

Влияние α -фактора на динамику двухслойной полупроводниковой структуры

И.В.Бабушкин, П.В.Павлов, Н.А.Лойко

Рассмотрена система, состоящая из двух тонких пленок, резонансно взаимодействующих со световым полем. Сформулирована модель такой системы, основанная на приближении двухуровневых атомов и учитывающая особенности полупроводниковой среды, в частности влияние отношения дисперсий действительной и мнимой частей восприимчивости (α -фактор). Показано, что учет α -фактора приводит к дополнительной нелинейности и существенной модификации набора стационарных состояний системы. Обсуждается влияние α -фактора на динамические режимы, возникающие в системе.

Ключевые слова: тонкие пленки, бистабильность, нарушение симметрии.

1. Введение

В настоящее время полупроводниковые тонкопленочные системы получают широкое распространение в системах передачи и обработки информации, что обусловлено их миниатюрностью и большими возможностями по управлению светом. В поведении таких систем значительную роль играет нелинейность при взаимодействии слоев со световым полем. Уже в случае единственного слоя, обладающего механизмом обратной связи, в нелинейном режиме могут возникнуть нетривиальные режимы, такие как бистабильность [1, 2], самопульсации [2–4] и формирование поперечных статических и движущихся пространственных структур [5–7].

Важной особенностью этих систем является их фазовая чувствительность, т.е. зависимость динамических свойств системы от фазовых соотношений светового поля в цепи обратной связи. Эта зависимость может стать более заметной, когда обратная связь в системе осуществляется с помощью не пассивного в динамическом отношении элемента (например, зеркала), а элемента, поведение которого меняется со временем. Такой тип связи как раз и реализуется в многослойных оптических структурах. В настоящей работе рассматривается наиболее простой вариант многослойной структуры – система, состоящая из двух тонких нелинейных полупроводниковых пленок.

В предыдущих работах авторов было показано, что в этой системе наряду с бистабильностью могут наблюдаться такие эффекты, как нарушение симметрии [8] (когда при одинаковых полях, падающих на систему с обеих сторон, отраженные поля не равны по амплитуде), самопульсации [9, 10], а также, в случае системы с большой

апертурой, – возникновение пространственных структур с разной степенью симметрии [10–12]. При этом спонтанное формирование пространственных структур и пульсаций обусловлено одним и тем же механизмом обратной связи, в котором фазовые соотношения в цепи обратной связи играют ключевую роль.

В работах [8–12] нелинейная среда рассматривается как совокупность двухуровневых атомов, взаимодействие которых со световым полем описывается уравнениями Максвелла – Блоха. Параметры среды, при которых возникают вышеописанные явления, наилучшим образом соответствуют параметрам полупроводниковых слоев [1, 3]. Однако в полупроводниковой среде существуют механизмы, обуславливающие связь амплитуды и фазы светового поля, которая отличается от аналогичной связи в среде двухуровневых атомов, играющей существенную роль в системах с фазочувствительной обратной связью [13, 14]. Этот механизм, тем не менее, может быть качественно учтен в двухуровневой модели путем введения коэффициента, который характеризует относительное изменение показателя преломления и коэффициента поглощения при изменении плотности свободных носителей, – так называемого α -фактора [15].

В настоящей работе исследуется влияние α -фактора на динамические характеристики системы как с малой апертурой (при которой в динамике участвует только одна поперечная мода), так и с большой. Известно, что при описании динамики полупроводниковых систем динамику поляризации активной среды в большинстве случаев можно адиабатически исключить из рассмотрения, считая ее безынерционной [16]. В приближении тонкого слоя (когда его толщина меньше длины волны [2]) это приводит к системе дифференциальных уравнений для эволюции плотностей носителей заряда с запаздыванием, равным времени прохождения поля между пленками.

Анализ полученной системы показал, что увеличение α -фактора, приводящее к увеличению амплитудно-фазовой связи между полем и населенностью, эквивалентно росту нелинейности каждого из слоев. При этом граница появления нарушения симметрии понижается. Кроме того, увеличение α -фактора снижает порог возникновения

И.В.Бабушкин, П.В.Павлов, Н.А.Лойко. Институт физики им. Б.И.Степанова НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Ф. Скорины, 70, web-site: <http://dragon.bas-net.by>; e-mail: nloiko@dragon.bas-net.by, paulau@dragon.bas-net.by, babush@dragon.bas-net.by

Поступила в редакцию 17 сентября 2003 г., после доработки – 12 января 2004 г.

самопульсаций и порог возникновения поперечных пространственных структур. Это означает, что амплитудно-фазовая связь между полем и населенностью усиливает степень неустойчивости рассматриваемой системы.

2. Уравнения модели

Рассмотрим систему из двух нелинейных тонких пленок, находящихся на расстоянии d друг от друга и разделенных линейной средой с комплексным показателем преломления $n' - in''$. Система освещается с обеих сторон монохроматическими пространственно однородными световыми полями (рис.1).

В качестве исходной для вывода уравнений, описывающих систему из двух тонких идентичных полупроводниковых пленок, рассмотрим систему, которая получена для активной среды, состоящей из двухуровневых атомов. Уравнения Блоха для взаимодействия двухуровневой среды (характеризуется поляризацией R_1, R_2 атомов в каждой из пленок и разностью населенностей между уровнями W_1, W_2) со световым полем можно записать в нормированном виде [10]:

$$\dot{r}_j = \gamma(-1 + i\Delta)r_j + i\gamma e_j w_j, \tag{1}$$

$$\dot{w}_j = -(w_j + 1) + i(e_j^* r_j - r_j^* e_j)/2, \tag{2}$$

где

$$\gamma = \frac{T_1}{T_2}; \quad \Delta = T_2(\omega - \omega_0); \quad w = W;$$

$$r = R\sqrt{\gamma}; \quad e = E \frac{\mu(T_1 T_2)^{1/2}}{\hbar}; \tag{3}$$

μ – дипольный момент перехода; T_1, T_2 – времена продольной и поперечной релаксации; ω – частота падающего излучения; ω_0 – резонансная частота двухуровневых атомов. При этом текущее время t нормировано на величину T_1 . Эффективные поля в пленках e_1, e_2 связаны с падающими на пленки полями соотношениями [9, 17]

$$e_1 = e_0^{(+)} + e_2^{(-)} - i\vartheta r_1, \tag{4}$$

$$e_2 = e_0^{(-)} + e_2^{(+)} - i\vartheta r_2, \tag{5}$$

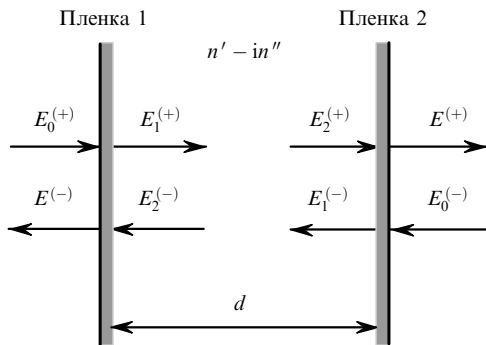


Рис.1. Система, состоящая из двух пленок, расстояние между которыми равно d : $E_0^{(+)}, E_0^{(-)}$ и $E_1^{(+)}, E_1^{(-)}$ – амплитуды полей, падающих на первую и вторую пленки и прошедших через них соответственно; $E_2^{(-)}, E_2^{(+)}$ – амплитуды полей, достигших противоположной пленки; $E^{(+)}, E^{(-)}$ – амплитуды полей на выходе из системы.

где

$$\vartheta = \frac{2\pi\tilde{n}NL\omega\mu^2 T_2}{\hbar c} \tag{6}$$

– параметр, характеризующий нелинейность системы; N – концентрация атомов в среде; L – толщина нелинейной пленки; c – скорость света; \tilde{n} – показатель преломления двухуровневой среды.

Результат прохождения света в линейной среде между пленками описывается следующими уравнениями:

$$e_2^{(\pm)}(r_1, t) = \rho \exp(is) \exp\left(-i\frac{d}{k}\Delta t\right) e_1^{(\pm)}(r_1, t - \tau), \tag{7}$$

где $\Delta_t = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ – поперечная часть оператора Лапласа; $\rho = \exp(kn'd)$ – потери; $s = knd$ – фазовый сдвиг; τ – время распространения света между пленками; $r_1 = (x, y)$ – поперечная составляющая радиус-вектора точки (x, y, z) ; k – модуль волнового вектора k светового поля. Уравнение (7) является формальным решением уравнения, описывающего распространение света в линейной среде в параксиальном приближении [10, 11]. При этом амплитуды полей, прошедших через первую и вторую пленки, есть соответственно $e_1^{(-)} = e_0^{(-)} - i\vartheta r_2$ и $e_1^{(+)} = e_0^{(+)} - i\vartheta r_1$.

Для типичных полупроводниковых материалов $T_1 \sim 10^{-9}$ с, $T_2 \sim 10^{-12}$ с. Таким образом, $T_1 \gg T_2$ и, следовательно, $\gamma \gg 1$. Это приводит к тому, что при рассмотрении процессов, время протекания которых меньше характеристического времени T_2 , поляризация среды играет лишь пассивную роль в динамике, быстро релаксируя к своему квазистационарному состоянию, определяемому значениями населенности и поля. Это означает, что динамику поляризации можно адиабатически исключить из уравнений, полагая $\dot{r}_1 = 0, \dot{r}_2 = 0$. Тогда r_j будут определяться из алгебраических уравнений

$$r_j = i\beta e_j w_j (1 + i\Delta), \tag{8}$$

$$r_j^* = -i\beta e_j^* w_j (1 - i\Delta). \tag{9}$$

Здесь $\beta = 1/(1 + \Delta^2)$ – лоренцевский контур, описывающий зависимость восприимчивости двухуровневой среды $\chi = \beta(1 + i\Delta)w$ от частоты Δ . В полупроводниковых средах форма контура поглощения отличается от лоренцевской и является несимметричной по отношению к знаку Δ . Кроме того, коэффициент поглощения и показатель преломления связаны между собой α -фактором. С учетом этого восприимчивость для полупроводниковой среды вблизи центра линии поглощения можно записать как $\chi = \beta(\Delta)(1 - i\alpha(\Delta))w$ с соответствующей формой контура $\beta(\Delta)$ [15, 18]. В этом случае α -фактор ($\alpha = [\partial \text{Re}(\chi)/\partial w][\partial \text{Im}(\chi)/\partial w]^{-1}$) описывает относительное изменение фазового сдвига поля при изменении плотности свободных носителей, вызванном флуктуациями амплитуды поля, и эффекты самофокусировки в нелинейной полупроводниковой среде. Для типичных полупроводниковых сред вблизи центра линии усиления численное значение α -фактора варьируется от 2 до 6 [15].

Тогда система уравнений (4), (5) преобразуется:

$$e_1(t) = e_0^{(+)}(t) + \rho e^{is}[e_0^{(-)}(t - \tau) + \beta\vartheta e_2(t - \tau) \times w_2(t - \tau)(1 - i\alpha)] + \beta\vartheta e_1(t)w_1(t)(1 - i\alpha), \tag{10}$$

$$e_2(t) = e_0^{(-)}(t) + \rho e^{is} [e_0^{(+)}(t - \tau) + \beta \vartheta e_1(t - \tau) \times w_1(t - \tau)(1 - i\alpha)] + \beta \vartheta e_2(t) w_2(t)(1 - i\alpha). \quad (11)$$

Система разностных уравнений (10), (11) вкупе с уравнениями для поля (7), а также с уравнениями (2), которые теперь можно переписать как

$$\dot{w}_1 = -(w_1 + 1) - \beta e_1^* e_1 w_1, \quad (12)$$

$$\dot{w}_2 = -(w_2 + 1) - \beta e_2^* e_2 w_2, \quad (13)$$

дает нам модель для описания системы из двух тонких полупроводниковых пленок.

3. Стационарные состояния и устойчивость

Уравнения (8), (9) с необходимыми изменениями для полупроводниковой среды и выражение для плотности носителей

$$w_j = -\frac{1}{1 + \beta |e_j|^2} \quad (14)$$

дают выражения для соответствующих стационарных значений через эффективное поле в каждой из пленок e_1, e_2 . При этом (10), (11) представляют собой систему нелинейных алгебраических уравнений относительно комплексных амплитуд полей e_1, e_2 , которая может иметь несколько решений при одном и том же падающем поле, т. е. демонстрировать мультистабильность. Мультистабильность наблюдается при достаточно большом значении параметра нелинейности (10 и выше), что достижимо для полупроводниковых материалов [1]. Особый интерес для нас будет представлять случай, когда падающие с обеих сторон поля равны. В этом случае для решения с равными в обеих пленках полями система уравнений (10), (11) редуцируется в единственное уравнение, которое демонстрирует стандартную оптическую бистабильность. Однако система (10), (11) может также иметь решения с не равными друг другу полями e_1 и e_2 и соответственно не равными прошедшими и отраженными от системы полями. Такие состояния являются состояниями с нарушенной симметрией и рождаются через бифуркацию нарушения симметрии. Эффект нарушения симметрии существует в той же области параметров системы, что и бистабильность, и зависит от величины фазового набега светового поля при его распространении между пленками. В случае фазового набега, равного целому числу длин волн, более предпочтительной является бистабильность. В противном случае возникает нарушение симметрии.

Проанализируем устойчивость системы уравнений (7), (10)–(13) относительно плоскостных возмущений, характеризуемых определенным наклоном к оси системы, который определяется поперечной компонентой волнового вектора $k_t = (k_x, k_y)$. Для этого осуществим линеаризацию системы вблизи окрестности однородного состояния равновесия ($w_{01}, w_{02}, e_{01}, e_{02}$), положив

$$w_j = w_{0j} + \delta w_j, \quad e_j = e_{0j} + \delta e_j. \quad (15)$$

Записав $\zeta = (\delta w_1, \delta w_2, \delta e_1, \delta e_1^*, \delta e_2, \delta e_2^*)$ в виде $\zeta = \zeta_0 \exp(\lambda t + k_t r_t)$, получим матричное уравнение

$$A \zeta = M \zeta. \quad (16)$$

Здесь матрица M имеет вид

$$\begin{pmatrix} \xi w_{01} & 0 & \xi e_{01} & \eta w_{02} e^{-\lambda \tau} & 0 & \eta e_{02} e^{-\lambda \tau} \\ 0 & \xi^* w_{01} & \xi^* e_{01}^* & 0 & \eta^* w_{02} e^{-\lambda \tau} & \eta^* e_{02}^* e^{-\lambda \tau} \\ -\beta e_{01}^* w_{01} & -\beta e_{01} w_{01} & -1 - \beta e_{01}^* e_{01} & 0 & 0 & 0 \\ \eta w_{01} e^{-\lambda \tau} & 0 & \eta e_{01} e^{-\lambda \tau} & \xi w_{02} & 0 & \xi e_{02} \\ 0 & \eta^* w_{01} e^{-\lambda \tau} & \eta^* e_{01}^* e^{-\lambda \tau} & 0 & \xi^* w_{02} & \xi^* e_{02}^* \\ 0 & 0 & 0 & -\beta e_{02}^* w_{02} & -\beta e_{02} w_{02} & -1 - \beta e_{02}^* e_{02} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где $\eta = \beta \rho e^{is} \vartheta (1 - i\alpha)$; $\xi = \beta \vartheta (1 - i\alpha)$. Матрица A (здесь не приведена) является диагональной, с λ в третьей и шестой строках и единицей в остальных. Условие существования нетривиального решения уравнения (16) дает нам уравнение, определяющее λ :

$$\det(M - A) = A(\lambda) + B(\lambda)e^{-2\lambda\tau} + C(\lambda)e^{-4\lambda\tau} = 0, \quad (18)$$

где $A(\lambda), B(\lambda), C(\lambda)$ – полиномы второго порядка по λ , а коэффициенты зависят от k_t и коэффициентов системы уравнений (7), (10)–(13). Границы устойчивости системы определяются условием $\text{Re} \lambda = 0$. Наша дальнейшая задача заключается в исследовании влияния α -фактора на границы устойчивости системы и ее стационарные характеристики.

4. Влияние α -фактора на стационарные характеристики и устойчивость системы

Как и ранее, будем рассматривать случай, когда падающие с обеих сторон поля равны друг другу: $e_0^{(+)} = e_0^{(-)} \equiv e_0$. В этом случае одним из возможных состояний равновесия системы (7), (10)–(13) является симметричное состояние с $e_1 = e_2 \equiv e$, определяемое из следующего уравнения:

$$e = (1 + \rho e^{is}) \left[e_0^{(+)} + \beta \vartheta (1 - i\alpha) \frac{e}{1 + \beta |e|^2} \right]. \quad (19)$$

Это стандартное уравнение, описывающее бистабильность в зависимости от стационарных характеристик падающего поля, которое, тем не менее, усложняется наличием дополнительного фазового сдвига, привносимо-

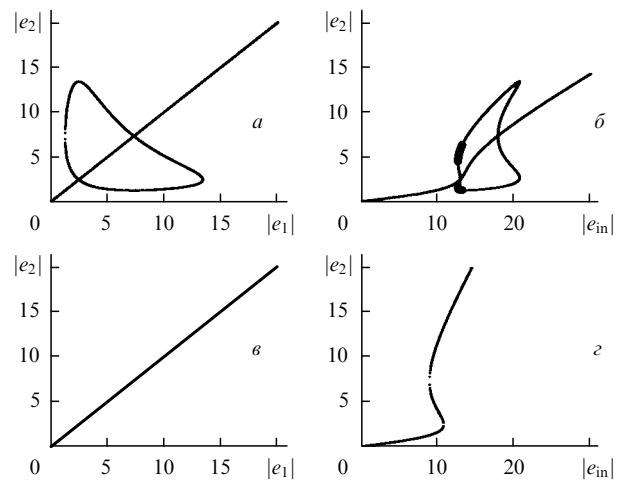


Рис.2. Стационарные состояния на плоскостях (e_1, e_2) (а, в) и (e_{in}, e_2) (б, з) при $\vartheta = 20.0, \alpha = 2.0, \rho = 0.5$ и $s = \pi$ (а, б), а также $s = 0$ (в, з). Область несимметричной ветви, неустойчивая по отношению к возмущениям Андронова–Хопфа, выделена утолщением кривой (б); $e_{in} = (1 + \rho e^{is}) e_0^{(+)}$.

го α -фактором. Типичная стационарная кривая для $s = \pi$ представлена на рис.2,а, б в разных системах координат. В этом случае кроме симметричной ветви решения имеет место также несимметричная ветвь, в которой $e_1 \neq e_2$, и бистабильность на симметричной ветви отсутствует. При изменении фазы на π несимметричная ветвь исчезает, сменяясь бистабильностью (рис.2,в, г).

Как видно из уравнения (19), увеличение α -фактора эквивалентно увеличению нелинейности в системе (определяемой $\beta\vartheta$) на фактор $(1 + \alpha^2)^{1/2}$. При этом, однако, в отклик системы вводится дополнительный фазовый сдвиг. При положительных значениях α , характерных для достаточно широкой части линии поглощения [18], увеличение α -фактора приводит к расширению диапазона значений падающего поля, где наблюдается бистабильность или нарушение симметрии. Вышесказанное иллюстрирует рис.3, на котором показаны зависимости границ нарушения симметрии и бистабильности от α -фактора и параметра нелинейности ϑ для типичных значений параметров полупроводниковых материалов.

Как известно, α -фактор может влиять на границы бифуркации Андронова – Хопфа в системах с запаздывающей обратной связью [13, 14]. В случае системы из двух тонких пленок хопфовские неустойчивости, как правило, подавляются статическими. Однако существует область, в которой возможно рождение периодических во времени режимов через суперкритическую бифуркацию Андронова – Хопфа [10]. Это происходит, когда нелинейность в системе достаточно велика, так что собственно бифуркация нарушения симметрии является субкритической. Тогда на несимметричной ветви возникает область неустойчивости по отношению к периодическим во времени возмущениям (см. рис.2,б). Соответствующий интервал значений поля увеличивается при увеличении α -фактора аналогично области неустойчивости стационарных симметричных и несимметричных режимов (рис.4,а). Кроме того, наблюдается снижение порога данной неустойчивости по τ , что продемонстрировано на рис.4,б, где представлены зависимости бифуркационного значения τ для разных значений α . Соответствующие частоты пульсаций, возникающих в точке бифуркации, представлены на рис.4,а. Численный расчет показывает, что бифуркация Андронова – Хопфа на верхней границе по полю является субкритической, в то время как на нижней границе – суперкритической. Однако для значений па-

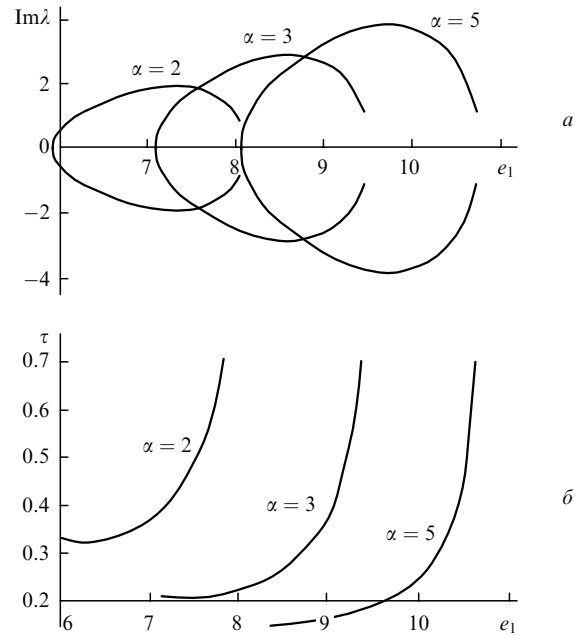


Рис.4. Зависимости частоты пульсаций, возникающих на пороге бифуркации Андронова – Хопфа, от амплитуды поля e_1 (а) и границ этой бифуркации по τ (б) для различных значений α -фактора. Часть стационарной характеристики, для которой бифуркация Андронова – Хопфа имеет место, выделена на рис.2,б.

дающего поля, лежащих ниже точки бифуркации нарушения симметрии, предельный цикл является неустойчивым и система релаксирует к симметричному состоянию равновесия.

В случае системы с большой апертурой в этом же интервале значений поля на несимметричной ветви возможно возникновение пространственных структур. При этом граница устойчивости в зависимости от k_t вычисляется из условия $\lambda = 0$, которое приводит к значительно более простому уравнению, чем уравнение, определяющее границы бифуркации Андронова – Хопфа по полю. Однако в обоих случаях максимальные значения поля в пленках, для которых система неустойчива, практически совпадают. Это можно видеть из рис.5, на котором изображены границы устойчивости по отношению к обоим типам возмущений на несимметричном участке ветви в зависимости от $\theta = dk_t^2/k$.

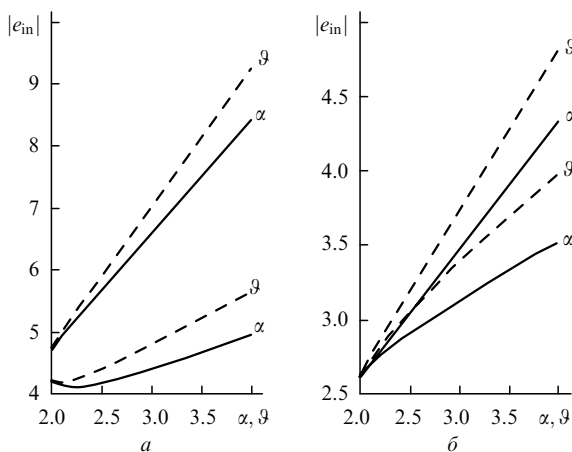


Рис.3. Зависимости верхних и нижних границ нарушения симметрии (а) и бистабильности (б) от параметра нелинейности ϑ и α -фактора при $\rho = 0.5$ и $s = \pi$.

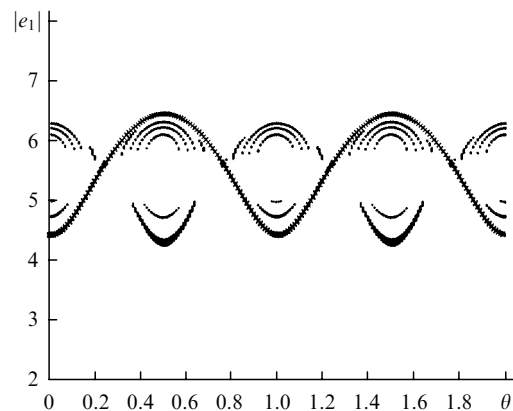


Рис.5. Границы статической неустойчивости (обозначена крестиками) и неустойчивости Андронова – Хопфа (точечная кривая) для системы с широкой апертурой в зависимости от параметра $\theta = dk_t^2/k$.

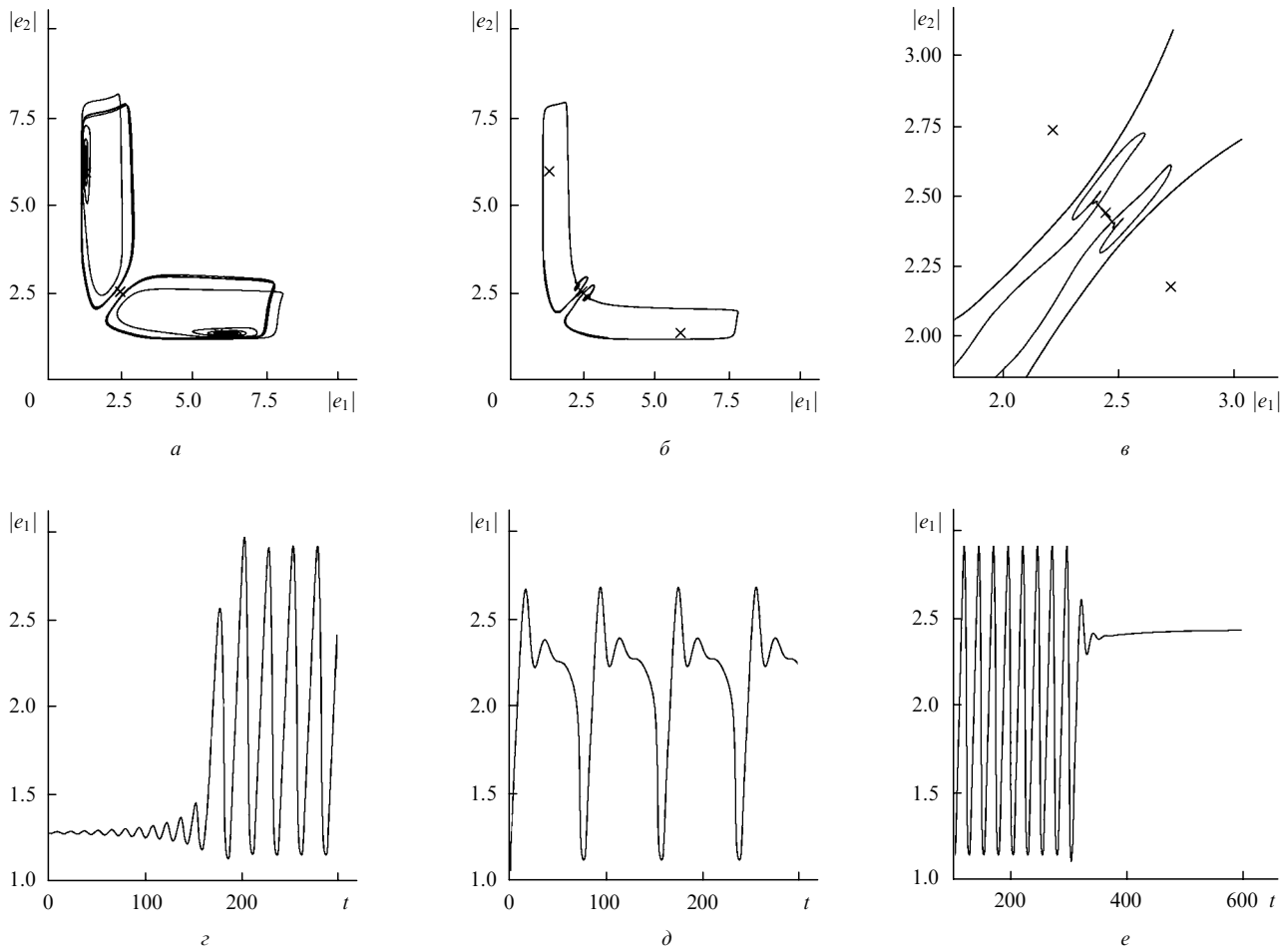


Рис.6. Временная эволюция полей в пленках при $e_m = 12.8$ (*a*, *z*), 12.92 (*b*, *d*), 12.94 (*e*, *e*) и $\tau = 3$; *a*–*e* – фазовые портреты системы в плоскости $e_1 e_2$ (крестиками обозначены стационарные состояния – два несимметричных и одно симметричное), *z*–*d* – временная динамика поля в первой пленке.

Фазовый дисбаланс, вызванный присутствием α -фактора, не влияет на положение максимумов неустойчивости на оси θ . Это означает, что размер пространственных структур в поперечном сечении пучка, возникающих вследствие неустойчивости к поперечным возмущениям, не изменяется.

5. Временная динамика

Как было показано в [10], в системе из двух пленок возникают пульсации, период которых с ростом τ стремится к 4τ . Здесь мы подробно рассмотрим динамику системы при сравнительно малых значениях времени запаздывания. В области, выделенной утолщением кривой на рис.2,б (см. также рис.4, 5), возможно возникновение несимметричных пульсаций из несимметричного состояния равновесия. Временное поведение системы показано на рис.6. Вблизи верхней (по полю в пленке) границы точки бифуркации, которая является субкритической, рождаются два цикла с большой амплитудой (рис.6,а). Области их притяжения в плоскости $e_1(e_2)$ разделены биссектрисой.

По мере уменьшения падающего поля, что соответствует удалению рабочей точки от порога, циклы приближаются друг к другу (рис.6,б). Вблизи бифуркационной точки нарушения симметрии кроме большой петли, оборачивающейся вокруг каждого из несимметричных

состояний равновесия, появляется еще и маленькая петля, которая не связана ни с одним из стационарных состояний, существующих при данных значениях падающего поля. Оба случая (рис.6,а и б), соответствуют падающему полю, находящемуся выше порога неустойчивости симметричной ветви. Возможно, данное сгущение траекторий является предвестником пересечения симметричной и несимметричной ветвей стационарных состояний, возникающего при дальнейшем уменьшении поля. Форма пульсаций также изменяется. Появляются интервалы медленного движения, связанного с нахождением системы в окрестности малых циклов, и быстрого движения по большому циклу.

Дальнейшее уменьшение падающего поля приводит к стабилизации симметричного состояния равновесия. При этом циклы теряют устойчивость и разрушаются, как показано на рис.6,в, где фазовый портрет сильно увеличен. Кроме симметричного стационарного состояния приведены еще и дополнительные несимметричные устойчивые стационарные состояния, появляющиеся при пересечении симметричной и несимметричной ветвей (см. рис.2,б). Траектория системы стремится к области, лежащей между одним из этих несимметричных состояний и симметричным решением. При этом размер малой петли уменьшается, пока она не вырождается, что приводит к тому, что система «падает» на устойчивое симметричное стационарное состояние. Изменение поля в

одной из пленок, соответствующее описанным выше режимам, представлено на рис.6,2 – e.

Таким образом, пульсации теряют устойчивость, когда симметричное состояние устойчиво. При увеличении времени запаздывания τ и α -фактора динамика системы остается похожей на рассмотренную, лишь точка дестабилизации предельного цикла сдвигается в сторону уменьшения e_{in} относительно точки нарушения симметрии.

6. Заключение

В настоящей работе исследована система, состоящая из двух тонких бистабильных полупроводниковых пленок. Уравнения для такой системы, записанные с адиабатически исключенной поляризацией нелинейной среды, учитывают влияние α -фактора, описывающего динамическую фазовую связь между полем и плотностью носителей заряда, и представляют собой систему дифференциальных уравнений с запаздыванием.

Вследствие большой чувствительности такой системы к фазовым соотношениям поля в цепи обратной связи учет α -фактора оказывает влияние на устойчивость системы. Причем, в отличие от лазерных систем, в которых это влияние проявляется главным образом в динамических режимах, таких как самопульсации, в пассивной системе из двух пленок наличие амплитудно-фазовой связи влияет на возникновение и уничтожение стационарных состояний. В частности, увеличение α -фактора качественно эквивалентно простому увеличению нелинейности в системе и приводит к увеличению области существования несимметричных решений и бистабильности.

Кроме того, в рассматриваемой системе существуют области, в которых возможно возникновение динамических режимов (в случае системы с малой апертурой) и пространственных структур (в системе с большой апер-

турой). Эти области находятся на несимметричной ветви стационарной кривой. Здесь влияние α -фактора приводит к увеличению размеров области неустойчивости, а также к понижению минимального порога хопфсовской неустойчивости по τ . С другой стороны, области неустойчивостей по отношению к статическим возмущениям с $k_1 \neq 0$, приводящие к формированию пространственных структур, лишь изменяют свой размер, не сдвигаясь, т.е. пространственные структуры, возникающие в такой системе, обладают тем же характерным размером.

1. Oraevsky A.N., Jones D. J., Bandy D. K., Tittel F. K. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2099**, 152 (1993).
2. Башаров А.М. *ЖЭТФ*, **94**, 12 (1988).
3. Лойко Н.А., Логвин Ю.А., Самсон А.М. *Квантовая электроника*, **22**, 389 (1995).
4. Loiko N.A., Logvin Yu.A., Samson A.M. *Opt. Commun.*, **124**, 383 (1996).
5. Logvin Yu.A., Loiko N.A. *Phys. Rev. E*, **56**, 3803 (1997).
6. Logvin Yu.A., Samson B.A., Afanas'ev A.A., Samson A.M., Loiko N.A. *Phys. Rev. E*, **54**, R4548 (1996).
7. Loiko N.A., Logvin Yu.A. *Laser Phys.*, **8**, 322 (1998).
8. Бабушкин И.В., Логвин Ю.А., Лойко Н.А. *Квантовая электроника*, **25**, 110 (1998).
9. Логвин Ю.А. Самсон А.М. *ЖЭТФ*, **102**, 472 (1992).
10. Бабушкин И.В., Логвин Ю.А., Лойко Н.А. *ЖЭТФ*, **117**, 149 (2000).
11. Logvin Yu.A. *Phys. Rev. A*, **57**, 1219 (1998).
12. Babushkin I.V., Logvin Yu.A., Loiko N.A. *J. Europ. Opt. Soc., Part B: Quantum Semiclass. Opt.*, **2**, L15 (2000).
13. Wada K., Umeda T., Cho Yo. *Opt. Commun.*, **109**, 93 (1994).
14. Heil T., Fisher I., Elsaber W. *J. Europ. Opt. Soc. Part B: Quant. Semiclass. Opt.*, **2**, 413 (2000).
15. Henry C.H. *IEEE J. Quantum Electron.*, **18**, 259 (1982).
16. Ханин Я.И. *Основы динамики лазеров* (М.: Наука, 1999).
17. Benedict M., Malyshev V.A., Trifonov E.D. *Phys. Rev. A*, **43**, 3845 (1991).
18. Chow W.W., Koch S.W., Sargent III M. *Semiconductor Laser Physics* (New York: Springer-Verlag, 1994).