

О радиационных гамма-переходах ядер в бозе-эйнштейновском конденсате

Л.А.Ривлин

Проведены теоретические оценки уникальных свойств радиационных гамма-переходов в ядрах, входящих в атомы бозе-эйнштейновского конденсата, в частности радикального подавления неоднородного уширения гамма-линий, связанного с трансляционными степенями свободы атомов. Эффективная температура, служащая мерой этого уширения, оказывается на много порядков ниже действительной температуры атомного ансамбля. Рассмотренные явления открывают новые подходы к задачам квантовой нуклеоники, например к наблюдению стимулированного гамма-испускания в долгоживущих изомерных ядрах.

Ключевые слова: бозе-эйнштейновский конденсат, стимулированное гамма-испускание ядер.

1. Замечательные экспериментальные успехи в исследовании бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) атомов [1, 2] стимулируют изучение особенностей радиационных переходов в атомах и ядрах конденсата, где в значительной мере устраняются источники уширения линий, связанные с атомными степенями свободы. Особый интерес [3] представляют гамма-переходы из возбужденных долгоживущих ядерных состояний, естественная радиационная ширина линии которых обычно не поддается прямому наблюдению из-за маскирующего влияния существенно большего неоднородного уширения, связанного с трансляционным движением ядродержащих атомов. В частности, устранение неоднородного уширения гамма-линий играет решающую роль в проблеме стимулированного ядерного гамма-излучения, поскольку сечение стимулированного испускания пропорционально отношению $\beta = \Delta\omega_\gamma / \Delta\omega_{\text{tot}}$ ($\Delta\omega_\gamma$ – естественная радиационная ширина, $\Delta\omega_{\text{tot}}$ – полная неоднородная ширина). В обычных условиях это отношение исчезающе мало, что катастрофически снижает сечение стимулированного испускания.

2. Хотя принято говорить, что все атомы бозе-конденсата обладают нулевыми импульсами ($|p| = 0$), на самом деле их ансамблю присуща некоторая конечная ширина как в пространстве импульсов, так и по шкале энергий. Именно эта ширина является исходной составляющей для определения ширины линий радиационных переходов, принадлежащих данному ансамблю ядер.

Следуя продуктивной аналогии А.Н.Ораевского [4–6] между процессом БЭК и стимулированным испусканием фотонов в лазере, энергетическую ширину ΔE_{BEC} ансамбля атомов конденсата, задаваемую степенью его квантовой когерентности, можно оценить через отношение равновесной концентрации атомов n_{sp} , спонтанно

заполнивших нижнее состояние с нулевым импульсом, к концентрации выпавших в конденсат атомов n_{BEC} , заполнивших его в результате фазового перехода, как

$$\Delta E_{\text{BEC}} \sim \Delta E \frac{n_{\text{sp}} V}{(n_{\text{BEC}} + n_{\text{sp}}) V} \approx \Delta E \frac{n_{\text{sp}}}{n_{\text{BEC}}}, \quad (1)$$

где ΔE – энергетическая ширина низшего состояния с нулевым импульсом; V – объем атомного ансамбля; в последнем приближенном равенстве принято $n_{\text{sp}} \ll n_{\text{BEC}}$. Этот подход основывается на аналогии с выражением для ширины линии лазера (см., напр., [7]), в которой ΔE сопоставляется со спектральной шириной электромагнитной моды (в частности, моды резонатора), а концентрации n_{sp} и n_{BEC} – с концентрациями фотонов спонтанного и стимулированного происхождения соответственно. Именно отношение последних характеризует сужение линии излучения лазера относительно ширины электромагнитной моды, отражающее степень когерентности фотонного поля. Чтобы воспользоваться указанной аналогией, необходимо оценить параметры, входящие в (1).

3. Как известно [8], выпадение атомов идеального газа с массой M в конденсат происходит при температуре T , меньшей температуры вырождения T_0 :

$$T_0 = \frac{3.3\hbar^2 n^{2/3}}{(2J+1)^{2/3} kM}, \quad (2)$$

где n – полная концентрация атомов; k – постоянная Больцмана. Температура вырождения T_0 получается в результате интегрирования по энергии E (от $E = 0$ до $E = \infty$) распределения Бозе–Эйнштейна

$$f_{\text{BE}}(E) = \left(\exp \frac{E - \mu}{kT} - 1 \right)^{-1} = \left(\exp \frac{E}{kT} - 1 \right)^{-1} \quad (3)$$

по всем состояниям атомов с плотностью

$$dQ(E) = \frac{2J+1}{2^{1/2} \pi^2 \hbar^3} M^{3/2} E^{1/2} dE \quad (4)$$

Л.А.Ривлин. Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (Технический университет), Лаборатория прикладной физики, Россия, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78; e-mail: rivlin140322@mccinet.ru

при условии равенства нулю химического потенциала μ (J – угловой момент атома). В итоге концентрация $n_{\text{ВЕС}}$ атомов конденсата, заполняющих низшее состояние, такова:

$$n_{\text{ВЕС}} = n \left[1 - \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \right]. \quad (5)$$

Здесь следует иметь в виду, что температура вырождения T_0 атомов с возбужденными ядрами несколько ниже (примерно в отношении энергии возбужденного состояния к Mc^2), чем для атомов с ядрами в основном состоянии.

4. Концентрация атомов $n_{\text{сп}}$, спонтанно, минуя фазовый переход, оказавшихся в низшем состоянии и не принадлежащих к атомам конденсата, задается распределением $f_{\text{ВЕ}}(E = \Delta E/2, \mu = 0)$ (3) и плотностью состояний (4):

$$n_{\text{сп}} = \frac{2J+1}{2\pi^2\hbar^3} \frac{(M\Delta E)^{3/2}}{\exp(\Delta E/2kT) - 1}. \quad (6)$$

Энергия низшего состояния (полагаемая по определению «нулевой») принимается здесь с учетом его ширины ΔE равной среднему значению: $E = \Delta E/2$.

5. Простейшая оценка ширины ΔE низшего состояния атомов, занимающих объем V , следует из соотношения неопределенности для импульса

$$\Delta p V^{1/3} \geq 2\pi\hbar, \quad (7)$$

откуда

$$\Delta p = \left(\frac{M}{2E} \right)^{1/2} \Delta E \geq 2\pi\hbar V^{-1/3}, \quad (8)$$

где ΔE – неопределенность по энергии E атома. Как и выше, здесь в силу неопределенности ΔE можно принять $E = \Delta E/2$, что приводит к оценке энергетической ширины низшего состояния атомов, служащей в (1) аналогом ширины электромагнитной моды лазера,

$$\Delta E \geq \frac{4\pi^2\hbar^2}{MV^{2/3}} \approx \frac{1.6 \times 10^{-11}}{AV^{2/3}}, \quad (9)$$

где A – изотопическое число атома; ΔE здесь и далее выражено в микроэлектронвольтах.

6. Более точная оценка ΔE , но по существу совпадающая по физическому содержанию с (9), исходит из формулы (4). Единичный элементарный объем фазового пространства низшего состояния

$$V \frac{dQ}{dE} \Delta E = 1 \quad (10)$$

занимает по шкале энергий интервал ΔE . Хотя энергия низшего состояния полагается по определению равной нулю, но, принимая во внимание ее неопределенность с точностью ΔE , можно, как и выше, принять $E = \Delta E/2$, т. е.

$$V \frac{dQ}{dE} \Delta E = V \frac{2J+1}{2\pi^2\hbar^3} M^{3/2} (\Delta E)^{3/2} = 1. \quad (11)$$

Отсюда энергетическая ширина нижнего состояния атомов с «нулевым» импульсом есть

$$\Delta E = \frac{2^{2/3}\pi^{4/3}\hbar^2}{(2J+1)^{2/3}MV^{2/3}} \approx \frac{0.3 \times 10^{-11}}{(2J+1)^{2/3}AV^{2/3}}. \quad (12)$$

Полученный результат как структурно, так и количественно практически повторяет оценку (9), сделанную исходя из соотношения неопределенности, но учитывает также угловой момент атома.

7. Далее с учетом найденной энергетической ширины низшего состояния (12) концентрация в нем атомов спонтанного происхождения (6)

$$n_{\text{сп}} = \frac{V^{-1}}{\exp(\Delta E/2kT) - 1}. \quad (13)$$

Сделанные выше численные оценки ΔE свидетельствуют, что $\Delta E \ll kT$ при любых разумных значениях температуры T . Поэтому

$$n_{\text{сп}} \approx \frac{2kT}{V\Delta E} \quad (14)$$

и соответственно с учетом (5) энергетическая ширина ансамбля атомов конденсата

$$\Delta E_{\text{ВЕС}} \approx \frac{2kT}{Vn_{\text{ВЕС}}} = \frac{2kT/Vn}{1 - (T/T_0)^{3/2}}. \quad (15)$$

Удобно ввести понятие эффективной температуры атомов бозе-конденсата

$$T_{\text{эф}} = \frac{4T}{3Vn_{\text{ВЕС}}}, \quad (16)$$

уступающей истинной температуре T приблизительно в число раз, равное числу атомов в конденсате.

Так, $\Delta E_{\text{ВЕС}} \approx 2.6 \times 10^{-24}$ мкэВ и $T_{\text{эф}} \approx 3.8 \times 10^{-11}$ мкК, если $T = 0.01$ мкК, $T/T_0 = 0.8$ и полное число атомов в ансамбле $Vn = 10^8$.

8. Неоднородное доплеровское уширение гамма-перехода ядер, входящих в атомы бозе-конденсата, определяется относительной шириной $\Delta v/c$ распределения по скоростям атомов с энергией $E = \Delta E/2$, отвечающей энергетической ширине $\Delta E_{\text{ВЕС}}$ (15):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta v}{c} &= \frac{\Delta E_{\text{ВЕС}}}{(Mc^2\Delta E)^{1/2}} = \left(4 \frac{2J+1}{V^2} \right)^{1/3} \frac{kT}{\pi^2 c \hbar n_{\text{ВЕС}}} \\ &\approx 0.7 \times 10^{-6} \left(\frac{2J+1}{V^2} \right)^{1/3} \frac{T}{n_{\text{ВЕС}}}, \end{aligned} \quad (17)$$

где температура выражена в микрокельвинах. Так, $\Delta v/c \approx 0.7 \times 10^{-18} (2J+1)^{1/3}$ при $V = 10^{-6}$ см³, $n_{\text{ВЕС}} = 10^{14}$ см⁻³ и $T = 0.01$ мкК; соответственно для гамма-фотонов с энергией 10 кэВ доплеровская ширина линии составляет около 1 Гц.

9. Следует отметить, что ограниченное время жизни конденсата определяется асимптотическим характером установления малой ширины гамма-линии $\Delta\omega(t)$. Некоторое представление о процессе установления дает следующая зависимость:

$$\Delta\omega(t) \approx \Delta\omega_{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta\omega_{\infty} t}{2\pi}\right) \right]^{-1}, \quad (18)$$

где $\Delta\omega_\infty$ – асимптотическое значение ширины линии, определяемое ее доплеровским уширением.

10. Как и в эффекте Мессбауэра в кристалле с неоднородным окружением активных ядер, в конденсате также возможно уширение линии за счет неоднородности окружения атомов конденсата с возбужденными ядрами, причем как атомами с ядрами на нижнем уровне, так и атомами, не входящими в состав конденсата. Однако, по-видимому, в рассматриваемом случае подобное уширение должно проявляться значительно слабее, чем в эффекте Мессбауэра, из-за малого различия между активными атомами и атомами окружения, а также потому, что общая плотность вещества конденсата на много порядков уступает плотности твердого тела.

11. Сохранение конденсата при воздействии внешних возмущений определяется допустимостью малых отклонений импульса атома в пределах энергетической ширины $\Delta E_{\text{ВЕС}}$. Более сильное возмущение «испаряет» атом из конденсата. Энергия $\Delta E_{\text{ВЕС}}$ чрезвычайно мала по сравнению с большинством реально возникающих возмущений. Так, любой радиационный гамма-процесс с энергией отдачи

$$E_{\text{гес}} = \frac{E_0^2}{2Mc^2} \approx 0.53 \frac{E_0^2}{A}, \quad (19)$$

лежащей обычно в диапазоне миллиэлектронвольт, тотчас же выводит ядродержащий атом из конденсированного состояния (в приближенном равенстве E_0 выражено в килоэлектронвольтах, $E_{\text{гес}}$ – в миллиэлектронвольтах). Стоит отметить, что в ансамбле ядер БЭК проявляются основные свойства так называемой скрытой инверсии населенности ядерных состояний.

12. Резюмируя, следует подчеркнуть уникальные свойства радиационных переходов ядер, входящих в атомы БЭК. Линиям этих переходов присуще радикальное подавление уширения, связанного с движением атомов. Эквивалентная температура (отнодь не истинная термодинамическая), являющаяся следствием квантовой когерентности атомов конденсата и служащая мерой подобного сужения неоднородной линии, оказывается на много порядков меньше достижимой термодинамической температуры глубоко охлажденного атомного ансамбля. Позволив себе некоторую языковую вольность,

можно в случае достаточно высокой квантовой когерентности БЭК представить его как один мегаатом с множеством содержащихся в нем ядер.

Возможность реализации переходов с устраненным неоднородным уширением представляет несомненный спектроскопический интерес (в том числе, возможно, и в оптическом диапазоне). Но, как отмечено в п.1, устранение неоднородного уширения особенно важно для наблюдения стимулированного гамма-излучения в долгоживущих ядерных изомерах. Особый интерес представляет присутствие ядер-бозонов в атомарном БЭК, когда могут возникнуть предпосылки для образования сложного атомно-ядерного конденсата, в котором уширение гамма-линий, связанное со степенями свободы ядер внутри атомного БЭК, должно практически полностью отсутствовать.

Одним из существенных условий для наблюдения стимулированного гамма-излучения в БЭК (наряду с очевидной необходимостью увеличения в нем числа атомов) является увеличение времени существования БЭК до значений, сопоставимых с временами жизни долгоживущих изомеров, когда в силу асимптотики (см. п.9) сужение линии проявляется в полной мере.

Проведенный анализ сделан применительно лишь к свободному идеальному газу вне ловушки (потенциальной ямы) того или иного типа. Тем не менее уже полученные оценки говорят в пользу дальнейшего изучения рассмотренного круга вопросов, которое может открыть новые подходы к проблемам квантовой нуклеоники.

Работа выполнена при частичной поддержке МНТЦ (грант № 2651р) и US CRDF – RF Ministry of Education Award VZ-010-0.

1. Корнелл Э.А., Викман К.Э. *УФН*, **173**, 1320 (2003).
2. Кеттерле В. *УФН*, **173**, 1339 (2003).
3. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **34**, 612 (2004).
4. Ораевский А.Н. *Квантовая электроника*, **24**, 1127 (1997).
5. Ораевский А.Н. *Квантовая электроника*, **31**, 1038 (2001).
6. Ораевский А.Н. *УФН*, **171**, 681 (2001).
7. Ривлин Л.А., Семенов А.Т., Якубович С.Д. *Динамика и спектры излучения полупроводниковых лазеров* (М.: Радио и связь, 1983, § 5.2).
8. Ландау Л., Лифшиц Е. *Статистическая физика* (М.: ГИТТЛ, 1951, § 59).