

Столкновительный сдвиг частоты короткого электромагнитного импульса

М.В.Чеготов

Обнаружен и исследован эффект сдвига частоты короткого электромагнитного импульса при его взаимодействии с плазмоподобной средой за счет упругих столкновений свободных электронов с ионами или нейтральными частицами.

Ключевые слова: ионизация, фемтосекундный лазерный импульс, частотный сдвиг.

1. Введение

Взаимодействие ультракоротких электромагнитных импульсов (ЭМИ) различных диапазонов частот с веществом является объектом широкомасштабных исследований (к настоящему времени проведенных или планируемых). Малая длительность импульса обуславливает нестационарный характер взаимодействия ЭМИ с веществом. Исследования спектра выходящего из вещества излучения при таком взаимодействии вызывают большой интерес с точки зрения как фундаментальных исследований, так и возможных практических приложений (см., напр., [1]). В цикле работ [2–4], посвященных исследованию спектра излучения, возникающего за счет столкновительных процессов в плазме, показано, что в достаточно плотной плазме возможна эффективная генерация гармоник ЭМИ за счет электрон-ионных столкновений.

В настоящей работе исследуются столкновительные процессы как причина сдвига спектра ЭМИ. Исследование проводится на основе трехмерного подхода работ [5, 6], позволяющего определить сдвиг частоты ЭМИ при протекании нестационарных процессов, возникающих в ходе взаимодействия импульса с веществом; привлекательной чертой этого подхода является определение спектра выходящего из вещества излучения в волновой зоне по отношению к области взаимодействия. Показано, что нестационарность частоты соударений в поле ЭМИ приводит к сдвигу частоты импульса, и определена зависимость сдвига от параметров ЭМИ и вещества. При слабой ионизации вещества спектр ЭМИ за счет соударений электронов с нейтральными частицами сдвигается в «красную» сторону, тогда как в полностью ионизованной плазме он оказывается сдвинутым в «синюю» сторону. Найдена зависимость частотного сдвига ЭМИ в полностью ионизованной плазме от параметров ЭМИ и плазмы.

Влияние ионизационных процессов на частотный сдвиг ЭМИ не рассматривается: интенсивность ЭМИ

или слишком мала для ионизации (см. разд.3), или же газ полностью ионизован. Отметим, что ионизационный сдвиг спектра ЭМИ, а также совместное влияние на спектр ЭМИ вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) и ионизации было рассмотрено в [5].

2. Основные соотношения

Для определения частотного сдвига ЭМИ воспользуемся подходом работ [5, 6]. Продифференцируем два уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

n раз по t . В (1) плотность электрического тока \mathbf{J} определяется самосогласованно через напряженность электрического поля \mathbf{E} и его магнитную индукцию \mathbf{B} . Домножая скалярно получившиеся уравнения соответственно на $\partial^n \mathbf{E} / \partial t^n$ и $\partial^n \mathbf{B} / \partial t^n$ и вычитая результаты, получаем

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{8\pi} \left[\left(\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \right)^2 + \left(\frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} \right)^2 \right] \right\} \\ & + \operatorname{div} \left\{ \frac{c}{4\pi} \left[\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n}, \frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} \right] \right\} = -\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \frac{\partial^n \mathbf{J}}{\partial t^n}. \end{aligned} \quad (2)$$

Интегрируя (2) по t от $-\infty$ до $+\infty$, находим

$$\begin{aligned} & \operatorname{div} \left\{ \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n}, \frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} \right] dt \right\} + \frac{1}{8\pi} \left[\left(\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} \right)^2 \right] \Big|_{t=-\infty}^{t=+\infty} = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \frac{\partial^n \mathbf{J}}{\partial t^n} dt, \end{aligned} \quad (3)$$

где $f \Big|_{t=-\infty}^{t=+\infty} \equiv f(t=+\infty) - f(t=-\infty)$. Проинтегрировав (3) по некоторому объему V_0 с поверхностью S , получим

$$\begin{aligned} & \frac{c}{4\pi} \int_S \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n}, \frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} \right] dt ds = - \int_{V_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \frac{\partial^n \mathbf{J}}{\partial t^n} dt d^3r \\ & - \frac{1}{8\pi} \int_{V_0} \left[\left(\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \right)^2 + \left(\frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} \right)^2 \right] \Big|_{t=-\infty}^{t=+\infty} d^3r, \end{aligned} \quad (4)$$

М.В.Чеготов. Институт теплофизики экстремальных состояний Объединенного института высоких температур РАН, Россия, 127412 Москва, Ижорская ул., 13/19; e-mail: chegotov@ihed.ras.ru

Поступила в редакцию 11 апреля 2003 г., после доработки – 23 июня 2003 г.

где $d\mathbf{s} = \mathbf{e}_s ds$ – векторный элемент поверхности S с внешней нормалью \mathbf{e}_s .

Для дальнейшего использования формулы (4) определим положение поверхности S_{in} (части поверхности S), через которую электромагнитное излучение попадает в газ, а также поверхности S_{out} (такой, что $S = S_{in} + S_{out}$), через которую излучение выходит из объема V_0 . При этом излучение может выходить из объема V_0 также и через поверхность S_{in} . Будем считать, что поверхности S_{in} и S_{out} находятся на достаточно большом расстоянии от области образования плазмы объемом V , т. е. в волновой зоне относительно объема V , и, кроме того, на этих поверхностях $\mathbf{B} = \mathbf{H}$, где \mathbf{H} – напряженность магнитного поля.

Для полей \mathbf{E} и \mathbf{H} в волновой зоне имеет место соотношение $\mathbf{E} = [\mathbf{H}, \mathbf{k}]$, где $\mathbf{k} = [\mathbf{E}, \mathbf{H}] / |[\mathbf{E}, \mathbf{H}]|$ – направление потока энергии излучения в фиксированной точке поверхности S (см., напр., [7]). Подставляя это соотношение в (4), получаем

$$\frac{c}{4\pi} \int_S \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial^n \mathbf{H}}{\partial t^n} \right)^2 dt k ds = - \int_{V_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \frac{\partial^n \mathbf{J}}{\partial t^n} dt d^3 r - \frac{1}{8\pi} \int_{V_0} \left[\left(\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \right)^2 + \left(\frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} \right)^2 \right] \Big|_{t=-\infty}^{t=+\infty} d^3 r,$$

или для спектральной плотности энергии, приходящейся на единицу площади, $I(\omega, \mathbf{r}) = [c/(4\pi^2)] |\mathbf{H}(\omega, \mathbf{r})|^2$, где [7]

$$\mathbf{H}(\omega, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(t, \mathbf{r}) \exp(i\omega t) dt,$$

имеем

$$\int_S \int_0^\infty \omega^{2n} I(\omega, \mathbf{r}) d\omega k ds = - \int_V \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \frac{\partial^n \mathbf{J}}{\partial t^n} dt d^3 r - \frac{1}{8\pi} \int_{V_0} \left[\left(\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \right)^2 + \left(\frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} \right)^2 \right] \Big|_{t=-\infty}^{t=+\infty} d^3 r. \quad (5)$$

Здесь учтено, что плотность электрического тока \mathbf{J} сосредоточена в объеме плазмы V . Заметим, что соотношение (5) справедливо и при $n = 0$:

$$\int_S \int_0^\infty I(\omega, \mathbf{r}) d\omega k ds = - \int_V \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E} \mathbf{J} dt d^3 r - \frac{1}{8\pi} \int_{V_0} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) \Big|_{t=-\infty}^{t=+\infty} d^3 r, \quad (6)$$

что выражает собой закон сохранения энергии. Равенство (6) перепишем с учетом направления распространения излучения через поверхности S_{in} и S_{out} :

$$\varepsilon_{out} + \varepsilon_{back} - \varepsilon_{in} = - \int_V \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E} \mathbf{J} dt d^3 r - \frac{1}{8\pi} \int_{V_0} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) \Big|_{t=-\infty}^{t=+\infty} d^3 r, \quad (7)$$

где

$$\varepsilon_{in} = - \int_{S_{in}} \int_0^\infty I_{in}(\omega, \mathbf{r}) d\omega k ds$$

– энергия входящего в объем V_0 электромагнитного излучения;

$$\varepsilon_{out} = \int_{S_{out}} \int_0^\infty I_{out}(\omega, \mathbf{r}) d\omega k ds,$$

$$\varepsilon_{back} = \int_{S_{back}} \int_0^\infty I_{back}(\omega, \mathbf{r}) d\omega k ds$$

– энергия излучения, выходящего из объема V через поверхности S_{out} и S_{back} ($S_{back} = S_{in}$, так что излучение выходит назад по отношению к входящему электромагнитному излучению) соответственно.

Вводя средние по соответствующим спектрам излучений $2n$ -е степени частоты

$$\langle \omega^{2n} \rangle_\alpha = \int_{S_\alpha} \int_0^\infty \omega^{2n} I_\alpha(\omega, \mathbf{r}) d\omega k ds \times \left(\int_{S_\alpha} \int_0^\infty I_\alpha(\omega, \mathbf{r}) d\omega k ds \right)^{-1}, \quad \alpha = in, out, back, \quad (8)$$

а также коэффициент отражения излучения назад $R_{back} = \varepsilon_{back} / \varepsilon_{in}$, запишем соотношение (5) в виде равенства

$$\langle \omega^{2n} \rangle_{out} = \frac{\langle \omega^{2n} \rangle_{in} - \langle \omega^{2n} \rangle_{back} R_{back} - \varepsilon_{in}^{-1} (e_n + h_n)}{1 - R_{back} - \varepsilon_{in}^{-1} (e_0 + h_0)}, \quad (9)$$

$$n = 0, 1, \dots,$$

где

$$h_n = \frac{1}{8\pi} \int_{V_0} d^3 r \left[\left(\frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \right)^2 + \left(\frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} \right)^2 \right] \Big|_{t=-\infty}^{t=+\infty},$$

$$e_n = \int_V \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^n \mathbf{E}}{\partial t^n} \frac{\partial^n \mathbf{J}}{\partial t^n} dt d^3 r, \quad n = 0, 1, \dots$$

Выражение (9) определяет $2n$ -ю степень частоты, усредненную по спектру выходящего через поверхность S_{out} излучения. Далее мы будем считать для определенности, что анализ спектральных характеристик проводится именно для этого излучения. При выводе равенства (9) было учтено соотношение (7). Выражение (9) справедливо при любой интенсивности ЭМИ, произвольной геометрии облучения вещества и определяет величину $\langle \omega^{2n} \rangle_{out}$ в волновой зоне по отношению к формирующейся в результате ионизации плазме, где, как правило, и происходит регистрация спектра выходящего из плазмы излучения.

При учете столкновений поля \mathbf{E} и \mathbf{B} отсутствуют при $t = \pm\infty$, поэтому слагаемые h_n , входящие в (9), при всех n равны нулю. Вследствие этого сдвиг квадрата частоты $\langle \omega^2 \rangle_{out}$, усредненного по спектру прошедшего через вещество излучения, относительно квадрата частоты $\langle \omega^2 \rangle_{in} = \omega_0^2$, усредненного по спектру падающего на вещество импульса, в пренебрежении отражением назад имеет вид

$$\langle \omega^2 \rangle_{out} - \omega_0^2 = (-e_1 + \omega_0^2 e_0) (\varepsilon_{in} - e_0)^{-1}, \quad (10)$$

где

$$e_0 = \int_V d^3 r \int_{-\infty}^{+\infty} dt \mathbf{E} \mathbf{J}; \quad e_1 = \int_V d^3 r \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}. \quad (11)$$

При этом считается, что спектры падающего на вещество и выходящего из него излучения регистрируются в волновой зоне по отношению к объему V . Согласно закону сохранения энергии (7) получаем $\varepsilon_{\text{in}} - e_0 = \varepsilon_{\text{out}}$.

Имея в виду небольшую длительность импульса, мы будем считать ионы и нейтральные частицы вещества неподвижными во время взаимодействия импульса с веществом. Поэтому плотность электрического тока \mathbf{J} , входящая в выражения (11), является плотностью электронного тока. Кроме того, уже при небольших степенях ионизации вещества его взаимодействие с электромагнитным излучением определяется свободными электронами [8]. Это позволяет пренебречь током связанных электронов и считать плотность электрического тока \mathbf{J} плотностью электрического тока свободных электронов \mathbf{j} .

При нерелятивистских интенсивностях ЭМИ возбуждаемый им ток свободных электронов в изотропной среде описывается уравнением

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{e^2 n_e}{m_e} \mathbf{E} + \frac{e}{m_e} \mathbf{F}_{\text{fr}}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{fr}} &= - \int d^3 \mathbf{r} m_e \mathbf{v} \left[\sum_i v_{ei}(v) + \sum_a v_{ea}(v) \right] f_e(\mathbf{v} - \mathbf{V}_e) \\ &= -m_e n_e \mathbf{V}_e v(V_e) = -\frac{m_e}{e} \mathbf{j} v(V_e), \end{aligned} \quad (13)$$

где суммирование проводится по всем ионам и нейтральным частицам; \mathbf{F}_{fr} – объемная плотность силы трения, обусловленная столкновениями электронов с ионами с зарядами e_i (с частотой соударений v_{ei}), а также электронов с нейтральными частицами сорта a (с частотой соударений v_{ea}); f_e , e , m_e , n_e , v – электронные функция распределения по скоростям, заряд, масса, концентрация и эффективная частота соударений с тяжелыми частицами соответственно; $\mathbf{V}_e = n_e^{-1} \int \mathbf{v} f_e d^3 \mathbf{v}$ – гидродинамическая скорость движения электронов. Заметим, что уравнение (12) описывает, в частности, динамику тока свободных электронов, рождающихся в результате ионизации среды коротким интенсивным ЭМИ [9]. В этом случае концентрация электронов n_e является существенно нестационарной. Точные значения частотного сдвига и уширения импульса при такой ионизационной нестационарности были определены в работах [5, 6]. Далее для выявления эффекта столкновений мы будем полагать, что n_e не зависит от времени, имея в виду, что обобщение на случай учета ионизирующего действия импульса может быть проведено в рамках общего подхода [5, 6] и в пренебрежении током связанных электронов. Подставляя (12) в (11) и избавляясь от производной $\partial \mathbf{J} / \partial t$, находим

$$e_0 = \frac{m_e}{e} \int_V d^3 \mathbf{r} \int_{-\infty}^{+\infty} dt v \mathbf{j} \mathbf{u}_E, \quad (14)$$

$$e_1 = \int_V d^3 \mathbf{r} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \left[\frac{e^2 n_e}{m_e} v \mathbf{E}^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} - v^2 \right) \mathbf{j} \mathbf{E} \right],$$

где $\mathbf{u}_E = (e/m_e) \int_{-\infty}^t \mathbf{E} dt'$. Плотность тока \mathbf{j} является решением уравнения (12) при условии $\mathbf{j}(t = -\infty) = 0$ и имеет вид

$$\mathbf{j} = en_e \left[\mathbf{u}_E - \exp \left(- \int_{-\infty}^t v dt' \right) \int_{-\infty}^t v \mathbf{u}_E \exp \left(\int_{-\infty}^{t'} v dt'' \right) dt' \right]. \quad (15)$$

В условиях, когда длительность ЭМИ τ превышает период быстрых осцилляций электромагнитного поля ($\tau \omega_0 \gg 1$), а частота столкновений ν мала по сравнению с ω_0 , для вычисления e_0 и e_1 можно использовать приближение медленно меняющихся амплитуд. В рамках этого приближения

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} [\mathbf{E}_0 \exp(-i\omega_0 t) + \text{компл. сопр.}], \quad (16)$$

где \mathbf{E}_0 – медленно меняющаяся на периоде $2\pi/\omega_0$ амплитуда. Тогда с точностью до $(\tau \omega_0)^{-1}$ и ν/ω_0 из (15) получим

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= en_e \mathbf{u}_E, \quad \mathbf{u}_E = \frac{i}{2} [V_E \exp(-i\omega_0 t) - \text{компл. сопр.}], \\ V_E &= \frac{e \mathbf{E}_0}{m_e \omega_0}. \end{aligned} \quad (17)$$

Используя (16), (17), а также то обстоятельство, что в изотропной среде $\nu = \nu(u_E^2)$, выражения (14) для e_0 и e_1 с точностью до $(\tau \omega_0)^{-1}$ и ν/ω_0 приобретают вид

$$\begin{aligned} e_0 &= \int_V d^3 \mathbf{r} \int_{-\infty}^{+\infty} dt n_e m_e \overline{v u_E^2}, \\ e_1 &= \omega_0^2 \int_V d^3 \mathbf{r} \int_{-\infty}^{+\infty} dt n_e m_e \left[\overline{v u_E^2} + 2 \frac{\partial v}{\partial u_E^2} \frac{e^2 (\mathbf{E} \mathbf{u}_E)^2}{m_e^2 \omega_0^2} \right], \end{aligned} \quad (18)$$

где черта означает усреднение по периоду электромагнитного поля $2\pi/\omega_0$. Подставляя (18) в соотношение (10), получаем

$$\frac{\langle \omega^2 \rangle_{\text{out}} - \omega_0^2}{\omega_0^2} = \Delta = -\frac{2}{\varepsilon_{\text{out}}} \int_V d^3 \mathbf{r} \int_{-\infty}^{+\infty} dt n_e \frac{\partial v}{\partial u_E^2} \frac{e^2 (\mathbf{E} \mathbf{u}_E)^2}{m_e^2 \omega_0^2}. \quad (19)$$

Заметим, что слагаемые, пропорциональные ν , в выражении (19) сократились. С учетом (16), (17) найдем

$$\frac{e \mathbf{E} \mathbf{u}_E}{m_e \omega_0} = \frac{i}{4} [V_E^2 \exp(-2i\omega_0 t) - \text{компл. сопр.}].$$

Величина V_E^2 существенно зависит от поляризации ЭМИ. С введением степени круговой поляризации η ($\eta = 0$ при линейной и $\eta = \pm 1$ при круговой поляризациях [7]) выражение для $|V_E^2|$ записывается в виде

$$|V_E^2| = |V_E|^2 P(\eta), \quad P(\eta) = (1 - \eta^2)(1 + \eta^2)^{-1}. \quad (20)$$

Таким образом, при круговой поляризации импульса $P = 0$, и сдвиг его частоты в рамках указанных выше приближений равен нулю.

В дальнейшем будем считать, что распределение электронов по скоростям является максвелловским с температурой T_e .

3. Малая степень ионизации

В условиях небольших степеней ионизации, когда важны столкновения электронов с нейтральными частицами, рассмотрим (19) при сравнительно небольших интенсивностях ЭМИ (при этом $m_e |V_E|^2 \ll 4T_e$). Тогда из соотношения (13), определяющего ν , получим выражение

$$\frac{\partial v}{\partial u_E^2} = \frac{1}{3(2\pi)^{1/2}} \left(\frac{m_e}{T_e}\right)^{7/2} \int_0^\infty v^4 \left(\frac{m_e v^2}{5T_e} - 1\right) \times \left[\sum_i v_{ei}(v) + \sum_a v_{ea}(v) \right] \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2T_e}\right) dv, \quad (21)$$

которое не зависит от u_E . Вид функции $v_{ea}(v)$ существенно зависит от внутриатомной электронной структуры a -го сорта нейтральных частиц. При сравнительно небольших v частоту $v_{ea}(v)$ можно аппроксимировать степенной функцией (см., напр., [10]): $v_{ea} = n_a \sigma_a v_a (v/v_a)^{\beta_a}$, где $\beta_a \geq 0$; n_a – концентрация a -го сорта нейтральных частиц; σ_a и v_a – их характерные сечение соударения и скорость. Частота электрон-ионных соударений $v_{ei} = 4\pi e^2 e_i^2 n_i / Am_e^{-2} v^{-3}$, где A – кулоновский логарифм; n_i – концентрация ионов с зарядами e_i [10]. Тогда

$$\Delta = -\frac{3}{10} \frac{n_e T_e P^2(\eta)}{\varepsilon_{out}} \left[\sum_a \frac{4\beta_a}{9\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{5+\beta_a}{2}\right) \left(\frac{2T_e}{m_e v_a^2}\right)^{\beta_a/2} \times n_a \sigma_a v_a - v_C(T_e) \right] \int_V d^3r \int_{-\infty}^{+\infty} dt \left(\frac{m_e |V_E|^2}{2T_e}\right)^2, \quad (22)$$

$$v_C(T_e) = \sum_i \frac{4(2\pi)^{1/2}}{3} \frac{e^2 e_i^2 n_i A}{m_e^{1/2} T_e^{3/2}}, \quad (23)$$

где Γ – гамма-функция Эйлера. Из соотношений (22), (23) следует, что при малой степени ионизации вещества сдвиг квадратов частот Δ оказывается отрицательным. Таким образом, при небольшой степени ионизации спектр импульса после прохождения вещества сдвинут в «красную» сторону. С увеличением степени ионизации частота электрон-ионных соударений доминирует. В результате знак сдвига частоты спектра меняется на противоположный: при почти полной ионизации вещества спектр импульса сдвигается в «синюю» сторону.

4. Полностью ионизованная плазма

В условиях полностью ионизованной плазмы интенсивность ЭМИ будем считать произвольной, меньшей релятивистской интенсивности для частоты ω_0 . Эффективную частоту кулоновских электрон-ионных соударений при любой пространственно-временной форме импульса и максвелловском распределении электронов можно получить из выражения (13), определяющего v (ср. с [2–4]):

$$v(u_E^2) = v_C(T_e) \frac{3}{2} \int_0^1 \sqrt{x} \exp\left(-\frac{m_e u_E^2}{2T_e} x\right) dx. \quad (24)$$

Заметим, что при $m_e u_E^2 \ll 2T_e$ выражение (24) переходит в известное предельное выражение для слабых электромагнитных полей: $v = v_C(T_e)$ (см., напр., [11]). Подставляя (24) в соотношение (19) и учитывая (20), находим

$$\Delta = \int_V d^3r \frac{n_e T_e v_C(T_e)}{\varepsilon_{out}} \int_{-\infty}^{+\infty} dt G\left(\frac{m_e |V_E(\mathbf{r}, t)|^2}{4T_e}, \eta\right), \quad (25)$$

$$G(\zeta, \eta) = P(\eta) \frac{6}{\sqrt{\zeta}} \int_0^\zeta \sqrt{x} e^{-x} I_1(P(\eta)x) dx,$$

где $I_1(b)$ – модифицированная функция Бесселя первого порядка. Далее для определенности будем считать поляризацию ЭМИ линейной: $\eta = 0, P = 1$.

При малых интенсивностях ЭМИ, когда выполняется неравенство $\delta = I_{max}/(2cn_e T_e) \ll 1$ (где I_{max} – пиковая интенсивность ЭМИ, $n_c = m_e \omega_0^2 / (4\pi e^2)$ – критическая электронная плотность) выражение (25) переходит в (22) при $n_a = 0$. Зависимость сдвига квадрата частоты Δ от I_{max} при $\delta \ll 1$ оказывается линейно возрастающей, поскольку $[m_e |V_E|^2 / (2T_e)]^2 \propto I_{max}^2$ и $\varepsilon_{out} \propto I_{max}$.

Для оценки сдвига Δ при произвольных δ в трехмерной геометрии будем считать, что ЭМИ в пренебрежении поглощением ($e_0 \ll \varepsilon_{in}$) имеет гауссову пространственно-временную форму. А именно: интенсивность импульса $I = c |E_0|^2 / (8\pi) = I_{max} f(z, \mathbf{r}_\perp, t)$, распространяющегося вдоль оси z в плазме, описывается во времени t и в поперечном к оси z направлении \mathbf{r}_\perp гауссовой функцией

$$f(z, \mathbf{r}_\perp, t) = \frac{1}{1 + (z/z_R)^2} \times \exp\left\{-2 \frac{(t - z/c)^2}{\tau^2} - 2 \frac{r_\perp^2}{r_0^2 [1 + (z/z_R)^2]}\right\}, \quad (26)$$

где $z_R = \omega_0 r_0^2 / (2c)$ – рэлеевская длина импульса. Формула (26) описывает в параболическом приближении распространение ЭМИ с учетом его дифракции в поперечном к оси z направлении, причем в точке наибольшей фокусировки с координатой $z = 0$ поперечный радиус импульса является наименьшим и равен r_0 . Подставляя (26) в (25), с учетом выражения $\varepsilon_{in} = (\pi/2)^{3/2} I_{max} \tau r_0^2$ получаем

$$\Delta = \frac{n_e}{n_c} \frac{z_R}{c} v_C(T_e) F, \quad (27)$$

$$F = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{3/2}} \frac{1}{\delta} \int_V \frac{d^3r}{r_0^2 z_R} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{\tau} G(\delta f(\mathbf{r}, t), \eta = 0).$$

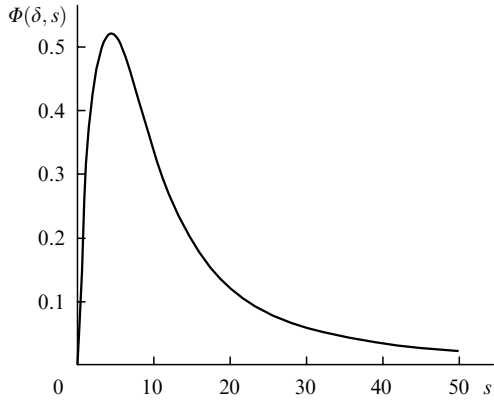
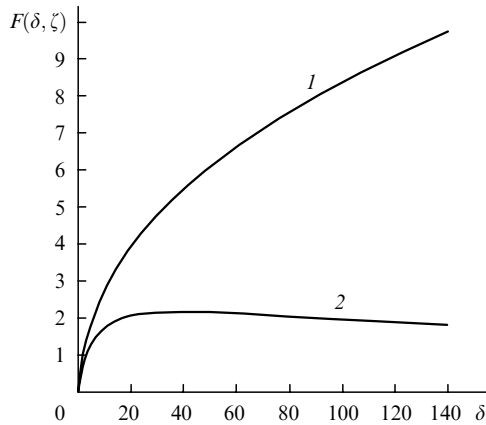
При вычислении в (27) интеграла по объему V примем, что этот объем представляет собой слой толщиной L ($-L/2 \leq z \leq L/2$). Тогда величина F оказывается функцией δ и $\zeta = L/(2z_R)$:

$$F(\delta, \zeta) = \int_0^\zeta \Phi(\delta, s) ds, \quad (28)$$

$$\Phi(\delta, s) = \frac{4}{3} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{s^2}{\delta} \frac{3 + s^2}{1 + s^2} \int_0^\infty G\left(\delta \frac{\exp(-2y^2)}{1 + s^2}, \eta = 0\right) dy,$$

где $s = z/z_R$ – нормированная пространственная координата. Распределение функции $\Phi(\delta, s)$ внутри слоя плазмы показано на рис.1 при $\delta = 100$. Функция $\Phi(\delta, s)$ имеет максимум, положение которого z_{max} меняется в зависимости от δ : $z_{max} \approx 0.5\sqrt{\delta} z_R$. Видно, что слой плазмы может быть сравнительно тонким ($\zeta \lesssim z_{max}/(2z_R) \approx \sqrt{\delta}$) или толстым ($\zeta \gg z_{max}/(2z_R)$). В этих двух случаях оказывается различным поведение сдвига квадрата частоты Δ (27) в зависимости от δ . На рис.2 представлена функция $F(\delta, \zeta)$ (см. (28)) в условиях толстого (для всех представленных δ) слоя плазмы (кривая 1) и при $\zeta = 5$ (кривая 2).

Заметим, что согласно формулам (28) в случае толстого слоя основной вклад в сдвиг Δ (27) (основной вклад в интеграл по s) дает окрестность максимума функции $\Phi(\delta, s)$, когда $s \sim \sqrt{\delta}$ (см. рис.1). При таких s осциллятор-


 Рис.1. Зависимость функции $\Phi(\delta, s)$ (28) от $s = z/z_R$ при $\delta = 100$.

 Рис.2. Зависимости функции $F(\delta, \zeta)$ (28), входящей в выражение для сдвига квадрата частоты (27), от δ в условиях толстого (для всех представленных δ) слоя плазмы (1) и при $\zeta = 5$ (2).

ная энергия электрона в электромагнитном поле $m_e u_E^2/2$ оказывается порядка T_e . Таким образом, в толстом слое основной вклад в сдвиг квадратов частот Δ дает область сравнительно небольших энергий, где $m_e u_E^2/2 \sim T_e$. Это обусловлено тем, что частота кулоновских электрон-ионных соударений пропорциональна u_E^{-3} при больших u_E .

4.1. Оценка столкновительного поглощения электромагнитной энергии и нагрева электронов

При выводе формул (27), (28) предполагалось, что относительное столкновительное поглощение энергии электромагнитного импульса мало ($A = e_0/\varepsilon_{in} \ll 1$), а также мало относительное локальное изменение температуры электронов за счет омического нагрева ($\Delta T_e(r, t = +\infty)/T_e \ll 1$). Оценка изменения температуры электронов $\Delta T_e(r, t = +\infty)$ может быть найдена из локального уравнения (ср. с [12])

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} n_e T_e \right) = n_e \nu m_e u_E^2, \quad (29)$$

откуда, считая, что $\Delta T_e(r, t = +\infty) \ll T_e$ и $n_e = \text{const}$, получаем

$$\Delta T_e(r, t = +\infty) = \frac{2}{3} m_e \int_{-\infty}^{+\infty} \nu u_E^2 dt \approx \frac{2}{3} m_e \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\nu u_E^2} dt. \quad (30)$$

Последнее соотношение в этом выражении получено в пренебрежении малыми по сравнению с единицей сла-

гаемыми порядка $(\omega_0 \tau)^{-1}$. Заметим, что проинтегрированное по времени от $-\infty$ до $+\infty$ и по объему плазмы V уравнение (29) совместно с (18) и (7) дает закон сохранения энергии:

$$\frac{3}{2} \int_V [n_e T_e(r, t = +\infty) - n_e T_e(r, t = -\infty)] d^3 r = e_0. \quad (31)$$

Из выражения (24) для ν найдем (ср. с [12])

$$\overline{\nu \frac{m_e u_E^2}{2 T_e}} = \frac{3}{4} \nu_C(T_e) H \left(\frac{m_e |V_E(r, t)|^2}{4 T_e}, \eta \right), \quad (32)$$

где

$$H(\xi, \eta) = \frac{2}{\sqrt{\xi}} \int_0^{\xi} \sqrt{x} e^{-x} [I_0(P(\eta)x) - P(\eta)I_1(P(\eta)x)] dx;$$

$I_0(b)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Подставляя (32) в соотношение (30), получаем

$$\frac{\Delta T_e(r, t = +\infty)}{T_e} = \nu_C(T_e) \tau q(r), \quad (33)$$

$$q(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} H \left(\frac{m_e |V_E(r, t)|^2}{4 T_e}, \eta \right) \frac{dt}{\tau}.$$

Для линейно поляризованного гауссова электромагнитного импульса ($\eta = 0$) с пространственно-временной формой (26) q является функцией δ , $R = r/r_0$ и $s = z/z_R$:

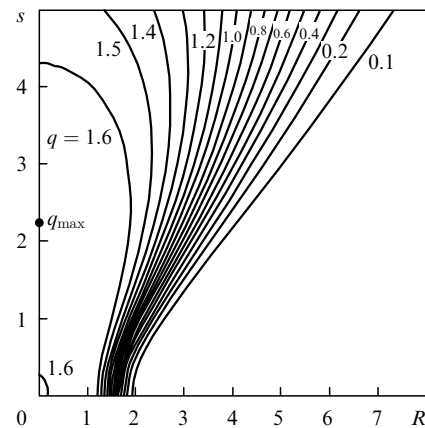
$$q = q(\delta, s, R)$$

$$= 2 \int_0^{\infty} H \left(\frac{\delta}{1+s^2} \exp \left(-2y^2 - \frac{2R^2}{1+s^2} \right), \eta = 0 \right) dy. \quad (34)$$

Пространственное распределение q при $\delta = 100$ показано на рис.3. Максимальное значение $q_{\max} \approx 1.7$ достигается в точке $r = 0$, $s_{\max} \approx 2.2$. С изменением δ величина q_{\max} практически не меняется, а s_{\max} медленно увеличивается с ростом δ .

Подставив $\Delta T_e(r, t = +\infty)$ из (33) в соотношение (31), найдем относительную поглощенную за счет столкновений энергию ЭМИ (коэффициент поглощения)

$$A = \frac{3}{2} \frac{n_e T_e}{\varepsilon_{in}} \nu_C(T_e) \tau \int_V q(r) d^3 r.$$


 Рис.3. Пространственное распределение функции $q(\delta, R, s)$ (34) входящей в выражение для относительного изменения электронной температуры (33), при $\delta = 100$ ($R = r/r_0$, $s = z/z_R$).

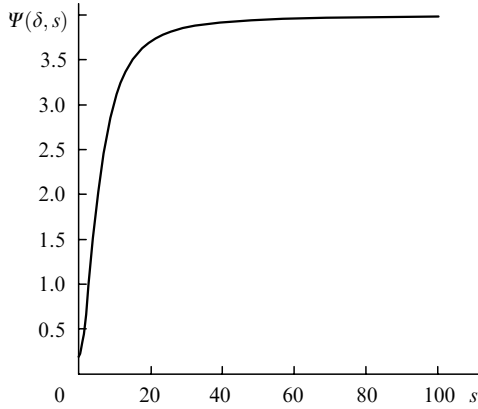


Рис.4. Зависимость функции $\Psi(\delta, s)$ от $s = z/z_R$ при $\delta = 100$.

Для гауссова линейно поляризованного импульса, используя (34), находим

$$A = \frac{n_e}{n_c} \frac{z_R}{c} v_c(T_e) a(\delta, \zeta), \quad a(\delta, \zeta) = \int_0^\zeta \Psi(\delta, s) ds, \quad (35)$$

где

$$\Psi(\delta, s) = 96 \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^\infty k(y) K \left(\delta \frac{e^{-2y^2}}{1+s^2} \right) dy;$$

$$k(y) = ye^{-3y^2} \int_0^y x^2 e^{x^2} dx;$$

$$K(b) = e^{-b} [I_0(b) - I_1(b)].$$

Распределение функции $\Psi(\delta, s)$ внутри слоя плазмы при $\delta = 100$ приведено на рис.4. В окрестности точки $s_s \sim \sqrt{\delta}$ функция $\Psi(\delta, s)$ выходит на насыщение. Зависимость a от δ показана на рис.5 при $\zeta = 5$, меньшем, чем $s_s = 10$. На отрезке $10 \leq \delta \leq 150$ величина a ведет себя приблизительно как $1/\sqrt{\delta}$ в соответствии с тем, что частота электрон-ионных соударений пропорциональна u_E^{-3} при больших u_E .

Проведем оценки для легко реализуемых к настоящему времени значений параметров ЭМИ и плазмы. При температуре плазмы $T_e = 10$ эВ, плотности электронов $n_e = 2.7 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$, толщине слоя $L = 10z_R$ для ЭМИ с длиной волны $\lambda = 0.8$ мкм, $r_0 = 20$ мкм, $I_{\text{max}} = 1.7 \times 10^{16}$

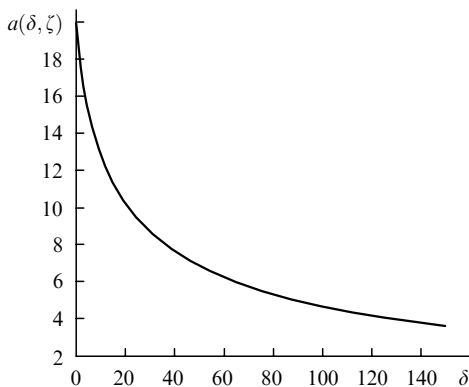


Рис.5. Зависимость функции $a(\delta, \zeta)$, определяющей коэффициент столкновительного поглощения энергии ЭМИ (35), от δ при $\zeta = 5$.

Вт/см² параметр $\delta \approx 100$, $z_R \approx 1.6$ мм, $L \approx 1.6$ см и относительный сдвиг $\Delta \approx 0.02$. При этом $\Delta \approx 0.04 \ll 1$ и при длительности импульса $\tau = 30$ фс максимальное отношение $\Delta T_e/T_e \approx 0.06 \ll 1$. Мощность импульса P_p сравнительно невелика: $P_p \approx 0.11$ ТВт, что много меньше критической для релятивистской самофокусировки мощности $P_c \approx 11$ ТВт, где P_c (в ГВт) оценивается по известному соотношению $P_c \approx 17(n_e/n_c)$ (см., напр., обзор [13]). Кроме того, интенсивность ЭМИ оказывается малой с точки зрения возбуждения ВКР. Действительно, оценивая коэффициент пространственно-временного усиления g , определяющий экспоненциальный рост ВКР в соответствии с [13], получаем

$$g \approx \frac{n_e}{n_c} a_0 \omega_0 \left(\frac{z_R \tau}{2c} \right)^{1/2} \approx 0.09,$$

где нормированный векторный потенциал ЭМИ $a_0 \approx 8.6 \times 10^{-10} \lambda I_{\text{max}}^{1/2} \approx 0.09$ (λ измерено в мкм, I_{max} – в Вт/см²). Следовательно, нелинейное усиление ВКР при выбранных параметрах отсутствует.

5. Заключение

Таким образом, нестационарность частоты соударений электронов с ионами или нейтральными частицами в поле ЭМИ приводит к сдвигу спектра прошедшего через вещество излучения. По направлению сдвига спектра (в «синюю» или «красную» сторону) можно определить характер взаимодействия электронов с тяжелыми частицами: при кулоновском электрон-ионном взаимодействии сдвиг происходит в «синюю» сторону, при соударении электронов с нейтральными частицами – в «красную».

В условиях полностью ионизованной плазмы относительный частотный сдвиг (27) существенно зависит от температуры газа как таковой (зависимость $v_c(T_e)$ (23)). Кроме того, сдвиг зависит от соотношения между максимальной осцилляторной энергией электрона в электромагнитном поле и его тепловой энергией δ , а также от толщины слоя плазмы. С точки зрения оптических измерений величина $\Delta \approx 0.02$ (см. приведенные выше оценки) сравнительно велика и может быть легко зарегистрирована экспериментально. По сдвигу Δ можно оценить температуру электронной компоненты плазмы.

Работа частично поддержана РФФИ (грант № 01-02-16723).

1. *Book of Abstracts, XXVII Europ. Conf. on Laser Interaction with Matter* (Moscow, Russia, 2002).
2. Силин В.П. *ЖЭТФ*, **114**, 864 (1998).
3. Силин В.П. *Квантовая электроника*, **26**, 11 (1999).
4. Силин В.П. *ЖЭТФ*, **117**, 926 (2000).
5. Чеготов М.В. *ЖТФ*, **72**, 71 (2002).
6. Чеготов М.В. *Квантовая электроника*, **32**, 370 (2003).
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля* (М.: Наука, 1988).
8. Смирнов Б.М. *Физика слабоионизованного газа* (М.: Наука, 1978).
9. Chegotov M.V. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **35**, 647 (2002).
10. Гуревич А.В., Шварцбург А.Б. *Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере* (М.: Наука, 1973).
11. Силин В.П. *Введение в кинетическую теорию газов* (М.: Наука, 1971).
12. Силин В.П. *ЖЭТФ*, **47**, 2254 (1964).
13. Esarey E., Sprangle P., Krall J., et al. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **24**, 252 (1996).