определим частоты $\nu'_{1,2}$ для конкретного случая, когда наночастицы из стекла с показателем преломления $n_0 = 1.5$ активированы атомами натрия с дипольным моментом перехода $d_0 = 6.24 \times 10^{-18}$ ед. СГСЭ. В этом случае $N_0 \alpha_0 \approx 0.07$, и при $w_{20} \approx w_2 = 0$ получим

$$\nu'_1 \approx 0, \quad \nu'_2 \approx -\frac{4\pi d_0^2}{3\hbar} N w_1 > 0.$$

По истечении времени $T_p = \pi/\nu'_2$ после выключения первого $\pi/2$ -импульса включается второй $\pi/2$ -импульс, переводящий кубит 2 в исходное состояние с $w_2 = -1$. При этом $|X_2| = 0$, и действие оператора CNOT прекращается.

5. О физической реализуемости квантового компьютера на основе активированных частиц, селективно взаимодействующих с короткими оптическими импульсами

Как отмечено в [1], полномасштабный квантовый компьютер должен содержать примерно 10^3 кубитов. Рассмотрим систему из такого числа ансамблевых кубитов, представляющих собой шаровые частицы, например из стекла, активированные двухуровневыми атомами натрия на переходе $3S \rightarrow 3P$ (желтая линия натрия с $\lambda = 5890$ Å). Размеры частиц $a_p = 100$ нм, расстояние между ними $R = 20\lambda$, концентрация атомов натрия в частицах $N = 10^{19}$ см $^{-3}$. При числе кубитов 10^3 площадь, занимаемая ими, равна приблизительно 10^{-3} см 2 . Каждый кубит может быть соединен с микроволокном, по которому подаются оптические импульсы. Сигналы дипольного излучения от кубитов, соответствующие процессу квантовых вычислений, могут детектироваться в волновой зоне по отношению к кубитам на специальном экране. Покажем, каким образом такая конструкция оптического квантового компьютера позволяет решить основные физические проблемы, выделенные в [1].

1. Необходимо создать систему кубитов в основном состоянии до начала квантовых вычислений. Очевидно, что для спиновых систем в кристаллах требуется применение сверхнизких температур и сверхсильных магнитных полей. Для ионов в вакуумных ловушках сверхнизкое охлаждение достигается лазерными методами. Однако в этих случаях необходимо использование сверхвысокого вакуума. В эксперименте [6] проблема создания начального регистра решалась с помощью специальной процедуры отбора ядерных спинов в основном состоянии для реализации простейшего алгоритма квантовых вычислений. Для более сложных задач процедура отбора кубитов в основном состоянии может быть невыполнимой. Для оптических переходов в системе активированных наночастиц проблема отбора кубитов в основном состоянии решается автоматически даже при комнатных температурах.

2. Для работы квантового компьютера необходимо иметь технологию избирательного воздействия импульсами на любой выбранный кубит. В эксперименте [6] в

двухкубитовом квантовом компьютере кубитами являлись ядерные спины ^1H и ^{13}C с частотами $\omega_1/2\pi \approx 500$ МГц и $\omega_2/2\pi \approx 125$ МГц. Это позволило авторам [6] решить проблему идентификации кубитов по частоте возбуждающего импульса, но местоположение кубитов оставалось неопределенным среди 10^{20} молекул в жидком растворе трихлорэтилена. В квантовом компьютере на основе активированных наночастиц проблема идентификации кубитов может быть полностью решена. Действительно, предполагаемые размеры кубитов составляют около 100 нм, расстояние между ними равно $\sim 20\lambda$. Поэтому каждый кубит может быть подключен к отдельному волноводу диаметром порядка микрометра, по которому будут подаваться оптические импульсы от общего источника оптического излучения на фиксированной частоте, совпадающей с частотой в спектре двухуровневых примесных атомов.

3. Известно, что одно- и двухкубитовых блоков достаточно для получения всего необходимого набора преобразований при квантовых вычислениях [1]. Однокубитовые преобразования NOT и преобразование Адамара могут быть физически реализованы под действием внешних оптических импульсов. Для выполнения операции CNOT необходимо учитывать взаимодействие кубитов в поле излучения. В принципе, нужно иметь возможность выполнять операцию CNOT для любых пар кубитов в квантовом компьютере. Для ядерных и электронных спинов взаимодействие между кубитами является короткодействующим, что приводит к значительным осложнениям при физической реализации этого оператора. В данной статье для физической реализации оператора CNOT рассмотрено дальнедействующее, пропорциональное $1/R$, запаздывающее взаимодействие атомов в поле оптического излучения. При этом на каждый кубит действует результирующее поле, представляющее собой суперпозицию внешнего поля и самосогласованного поля диполей. Для повышения эффективности передачи квантовой информации при увеличении расстояния между кубитами до десятков микрометров и реализации логического оператора CNOT концентрацию двухуровневых атомов в наночастицах необходимо повысить до 10^{19} см $^{-3}$.

4. В ходе квантовых вычислений в кубитах компьютера происходят релаксационные процессы, что приводит к случайным изменениям амплитуд и фаз векторов состояний кубитов. Этот процесс потери когерентности квантовых состояний препятствует квантовым вычислениям и должен быть предельно минимизирован. Время данного процесса определяется временами фазовой (T'_2) и энергетической (T_1) релаксации. В ядерном магнитном резонансе в жидкостях времена релаксации T'_2 и T_1 составляют 1–10 с. Для ионов в ловушках с оптическими переходами между уровнями в качестве времени потери когерентности выступают время спонтанного излучения и время столкновений с остаточными атомами. Поэтому представляют интерес работы по квантовому кодированию и коррекции ошибок, рассмотренные в [1]. В настоящей статье для атомов натрия в стекле времена релаксации $T_1 = 10^{-7}$ с, $T'_2 = 3 \times 10^{-9}$ с. При этом время фазовой релаксации T_2^* , обусловленное неоднородным уширением примесных атомов, может быть минимизировано путем увеличения однородности в распределении примесных атомов в стекле.

Применение метастабильных квантовых состояний с временем жизни порядка 10^{-3} с, с нашей точки зрения,

нежелательно, поскольку это приведет к значительному увеличению времени передачи квантовой информации между кубитами. По-видимому, использование коротких (порядка 10^{-14} с) оптических импульсов, позволяющее реализовать около 10^5 унитарных однокубитовых преобразований без заметной потери когерентности квантовых состояний, является достаточным для осуществления довольно сложных алгоритмов квантовых вычислений.

Приведем следующие энергетические оценки. Для возбуждения отдельного атома натрия в диэлектрической частице под действием $\pi/2$ -импульса требуется напряженность действующего электрического поля $E_0 = \pi\hbar/(4d_0\tau_p)$, где τ_p – длительность одиночного оптического импульса. При $\tau_p = 10^{-14}$ с получим $E_0 = 1.26 \times 10^{-4}$ ед. СГСЭ. Для возбуждения $NV = 4.2 \times 10^4$ атомов в одной диэлектрической частице под действием одного оптического импульса требуется удельная мощность внешнего источника $E_0^2 NV/(4\pi\tau_p) = 0.529 \times 10^3$ Вт/см 3 . При этом можно считать, что напряженности действующего и внешнего электрических полей сравнимы по величине. Поглощаемая мощность в одной диэлектрической частице при возбуждении половины примесных атомов равна $(1/2)NV\hbar\omega_0/T_1 \approx 0.8$ Вт. Выделяемая внутри одной частицы тепловая энергия составляет $(1/2)(NV\hbar\omega_0/T_1)T_1$. При $T_1 = 3 \times 10^{-9}$ с температура частицы равна приблизительно 300 К. Поэтому в течение действия одного оптического импульса с $\tau_p = 10^{-14}$ с температура диэлектрической частицы увеличивается на $\Delta T = T(\tau_p/T_1) = 3 \times 10^{-3}$ К.

5. Состояния кубитов после завершения вычислительного процесса должны быть измерены. В настоящее время нет освоенной технологии таких измерений [1]. По-видимому, при реализации квантовых компьютеров на основе активированных наночастиц и проведении измерения состояний кубитов большую роль будут играть методы оптической ближнепольной микроскопии [13].

Итак, в настоящей статье рассмотрен принцип действия оптического квантового компьютера на основе активированных шаровых частиц, селективно взаимодействующих с короткими оптическими импульсами. Представлено теоретическое обоснование физической реализуемости унитарных преобразований, на базе которых могут быть проведены квантовые вычисления в квантовом компьютере.

Работа поддержана грантом РД 02-1.2-68 Министерства образования России.

1. Валиев К.А. *УФН*, **169**, 691 (1999).
2. Cirac J.I., Zoller P. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 4091 (1995).
3. Kane B.E. *Nature (London)*, **393**, 133 (1998).
4. Loss D., Divincenzo D.P. *Phys. Rev. A*, **57**, 120 (1998).
5. Shnirman A., Schoen G., Hermon Z. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 2371 (1997).
6. Chuang I.L., Vandersypen Lieven M.K., Leung D.W., et al. *Nature (London)*, **393**, 143 (1998).
7. Cory D.G., Farny A.F., Havel T.F. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, **94**, 1634 (1997).
8. Jones J.A., Mosca M., Hansen R.H. *Nature (London)*, **393**, 344 (1998).
9. Гадомский О.Н., Воронов Ю.Ю. *Письма в ЖЭТФ*, **69**, 750 (1999).
10. Гадомский О.Н. *УФН*, **170**, 1145 (2000).
11. Гадомский О.Н., Воронов Ю.Ю. *ЖЭТФ*, **121**, 1028 (2002).
12. Аллен Л., Эберли Дж. *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (М.: Мир, 1978).
13. Гадомский О.Н., Кадочкин А.С. *ЖЭТФ*, **124** (3), 516 (2003).
14. Bell J.S. *Physics*, **1**, 195 (1964).