

Бистабильность и хаос в автономном Nd : YAG-лазере со слабо анизотропным резонатором

И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев

Теоретически исследовано влияние анизотропии резонатора на динамику двух ортогональных компонент поля излучения линейного Nd : YAG-лазера. На основе векторной модели найдена область лазерных параметров, в которой в автономном лазере с одной аксиальной модой возникает режим динамического хаоса. Показано, что существует ряд областей бистабильности, различающихся парами устойчивых состояний: области бистабильности двух стационарных состояний с круговой поляризацией излучения, бистабильности стационарного состояния и периодического автомодуляционного режима, а также бистабильности стационарного состояния и квазипериодического импульсного режима.

Ключевые слова: поляризация излучения, бистабильность, динамический хаос.

1. Введение

При достаточно слабой анизотропии резонатора ортогонально поляризованные компоненты генерируемого поля не являются жестко связанными и возникает дополнительная (поляризационная) степень свободы, что приводит к существенному изменению динамики и поляризационных характеристик лазерного излучения. В этом случае скалярная модель лазера, основанная на предположении о фиксированной поляризации излучения, становится неверной. Изучению поляризационных характеристик и динамики излучения Nd : YAG-лазеров, генерирующих на одной и нескольких продольных модах, посвящено большое число работ (см., напр., [1–4] и цитируемую там литературу). Для Nd : YAG-лазеров долгое время оставалась неразработанной векторная модель, учитывающая наличие у каждой моды двух связанных ортогональных поляризационных компонент, что заметно сдерживало проведение исследований (см., напр., [1, 2]). В настоящее время такая модель развивается [1, 2]. Как показано в [2], векторная модель, предложенная в этой работе, хорошо согласуется с экспериментом. Аналогичная векторная модель использовалась в [5] при исследовании динамики неодимового волоконного лазера.

Векторная модель значительно сложнее скалярной. Например, в случае одномодового твердотельного лазера скалярная модель сводится к системе двух уравнений (для интенсивности излучения и разности населенностей резонансных уровней). В векторной же модели для этого случая приходится рассматривать шесть уравнений [2] (три для интенсивностей и разности фаз ортогональных поляризационных компонент и еще три для фурье-компонент инверсной населенности, характеризующих угловое распределение инверсии в плоскости, перпендикулярной направлению распространения лазерного луча). Учитывая такую размерность системы и ее нелинейный ха-

рактер, следует ожидать, что даже в одномодовых автономных Nd : YAG-лазерах могут наблюдаться процессы мультистабильности и возникать динамический хаос. Однако эти вопросы до сих пор не были изучены и их рассмотрение в рамках векторной модели Nd : YAG-лазера, предложенной в [2], является целью настоящей работы.

2. Векторная модель Nd : YAG-лазера

Теоретический анализ, основанный на векторной модели Nd : YAG-лазера [2], ведется при следующих основных допущениях:

- ортогональные поляризационные компоненты генерируют на одной продольной моде (при наличии анизотропии резонатора их частоты могут различаться);
- пренебрегается пространственной неоднородностью инверсии населенностей как в продольном, так и поперечном направлении;
- накачка является неполяризованной.

Выражение для поля внутри резонатора можно представить в виде суммы двух компонент с единичными векторами e_x и e_y :

$$E(t) = \text{Re}\{E_x \exp[-i(\omega_x t + \varphi_x)]e_x + E_y \exp[-i(\omega_y t + \varphi_y)]e_y\},$$

где $E_{x,y}$ и $\varphi_{x,y}$ – амплитуды и фазы поляризационных компонент; $\omega_{x,y}$ – собственные частоты резонатора, определяющие его фазовую анизотропию. В угловом распределении инверсной населенности $D(\theta, t)$, где θ – угол между направлением дипольного момента и осью x , учитываются фурье-компоненты

$$D_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta D(\theta, t), \quad D_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos 2\theta D(\theta, t),$$

$$D_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \sin 2\theta D(\theta, t).$$

И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы

Поступила в редакцию 26 ноября 2003 г.

Динамика Nd:YAG-лазера описывается следующей системой дифференциальных уравнений [2]:

$$\frac{dI_x}{dt} = -\Gamma_x I_x + \Delta\omega_L (I_x I_y)^{1/2} \cos \Psi + 2\alpha_x (D_0 + D_1) I_x + 2(\alpha_x \cos \Psi + \tilde{\alpha}_x \sin \Psi) D_2 (I_x I_y)^{1/2}, \quad (1)$$

$$\frac{dI_y}{dt} = -\Gamma_y I_y + \Delta\omega_L (I_x I_y)^{1/2} \cos \Psi + 2\alpha_y (D_0 - D_1) I_y + 2(\alpha_y \cos \Psi - \tilde{\alpha}_y \sin \Psi) D_2 (I_x I_y)^{1/2}, \quad (2)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = \omega_x - \omega_y - \Delta\omega_L [(I_x/I_y)^{1/2} + (I_y/I_x)^{1/2}] \sin \Psi / 2 + \tilde{\alpha}_x (D_0 + D_1) - \tilde{\alpha}_y (D_0 - D_1) - [(\alpha_x \sin \Psi - \tilde{\alpha}_x \cos \Psi) \times (I_y/I_x)^{1/2} + (\alpha_y \sin \Psi + \tilde{\alpha}_y \cos \Psi) (I_x/I_y)^{1/2}] D_2, \quad (3)$$

$$\frac{dD_0}{dt} = \gamma(P_0 - D_0) - \alpha_x (D_0 + D_1) I_x - \alpha_y (D_0 - D_1) I_y - [(\alpha_x + \alpha_y) \cos \Psi + (\tilde{\alpha}_x - \tilde{\alpha}_y) \sin \Psi] D_2 (I_x I_y)^{1/2}, \quad (4)$$

$$\frac{dD_1}{dt} = -\gamma D_1 - \alpha_x (D_0/2 + D_1) I_x - \alpha_y (D_1 - D_0/2) I_y, \quad (5)$$

$$\frac{dD_2}{dt} = -\gamma D_2 - \alpha_x D_2 I_x - \alpha_y D_2 I_y - [(\alpha_x + \alpha_y) \cos \Psi + (\tilde{\alpha}_x - \tilde{\alpha}_y) \sin \Psi] D_0 (I_x I_y)^{1/2} / 2. \quad (6)$$

Отметим, что в уравнении (3) исправлены опечатки, допущенные в соответствующем уравнении статьи [2]. В уравнениях (1)–(6) $I_{x,y} = aE_{x,y}^2$ – относительные интенсивности поляризационных компонент; a – параметр насыщения; $\Psi = (\omega_x - \omega_y)t + \varphi_x - \varphi_y$ – разность полных фаз поляризационных компонент; $\Gamma_{x,y}$ – ширины полос резонатора (их разность определяет амплитудную анизотропию резонатора); γ – скорость продольной релаксации. Коэффициенты $\alpha_{x,y} = 1/[1 + T_s^2(\omega - \omega_{x,y})^2]$ и $\tilde{\alpha}_{x,y} = T_s(\omega - \omega_{x,y})\alpha_{x,y}$ (T_s – время релаксации вектора поляризации среды) учитывают влияние относительных отстроек собственных частот резонатора $\omega_{x,y}$ от частоты центра линии усиления ω . Параметр $\Delta\omega_L$ характеризует линейную связь поляризационных компонент в резонаторе, приводящую к захвату их частот. Параметр P_0 , определяющий мощность накачки, выражается через относительное превышение мощности накачки над пороговой η :

$$P_0 = \frac{1 + \eta}{4\gamma} \left(\frac{\Gamma_x}{\alpha_x} + \frac{\Gamma_y}{\alpha_y} \right).$$

3. Стационарные режимы генерации

В этом разделе исследуется влияние фазовой анизотропии резонатора и накачки на стационарные режимы генерации Nd:YAG-лазера. Все лазерные параметры, за исключением расстройки собственных частот резонатора $f_x - f_y = (\omega_x - \omega_y)/2\pi$ и η , фиксированы и выбраны равными параметрам лазера, исследовавшегося экспериментально в [2]: $1/\gamma = 230$ мкс, $T_s = 80$ пс, $(\omega_x + \omega_y)/4\pi - \omega/2\pi = 1$ МГц, $\Delta\omega_L/2\pi = 100$ кГц, $\Gamma_x = 3.8 \times 10^7$ с⁻¹, $\Gamma_y = 1.001\Gamma_x$.

В широкой области частотных расстроек $f_x - f_y$ и превышений над порогом η при указанных значениях параметров могут существовать шесть стационарных решений уравнений (1)–(6). В области расстроек $f_x - f_y$, не превышающих по модулю 1 МГц, существуют четыре решения, для которых на рис. 1–4 при $\eta = 1$ показаны зависимости стационарных относительных интенсивностей $I_{x,y}^r$ и разности фаз Ψ от расстройки частот. Для удобства сравнения с экспериментальными результатами работы [2] принимается, так же как и в [2], что рас-

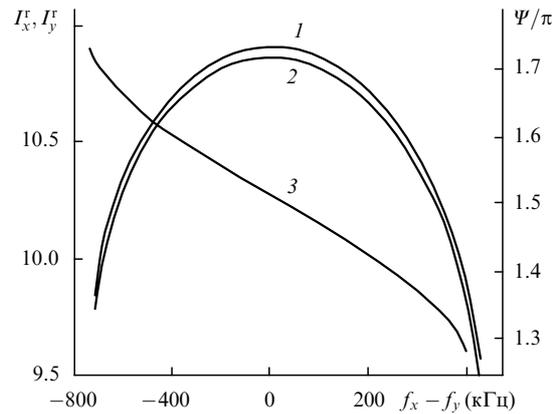


Рис.1. Зависимости относительных интенсивностей I_x^r (1), I_y^r (2) и разности фаз Ψ (3) от расстройки частот $f_x - f_y$ для стационарного решения 1 при $\eta = 1$.

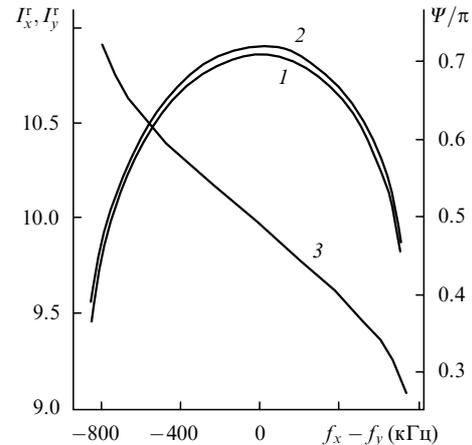


Рис.2. Зависимости относительных интенсивностей I_x^r (1), I_y^r (2) и разности фаз Ψ (3) от расстройки частот $f_x - f_y$ для стационарного решения 2 при $\eta = 1$.

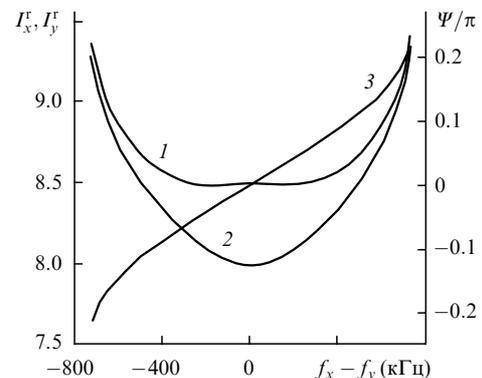


Рис.3. Зависимости относительных интенсивностей I_x^r (1), I_y^r (2) и разности фаз Ψ (3) от расстройки частот $f_x - f_y$ для стационарного решения 3 при $\eta = 1$.

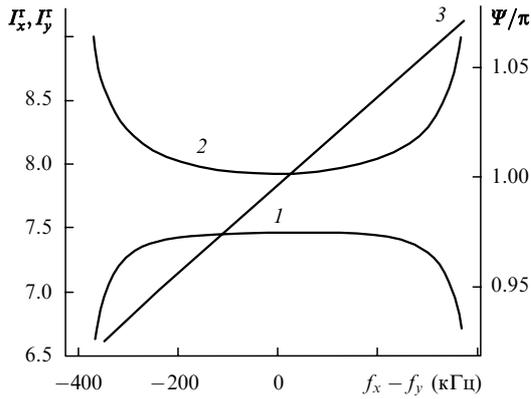


Рис.4. Зависимости относительных интенсивностей I_x^r (1), I_y^r (2) и разности фаз Ψ (3) от расстройки частот $f_x - f_y$ для стационарного решения 4 при $\eta = 1$.

четные относительные интенсивности $I_{x,y}^r = I_{x,y}/200$. Решения 1 и 2 (рис.1 и 2) соответствуют волнам, имеющим поляризацию, близкую к круговой. Они различаются направлением вращения поляризации (разности фаз Ψ различаются на π). Решение 1 было получено в [2] при $f_x - f_y = 80$ кГц, и соответствующий стационарный режим наблюдался в этой работе экспериментально. Решения 3 и 4 (рис.3 и 4), отвечают волнам с поляризацией, близкой к линейной и повернутой соответственно на углы $\pm\pi/4$ относительно оси x .

В области достаточно больших расстроек ($|f_x - f_y| > 0.6$ МГц) существуют два других стационарных решения (решения 5 и 6), отвечающих волнам с поляризацией, близкой к линейной и направленной по осям x и y (рис.5, a и b).

4. Области бистабильности и динамического хаоса

Устойчивость найденных выше стационарных состояний исследовалась стандартным методом: проводилась линеаризация уравнений (1)–(6) по малым отклонениям относительно стационарных решений, затем находилось характеристическое уравнение и с помощью критерия Ра-

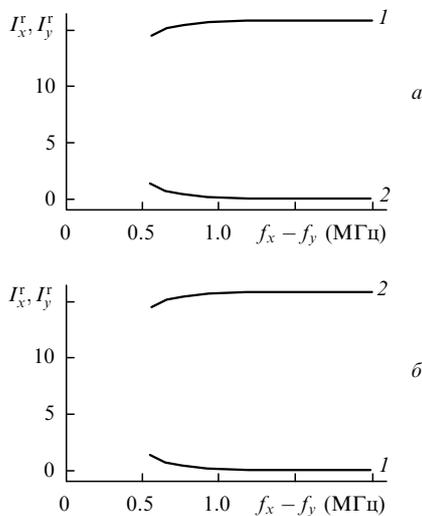


Рис.5. Зависимости относительных интенсивностей I_x^r (1), I_y^r (2) от расстройки частот $f_x - f_y$ для стационарных решений 5 (a) и 6 (b) при $\eta = 1$.

уса – Гурвица анализировалась устойчивость. Было установлено, что все стационарные решения уравнений (1)–(6) неустойчивы в широкой области параметров η , начинающейся практически на пороге генерации и не превышающей определенного критического значения η_c . При $f_x - f_y = 80$ кГц область неустойчивости задается неравенствами $0.02 < \eta < 0.6$. В этой области η могут возникать лишь автомодуляционные режимы генерации.

При $\eta > \eta_c$ в определенных областях частотных расстроек $f_x - f_y$ оказываются устойчивыми стационарные решения 1 и 2. Так, при $\eta = 1$ решение 1 устойчиво в интервале $-12 \text{ кГц} \leq f_x - f_y \leq 117 \text{ кГц}$, а решение (2) – в интервале $-112 \text{ кГц} \leq f_x - f_y \leq 13 \text{ кГц}$. Остальные стационарные решения при указанных значениях лазерных параметров неустойчивы во всей области их существования. Таким образом, в области расстроек $-12 \text{ кГц} \leq f_x - f_y \leq 13 \text{ кГц}$ существует бистабильность: устойчивыми оказываются два стационарных состояния с круговой поляризацией излучения, различающиеся направлением вращения поляризации. Возникновение неустойчивости одного из стационарных решений 1, 2 при $f_x - f_y = -12$ и 13 кГц приводит соответственно к спонтанному нарушению симметрии левого и правого вращения поляризации.

Другая область бистабильности при $\eta = 1$ находится в интервале расстроек $33 \text{ кГц} \leq f_x - f_y \leq 59 \text{ кГц}$. В этой области наряду со стационарным режимом (решение 1) оказывается устойчивым периодический импульсный режим. Для этих режимов на рис.6 при $f_x - f_y = 55$ кГц показаны зависимости от времени относительной интенсивности I_{45}^r (выходное излучение анализируется с помощью поляризатора, главная ось которого ориентирована под углом $\pi/4$ к оси x). При $f_x - f_y = 55$ кГц периодический импульсный режим наблюдался экспериментально в [2], но о наличии либо отсутствии бистабильности в [2] не сообщалось. Вблизи границы устойчи-

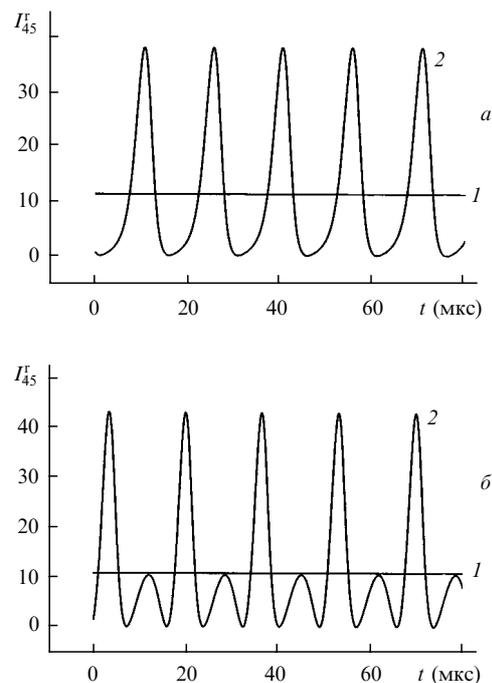


Рис.6. Зависимости от времени относительной интенсивности I_{45}^r для бистабильных режимов генерации при $f_x - f_y = 55$ (a) и 112 кГц (b), $\eta = 1$: 1 – стационарный режим, 2 – периодический импульсный режим.

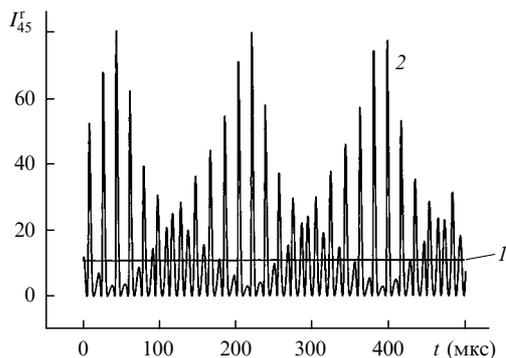


Рис.7. Зависимости от времени относительной интенсивности I_{45}^r для бистабильных режимов генерации при $f_x - f_y = 105$ кГц и $\eta = 1$: 1 – стационарный режим, 2 – квазипериодический импульсный режим.

ности решения 1 при $100 \text{ кГц} \leq f_x - f_y \leq 117 \text{ кГц}$ и $\eta = 1$ имеется третья область бистабильности, в которой кроме стационарного режима (решение 1) устойчивым оказывается либо периодический (рис.6,б), либо квазипериодический (рис.7) режим.

В области неустойчивости решения 1 при $120 \text{ кГц} \leq f_x - f_y \leq 142 \text{ кГц}$ и $\eta = 1$, как показало численное решение системы уравнений (1)–(6), возникает режим динамического хаоса. На рис.8 для этого режима приведены характерные временные зависимости интенсивностей поляризационных компонент $I_{x,y}^r$ и проекция фазового портрета на плоскость I_x^r, I_y^r . Видно, что хаотические колебания интенсивностей ортогональных поляризационных компонент оказываются несинхронными, вследствие чего возникает хаотическая модуляция поляризации излучения.

5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе на основе векторной модели Nd:YAG-лазера предсказано появление характерных особенностей нелинейной динамики автономного лазера с одной аксиальной модой – нескольких областей бистабильности и области хаотической генерации. Показано, что в достаточно широкой области изменения мощности накачки все стационарные режимы генерации оказываются неустойчивыми. Эксперимен-

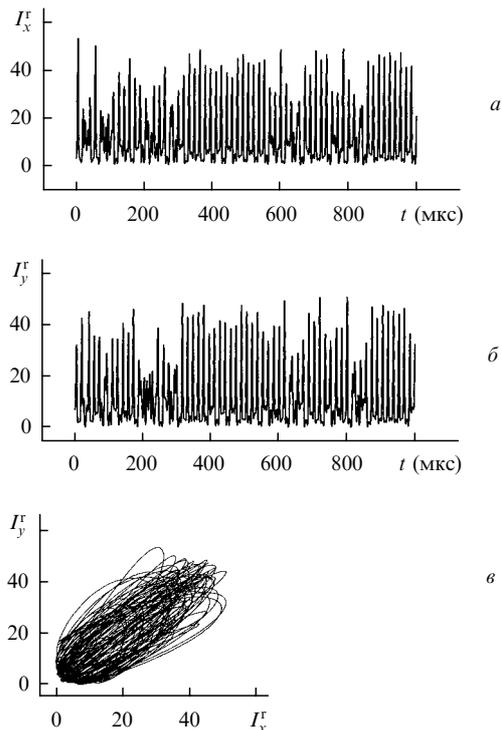


Рис.8. Зависимости от времени относительных интенсивностей I_x^r (а), I_y^r (б) и фазовый портрет (в) в режиме хаоса при $f_x - f_y = 140$ кГц и $\eta = 1$.

тальное исследование рассматриваемых явлений позволило бы более точно установить границы применимости предложенной в [2] векторной модели.

Работа поддержана РФФИ (грант № 04-02-16532).

1. Dalglish R., May A.D., Stephan G. *IEEE J. Quantum Electron.*, **34**, 1485; 1493 (1998).
2. Brunel M., Emile O., Alouini M., Le Floch A., Emile O., Bretenaker F. *Phys. Rev. A*, **59**, 831 (1999).
3. Besnard P., Xiaolin J., Dalglish R., May A.D., Stephan G. *J. Opt. Soc. Am. B*, **10**, 1605 (1993).
4. Шананин Р.А., Петровский В.М., Проценко Е.Д., Шатрова Е.А., Пантелеев А.В., Иолтуховский А.А., Цветков Ю.В. *Квантовая электроника*, **24**, 127 (1997).
5. Хандохин П.А., Ханин Я.И., Мамаев Ю.А., Миловский Н.Д., Широков Е.Ю., Белавски С., Дерозье Д., Глорио П. *Квантовая электроника*, **25**, 517 (1998).