PACS 42.60.Da; 42.62.Eh

Полиномиальная модель частотной характеристики медленно вращающегося вибрирующего лазерного гироскопа с неодинаковым усилением встречных волн

Е.А.Бондаренко

Получены формулы для расчета первых четырех коэффициентов полиномиальной модели частотной характеристики медленно вращающегося лазерного гироскопа на виброподставке. Формулы справедливы для случая, когда прибор работает на центре линии излучения, токи в его плечах разряда сбалансированы, однако имеют место незначительные различия в усилении встречных волн, обусловленные неравнодобротностью резонатора. Анализ формул позволяет сделать вывод о том, что различия в усилении встречных волн лазерного гироскопа приводят к сдвигу нуля и обусловливают некоммутируемую относительно угловой скорости составляющую выходного сигнала.

***Ключевые слова**: лазерный гироскоп, виброподставка, частотная характеристика.*

1. Введение

Среди основных типов лазерных гироскопов (ЛГ), широко применяемых на практике, можно выделить прибор на основе кольцевого газового He – Ne-лазера (^{20}Ne : ^{22}Ne $= 1:1$) с плоским N-зеркальным ($N \geqslant 3$) резонатором и с линейно поляризованным в сагиттальной плоскости излучением. Накачка лазера, работающего, как правило, на длине волны $\lambda = 0.6328$ мкм, осуществляется разрядом постоянного тока по симметричной схеме: один катод – два анода [1, 2].

ЛГ такого типа, установленные на вибрирующую подставку, могут использоваться, например, в качестве чувствительных элементов бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) для крупногабаритных самолётов гражданской авиации, совершающих манёвры с малыми угловыми скоростями [3].

Для проектирования БИНС и компьютерного моделирования её работы необходимо иметь математическую модель выходного сигнала вибрирующего ЛГ. Одной из составляющих этой модели является аналитическое выражение для выходной характеристики прибора. В теории ЛГ её называют динамической частотной характеристикой [4] либо просто частотной характеристикой.

Частотная характеристика вибрирующего ЛГ определяется выражением

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{k_f}{2\pi}\,\omega_{\mathrm{beat}}, \tag{1}$$

где k_f – коэффициент «умножения частоты» ($k_f = 1,\ 2,\ 4, \ldots$), реализуемый посредством оптико-электронной системы съёма и обработки информации; $\mathrm{d}N/\mathrm{d}t$ – частота следования информационных импульсов N с выхода ЛГ; ω_{beat} – усредненная за период колебаний круговая частота биений встречных волн (ВВ). Частотная характеристика (1) определена, если известно выражение для ω_{beat} как функции угловой скорости Ω вращения ЛГ, его внутренних параметров и параметров крутильных колебаний моноблока.

В состав ЛГ обязательно входят автоматические системы стабилизации периметра резонатора и токов разряда. Первая из них обеспечивает генерацию ЛГ на центре линии излучения, вторая – стабильность и одинаковое значение токов в плечах разряда. Совместная работа этих систем обеспечивает заданный режим генерации ЛГ и устраняет влияние на точность прибора таких нежелательных факторов, как отстройка частоты и разбаланс токов.

Остаются, однако, ещё другие – неустранимые – факторы, которые при мультипликативном взаимодействии могут приводить к дополнительным погрешностям ЛГ. К ним следует отнести обратное рассеяние и поглощение излучения на оптических элементах резонатора и неидентичность коэффициентов усиления ВВ, обусловленную неравнодобротностью резонатора. Учёт этих двух факторов, а также количественный анализ их влияния на выходной сигнал ЛГ и составляют предмет настоящей статьи.

Для медленно вращающегося ЛГ при непременном условии, что входящая в его состав автоматическая система вибрационного разнесения частот реализует с помощью специального алгоритма «ошумление» амплитуды колебаний моноблока [2, 3, 5] и тем самым подавляет эффекты динамической синхронизации ВВ [4, 6 – 8], зависимость $\omega_{\mathrm{beat}} = \omega_{\mathrm{beat}}(\Omega)$ целесообразно представить в виде полинома:

$$\omega_{\mathrm{beat}} = K_0 + (1 + K_1)M\Omega + \sum_{j=2}^{J} K_j M^j \Omega^j. \tag{2}$$

Здесь K_0, K_1 и K_j ($j = 2, \ldots, J$) – коэффициенты полиномиальной модели частотной характеристики вибрирующего ЛГ, которые обусловлены связью ВВ через обрат-

Е.А.Бондаренко. Межотраслевой НИИ проблем механики «Ритм» при Национальном техническом университете Украины «Киевский политехнический институт», Украина, 03056 Киев, просп. Победы, 37, корп. 28; e-mail: ea_bndrk@ukr.net

Поступила в редакцию 23 мая 2003 г., после доработки – 23 октября 2003 г.

ное рассеяние на зеркалах его резонатора и неоднородно распределённые вдоль осевого контура потери; M – масштабный множитель. В идеальном ЛГ, в котором связь между ВВ отсутствует, коэффициенты K_0, K_1 и K_j в (2) равны нулю и $\omega_{\text{beat}} = M\Omega$.

Формулы для расчета нечётных коэффициентов K_1, K_3, $K_5, \ldots$ полинома (2) могут быть получены на основе результатов п.3.6 из работы [2], посвященного анализу нелинейности частотной характеристики вибрирующего ЛГ с равнодобротным резонатором. Особенность этих формул состоит в том, что они содержат коэффициенты связи волн не только во второй степени, но и в более высоких степенях (см. разд.5).

Выражений для чётных коэффициентов K_0, K_2, $K_4, \ldots$ полинома (2) в доступной автору литературе найти не удалось.

Цель статьи – ограничиваясь рассмотрением случая $J = 3$, получить во втором порядке малости по коэффициентам связи формулы для расчёта первых четырёх коэффициентов K_0, K_1, K_2, K_3 полиномиальной модели (2) частотной характеристики (1) вибрирующего ЛГ при условии, что входящие в его состав системы стабилизации периметра и токов разряда работают идеально точно, но имеют место незначительные различия в усилении ВВ вследствие неравнодобротности резонатора. Причины последней не конкретизируются.

2. Исходные соотношения

Согласно [9] выражение для частоты биений ω_{beat} равномерно вращающегося ЛГ рассматриваемого типа имеет следующий вид:

$$\omega_{\text{beat}} = \left[1 - \frac{r_{\text{p}}^2}{2\omega^2} + \frac{r_{\text{m}}^2}{2\left(\alpha_{\text{m}}^2 + \omega^2\right)}\right]\omega + D\left(r_2^2 - r_1^2\right)$$
$$\times\left\{-\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\alpha_{\text{m}}^2 + \omega^2}\left[1 + \frac{\alpha_{\text{m}}(\alpha_{\text{p}} + \alpha_{\text{m}})}{2\left(\alpha_{\text{p}}^2 + \omega^2\right)}\right]\right\}\omega$$
$$+ D\alpha_{\text{m}} r_1 r_2 \sin\varepsilon_{12}\,\frac{\alpha_{\text{p}}\alpha_{\text{m}} - \omega^2}{\left(\alpha_{\text{p}}^2 + \omega^2\right)\left(\alpha_{\text{m}}^2 + \omega^2\right)} \quad (\omega = M\Omega)\,. \quad (3)$$

Первое и второе слагаемые в правой части (3) известны из работ [10, 11] (формулы (10) и (23) соответственно).

Выражение (3) получено в результате решения в приближении слабой связи ВВ системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику рассматриваемого ЛГ, которую на основании соотношений (6.45) – (6.47) из работы [12] или (5.55) – (5.57) из работы [2] (если обобщить последние на случай неодинакового усиления волн) можно привести к широко известному из [13] (формулы (7) – (9)) виду

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= (\alpha_1 - \beta I_1 - \theta I_2)I_1 - 2r_2(I_1 I_2)^{1/2}\cos(\psi + \varepsilon_2), \\ \dot{I}_2 &= (\alpha_2 - \beta I_2 - \theta I_1)I_2 - 2r_1(I_1 I_2)^{1/2}\cos(\psi - \varepsilon_1), \qquad (4) \\ \dot{\psi} &= \omega + r_2(I_2/I_1)^{1/2}\sin(\psi + \varepsilon_2) + r_1(I_1/I_2)^{1/2}\sin(\psi - \varepsilon_1), \end{aligned}$$

где

$$\omega = M_{\text{g}}\Omega + \sigma_2 - \sigma_1 = M\Omega; \quad M_{\text{g}} = \frac{8\pi A_0}{\lambda L}; \qquad (5)$$

$I_{1,2}$, ψ и $\dot{\psi}$ – безразмерные интенсивности, мгновенная разность фаз и мгновенная круговая частота биений ВВ; $\alpha_{1,2}$, β, θ – коэффициенты Лэмба, характеризующие соответственно превышение линейного усиления над потерями для каждой из ВВ, их самонасыщение и взаимное насыщение; $r_{1,2}$ и $\varepsilon_{1,2}$ – модули и аргументы комплексных интегральных коэффициентов связи ВВ через обратное рассеяние; ω – расщепление круговых частот встречных волн, обусловленное вращением ЛГ в инерциальном пространстве с угловой скоростью Ω и вычисленное без учёта их связи; M_{g} – геометрический масштабный множитель ЛГ; A_0 – площадь, охватываемая осевым контуром; L – периметр осевого контура; λ – длина волны генерируемого излучения; $\sigma_{1,2}$ – коэффициенты Лэмба, определяющие малую поправку к геометрическому масштабному множителю; M – масштабный множитель ЛГ с учётом влияния активной среды.

Коэффициенты $\alpha_{1,2}$ в уравнениях для $I_{1,2}$ определяются выражениями

$$\alpha_{1,2} = \alpha \mp \delta, \qquad (6)$$

из которых следует $\alpha = (\alpha_2 + \alpha_1)/2$, $\delta = (\alpha_2 - \alpha_1)/2$.

Входящие в (3) параметры α_{p}, α_{m} рассчитываются по формулам

$$\alpha_{\text{p}} = \alpha, \quad \alpha_{\text{m}} = \frac{\alpha_{\text{p}}(1 - h)}{1 + h}, \qquad (7)$$

где $h = \theta/\beta$, и представляют собой обратные времена релаксации суммы и разности интенсивностей ВВ соответственно, т. е.

$$\alpha_{\text{p}} = \frac{1}{T_{\alpha_{\text{p}}}}, \quad \alpha_{\text{m}} = \frac{1}{T_{\alpha_{\text{m}}}}, \qquad (8)$$

где $T_{\alpha_{\text{p}}}$ и $T_{\alpha_{\text{m}}}$ – времена релаксации.

Малый безразмерный параметр D в (3) характеризует степень неодинаковости усиления ВВ. Он определен соотношением

$$D = \frac{\delta}{\alpha_{\text{m}}} \quad (|D| \ll 1), \qquad (9)$$

и в случае, когда причиной этой неодинаковости является неравнодобротность $\Delta Q/Q$ резонатора ЛГ, рассчитывается по формуле

$$D = \frac{\Delta Q}{Q}\,\frac{1 + h}{1 - h}. \qquad (10)$$

В выражении (3) фигурируют также параметры r_{p} и r_{m}, представляющие собой комбинации коэффициентов связи ВВ. Их можно рассчитать по формулам

$$\begin{aligned} r_{\text{p}} &= \left(r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2\cos\varepsilon_{12}\right)^{1/2}, \\ r_{\text{m}} &= \left(r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2\cos\varepsilon_{12}\right)^{1/2}, \end{aligned} \qquad (11)$$

где $\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

3. Постановка задачи

Пусть закон крутильных колебаний моноблока ЛГ задан в виде

$$\vartheta(t) = A\sin\nu t, \qquad (12)$$

где A и ν – средние за период колебаний амплитуда и круговая частота соответственно.

Из (12) следует выражение для угловой скорости $\Omega_{\rm rel}(t)$ колебаний моноблока ЛГ:

$$\Omega_{\rm rel}(t) = W\cos\nu t, \tag{13}$$

где $W = \nu A$ – амплитуда относительной угловой скорости вибрации моноблока ЛГ.

Для решения поставленной задачи необходимо на основе формулы (3) с учетом (13) получить выражения для расчёта первых четырёх коэффициентов (K_0, K_1, K_2, K_3) полиномиальной модели (2) для Ω, малых по сравнению с амплитудой W.

4. Краткое описание методики расчёта и полученный результат

С помощью тождественных преобразований выражение (3) для $\omega_{\rm beat}$ можно привести к следующему виду:

$$\omega_{\rm beat} = \left[1 - \frac{2r_1r_2\cos\varepsilon_{12}}{\alpha_{\rm m}^2+\omega^2} - \frac{\alpha_{\rm m}^2R_{\rm p}^2}{2\omega^2(\alpha_{\rm m}^2+\omega^2)}\right.$$
$$\left. + \frac{D\alpha_{\rm m}(\alpha_{\rm p}+\alpha_{\rm m})(r_2^2-r_1^2)}{2(\alpha_{\rm p}^2+\omega^2)(\alpha_{\rm m}^2+\omega^2)}\right]\omega$$
$$+ D\alpha_{\rm m}r_1r_2\sin\varepsilon_{12}\,\frac{\alpha_{\rm p}\alpha_{\rm m}-\omega^2}{(\alpha_{\rm p}^2+\omega^2)(\alpha_{\rm m}^2+\omega^2)}, \tag{14}$$

где $R_{\rm p}^2 = r_{\rm p}^2 + 2D(r_2^2 - r_1^2)$; $\omega = M\Omega$.

Второе, третье и четвёртое слагаемые в квадратных скобках (14) характеризуют поправки к масштабному множителю равномерно вращающегося ЛГ, обусловленные связью ВВ. Эти слагаемые сгруппированы по степени значимости – в порядке убывания. При больших Ω доминирующим является второе слагаемое, поскольку в его знаменателе содержится Ω^2. Третье и четвёртое слагаемые содержат в знаменателе Ω^4 и поэтому имеют намного меньший удельный вес. Для ЛГ на виброподставке характерен как раз режим вращений с большими угловыми скоростями. Учитывая это, упростим выражение (14), исключив из его состава малые величины. В результате получим

$$\omega_{\rm beat} = \left(1 - \frac{2r_1r_2\cos\varepsilon_{12}}{\alpha_{\rm m}^2+\omega^2}\right)\omega$$
$$+ D\alpha_{\rm m}r_1r_2\sin\varepsilon_{12}\,\frac{\alpha_{\rm p}\alpha_{\rm m}-\omega^2}{(\alpha_{\rm p}^2+\omega^2)(\alpha_{\rm m}^2+\omega^2)}. \tag{15}$$

Уместно отметить, что из этой формулы при $D = 0$ и больших расщеплениях частот $\omega = M\Omega$ с очевидностью вытекает хорошо известное из работы [14] (формула (16)) асимптотическое представление

$$\omega_{\rm beat} = \omega - \frac{2r_1r_2\cos\varepsilon_{12}}{\omega}, \tag{16}$$

проверенное экспериментально для широкого диапазона значений r_1, r_2 и, что существенно, для ε_{12}.

Следуя методологии работы [2], для решения сформулированной задачи применим квазистатический подход. Этот подход является приближенным и суть его сводится к следующему: за основу берется выражение для $\omega_{\rm beat}$, справедливое для режима равномерного вращения ЛГ, однако затем это выражение подвергается процедуре усреднения за период $\tau = 2\pi/\nu$ колебаний моноблока прибора. Интуитивным основанием для использования такого подхода может служить условие малости времен релаксации $T_{\alpha_{\rm p}}$, $T_{\alpha_{\rm m}}$ по сравнению с периодом колебаний τ; при выполнении этого условия лазерная система будет успевать отслеживать внешнее воздействие. Отметим, что на возможность использования квазистатического подхода для медленно вращающегося ЛГ на виброподставке указано также в работе [4] (интегральное соотношение (57)).

Осуществим в (15) следующую подстановку:

$$\omega = M\Omega + w\cos\nu t, \tag{17}$$

где $w = MW = M\nu A$ – амплитудное значение расщепления частот встречных волн ЛГ, обусловленное угловой вибрацией моноблока относительно корпуса прибора.

Затем, рассматривая случай малых угловых скоростей, разложим (15) в ряд по степеням Ω и ограничимся при этом его первыми четырьмя членами, которые усредним за период τ. В результате получим

$$\omega_{\rm beat} = K_0 + (1+K_1)M\Omega + K_2M^2\Omega^2 + K_3M^3\Omega^3, \tag{18}$$

где

$$K_0 = \frac{D\alpha_{\rm m}r_1r_2\sin\varepsilon_{12}}{\alpha_{\rm p}-\alpha_{\rm m}}\left[\frac{1}{(\alpha_{\rm m}^2+w^2)^{1/2}} - \frac{1}{(\alpha_{\rm p}^2+w^2)^{1/2}}\right]; \tag{19}$$

$$K_1 = -\frac{2\alpha_{\rm m}r_1r_2\cos\varepsilon_{12}}{(\alpha_{\rm m}^2+w^2)^{3/2}}; \tag{20}$$

$$K_2 = \frac{w^6D\alpha_{\rm m}r_1r_2\sin\varepsilon_{12}}{2(\alpha_{\rm p}-\alpha_{\rm m})(\alpha_{\rm p}^2+w^2)^2(\alpha_{\rm m}^2+w^2)^2}$$
$$\times\left[\frac{N_{\rm m}}{(\alpha_{\rm m}^2+w^2)^{1/2}} - \frac{N_{\rm p}}{(\alpha_{\rm p}^2+w^2)^{1/2}}\right]; \tag{21}$$

$$K_3 = -\frac{(3w^2-2\alpha_{\rm m}^2)\alpha_{\rm m}r_1r_2\cos\varepsilon_{12}}{(\alpha_{\rm m}^2+w^2)^{7/2}}. \tag{22}$$

Параметры $N_{\rm m}$ и $N_{\rm p}$ в правой части (21) рассчитываются по формулам

$$N_{\rm m} = 1 + 2(\alpha_{\rm p}^2-\alpha_{\rm m}^2)w^{-2} + \alpha_{\rm p}^2(\alpha_{\rm p}^2-4\alpha_{\rm m}^2)w^{-4} - 2\alpha_{\rm p}^4\alpha_{\rm m}^2w^{-6}, \tag{23}$$

$$N_{\rm p} = 1 + 2(\alpha_{\rm m}^2-\alpha_{\rm p}^2)w^{-2} + \alpha_{\rm m}^2(\alpha_{\rm m}^2-4\alpha_{\rm p}^2)w^{-4} - 2\alpha_{\rm m}^4\alpha_{\rm p}^2w^{-6}. \tag{24}$$

В выражении (18) коэффициент K_0 характеризует сдвиг нуля ЛГ, K_1 – поправку к масштабному множителю, а K_2 – некоммутируемую относительно угловой скорости составляющую частоты биений, которая зависит от Ω квадратично. Коэффициент K_3 характеризует коммутируемую относительно угловой скорости составляющую $\omega_{\rm beat}$, пропорциональную Ω^3.

Чётные коэффициенты K_0, K_2 полинома (18) обусловлены мультипликативным взаимодействием факторов неодинаковости усиления ВВ и их связи через обратное рассеяние. Нечётные коэффициенты K_1, K_3 обусловлены только последним из названных факторов.

Таким образом, совокупность формул (19)–(24) для расчёта первых четырёх коэффициентов (K_0, K_1, K_2, K_3) полиномиальной модели (2) частотной характеристики (1) вибрирующего ЛГ представляет собой результат решения сформулированной задачи.

5. Сравнительный анализ полученных результатов с известными данными

Сравнительный анализ полученных здесь результатов с известными данными, а они в явном виде представлены в работе [2], можно провести только в рамках рассмотрения медленно вращающегося ($\Omega \ll W$) гироскопа с одинаковым ($D = 0$) усилением ВВ.

В работе [2] приведена расчетная формула (6.4) для коэффициента $S_{\rm nl}(\Omega)$ относительной нелинейности частотной характеристики ЛГ на виброподставке. Формула справедлива для всех значений Ω (исключая точку $\Omega = 0$) и получена в результате усреднения за период колебаний τ следующего выражения для $\omega_{\rm beat}$:

$$\omega_{\rm beat} = \left[1 - \frac{r_{\rm p}^2}{2\left(r_{\rm p}^2 + \omega^2\right)} + \frac{r_{\rm m}^2}{2\left(\alpha_{\rm m}^2 + \omega^2\right)}\right]\omega \quad (\omega = M\Omega). \tag{25}$$

В используемых здесь обозначениях формулу для $S_{\rm nl}(\Omega)$ можно записать в виде

$$S_{\rm nl}(\Omega) = S_{\rm nl}^{(-)}(\Omega) + S_{\rm nl}^{(+)}(\Omega), \tag{26}$$

где

$$S_{\rm nl}^{(-)}(\Omega) = -\frac{\sqrt{2}}{4}\, r_{\rm p}^2\, \frac{\left[U_{1(-)} + \left(U_{1(-)}^2 + U_{2(-)}^2\right)^{1/2}\right]^{1/2}}{M\left(\Omega^2\right)^{1/2}\left(U_{1(-)}^2 + U_{2(-)}^2\right)^{1/2}}; \tag{27}$$

$$S_{\rm nl}^{(+)}(\Omega) = \frac{\sqrt{2}}{4}\, r_{\rm m}^2\, \frac{\left[U_{1(+)} + \left(U_{1(+)}^2 + U_{2(+)}^2\right)^{1/2}\right]^{1/2}}{M\left(\Omega^2\right)^{1/2}\left(U_{1(+)}^2 + U_{2(+)}^2\right)^{1/2}}; \tag{28}$$

$$U_{1(-)} = M^2\Omega^2 w^2 - r_{\rm p}^2; \;\; U_{2(-)} = 2r_{\rm p}M\Omega; \tag{29}$$

$$U_{1(+)} = M^2\Omega^2 w^2 - \alpha_{\rm m}^2; \;\; U_{2(+)} = 2\alpha_{\rm m}M\Omega. \tag{30}$$

Аппроксимируя (26) выражением

$$S_{\rm nl}(\Omega) = S_1 + S_3 M^2\Omega^2 \tag{31}$$

и удерживая при этом слагаемые не выше третьего порядка малости по коэффициентам связи, придем к следующим формулам для S_1, S_3:

$$S_1 = -\frac{r_{\rm p}^3}{2\left(r_{\rm p}^2 + w^2\right)^{3/2}} + \frac{\alpha_{\rm m} r_{\rm m}^2}{2\left(\alpha_{\rm m}^2 + w^2\right)^{3/2}}, \tag{32}$$

$$S_3 = -\frac{3w^2 r_{\rm p}^3}{4\left(r_{\rm p}^2 + w^2\right)^{7/2}} + \frac{\left(3w^2 - 2\alpha_{\rm m}^2\right)\alpha_{\rm m} r_{\rm m}^2}{4\left(\alpha_{\rm m}^2 + w^2\right)^{7/2}}. \tag{33}$$

Сравним между собой попарно выражения (20) и (32) для K_1 и S_1, а также выражения (22) и (33) для K_3 и S_3. Анализ этих соотношений позволяет сделать вывод о том, что они эквивалентны только в случае $r_1 = r_2 = r$, $\varepsilon_{12} = \pi$, когда $\cos\varepsilon_{12} = -1$, $r_{\rm p} = 0$, $r_{\rm m} = 2r$. При этих условиях

$$K_1 = S_1 = \frac{2\alpha_{\rm m} r^2}{\left(\alpha_{\rm m}^2 + w^2\right)^{3/2}}, \qquad K_3 = S_3 = \frac{\left(3w^2 - 2\alpha_{\rm m}^2\right)\alpha_{\rm m} r^2}{\left(\alpha_{\rm m}^2 + w^2\right)^{7/2}}. \tag{34}$$

Расхождение же между результатами вычислений по анализируемым формулам начнет становиться все более заметным при уменьшении значения ε_{12} от π до нуля.

В завершение разд.5 обратимся к работе [4]. Если в формуле (25) положить $r_{\rm p} = 0$, получим

$$\omega_{\rm beat} = \left[1 + \frac{r_{\rm m}^2}{2\left(\alpha_{\rm m}^2 + \omega^2\right)}\right]\omega \quad (\omega = M\Omega). \tag{35}$$

Именно такое выражение для $\omega_{\rm beat}$ предложено в [4] (см. интегральное соотношение (57)) для определения $S_{\rm nl}(\Omega)$. Применив к (35) изложенную методику, найдем

$$S_1 = \frac{\alpha_{\rm m} r_{\rm m}^2}{2\left(\alpha_{\rm m}^2 + w^2\right)^{3/2}}, \quad S_3 = \frac{\left(3w^2 - 2\alpha_{\rm m}^2\right)\alpha_{\rm m} r_{\rm m}^2}{4\left(\alpha_{\rm m}^2 + w^2\right)^{7/2}}. \tag{36}$$

Из этих соотношений следует, что при условии $3w^2 > 2\alpha_{\rm m}^2$ величины S_1, S_3 положительны при любом значении параметра ε_{12}. В частном случае $r_1 = r_2 = r$, $\varepsilon_{12} = \pi$ формулы (36) принимают вид (34).

6. Числовой пример

Дадим численную оценку коэффициентам K_0, K_1, K_2, K_3 полиномиальной модели частотной характеристики вибрирующего ЛГ и проанализируем количественно их влияние на выходной сигнал.

В качестве примера выберем ЛГ, теоретически и экспериментально исследованный в работе [15]. Резонатор гироскопа имеет форму равностороннего треугольника с номинальным периметром $L = 210$ мм. В дальнейших вычислениях, однако, фактическую величину L примем равной 215.5 мм. В этом случае расчётная величина дуговой цены импульса ЛГ при $k_f = 1$ будет находиться в согласии с указанным в [15] значением 3.147″. Кроме того, внося в вычисления незначительную погрешность, пренебрежём в (5) дисперсионными коэффициентами $\sigma_{1,2}$, полагая таким образом, что $M = M_{\rm g}$. Тогда при заданном L масштабный множитель $M = 411793$.

Рассчитаем сначала параметры $\alpha_{\rm p}$, $a_{\rm m}$. Согласно [15] $\alpha_{\rm p} = (c/L)\gamma(N_{\rm rel} - 1)$, где γ – средние для встречных направлений потери за проход; $N_{\rm rel}$ – относительное превышение накачкой порогового значения. Пусть $N_{\rm rel} = 1.45$, $\gamma = 1.8 \times 10^{-3}$. Тогда $\alpha_{\rm p} = 2\pi \times 179465$ с$^{-1}$ (что в пересчёте на угловую скорость ($\Omega_{\alpha_{\rm p}} = \alpha_{\rm p}/M$) составит 156.9 град/с). Для рассматриваемого прибора отношение $h = \theta/\beta$ оценивается как $1.564/2.228 = 0.702$, откуда $(1-h)\times(1+h)^{-1} = 0.175$. Поэтому $\alpha_{\rm m} = 2\pi \times 31425$ с$^{-1}$ ($\Omega_{\alpha_{\rm m}} =$

27.5 град/с). Найденным значениям α_p, α_m соответствуют времена релаксации $T_{\alpha_p} = 8.9 \times 10^{-7}$ с и $T_{\alpha_m} = 5.1 \times 10^{-6}$ с.

Рассчитаем значение параметра D. Пусть, например, $\Delta Q/Q = 10^{-2}$. Тогда $D = 0.057$.

Теперь зададим значения параметров связи ВВ. Согласно [15] $(L/c)r_1 = (L/c)r_2 = 3 \times 10^{-6}$, откуда $r_1 = r_2 = 2\pi \times 665$ с$^{-1}$ ($\Omega_{r_1} = \Omega_{r_2} = 0.58$ град/с). Значение параметра ε_{12} выберем из условия, что полуширина $\Omega_s = r_p/M$ статической зоны синхронизации рассматриваемого ЛГ составляет 0.05 град/с. Это условие будет выполнено при $\varepsilon_{12} = 175°$. Тогда $\cos\varepsilon_{12} = -0.996$, $\sin\varepsilon_{12} = 0.087$ и $r_p = 2\pi \times 58$ с$^{-1}$.

Зададим, наконец, параметры крутильных колебаний моноблока рассматриваемого ЛГ. Ориентировочно примем $A = 3'$, $v = 2\pi \times 500$ с$^{-1}$. В этом случае амплитуда W относительной угловой скорости колебаний составит 157.1 град/с, а период τ будет равен 2×10^{-3} с.

Тогда на основании формул (19)–(24) получим следующие оценки: $K_0 = 4.53 \times 10^{-3}$ с$^{-1}$, $K_1 = 4.56 \times 10^{-6}$, $K_2 = 6.71 \times 10^{-15}$ с, $K_3 = 4.95 \times 10^{-18}$ с^2.

Приведенные числовые значения коэффициентов позволяют теперь количественно оценить все составляющие выходного сигнала ЛГ. Для этого перепишем выражение (18) для ω_{beat} следующим образом:

$$\omega_{\text{beat}} = \omega + \omega_0 + \omega_1 + \omega_2 + \omega_3. \tag{37}$$

Здесь $\omega = M\Omega$ – основная составляющая частоты биений ВВ без учёта их связи через обратное рассеяние (приближение идеального ЛГ); $\omega_0 = K_0$, $\omega_1 = K_1 M\Omega$, $\omega_2 = K_2 \times (M\Omega)^2$, $\omega_3 = K_3(M\Omega)^3$ – поправки к частоте биений, обусловленные связью волн и неодинаковостью их усиления. Пусть, например, ЛГ вращается в инерциальном пространстве с угловой скоростью $\Omega = 30$ град/с. В этом случае $\omega = 2\pi \times 34316$ с$^{-1}$, $\omega_0 = 2\pi \times 7.21 \times 10^{-4}$ с$^{-1}$, $\omega_1 = 2\pi \times 1.56 \times 10^{-1}$ с$^{-1}$, $\omega_2 = 2\pi \times 4.96 \times 10^{-5}$ с$^{-1}$, $\omega_3 = 2\pi \times 7.89 \times 10^{-3}$ с$^{-1}$. Оценим удельный вес каждой из поправок к ω_{beat} по отношению к её основной составляющей ω. Воспользовавшись формулой $\rho_i = \omega_i/\omega$, получим $\rho_0 = 2.10 \times 10^{-8}$, $\rho_1 = 4.56 \times 10^{-6}$, $\rho_2 = 1.45 \times 10^{-9}$, $\rho_3 = 2.30 \times 10^{-7}$.

7. Заключение

В настоящей работе получены формулы (19)–(24) для расчёта первых четырёх коэффициентов (K_0, K_1, K_2, K_3) полиномиальной модели частотной характеристики медленно вращающегося ЛГ на виброподставке. Формулы справедливы для случая, когда ЛГ работает на центре линии излучения, токи в его плечах разряда сбалансированы, однако есть незначительные различия в усилении ВВ, обусловленные неравнодобротностью резонатора.

Анализ формул позволяет сделать вывод о том, что фактор неидентичности коэффициентов усиления встречных волн ЛГ, мультипликативно взаимодействуя с фактором их связи через обратное рассеяние, приводит к сдвигу нуля и обусловливает некоммутируемую относительно угловой скорости составляющую выходного сигнала. Последнее обстоятельство – в случае низкочастотной локальной угловой вибрации места установки ЛГ – может стать причиной дополнительной погрешности.

1. Савельев А.М., Соловьева Т.И. *Зарубежная радиоэлектроника*, № 8, 77 (1981).
2. Aronowitz F. In: *Optical Gyros and their Application* (RTO AGARDograph 339, 1999, p. 3–1).
3. Крюков С.П., Чесноков Г.И., Троицкий В.А. *Труды IX Санкт-Петербургской Межд. конф. по интегрированным навигационным системам* (С.-Пб., 2002, с. 190–197).
4. Хромых А.М. *Электронная техника. Сер. Лазерная техника и оптоэлектроника*, в. 1 (53), 76 (1990).
5. Чесноков Г.И., Поликовский Е.Ф., Молчанов А.В., Кремер В.И. *Труды X Санкт-Петербургской Межд. конф. по интегрированным навигационным системам* (С.-Пб., 2003, с. 155–164).
6. Хошев И.М. *Радиотехника и электроника*, **22**, 135 (1977).
7. Хошев И.М. *Радиотехника и электроника*, **22**, 313 (1977).
8. Хошев И.М. *Квантовая электроника*, **7**, 953 (1980).
9. Бондаренко Е.А. *Квантовая электроника*, **32**, 160 (2002).
10. Ланда П.С., Ларионцев Е.Г. *Радиотехника и электроника*, **15**, 1214 (1970).
11. Бирман А.Я., Наумов П.Б., Савушкин А.Ф. *Квантовая электроника*, **8**, 2454 (1981).
12. Menegozzi L.N., Lamb W.E., Jr. *Phys. Rev.*, **8**, A2103 (1973).
13. Aronowitz F., Collins R.J. *J. Appl. Phys.*, **41**, 130 (1970).
14. Рыбаков Б.В., Демиденков Ю.В., Скроцкий С.Г., Хромых А.М. *ЖЭТФ*, **57**, 1184 (1969).
15. Aronowitz F., Lim W.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **13**, 338 (1977).