

# Векторная теория рассеяния лазерного излучения в интегрально-оптическом волноводе с трехмерными нерегулярностями при наличии шума

А.А.Егоров

*Развита векторная теория рассеяния лазерного излучения в интегрально-оптическом волноводе с трехмерными нерегулярностями при наличии шума. Решение электродинамической задачи рассеяния лазерного излучения в нерегулярном волноводе найдено методом связанных мод с помощью теории возмущений. Приближенное решение неоднородного трехмерного волнового уравнения получено методом функций Грина. Найдены аналитические формулы для полей излучения распространяющихся и затухающих мод. Дана физическая интерпретация полученных выражений. Отмечена роль шума как самостоятельного (дополнительного к классическому) деполаризующего фактора при рассеянии света.*

**Ключевые слова:** интегрально-оптический волновод, трехмерная нерегулярность, трехмерная электродинамическая задача рассеяния, метод функций Грина, шум.

## 1. Введение

В работах [1–6] продемонстрирована возможность использования волноводного рассеяния лазерного излучения для получения информации о статистических свойствах нерегулярностей из зашумленных данных измерений в дальней зоне. Описан комплексный алгоритм восстановления экспериментальной автокорреляционной функции шероховатостей поверхности подложки интегрально-оптического волновода, который основан на комбинации классической регуляризации и квазиоптимальной фильтрации. Разработанный метод нахождения приближенного корректного решения обратной задачи применен для восстановления экспериментальной автокорреляционной функции статистических шероховатостей по данным рассеяния лазерного излучения в интегрально-оптическом волноводе, полученным в дальней зоне [3, 6]. Установлено, что определенные по экспериментальной автокорреляционной функции геометрические параметры шероховатостей кварцевой пластинки не противоречат данным независимых измерений, проведенных с помощью растрового электронного микроскопа и механического профилографа [3].

Применимость двумерного анализа задачи рассеяния обеспечивалась установкой в дальней зоне (или в эквивалентной ей плоскости Фурье) щелевой диафрагмы параллельно плоскости падения и поляризатора [3, 6]. Измеренные таким образом экспериментальные диаграммы рассеяния использовались для нахождения приближенного корректного решения обратной задачи рассеяния на трехмерных шероховатостях подложки оптического планарного волновода (ПВ). Однако в ряде случаев такой

двумерный анализ неприменим, а если и применим, то с рядом оговорок, например для канальных интегрально-оптических волноводов и устройств интегральной оптоэлектроники, созданных на их основе, а также при исследовании рассеяния света в таких структурах и элементах, как интегрально-оптические анализаторы спектра радиочастот, планарные интерферометры различного типа, интегрально-оптические мультиплексоры/демультиплексоры, фокусирующие линзы, призмы, разветвители и т. д. В тех же случаях, когда двумерный анализ задачи рассеяния применим без оговорок, зачастую требуется выявить ряд особенностей нерегулярностей, связанных с их трехмерной геометрией.

В опубликованных ранее работах по приближенному трехмерному рассмотрению рассеяния в оптических волноводах не учитывалось, например, рассеяние в ближней зоне [6–14], а электродинамическая задача решалась, как правило, без учета шумов [7–15]. Оба эти фактора принципиально важны с точки зрения дальнейшей миниатюризации и интеграции элементов и устройств интегральной оптики и волноводной оптоэлектроники. Шумы и рассеяние лазерного излучения в интегрально-оптических анализаторах спектра, мультиплексорах/демультиплексорах и др. являются критически важными лимитирующими факторами их работоспособности, особенно при субмикронных размерах основных топологических элементов устройств.

В работах Жука и Третьякова (см., напр., [8, 9]) использован подход, основанный на описании электродинамических свойств нерегулярного волновода с помощью эквивалентной диэлектрической проницаемости, учитывающей нерегулярность. При этом вводится понятие собственной волны среднего поля [8–10] как решения однородных уравнений Максвелла в эквивалентной среде. Установлено, что собственные волны среднего поля не распадаются на волны ТЕ- и ТМ-поляризации [8, 9]. Они неортогональны при интегрировании по всему поперечному сечению волновода, что представляет определенные трудности при вычислениях. Волновые числа дис-

А.А.Егоров. Российский университет дружбы народов, Россия, 117923 Москва, ул. Орджоникидзе, 3; Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38

Поступила в редакцию 10 октября 2003 г., после доработки – 13 апреля 2004 г.

кретного спектра собственных мод являются комплексными. В связи с этим подчеркнем, что собственные волны среднего поля, используемые в [8, 9], – это известные в литературе вытекающие волны световодов [15]. В работе [8] получены формулы «сдвига», связывающие волновые числа дискретного спектра для возмущенного и невозмущенного волноводов с эквивалентной диэлектрической проницаемостью. Сдвиг является комплексным числом, его вещественная часть связана со сдвигом фазовой скорости, а мнимая – с затуханием волны. Это позволило определить поляризационное строение собственных волн среднего поля [9], а также учесть оптические потери среднего поля на рассеяние во флуктуационное поле (заметим: в поле вытекающей волны) и дополнительный набег фазы на случайных нерегулярностях.

Холл [11] при анализе трехмерного рассеяния оптической волноводной моды на шероховатостях одной из границ ПВ использует метод разложения поля в каждой области волновода в ряд по степеням параметра, характеризующего высоту шероховатостей, затем – разложение в ряд Тейлора для удовлетворения граничным условиям в первом приближении по данному параметру. В результате получается выражение для магнитного векторного потенциала поля рассеяния волноводной ТЕ-моды на трехмерных шероховатостях рассматриваемой границы в дальнейшей зоне и соответствующее ему выражение для рассеянной мощности. В [11] приведен рисунок с двумя рассчитанными нормированными диаграммами рассеяния: в плоскости падения  $xz$  и перпендикулярной ей плоскости  $xu$  для гауссовой автокорреляционной функции с интервалом корреляции 0.5 мкм.

Норо и Накаяма [12] развивают предложенный ими ранее новый подход к скалярному и полувекторному модовому анализу оптических волноводов. В указанной работе описан эффективный метод векторного волнового анализа в оптических волноводах. Эффективность метода демонстрируется его применением для векторного волнового анализа двух известных в литературе структур: прямоугольного диэлектрического волновода и несимметричного волновода направленного гофрированного ответвителя. С помощью компьютерного моделирования вычислены дисперсионные соотношения и профили некоторых мод. Эти моды имеют гибридную природу, характерную для векторных полей. Авторы отмечают трудность анализа подобных (трехмерных, вообще-то говоря) структур обычными численными методами ввиду потребности в больших объемах оперативной памяти компьютера и большом времени для расчетов (которые увеличиваются пропорционально  $N$  и  $N^2$  соответственно, где  $N$  – полное число точек разбиения трехмерной области, в которой вычисляется искомая функция). Понятно, что при векторном трехмерном анализе значение  $N$  существенно возрастет и потребуются применение мощных современных компьютеров. Норо и Накаяма получили хорошее соответствие дисперсионных соотношений с независимыми данными. Необходимо отметить, что они исключили из векторного анализа одно из направлений, полагая для простоты, что волна распространяется вдоль направления с однородным распределением показателя преломления. Таким образом, их анализ является векторным и двумерным, т. к. полученные профили мод двумерны. Важно также отметить, что в работе [12] приводятся результаты моделирования только для распространяющихся направляемых мод не-

регулярного оптического волновода, поскольку не был рассмотрен очень важный случай рассеяния направляемой моды в нерегулярном оптическом волноводе.

Сделаем некоторые краткие замечания относительно развитого в настоящей работе метода. В данной статье в отличие от работ [7–12] решается неоднородное волновое трехмерное уравнение для диэлектрической проницаемости и шума произвольного вида с помощью метода функций Грина [2, 14–15] и метода мод [1–6, 11–15]. Получаемые выражения для полей можно затем усреднить, например по ансамблю эргодических систем, что позволит ввести в рассмотрение статистические характеристики нерегулярностей (автокорреляционная функция и др.) и подробнее сравнить наши результаты с результатами, например, работ [9–11]. При этом в отличие от работ [8–10] мы не используем понятие собственных волн среднего поля, а проводим разложение полного поля нерегулярного волновода по ортогональным (в отличие от вытекающих мод в [8, 9]) направляемым четным и нечетным модам и модам излучения, действуя органично и последовательно в соответствии с подходом, изложенным в монографиях [13–15] и примененным нами ранее в работах [1–7]. Мы представляем постоянную распространения мод излучения непрерывного спектра как некоторую комплексную величину (см. ниже) в отличие от аналогичного представления волновых чисел дискретного спектра вытекающих мод [8, 9].

Как известно, вытекающие моды являются частью полного поля излучения и играют важную роль, но только при описании поля излучения вблизи или внутри сердцевины световода, например круглого оптического волокна, если источник излучения находится достаточно далеко. Эти моды излучения подобны направляемым модам дискретного спектра, собственная частота которых ниже частоты отсечки, затухающим в направлении распространения из-за комплексной постоянной распространения. При больших расстояниях от оси волновода поле излучения представляет собой только поле пространственной волны. Именно этот случай и исследуется в настоящей работе.

В самом общем случае следует использовать для точного описания поля излучения оптического волновода сумму полей вытекающих мод и поля пространственной волны, особенно вблизи источника, где амплитуды этих полей велики [15]. Однако и здесь при определенных условиях вкладом вытекающих мод можно пренебречь, например ограничив соответствующим образом диапазон углов, под которыми исследуется рассеяние. Более того, поля вытекающих мод не играют большой роли в описании полей излучения на больших расстояниях от оси волновода (т. е. в дальнейшей зоне излучения) и при конечном пути распространения направляемой моды. А поскольку мощность вытекающих мод экспоненциально уменьшается вдоль волновода, то вклад их полей в поле излучения стремится к нулю при существенном увеличении пути распространения направляемой моды. Заметим, что число вытекающих мод, в отличие от континуума излучательных мод, ограничено. Вытекающие моды широко применяются в элементах связи в интегральной оптике.

В пп.2.1 и 2.2 анализируются два теоретически важных случая: распространяющиеся моды излучения и затухающие моды излучения при наличии шума. Получены выражения для трехмерных векторных полей излучения

вне волновода и в ближней зоне, в том числе с учетом поляризаационных явлений в нерегулярном интегрально-оптическом волноводе (п.2.3), а также выражение для потерь мощности направляемой моды на трехмерное рассеяние (п.2.4). В результате также может быть определено поляризаационное строение рассеянных волн и найден коэффициент затухания направляемой моды.

На данном этапе исследований не представляется возможным сравнить более подробно наши результаты с результатами цитированных выше работ, а также работ ряда других авторов, поскольку это выходит за рамки настоящей статьи. Такое сравнение предполагает наличие во всех этих работах рисунков с расчетными диаграммами рассеяния в ближней и дальней зонах для заданных значений параметров и характеристик нерегулярностей (сравнение аналитических выражений, полученных разными методами представляет серьезные трудности). Мы предполагаем представить модельные диаграммы рассеяния в наших последующих работах.

В связи с вышесказанным исследование векторного рассеяния лазерного излучения на трехмерных нерегулярностях интегрального оптического волновода является актуальной задачей, имеющей как фундаментальное, так и прикладное значение, т.к. векторная теория трехмерного волноводного рассеяния в интегрально-оптическом волноводе с произвольными нерегулярностями при наличии шума еще находится в стадии разработки.

## 2. Постановка трехмерной электродинамической задачи волноводного рассеяния и метод ее решения

Рассмотрим рассеяние лазерного излучения волноводной моды в интегрально-оптическом волноводе, содержащем случайные (статистические) нерегулярности (рис.1). Как правило, трехслойный ПВ состоит из следующих слоев: обрамляющей среды, волноводного слоя и подложки с показателями преломления  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$  соответственно. Нерегулярности структуры ПВ могут быть обусловлены неровностями (шероховатостями) границ раздела сред, образующих волновод, подповерхностными дефектами (так называемый нарушенный или трещиноватый слой) и неоднородностями показателя преломления волноводного слоя. Неоднородности волноводного слоя и подповерхностные дефекты при рассмотрении задачи рассеяния (которое проводится аналогично) могут быть описаны однотипно – как неоднородности показателя преломления соответствующей среды волновода. Для упрощения анализа задачи пренебрежем этими неоднородностями, а также кросс-корреляционными связями между неровностями границ раздела.

Электродинамическая задача о рассеянии направляемой волноводной моды в интегрально-оптическом волноводе, содержащем случайные нерегулярности, решается методом связанных мод с помощью теории возмущений. В общем случае для описания поля  $\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(\mathbf{r})$  в оптическом волноводе с произвольными нерегулярностями используется уравнение, которое в декартовых координатах имеет следующий вид [1, 2, 7, 13]:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \left( \mathbf{E} \frac{\nabla \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right) + \omega^2 \mu_i \varepsilon_i \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_i$  – диэлектрическая проницаемость в каждом  $i$ -м слое ПВ ( $i = 1, 2, 3$ );  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  – частота поля  $\mathbf{E}$ ;  $\mu_i \equiv \mu -$

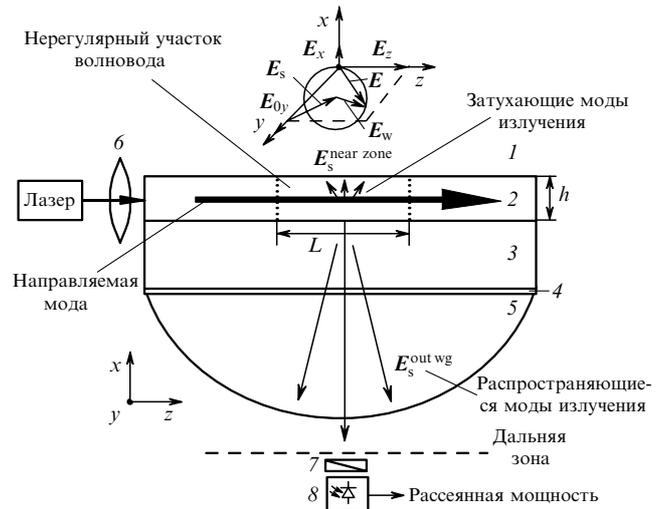


Рис.1. Схема регистрации рассеянного в нерегулярном интегрально-оптическом волноводе (образован средами 1–3) лазерного излучения в ближней зоне и вне волноводного слоя:

1 – обрамляющая среда (воздух); 2 – волноводный слой; 3 – подложка; 4 – тонкий слой иммерсии; 5 – кварцевый полукруг (или полусфера); 6 – линза; 7 – поляризатор; 8 – фотодетектор;  $L$  – длина нерегулярной области;  $h$  – толщина волновода;  $E_{0y}$  – вектор электрического поля ТЕ-моды;  $E_s$  – вектор поля рассеянной компоненты;  $E_w$  – вектор поля шумовой компоненты, распределенный случайным образом в сфере радиусом  $|E_w|$ ;  $E$  – вектор полного электрического поля.

магнитная проницаемость среды;  $\omega(\mu_i \varepsilon_i)^{1/2} = n_i k$ ;  $n_i$  – показатель преломления  $i$ -го слоя;  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  – длина волны монохроматического света в вакууме.

Исследуем случай распространения в волноводе по оси  $z$  основной ТЕ-моды с компонентами  $E_{0y}$ ,  $H_{0x}$ ,  $H_{0z}$  (для ТМ-моды анализ проводится аналогично). Тогда полное поле в нерегулярном оптическом ПВ можно записать в виде суммы полей падающей волноводной моды, рассеянной волны  $E_s$  и шумовой (аддитивной) компоненты  $E_w(x, y, z)$ :

$$\mathbf{E} = [E_{0y}(x, z) + E_s(x, y, z)] + E_w(x, y, z).$$

(Можно рассмотреть и мультипликативный шум.) При такой записи полагается, что все источники шума (независимо от их природы) дают вклад в полное поле  $\mathbf{E}$  как один эффективный источник шума  $E_w$ , приведенный к плоскости волновода. При более детальном анализе проблемы роль каждого источника шума и влияние всех источников на решение задачи могут быть оценены в рамках данного подхода. Более того, и влияние нерегулярностей на процесс распространения направляемой моды в волноводе при таком подходе можно рассматривать как некоторый специфический шум – «шум нерегулярностей» (шум шероховатостей поверхности и шум неоднородностей) оптического волновода.

Будем полагать, что диэлектрическая проницаемость может быть представлена в виде  $\varepsilon_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_{0i}(x, z) + \Delta\varepsilon_i(x, y, z)$ , где  $\varepsilon_{0i}(x, z)$  описывает регулярные свойства соответствующего слоя ПВ, а добавка  $\Delta\varepsilon_i(x, y, z)$  – произвольные трехмерные нерегулярности структуры волновода (как неровности границ раздела сред ПВ, так и неоднородности показателя преломления в каждом  $i$ -м слое ПВ). Тогда можем записать (1) в виде приближенного трехмерного векторного уравнения. Оставляя в по-

лученном уравнении только члены первого порядка малости относительно  $\mathbf{E}_s$ ,  $\Delta \varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}_w$  и  $\Delta \varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}_{0y}$  (полагаем, что  $\mathbf{E}_w$  сравнимо по амплитуде с  $\mathbf{E}_{0y}$ ), запишем приближенное неоднородное волновое векторное уравнение, которое можно рассматривать как волновое уравнение с возмущением в виде источника в правой части:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E}_s(x, y, z) + \omega^2 \mu \varepsilon_{0i} \mathbf{E}_s(x, y, z) \\ \approx -\omega^2 \mu \varepsilon_{0i} \Delta \varepsilon_i(x, y, z) [\mathbf{E}_{0y}(x, z) + \mathbf{E}_w(x, y, z)], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mathbf{E}_{0y}$  – решение однородного невозмущенного уравнения, описывающего распространение фундаментальной ТЕ-моды в волноводе. В правой части этого уравнения опущен множитель  $\exp(-i\beta_{0y}y)$ , который характеризует зависимость полей от переменной  $y$  и будет восстановлен дальше. Учет аддитивной деполаризующей составляющей  $[\nabla \mathbf{E}_{0y}(x, z)][\nabla \varepsilon_i(x, y, z)/\varepsilon_{0i}]$  в выражении для источника будет выполнен в п.2.3. Именно это слагаемое в уравнении (2) при отсутствии шума характеризует взаимодействие разных составляющих поля и, как известно, описывает поляризационные явления, обусловленные волноводной структурой. Собственно оно и является математическим обоснованием гибридной природы полей волноводных мод. В интегрально-оптическом волноводе ненулевые члены, содержащие это слагаемое, связывают продольную электрическую и магнитную составляющие полей направляемых мод. Поэтому в общем случае моды оптического волновода – это гибридные моды, содержащие продольную составляющую как электрического, так и магнитного вектора.

Таким образом, гибридные моды имеют шесть компонент, а не три, как ТЕ- и ТМ-моды (подробнее см. в [13–16]). Необходимо отметить, что поляризационные свойства оптического волновода обусловлены геометрией его поперечного сечения и профилем показателя преломления и в векторном волновом уравнении, решаемом без учета шума [7–15], описываются только членами, содержащими деполаризующую составляющую. Следовательно, отбрасывание этих слагаемых приводит к игнорированию поляризационных свойств оптического волновода и, как следствие, к скалярному волновому уравнению. При наличии шума поляризационные явления возникают в волноводе даже без учета деполаризующего члена. Действительно, поскольку поле  $\mathbf{E}_w$  в общем случае является случайным как по величине, так и по направлению (см. вставку на рис.1), то оно имеет векторный характер по своей природе. На вставке к рис.1 хорошо видно, как случайный аддитивный вектор  $\mathbf{E}_w$  деполаризует поле исходной моды  $\mathbf{E}_{0y}$  и полное поле  $\mathbf{E}$  приобретает гибридную природу (даже если вектор  $\mathbf{E}_s$  не будет деполаризован из-за рассеяния на нерегулярностях, что возможно только в случае двумерных цилиндрических нерегулярностей, однородных вдоль оси  $u$ ).

В частном случае, когда есть только «шум нерегулярностей» оптического волновода, будет наблюдаться деполаризация электрического поля исходной моды. Используя лучевой формализм (см. вставку на рис.1), можно сказать, что при этом падающий на границу раздела сред волновода луч становится косым, т.е. падает на границу раздела под углом к плоскости падения волновода  $xz$  (плоскость падения плоской волны, распространяющейся в волноводе). А именно в этом случае и происходит перемешивание ТЕ- и ТМ-поляризаций при каждом последующем отражении от границ волновода. Та-

ким образом, аналогично наличию деполаризующего члена присутствие шума приводит к деполаризации в уравнении (2), а следовательно, это уравнение и без слагаемого  $[\nabla \mathbf{E}_{0y}(x, z)][\nabla \varepsilon_i(x, y, z)/\varepsilon_{0i}]$  является векторным волновым уравнением. Отметим, что это слагаемое описывает вращение электрического вектора  $\mathbf{E}$  в векторном волновом уравнении (2), где учтен деполаризующий член (см. п.2.3) в соответствии с уравнением

$$\frac{d\mathbf{E}}{dS} \approx -k(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{E}(\mathbf{r}) \nabla \varepsilon_i(\mathbf{r})}{\varepsilon_{0i}},$$

где  $S$  – траектория, вдоль которой распространяется световой луч в оптическом волноводе.

Отметим, что в нашей работе [7] ранее был проведен приближенный трехмерный анализ волноводного рассеяния в отсутствие шума при условии плавности изменений нерегулярностей ПВ в направлении оси  $y$ , что соответствует учету трехмерного векторного рассеяния только на малые углы от плоскости падения  $xz$ . В этом случае рассеянное поле в дальней зоне остается поляризованным, т.е. деполаризация не наблюдается (см. приведенное ниже уравнение (4)). В настоящей работе никаких ограничений на характер изменения нерегулярностей в пространстве не делается.

С энергетической точки зрения источником в правой части уравнения (2) является интенсивность моды, падающей на нерегулярный участок волновода при наличии шумовой компоненты  $\mathbf{E}_w$  и рассеиваемой в сферу во всем окружающем пространстве (так называемое трехмерное рассеяние). Решение данного неоднородного волнового уравнения может быть получено методом функций Грина в виде свертки некоторой трехмерной функции Грина  $G(x, y, z; x', y', z')$  с выражением для источника [1, 2, 13–15]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s(x, y, z) = -\omega^2 \mu \varepsilon_{0i} \iiint \Delta \varepsilon_i(x', y', z') G(x, y, z; x', y', z') \\ \times [\mathbf{E}_{0y}(x', z') + \mathbf{E}_w(x', y', z')] dx' dy' dz'. \end{aligned} \quad (3)$$

Анализ уравнения (3) показывает, что в этом случае нельзя пренебречь поляризационными эффектами, и рассмотрение задачи волноводного (многократного по сути) рассеяния света на трехмерных нерегулярностях при наличии шума сильно усложняется, т.к. нахождение аналитического выражения для функции Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  представляет здесь совершенно нетривиальную задачу. Действительно, при таком подходе в волноводе могут возникать гибридные моды, имеющие шесть компонент [2, 13–15]. Для гибридных мод не выполняется условие  $\partial E_s / \partial y = 0$ , т.е. существуют вариации полей в этом направлении. Таким образом, в случае трехмерных нерегулярностей любое произвольное распределение поля в оптическом ПВ необходимо будет представлять в виде разложения по всем возможным модам ПВ, включая суммирование и интегрирование по модам, соответствующим вариации поля по второй поперечной координате, а именно по оси  $y$ . Уравнение (3) может быть использовано также при анализе однократного (рэлеевского) рассеяния. Отметим, что рэлеевское рассеяние в нерегулярных волноводах рассматривалось во многих работах (см., напр., [15]).

С целью поиска аналитического выражения для функции Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  представим решение неоднородного

трехмерного уравнения (2) в следующем виде [2, 13–15]:

$$\begin{aligned} E_{sy}(x, y, z) = & \sum_v \int_{-\infty}^{+\infty} C(v, \beta_y) E_{vy}(x, z) \exp(-i\beta_y y) d\beta_y \\ & + \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta_y \int_{-\beta_3}^{+\beta_3} q(\beta, \beta_y) E_{\beta y}(x, z) \exp(-i\beta_y y) d\beta, \quad (4) \end{aligned}$$

где выполнено суммирование по распространяющимся четным и нечетным ТЕ-модам ( $v = 0, 1, 2, \dots, \infty$ ), а комбинация из двух интегралов учитывает все моды излучения (для ТМ-мод анализ проводится аналогично);  $\beta, \beta_y$  – продольные составляющие (вдоль осей  $z$  и  $y$  соответственно) постоянных распространения мод рассеяния, формирующих диаграмму рассеяния;  $\beta_3 = kn_3$ ; нижний индекс  $y$  у составляющей поля  $\mathbf{E}$  означает, что пока предполагается сохранение исходной ТЕ-поляризации; интегрирование по постоянной распространения  $\beta_y$  учитывает наличие третьей координаты  $y$ ;  $C(v, \beta_y)$  и  $q(\beta, \beta_y)$  – коэффициенты разложения, которые находятся с помощью соотношений ортогональности [7–9];  $E_{vy}(x, z)$ ,  $E_{\beta y}(x, z)$  – соответственно поля направляемых (дискретных) мод и мод (непрерывных) излучения несимметричного (в общем случае) оптического ПВ. Отметим, что поиск решения неоднородного трехмерного уравнения (2) в виде (4) проводится с помощью метода мод, для чего мы используем результаты, изложенные как в работах [13–18], так и в наших публикациях [1–6].

Подставив (4) в исходное неоднородное уравнение (2), получим выражение

$$\begin{aligned} & \sum_v \int_{-\infty}^{+\infty} C(v, \beta_y) E_{vy}(x, z) (\beta_v^2 - \beta_y^2) \exp(-i\beta_y y) d\beta_y \\ & + \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta_y \int_{-\beta_3}^{+\beta_3} q(\beta, \beta_y) E_{\beta y}(x, z) (\beta_v^2 - \beta_y^2) \exp(-i\beta_y y) d\beta \\ & = -\omega^2 \mu \epsilon_{0i} \Delta \epsilon_i(x, y, z) [\mathbf{E}_{0y}(x, z) + \mathbf{E}_w(x, y, z)], \quad (5) \end{aligned}$$

где  $\beta_v$  – постоянная распространения направляемых мод дискретного спектра и использованы равенства

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \exp(-i\beta y) & = -\beta^2 \exp(-i\beta y), \\ \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_{vy}(x, z) & = \beta_v^2 E_{vy}(x, z), \quad (6) \\ \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_{\beta y}(x, z) & = \beta^2 E_{\beta y}(x, z). \end{aligned}$$

Подчеркнем, что, как следует из уравнений (4) и (5), введение суммирования и интегрирования по второй поперечной координате (связанной с координатой  $y$ ) означает учет вариации поля в этом направлении. Известно [1, 2, 13–16], что в этом случае условие двумерности электродинамической задачи  $\partial E / \partial y = 0$  не выполняется и, следовательно, мы действительно рассматриваем трехмерную электродинамическую задачу.

Для нахождения коэффициентов разложения  $C(v, \beta_y)$  и  $q(\beta, \beta_y)$  умножим обе части уравнения (5) на выражение  $(1/2\pi) \exp(i\beta'_y y)$  и проинтегрируем по  $y$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ , используя свойства дельта-функции Дирака [18]. В результате имеем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \sum_v \int E_{vy}(x, z) \delta(\beta'_y - \beta_y) (\beta_v^2 - \beta_y^2) C(v, \beta_y) d\beta_y \\ & + \iint q(\beta, \beta_y) E_{\beta y}(x, z) \delta(\beta'_y - \beta_y) (\beta^2 - \beta_y^2) d\beta d\beta_y = -\frac{1}{2\pi} \\ & \times \int \omega^2 \mu \epsilon_{0i} \Delta \epsilon_i(x, y, z) [\mathbf{E}_{0y}(x, z) + \mathbf{E}_w(x, y, z)] \exp(i\beta'_y y) dy, \quad (7) \end{aligned}$$

где  $\delta(\beta'_y - \beta_y)$  – одномерная дельта-функция. Теперь проведем интегрирование по  $\beta_y$  и получим уравнение

$$\begin{aligned} & \sum_v C(v, \beta_y) (\beta_v^2 - \beta_y^2) E_{vy}(x, z) + \int_{-\beta_3}^{+\beta_3} q(\beta, \beta_y) \\ & \times (\beta^2 - \beta_y^2) E_{\beta y}(x, z) d\beta = -\frac{1}{2\pi} \int \omega^2 \mu \epsilon_{0i} \Delta \epsilon_i(x, y, z) \\ & \times [\mathbf{E}_{0y}(x, z) + \mathbf{E}_w(x, y, z)] \exp(i\beta'_y y) dy. \quad (8) \end{aligned}$$

Для нахождения системы связанных уравнений умножим (8) на комплексно-сопряженную функцию  $E_{v'y}^*(x, z)$  (в случае излучательных мод – на  $E_{\beta y}^*(x, z)$ ) и проинтегрируем результат по бесконечному поперечному сечению в плоскости  $xz$ , используя свойства ортонормированности волновых функций (полей)  $E_{vy}(x, z)$  и  $E_{\beta y}(x, z)$  [1, 2, 13–16]:

$$\frac{\beta_v}{2\omega\mu_0} \iint E_{v'y}^*(x, z) E_{vy}(x, z) dx dz = P \delta_{v'v}, \quad (9)$$

$$\iint E_{vy}(x, z) E_{\beta y}^*(x, z) dx dz = \delta_{v\beta}, \quad (10)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $P$  – мощность (например, единичная), переносимая направляемой модой ПВ;  $\delta_{v'v}$ ,  $\delta_{v\beta}$  – символы Кронекера [13]. В (10) полагается, что индекс мод излучения  $\beta$  изменяется непрерывно, как и индекс направляемых мод  $v$ . В результате имеем

$$\begin{aligned} & \sum_v C(v, \beta_y) (\beta_v^2 - \beta_y^2) \delta_{v'v} = -\frac{1}{2\pi} \iiint \omega^2 \mu \epsilon_{0i} \Delta \epsilon_i(x, y, z) \\ & \times E_{v'y}^*(x, z) [\mathbf{E}_{0y}(x, z) + \mathbf{E}_w(x, y, z)] \exp(i\beta_y y) dx dy dz. \quad (11) \end{aligned}$$

Из (11) можем теперь найти выражение для коэффициента разложения направляемых волноводных мод  $C(v, \beta_y)$ :

$$\begin{aligned} C(v, \beta_y) & = -\frac{\omega^2 \mu \epsilon_{0i}}{2\pi(\beta_v^2 - \beta_y^2)} \iiint \Delta \epsilon_i(x, y, z) E_{v'y}^*(x, z) \\ & \times [\mathbf{E}_{0y}(x, z) + \mathbf{E}_w(x, y, z)] \exp(i\beta_y y) dx dy dz. \quad (12) \end{aligned}$$

Отметим (рис.2), что  $\beta_v$  может принимать значения в интервалах  $(-\beta_2, -\beta_3)$  и  $(\beta_3, \beta_2)$ , а  $\beta_y$  – в трех других, лежащих между ними интервалах  $(-\beta_3, -\beta_1)$ ,  $(-\beta_1, \beta_1)$  и  $(\beta_1, \beta_3)$ . Таким образом,  $\beta_v$  никогда не равно  $\beta_y$  (см. ниже комментарий к рис.2). Для полей непрерывного спектра излучения (излучательные моды) получаем аналогично (9) выражение

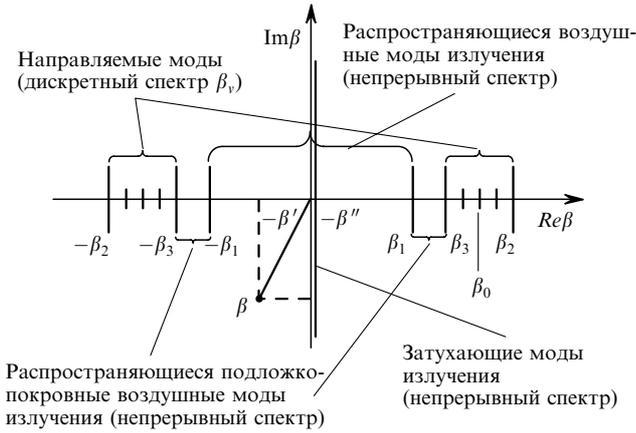


Рис.2. Диаграмма постоянных распространения  $\beta$  направляемых мод и мод излучения нерегулярного несимметричного волновода, иллюстрирующая процесс рассеяния лазерного излучения на нерегулярностях волновода;  $\beta_1 = kn_1$ ,  $\beta_2 = kn_2$ ,  $\beta_3 = kn_3$ ,  $\beta_0 = k\gamma$ ,  $\beta = \beta' - i\beta''$ .

$$\frac{\beta}{2\omega\mu_0} \iint E_{\beta'y}^*(x, z) E_{\beta y}(x, z) dx dz = P\delta(\beta' - \beta). \quad (13)$$

Тогда аналогично (12) коэффициент разложения для мод рассеяния может быть записан в следующем виде:

$$q(\beta, \beta_y) = \frac{-\omega^2 \mu \epsilon_{0i}}{2\pi(\beta^2 - \beta_y^2)} \iiint \Delta \epsilon_i(x, y, z) E_{\beta y}^*(x, z) \times [E_{0y}(x, z) + E_w(x, y, z)] \exp(i\beta_y y) dx dy dz. \quad (14)$$

Как отмечено выше, решение исходного неоднородного волнового уравнения может быть получено в виде свертки некоторой функции Грина  $G(x, y, z; x', y', z')$  с выражением для источника  $\omega^2 \mu \epsilon_{0i} \Delta \epsilon_i(x, y, z) [E_{0y}(x, z) + E_w(x, y, z)]$  (см. уравнение (3)). Для того чтобы найти явное выражение для функции Грина уравнения (3), необходимо подставить соотношения для коэффициентов разложения  $C$  ( $\beta, \beta_y$ ) и  $q$  ( $\beta, \beta_y$ ) в уравнение (4). В результате получаем

$$E_s(x, y, z) = \frac{-\omega^2 \mu \epsilon_{0i}}{2\pi} \left\{ \sum_y \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta_y \iiint \Delta \epsilon_i(x', y', z') \times E_{\beta_y}^*(x', z') [E_{0y}(x', z') + E_w(x', y', z')] \exp(i\beta_y y) \times E_{\beta y}(x, z) \exp(-i\beta_y y') \frac{dx' dy' dz'}{\beta_y^2 - \beta^2} + \omega^2 \mu \epsilon_{0i} \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta_y \times \int_{-\beta_3}^{+\beta_3} d\beta \iiint \Delta \epsilon_i(x', y', z') E_{\beta y}^*(x', z') \times [E_{0y}(x', z') + E_w(x', y', z')] \exp(i\beta_y y) E_{\beta y}(x, z) \times \exp(-i\beta_y y') \frac{dx' dy' dz'}{\beta^2 - \beta_y^2} \right\}. \quad (15)$$

Пределы интегрирования по поперечному сечению волновода  $xu$  и вдоль направления распространения волновой моды  $z$  зависят от размеров конкретного волновода и условий экспериментального исследования. При компьютерных расчетах необходимо уточнять и пределы интегрирования по переменным  $\beta$  и  $\beta_y$ . После группи-

ровки подобных членов в правой части (15), получаем следующее уравнение:

$$E_s(x, y, z) = \frac{-\omega^2 \mu \epsilon_{0i}}{2\pi} \iiint \Delta \epsilon_i(x', y', z') \times [E_{0y}(x', z') + E_w(x', y', z')] \exp(i\beta_y y) dx' dy' dz' \times \left[ \sum_y \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i\beta_y(y - y')] \frac{E_{\beta_y}^*(x', z') E_{\beta y}(x, z)}{\beta_y^2 - \beta^2} d\beta_y + \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta_y \int_{-\beta_3}^{+\beta_3} \exp[-i\beta_y(y - y')] \frac{E_{\beta_y}^*(x', z') E_{\beta y}(x, z)}{\beta^2 - \beta_y^2} d\beta \right]. \quad (16)$$

Сравнивая его с уравнением (3), можем теперь записать явное выражение для искомой функции Грина  $G(x, y, z; x', y', z')$  исходного неоднородного волнового уравнения (2):

$$G(x, y, z; x', y', z') = \frac{1}{2\pi} \left[ \sum_y \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i\beta_y(y - y')] \times \frac{E_{\beta_y}^*(x', z') E_{\beta y}(x, z)}{\beta_y^2 - \beta^2} d\beta_y + \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta_y \times \int_{-\beta_3}^{+\beta_3} \exp[-i\beta_y(y - y')] \frac{E_{\beta_y}^*(x', z') E_{\beta y}(x, z)}{\beta^2 - \beta_y^2} d\beta \right]. \quad (17)$$

Для анализа выражения (17) воспользуемся диаграммой спектров постоянных распространения направляемых мод и мод излучения нерегулярного несимметричного волновода (рис.2).

Диапазон возможных значений  $\beta_y$  постоянных распространения направляемых мод дискретного спектра определяется неравенством:  $\beta_3 < |\beta_y| < \beta_2$ . О вытекающих модах подробно сказано выше. Диапазон возможных значений  $\beta$  постоянных распространения мод излучения непрерывного спектра определяется неравенством  $-\beta_3 < \beta < \beta_3$ . Этот диапазон включает в себя диапазон постоянных распространения покровных (воздушных) мод излучения  $-\beta_1 < \beta < \beta_1$  и два диапазона постоянных распространения подложко-покровных мод излучения:  $-\beta_3 < \beta < -\beta_1$  и  $\beta_1 < \beta < \beta_3$ . Отметим, что диапазон возможных значений  $\beta_y$  направляемых мод существует для действительных значений коэффициента замедления волновода  $\gamma$  (эффективный показатель преломления волновода):  $n_3 < \gamma < n_2$ . Диапазон возможных значений  $\beta$  распространяющихся мод излучения существует для действительных значений поперечной составляющей постоянной распространения мод рассеяния  $\rho = (k^2 n_i^2 - \beta^2)^{1/2}$ . При этом имеется также еще один диапазон возможных значений  $\beta$ , которые задаются чисто мнимыми значениями  $-i|\beta|$ . Он определяет затухающие моды нерегулярного волновода, которые описывают локальные поля вблизи источников излучения (в области нерегулярности). Используя их, мы можем описать поле излучения в ближней зоне.

Опираясь на приведенный выше анализ существующих в нерегулярном несимметричном оптическом волноводе мод, представим в общем случае постоянную распространения мод излучения как некоторую комплексную величину  $\beta = \beta' - i\beta''$  с вещественной составляющей  $\beta'$ , которую мы обычно рассматриваем, и мнимой сос-

твляющей  $\beta''$ . В общем случае при трехмерном рассмотрении  $\beta$  может быть комплексным трехмерным вектором.

При таком подходе рассеянная мощность является суммой мощностей, переносимых затухающими и распространяющимися модами излучения [16, 19, 20]. Обычно первую составляющую называют реактивной (мнимой) мощностью, а вторую – активной. Реактивная мощность убывает экспоненциально в направлении распространения (неоднородные волны) и слабо участвует в формировании диаграммы рассеяния в дальней зоне (зоне фраунгоферовской дифракции). Д.Маркузе ошибочно отмечает в [13], что неоднородные волны не уносят мощности и, следовательно, не дают вклада в поле излучения в дальней зоне, а потому не являются важными при изучении потерь на излучение в нерегулярном волноводе. Однако при высоком отношении сигнала к шуму и/или специальной регистрации и обработке данных рассеяния в дальней зоне можно извлечь некоторую информацию о локальных полях вблизи источника, которые, как известно, несут важнейшую информацию о субволновой структуре нерегулярностей [19–21].

С учетом вышесказанного проведем анализ выражения (17) для для двух теоретически и практически очень важных случаев – распространяющихся и затухающих мод излучения.

**2.1. Распространяющиеся моды излучения**

Из полученного выражения для функции Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  (17) видно, что она содержит интегралы типа

$$\Psi_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-i\beta_y(y - y')]}{\beta^2 - \beta_y^2} d\beta_y,$$

где подынтегральное выражение равно отношению двух голоморфных (однозначных аналитических) функций. Подчеркнем, что интеграл  $\Psi_1$  берется по действительной оси постоянной распространения мод излучения. Это выражение имеет простые полюсы при  $\beta_y = \pm\beta_v$ ,  $\pm\beta$ . Для нахождения интегралов вида  $\Psi_1$  рассмотрим контуры интегрирования при  $y' > y$  и  $y > y'$ . При этом учтем, что в силу леммы Жордана [22] эти интегралы по полуокружности радиусом  $R$  обращаются в нуль при  $R \rightarrow +\infty$ . Для вычисления контурных интегралов воспользуемся методом вычетов [22] и получим выражение

$$\left. \begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-i\beta_y(y - y')]}{\beta^2 - \beta_y^2} d\beta_y \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-i\beta_y(y - y')]}{\beta_v^2 - \beta_y^2} d\beta_y \end{aligned} \right\} = 2\pi i \sum_{m=1}^2 \text{Res}_m(\beta_y = \pm\beta) = -4\pi i \frac{\exp(-i\beta|y - y'|)}{2\beta} = -2\pi i \frac{\exp(-i\beta|y - y'|)}{2\beta}. \quad (18)$$

В результате всех вычислений можно, записать для распространяющихся мод излучения окончательное аналитическое выражение для функции Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  исходного неоднородного волнового уравнения (2):

$$G(x, y, z; x', y', z') = -2i \left\{ \sum_v \exp[-i\beta_{vy}(y - y')] \times \frac{E_{vy}^*(x', z')E_{vy}(x, z)}{\beta_v} + \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i\beta_y(y - y')] \times \right.$$

$$\left. \times \frac{E_{\beta y}^*(x', z')E_{\beta y}(x, z)}{\beta} d\beta \right\}, \quad (19)$$

где сумма учитывает вклад в потери направляемой моды на межмодовое преобразование (межмодовое взаимодействие), а интеграл – вклад в потери направляемой моды на рассеяние во все окружающее пространство (или на трехмерное рассеяние). Оба вида потерь связаны с нерегулярностью структуры рассматриваемого интегрально-оптического волновода, а именно с неровностью его границ и неоднородностью показателя преломления образующих его сред. Важно отметить, что выражение для функции Грина (19) учитывает эффекты многократного рассеяния (отражения) и, следовательно, нелокальную (интегральную) связь между падающей и рассеянными волнами. Как известно, в случае эффектов однократного рассеяния локальная часть общей функции Грина, учитывающей все эффекты рассеяния, определяет локальную (точечную) связь падающей и рассеянных волн с помощью дельта-функции. При учете только однократных эффектов рассеяния (модель рассеяния Борна) рассеянная ( $E_s$ ) и падающая ( $E_i$ ) волны связаны простым линейным соотношением с помощью локального коэффициента отражения  $R(x', z', y')$ , а именно:  $E_s \approx R(x', z', y')E_i$ .

С учетом выражения для функции Грина (19) соотношение для поля излучения, обусловленного потерями направляемой моды на межмодовое преобразование и рассеяние во все окружающее пространство, вне слоя волновода принимает вид

$$E_s(x, y, z) = 2i k^2 \bar{n}_i^2 \iint \left\{ \sum_v \exp[-i\beta_{vy}(y - y')] \times \frac{E_{vy}^*(x', z')E_{vy}(x, z)}{\beta_v} + \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i\beta_y(y - y')] \times \frac{E_{\beta y}^*(x', z')E_{\beta y}(x, z)}{\beta} d\beta \right\} \Delta n_i^2(x', y', z') [E_{0y}(x', z') + E_w(x', y', z')] \exp(i\beta_y y) dx' dy' dz' = 2i k^2 \bar{n}_i^2 \int_{-L_y/2}^{+L_y/2} dy' \times \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \left\{ \sum_v \exp[-i\beta_{vy}(y - y')] \frac{E_{vy}^*(x', z')E_{vy}(x, z)}{\beta_v} + \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i\beta_y(y - y')] \frac{E_{\beta y}^*(x', z')E_{\beta y}(x, z)}{\beta} d\beta \right\} \times \Delta n_i^2(x', y', z') [E_{0y}(x', z') + E_w(x', y', z')] \exp(i\beta_y y), \quad (20)$$

где использовано равенство  $\omega^2 \mu_i \varepsilon_i = k^2 \bar{n}_i^2$ ;  $\bar{n}_i$  – среднее значение показателя преломления  $i$ -го слоя;  $L_y$  – протяженность нерегулярного участка в направлении оси  $y$ .

**2.2. Затухающие моды излучения**

Здесь для анализа интегралов вида

$$\Psi_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-i\beta_y(y - y')]}{\beta^2 - \beta_y^2} d\beta_y$$

в выражении для функции Грина (17) необходимо рассмотреть диапазон мнимых значений  $-i|\beta|$ , т. е. интеграл  $\Psi_2$ , в отличие от  $\Psi_1$ , берется по мнимой оси постоянной

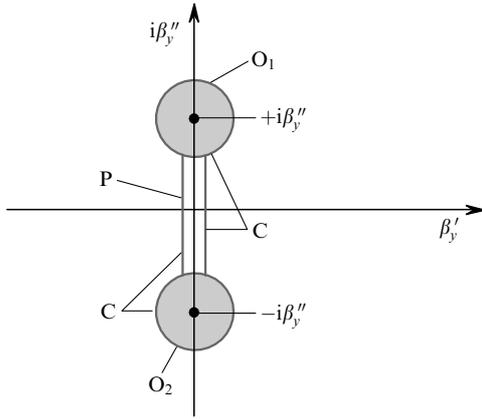


Рис.3. Произвольный контур интегрирования С, используемый для нахождения интеграла  $\Psi_2$ .

распространения мод излучения. Как указано выше, данный диапазон значений  $\beta$  определяет затухающие моды нерегулярного волновода. В этом случае подынтегральные выражения имеют также два простых полюса [22], но при  $i\beta_y'' = \pm i\beta_y''$ ,  $\pm i\beta_y''$ . Для нахождения интегралов возьмем некоторый произвольный контур интегрирования С, показанный на рис.3. Видно, что контур окружает оба полюса. При этом круги вокруг полюсов будут соединены между собой бесконечно узким разрезом Р, по берегам которого проводится интегрирование в противоположных направлениях. В качестве контура интегрирования можно взять совокупность двух отдельных замкнутых контуров  $O_1$  и  $O_2$ , каждый из которых содержит один из рассматриваемых простых полюсов  $\pm i\beta_y''$ .

Для нахождения интегралов вида  $\Psi_2$  применим описанный в п.2.1 способ вычисления вычета для простого полюса в тех случаях, когда подынтегральное выражение является отношением двух голоморфных функций:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-i\beta_y(y-y')]}{\beta^2 - \beta_y^2} d\beta_y &= 2\pi i \sum_{m=1}^2 \text{Res}_m(\beta_y = \pm i\beta) \\ &= 2\pi i \frac{\exp(\beta|y-y'|)}{2i\beta} + 2\pi i \frac{\exp(-\beta|y-y'|)}{-2i\beta} \\ &= \pi \frac{\exp(\beta|y-y'|)}{\beta} - \pi \frac{\exp(-\beta|y-y'|)}{\beta} \\ &= \frac{\pi}{\beta} [\exp(\beta|y-y'|) - \exp(-\beta|y-y'|)]. \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогичный вид имеет и выражение для интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-i\beta_y(y-y')]}{\beta_y^2 - \beta_y^2} d\beta_y.$$

В результате можем записать для случая затухающих мод излучения окончательное аналитическое выражение для функции Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  исходного неоднородного волнового уравнения (2):

$$\begin{aligned} G(x, y, z; x', y', z') &= \frac{\pi}{\beta} \left\{ \sum_v [\exp(\beta_{vy}|y-y'|) - \exp(-\beta_{vy}|y-y'|)] \frac{\mathbf{E}_{vy}^*(x', z') \mathbf{E}_{vy}(x, z)}{\beta_v} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \int_{-\infty}^{+\infty} [\exp(\beta_y|y-y'|) - \exp(-\beta_y|y-y'|)] \\ &\times \frac{\mathbf{E}_{\beta_y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta_y}(x, z)}{\beta} d\beta \left. \right\}, \end{aligned} \quad (22)$$

где, как и в (19), сумма учитывает вклад в потери направляемой моды на межмодовое преобразование (межмодовое взаимодействие в ближней зоне), а интеграл – вклад в потери направляемой моды на рассеяние во все окружающее пространство (или на трехмерное рассеяние), но в ближней зоне. С учетом (22) выражение для поля излучения, обусловленного потерями направляемой моды на межмодовое преобразование и рассеяние во все окружающее пространство в ближней зоне, принимает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s(x, y, z) &= \frac{-2\pi i}{\beta} \iiint \left\{ \sum_v [\exp(\beta_{vy}|y-y'|) - \exp(-\beta_{vy}|y-y'|)] \frac{\mathbf{E}_{vy}^*(x', z') \mathbf{E}_{vy}(x, z)}{\beta_v} \right. \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} [\exp(\beta_y|y-y'|) - \exp(-\beta_y|y-y'|)] \\ &\times \frac{\mathbf{E}_{\beta_y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta_y}(x, z)}{\beta} d\beta \left. \right\} k^2 \bar{n}_i^2 \Delta n_i^2(x', y', z') \\ &\times [\mathbf{E}_{0y}(x', z') + \mathbf{E}_w(x', y', z')] \exp(i\beta_y y) dx' dy' dz' \\ &= \frac{-2\pi i}{\beta} \int_{-L_y/2}^{+L_y/2} dy' \int_{-L_x/2}^{+L_x/2} dx' \int_{-L_z/2}^{+L_z/2} dz' \\ &\times \sum_v [\exp(\beta_{vy}|y-y'|) - \exp(-\beta_{vy}|y-y'|)] \\ &\times \frac{\mathbf{E}_{vy}^*(x', z') \mathbf{E}_{vy}(x, z)}{\beta_v} + \int_{-\infty}^{+\infty} [\exp(\beta_y|y-y'|) - \exp(-\beta_y|y-y'|)] \\ &\times \frac{\mathbf{E}_{\beta_y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta_y}(x, z)}{\beta} d\beta \left. \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

$\times k^2 \bar{n}_i^2 \Delta n_i^2(x', y', z') [\mathbf{E}_{0y}(x', z') + \mathbf{E}_w(x', y', z')] \exp(i\beta_y y)$ ,

где  $L_{x,y,z}$  – протяженности локальной трехмерной нерегулярности в направлении осей  $x, y, z$  соответственно. В (23) интегрирование по переменным  $x', y', z'$  ограничено величинами  $L_{x,y,z}$  соответственно, т. к. при регистрации рассеянного излучения в ближней зоне необходимо учесть вклад именно от данной локальной нерегулярности. Это тем более очевидно в случае одиночной нерегулярности типа ступеньки или канавки (локальный скачок показателя преломления). В (20) пределы интегрирования по  $x'$  и  $z'$  определяются в конечном счете размером области нерегулярности, дающей вклад в поле излучения в дальней зоне.

Поскольку физически реализуемым решением в рассматриваемом случае является решение, описывающее, как было отмечено выше, волны, затухающие экспоненциально в направлении распространения при удалении

от источника, то расчеты диаграмм рассеяния (амплитудно-фазовых и по мощности) в соответствии с общим выражением (23) необходимо проводить аккуратно, контролируя полученные в ходе компьютерного моделирования результаты.

Из анализа уравнений (20) и (23) становится понятным высказанное выше утверждение о нетривиальности как решения задачи нахождения трехмерной функции Грина для поставленной электродинамической задачи рассеяния направляемой моды оптического ПВ, так и вида полученных решений самой электродинамической задачи. Найденные выражения для полей излучения позволяют решить, по крайней мере, прямую задачу трехмерного рассеяния лазерного излучения в нерегулярном интегрально-оптическом волноводе в ближней и дальней зонах. Однако трехмерное моделирование в соответствии с выражениями (20) и (23) является не менее трудной задачей, чем получение приведенных аналитических выражений для трехмерного рассеянного поля.

При рассмотрении поля излучения вне волновода в (20) необходимо учесть только второе слагаемое под знаком тройного интеграла:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s^{\text{out wg}}(x, y, z) = & -2ik^2 \bar{n}_i^2 \int_{-L_y/2}^{+L_y/2} dy' \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i(\beta_{0y} - \beta)y'] \frac{\mathbf{E}_{\beta y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta y}(x, z)}{\beta} \Delta n_i^2(x', y', z') \\ & \times [\mathbf{E}_{0y}(x', z') + \mathbf{E}_{0w}(x', z')] \exp(-i\beta_y y) d\beta, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $\mathbf{E}_{0w}$  – амплитуда шума;  $\beta_{0y} = k_y \gamma = kn_2 \sin \varphi_{0y}$  – модуль продольной составляющей вектора распространения  $k_{y, n_2}$  волноводной моды вдоль оси  $y$  (здесь и далее учтен опущенный ранее множитель  $\exp(-i\beta_{0y} y')$  у  $\mathbf{E}_{0y}$  и  $\mathbf{E}_{0w}$ ). Аналогично (24) получаем для поля излучения в ближней зоне выражение

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s^{\text{near zone}}(x, y, z) = & \frac{-2\pi i k^2 \bar{n}_i^2}{\beta} \int_{-L_y/2}^{+L_y/2} dy' \int_{-L_x/2}^{+L_x/2} dx' \\ & \times \int_{-L_z/2}^{+L_z/2} dz' \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [\exp(\beta_y |y - y'|) - \exp(-\beta_y |y - y'|)] \right. \\ & \times \left. \frac{\mathbf{E}_{\beta y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta y}(x, z)}{\beta} d\beta \right\} \Delta n_i^2(x', y', z') \\ & \times [\mathbf{E}_{0y}(x', z') + \mathbf{E}_{0w}(x', z')] \exp(i\beta_y y) \exp(-i\beta_{0y} y'). \end{aligned} \quad (25)$$

В выражениях (24), (25) следует, вообще говоря, использовать знак приближенного равенства, поскольку мы ограничились рассмотрением распространения в ПВ моды ТЕ, а не гибридной моды (с шестью компонентами). Однако никаких других дополнительных предположений при выводе этих выражений мы не делали, поэтому уравнения (20) и (23) в рамках рассмотренной модели можно считать точными. Предположения о виде функции  $\varepsilon_i(x, y, z)$  (см. разд.2) и аддитивном характере шума могут быть заменены на предположения более общего характера. Несомненно, это приведет к серьезно усложнению аналитического решения рассмотренной выше трехмерной электродинамической задачи, но не даст каких-либо принципиально новых результатов, отличающихся от полученных нами выше.

### 2.3. Поляризационные явления при векторном рассеянии лазерного излучения на трехмерных нерегулярностях

Для учета поляризационных явлений в полученном приближенном решении рассмотренной электродинамической задачи распространения света (выражения (1), (2)) в оптическом ПВ с трехмерными нерегулярностями необходимо добавить в выражения для источника в уравнениях (2) и (3) аддитивную деполаризующую составляющую  $[\nabla \mathbf{E}_{0y}(x, z)][\nabla \varepsilon_i(x, y, z)/\varepsilon_{0i}]^*$ .

Опуская математические выкладки, запишем сразу конечное векторное выражение для поля излучения вне волновода (распространяющиеся моды излучения), рассеянного на трехмерных нерегулярностях:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s^{\text{out wg}}(x, y, z) = & -2i \int_{-L_y/2}^{+L_y/2} dy' \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i(\beta_{0y} - \beta)y'] \frac{\mathbf{E}_{\beta y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta y}(x, z)}{\beta} \\ & \times \left\{ k^2 \bar{n}_i^2 \Delta n_i^2(x', y', z') [\mathbf{E}_{0y}(x', z') + \mathbf{E}_{0w}(x', z')] \right. \\ & \left. + [\nabla \mathbf{E}_{0y}(x', z') - i\beta_{0y} \mathbf{E}_{0y}(x', z')] \frac{\nabla \varepsilon_i(x', y', z')}{\varepsilon_{0i}} \right\} \\ & \times \exp(-i\beta_y y) d\beta, \end{aligned} \quad (26)$$

которое позволяет исследовать поляризационные явления в нерегулярном интегрально-оптическом волноводе. С учетом проведенного выше анализа полученной функции Грина становится очевидным, что выражение для рассеянного поля (26) описывает векторное волновое рассеяние. При исследовании индикатрис этого рассеяния на статистических нерегулярностях требуется априорно знать (или задать) вид функции спектральной плотности или автокорреляционной функции нерегулярностей, а также оптические параметры поверхности и учитывать состояние поляризации падающего и рассеянного излучений. При этом усложняется анализ данных углового рассеяния в прямой задаче рассеяния и особенно – в обратной. Напомним, что в скалярной теории рассеяния единственным серьезным ограничением является малость среднеквадратичной высоты неровностей по сравнению с длиной волны падающего излучения. Аналогично получаем векторное трехмерное выражение для поля затухающих мод излучения:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s^{\text{near zone}}(x, y, z) = & -2i \int_{-L_y/2}^{+L_y/2} dy' \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} [\exp(\beta_y |y - y'|) - \exp(-\beta_y |y - y'|)] \\ & \times \frac{\mathbf{E}_{\beta y}^*(x', z') \mathbf{E}_{\beta y}(x, z)}{\beta} \left\{ k^2 \bar{n}_i^2 \Delta n_i^2(x', y', z') [\mathbf{E}_{0y}(x', z') + \right. \end{aligned}$$

\*В этой составляющей первый множитель – дивергенция вектора  $\mathbf{E}_{0y}$ , являющаяся мерой источников поля падающей волны, а второй – градиент диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_i(x, y, z)$ , характеризующий ее направление и величину максимального роста в заданной точке трехмерного пространства.

$$+ \mathbf{E}_{0w}(x', z') \exp(-i\beta_{0y}y') [\nabla \mathbf{E}_{0y}(x', z') - i\beta_{0y} \mathbf{E}_{0y}(x', z')] \frac{\nabla \varepsilon_i(x', y', z')}{\varepsilon_{0i}} \} \exp(-i\beta_y y) d\beta. \quad (27)$$

Уравнения (26) и (27) позволяют провести строгий анализ деполяризационных явлений в интегрально-оптическом волноводе с трехмерными нерегулярностями как в дальней, так и в ближней зоне. Для получения точного значения поля излучения в дальней зоне необходимо численно определить значение интеграла (20) или (26). Приближенное аналитическое выражение для поля излучения в дальней зоне можно найти, например, методом стационарной фазы.

Мы не проводим анализ поляризационных явлений и вычисление поля излучения в дальней зоне ввиду понятной (хотя и достаточно трудоемкой) процедуры их выполнения, а также потому, что даже без учета деполяризационных явлений нельзя использовать полученные здесь выражения для полей и мощности потерь на рассеяние на трехмерных нерегулярностях с целью нахождения аналитического решения обратной задачи теории волноводного рассеяния при наличии шума. Заметим только, что анализ уравнений (26), (27) действительно продемонстрировал появление у рассеянного поля кроме компонент с исходной поляризацией, например ТЕ, составляющих с ТМ-поляризацией. В связи с этим можно при определенных условиях говорить о квази-ТЕ- и квази-ТМ-модах, избегая рассмотрения возникающих в волноводе гибридных мод (с шестью компонентами) [13]. Напомним, что для гибридных мод не выполняется условие  $\partial E/\partial y = 0$ , т. е. существуют вариации полей в направлении  $y$ . Поэтому при использовании выражения для рассеянного поля в виде (26) или (27) необходимо оценивать величину эффекта деполяризации как для корректного применения трехмерного анализа электродинамической задачи рассеяния в нерегулярном волноводе с помощью ТЕ- и ТМ-мод, так и для учета возможного межмодового преобразования  $TE \rightleftharpoons TM$ .

#### 2.4. Потери мощности при векторном волноводном рассеянии

Теперь можно найти выражение для полной мощности  $P_\Sigma$ , переносимой всеми ТЕ-модами нерегулярного несимметричного оптического ПВ [13, 14]:

$$P_\Sigma = P \left[ \sum_v |C(v, \beta)|^2 + \sum_{m=1}^2 \int_0^{+\infty} |q(\beta, \beta_y)|^2 d\rho \right], \quad (28)$$

где индекс  $m$  означает, что суммирование проводится по четным и нечетным модам излучения. С учетом выражений (12) и (14) для коэффициентов разложения соотношение (28) принимает вид

$$P_\Sigma = P \left\{ \sum_v \left| 2ik^2 \bar{n}_i^2 \int_{-L_y/2}^{+L_y/2} dy' \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp[-i(\beta_{0y} - \beta_y)y'] \frac{\mathbf{E}_{vy}^*(x', z') [\mathbf{E}_{0y}(x', z') + \mathbf{E}_{0w}(x', z')]}{\beta_v} \times \Delta n_i^2(x', y', z') dz' \right|^2 + \sum_{m=1}^2 \int_0^{+\infty} \left| 2ik^2 \bar{n}_i^2 \int_{-L_y/2}^{+L_y/2} dy' \times \right.$$

$$\left. \times \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i(\beta_{0y} - \beta_y)y'] \Delta n_i^2(x', y', z') \times \frac{\mathbf{E}_{\beta_y}^*(x', z') [\mathbf{E}_{0y}(x', z') + \mathbf{E}_w(x', y', z')]}{\beta_v} dz' \right|^2 d\rho \right\}, \quad (29)$$

где первое слагаемое учитывает мощность, переносимую в плоскости волновода во всех направлениях всеми направляемыми модами, а второе – мощность, рассеиваемую как в плоскости волновода, так и (модами излучения) во всех направлениях в окружающее волновод пространство. Эти две составляющие полностью характеризуют потери мощности направляемой моды на рассеяние. Аналогично (29) может быть получено выражение, учитывающее поляризационные явления в волноводе. В (29) достаточно четко выделяется аддитивная составляющая мощности шумов. Это обстоятельство позволяет использовать данную модель шума, являющегося эффективной суммой шумов разной природы, приведенных к плоскости волновода, при рассмотрении прямой и обратной задач векторной теории волноводного рассеяния света при наличии шума.

Заметим, что полная векторная теория волноводного рассеяния в статистически нерегулярном интегрально-оптическом волноводе при наличии шума еще не разработана. Несомненно, решение этой задачи имеет первостепенное значение для развития нанотехнологий в интегральной оптике и волноводной оптоэлектронике. Действительно, трехмерный анализ рассеяния, в отличие от двумерного, позволит, например, точнее определить среднеквадратичные значения реальных нерегулярностей и, как следствие, правильно рассчитать такой важный для устройств интегральной оптики параметр, как затухание направляемой моды из-за рассеяния, а также намного точнее учесть влияние нерегулярностей на предельные лазерные характеристики. Кроме того, учет векторного характера полей, например в ближней зоне, позволит рассчитать трехмерные диаграммы рассеяния («профили мод рассеяния» в местах расположения субволновых топологических элементов интегрально-оптических структур: на их краях, на элементах связи и др.).

Для решения этих задач необходимо использовать численные методы трехмерного векторного моделирования, требующие разработки достаточно сложных алгоритмов с применением методов быстрого многомерного преобразования Фурье, наискорейшего спуска, стационарной фазы, стохастического дифференцирования и ряда других. В последние годы появились достаточно мощные методы обработки данных измерений, например новый метод, основанный на молекулярно-динамическом алгоритме [12], эволюционно-генетический метод, метод Бейкуса – Гилберта, метод Габора и др. В перспективе решение задачи трехмерного векторного моделирования позволит провести исследование рассеяния в интегрально-оптических волноводах и устройствах на их основе с произвольной трехмерной геометрией.

### 3. Заключение

В данной работе рассмотрены теоретические аспекты волноводного рассеяния лазерного излучения в интегрально-оптическом волноводе с трехмерными нерегулярностями при наличии шума. Развита векторная теория такого рассеяния. Найдены аналитические выраже-

ния для полей излучения в ближней и дальней зонах, а также для мощности рассеянного излучения. Проведен анализ полученных формул и дана соответствующая их интерпретация. Подчеркнута роль поляризационных явлений, возникающих при рассеянии в волноводе с трехмерными нерегулярностями. Представленная в настоящей работе векторная теория может стать основой для построения полной векторной теории волноводного рассеяния лазерного излучения в интегрально-оптическом волноводе с произвольной трехмерной топологией.

1. Егоров А.А. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **43**, 1090 (2000).
2. Егоров А.А. *Квантовая электроника*, **32**, 357 (2002).
3. Егоров А.А. *Квантовая электроника*, **33**, 335 (2003).
4. Егоров А.А. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **45**, 577 (2002).
5. Егоров А.А. *Оптика и спектроскопия*, **95**, 294 (2003).
6. Yegorov A.A. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4987**, 299 (2003).
7. Васкес С.Ф. де Фрейтас, Егоров А.А., Черемискин И.В. *Автоматрия*, № 2, 51 (1991).
8. Жук Н.П., Третьяков О.А. *Радиотехника и электроника*, **31**, 264 (1986).
9. Жук Н.П. *ЖТФ*, **56**, 825 (1986).
10. Басс Ф.Г., Фукс И.М. *Рассеяние волн на статистически неровной поверхности* (М.: Наука, 1972).
11. Hall D.G. *Opt. Lett.*, **6**, 601 (1981).
12. Nogo H., Nakayama T. *J. Opt. Soc. Am. A*, **14**, 1451 (1997).
13. Маркузе Д. *Оптические волноводы* (М.: Мир, 1974).
14. Содха М.С., Гхатак А.К. *Неоднородные оптические волноводы* (М.: Связь, 1980).
15. Снайдер А., Лав Дж. *Теория оптических волноводов* (М.: Радио и связь, 1987).
16. Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны* (М.: Радио и связь, 1988).
17. Лизоркин П.И. *Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа* (М.: Наука, 1981).
18. Арсенин В.Я. *Методы математической физики и специальные функции* (М.: Наука, 1974).
19. *Обратные задачи в оптике*. Под ред. Г.П.Болтса (М.: Машиностроение, 1984).
20. Аблеков В.К., Колядин С.А., Фролов А.В. *Высокоразрешающие оптические системы* (М.: Машиностроение, 1985).
21. Egorov A.A. *Laser Phys.*, **8**, 536 (1998).
22. Маркушевич А.И. *Краткий курс теории аналитических функций* (М.: Наука, 1978).