

# Расчет скорости и порога тепловой волны поглощения лазерного излучения в волоконном световоде

А.Н.Ткачев, С.И.Яковленко

*На основе нестационарного одномерного уравнения теплопроводности с учетом эффективного теплоотвода исследована тепловая волна поглощения лазерного излучения в сердцевине лазерного световода. Вычислены скорости распространения волны как функции интенсивности лазерного излучения, а также пороговые интенсивности, при которых возникает волна прогрева. Показано, что скорость волны при больших интенсивностях хорошо описывается известной из теории горения формулой и пропорциональна квадратному корню из интенсивности излучения. Предложены простые формулы, описывающие зависимость пороговой интенсивности от эффективного радиуса охлаждения, а также зависимость скорости волны от интенсивности излучения (включая припороговую область). Пороговые интенсивности лазерного излучения, полученные в расчетах, примерно вдвое превышают интенсивности, которые необходимы для выполнения равенства вводимой в элемент волокна мощности эффективной мощности теплоотвода из него. Найденные зависимости скорости волны от интенсивности света и пороговые интенсивности согласуются с имеющимися экспериментальными данными.*

**Ключевые слова:** тепловая волна, порог разрушения, волоконный световод.

## 1. Введение

Эффект резкого изменения под действием мощного лазерного излучения физических параметров прозрачного конденсированного вещества известен давно [1]. В частности, при превышении интенсивностью лазерного излучения некоторого порогового значения резко повышается коэффициент поглощения. При оптических разрядах в конденсированной среде [2, 3] и в газе [4] это приводит к распространению волны поглощения навстречу лазерному излучению.

В последние годы появился большой интерес к явлению такого рода в волоконных световодах [5–15]. Если на каком-либо участке волокна коэффициент поглощения больше, чем на других, то в этом месте происходит нагрев, который приводит к дальнейшему увеличению поглощения. Теплопроводность обеспечивает продвижение такой тепловой волны поглощения (ТВП) навстречу лазерному излучению. Это волну обычно инициируют локальным сторонним нагревом или прикосновением конца световода к поверхности, поглощающей лазерное излучение.

ТВП рассматривалась ранее в упрощенном стационарном приближении в системе координат, движущейся со скоростью волны [7, 8]. При этом не были найдены пороговые интенсивности излучения. В настоящей работе ТВП рассматривается на основе нестационарного уравнения теплопроводности. Получены зависимости скорости движения ТВП от интенсивности излучения и определены пороговые интенсивности излучения, при которых возникает ТВП.

## 2. Рассматриваемая модель

*Уравнение теплопроводности.* Нестационарная одномерная модель ТВП учитывает нагрев сердцевины световода лазерным излучением и его эффективное охлаждение за счет радиального теплопереноса во внешнюю среду. Берутся средние по сечению сердцевины световода, заполненной излучением, значения температуры  $T$  и интенсивности излучения  $I$ . Изменения этих средних величин вдоль оси световода и во времени описываются уравнениями

$$c_p(T)\rho(T)\frac{\partial}{\partial t}T(t,x) = \frac{\partial}{\partial x}\left[k(T)\frac{\partial}{\partial x}T(t,x)\right] + \alpha(T)I(t,x) - \frac{6(T-T_g)k(T)}{r_k^2} - \frac{2\delta}{r_{\text{rad}}}\sigma_{\text{SB}}(T^4 - T_g^4), \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}I(t,x) = -\alpha(T)I(t,x). \quad (2)$$

Здесь  $x$  – координата вдоль оси волокна ( $0 < x < l$ , где  $l$  – длина световода);  $c_p(T)$  – удельная теплоемкость;  $I$  – интенсивность (плотность потока энергии) лазерного излучения;  $\alpha(T)$  – коэффициент поглощения лазерного излучения;  $k(T)$  – коэффициент теплопроводности;  $\rho(T)$  – плотность вещества;  $T_g$  – температура стекла, окружающего сердцевину волокна;  $\sigma_{\text{SB}} = 5 \times 10^{-5} \text{ эрг} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2} \times \text{К}^{-4} = 1.03 \times 10^5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{эВ}^{-4}$  – постоянная Стефана – Больцмана;  $\delta$  – коэффициент черноты. Величины  $r_k$  и  $r_{\text{rad}}$  можно рассматривать как подгоночные параметры; они соответствуют эффективным радиусам, на которых существенно падает температура при соответствующем механизме охлаждения.

Зависимость коэффициента поглощения от температуры была выбрана следующей:

А.Н.Ткачев, С.И.Яковленко. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38

Поступила в редакцию 11 февраля 2004 г.

$$\alpha(T) = \begin{cases} 0, & T < T_1, \\ \alpha_p(T - T_1)/(T_p - T_1), & T_1 \leq T \leq T_p, \\ \alpha_p, & T > T_p. \end{cases}$$

Здесь  $\alpha_p$  – максимальный коэффициент поглощения;  $T_p$  – температура, при которой достигается этот максимальный коэффициент;  $T_1$  – температура, при которой начинается быстрый рост коэффициента поглощения. Полагалось, что  $T_p - T_1 \ll T_p$ , при этом результаты расчетов практически не зависят от  $T_1$ . Исходя из данных работ [7, 8], мы приняли, что  $\alpha_p = 560 \text{ см}^{-1}$  и  $T_p = 2000 \text{ }^\circ\text{C}$ . Если существенно изменить  $\alpha_p$ , то результаты расчетов не будут согласовываться с экспериментальными данными. Кроме того, считалось, что  $T_1 = 1700 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Зависимость теплоемкости от температуры и характеристик фазовых переходов представлялась в виде

$$c_p(T) = c_0(T) + \Delta c(T, T_m, \Delta T_m, \Delta H_m) + \Delta c(T, T_p, \Delta T_p, \Delta H_p).$$

Здесь  $c_0(T)$  – функция, описывающая зависимость теплоемкости от температуры в отсутствие фазовых переходов;

$$\Delta c(T, T_0, \Delta T_0, \Delta H_0) = \frac{\Delta H_0}{\pi^{1/2} \Delta T_0} \exp \left[ - \left( \frac{T - T_0}{\Delta T_0} \right)^2 \right]$$

– функция параметров  $T$ ,  $T_0$ ,  $\Delta T_0$ ,  $\Delta H_0$ , описывающая скачок теплоемкости в точке фазового перехода;  $T_m$  – температура плавления;  $\Delta H_m$  – энергия плавления;  $\Delta H_p$  – энергия фазового перехода при увеличении поглощения; величина  $\Delta T_0$  характеризует ширину фазового скачка.

Для стекла в приведенных здесь расчетах были выбраны следующие параметры [7, 8, 16]:  $\rho(T) = 2.65 \text{ г/см}^3$ ,  $k = 0.02 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$ ,  $c_0(T) = 0.74 \text{ Дж}\cdot\text{г}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$ ,  $T_m = 1600 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_p = 2000 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\Delta H_m = 142 \text{ Дж/г}$ ,  $\Delta H_p = 142 \text{ Дж/г}$ ,  $\Delta T_m = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_p = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ .

*Граничные и начальные условия.* Излучение с интенсивностью  $I_0$  вводится в волокно в точке  $x = 0$ :  $I(t, 0) = I_0$ . При этом из (2) имеем

$$I(t, x) = I_0 \exp \left\{ - \int_0^x \alpha[T(t, y)] dy \right\}.$$

Однако при численном интегрировании это выражение неудобно, поскольку содержит искомую величину  $T(t, x)$ . Считалось, что сток тепла с концов световода отсутствует:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=l} = 0.$$

Начальные условия соответствовали «ступеньке»:

$$T(t, x)|_{t=0} = \begin{cases} T_0 & \text{при } x < x_p, \\ T_p & \text{при } x \geq x_p. \end{cases}$$

Здесь  $x_p$  – координата точки начального возмущения. В расчетах полагалось, что  $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Для численного решения уравнений (1), (2) использовалась явная разностная схема первого порядка по времени и второго порядка по координате. Сетка по координате была равномерной, потоки вычислялись в граничных точках ячеек, а температуры – в центре ячеек (по-

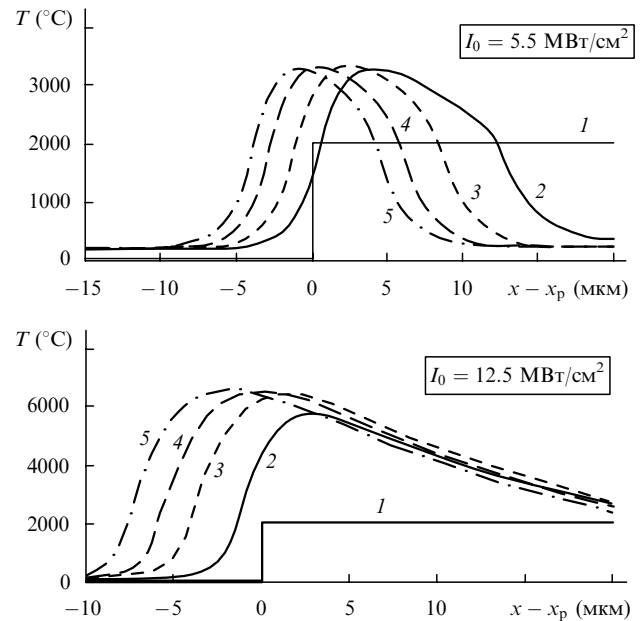


Рис.1. Распределение температуры по длине световода в моменты времени  $t = 0$  (начальное распределение) (1), 8 (2), 20 (3), 32 (4) и 40 мкс (5) (а), а также  $t = 0$  (1), 3 (2), 6 (3), 8 (4) и 10 мкс (5) (б) для  $I_0 = 5.5$  и  $12.5 \text{ МВт/см}^2$ ,  $r_k = 4 \text{ мкм}$ ,  $r_{\text{rad}} = 4 \text{ мкм}$ . Лазерное излучение направлено вдоль оси абсцисс слева направо.

дробнее см. в [17]). Точность расчетов контролировалась по выполнению закона сохранения энергии; в представленных ниже расчетах она была не хуже 0.1 %.

### 3. Результаты расчетов

*Распространение волны поглощения.* Характерное распределение температуры по оси световода при слабом и сильном лазерном излучении иллюстрирует рис.1. Как и следовало ожидать, имеет место пик температуры, продвигающийся навстречу лазерному пучку. Спад температуры за пиком обусловлен уменьшением интенсивности лазерного излучения за счет поглощения на длине  $\alpha_p^{-1} = 18 \text{ мкм}$  и теплопроводным охлаждением. Радиационное охлаждение существенно лишь при очень высоких температурах ( $T \sim 2.8 \times 10^4 \text{ К}$ ), которые здесь не достигаются. При меньшей интенсивности излучения охлаждение более существенно, поэтому пик выражен резче\*.

Скорость фронта ТВП  $v_f$  находилась по зависимости от времени координаты фронта  $x_f(t)$ , определяемой равенством  $T(t, x_f) = T_p$ . Зависимость  $x_f(t)$  с хорошей точностью являлась линейной:  $x_f(t) = v_f t + \text{const}$ , и по ее наклону находилась скорость  $v_f$ . Результаты расчетов представлены на рис.2. Там же приведены экспериментальные данные [12].

*Скорость ТВП.* В теории горения было установлено, что скорость распространения пламени пропорциональ-

\*Отметим следующее. За фронтом ТВП температура продолжает повышаться и достигает высоких значений ( $T \sim 10^4 \text{ К}$ ). Разумеется, в этой области образуется плазма, параметры которой рассмотрены в работе [18], и меняется коэффициент поглощения. Однако, согласно расчетным данным, лазерное излучение в указанной области уже сильно ослаблено и не влияет на скорость распространения ТВП. Отметим также, что приведенные расчеты согласуются с измерениями. По данным работы [7] при  $I = 0.28 \text{ МВт/см}^2$ , диаметре сердцевины 40 мкм и внешнем диаметре 125 мкм температура, измеренная по сплошному спектру, составляет 5400 К.

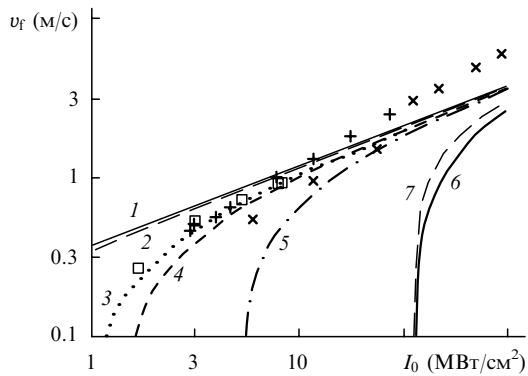


Рис.2. Зависимости скорости распространения фронта ТВП от интенсивности лазерного излучения, полученные при расчете по формуле (3) (1) и по формуле (4) (2), по формуле (6) при  $r_k = 10$  (3), 8 (4), 4 (5) и 1.5 мкм (6) и по формуле (7) (7), а также в эксперименте с SiO<sub>2</sub>-GeO<sub>2</sub>-волоконном с внешним диаметром 125 мкм [12] при разности показателей преломления в центре и на периферии  $\Delta n = 0.04$ , диаметре заполненной излучением сердцевины  $d = 3.3$  мкм (x),  $\Delta n = 0.009$ ,  $d = 5.75$  мкм (+) и  $\Delta n = 0.0015$ ,  $d = 11.05$  мкм (□).

на квадратному корню из удельной мощности энерговыделения [17]. Это используется в теории распространения разрядов [2], и выражение для скорости может быть в данном случае записано в виде

$$v_f = \frac{[k\alpha_p I_0 / (T_p - T_g)]^{1/2}}{\rho c_p} \quad (3)$$

В работах [7, 8] предложено несколько иное выражение для скорости фронта ТВП:

$$v_f = v_{f0} \left[ \left( \frac{I_0}{I_{ch}} + 1 \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (4)$$

Здесь  $v_{f0} = k\alpha_p / (2\rho c_p)$  характеризует линейное нарастание скорости с ростом интенсивности в слабых полях;  $I_{ch} = k\alpha_p (T - T_g) / 4$  – интенсивность лазерного излучения, при которой линейная зависимость переходит в корневую. Параметры расчетов, результаты которых представлены на рис.2, были таковы:  $v_{f0} = 0.03$  м/с,  $I_{ch} = 5.8 \times 10^{-3}$  МВт/см<sup>2</sup>.

Выражение (4) при  $I_0 \gg I_{ch}$  переходит в выражение (3). В (4) учтены затраты энергии на разогрев смеси, которыми пренебрегали при получении соотношения (3). Проведенные нами расчеты скорости фронта  $v_f$  в отсутствие охлаждения согласуются с расчетами по формуле (4), когда интенсивность много больше пороговой (см. ниже). Впрочем, в условиях эксперимента результаты, получаемые на основе выражений (3) и (4), близки друг другу (см. рис.2). Более существенным для зависимости скорости от интенсивности оказывается влияние охлаждения.

**Пороговые интенсивности.** В серии расчетов была определена пороговая интенсивность  $I_{th}$  для различных значений  $r_k$  (см. рис.2). При  $I_0 < I_{th}$  волна прогрева не возникает. Оценку порогового значения интенсивности излучения можно получить, приравняв поглощаемую мощность мощности теплоотвода. Обозначим найденную таким способом величину

$$I_{th1} \equiv \frac{6(T_p - T_g)k}{r_k^2 \alpha_p} \quad (5)$$

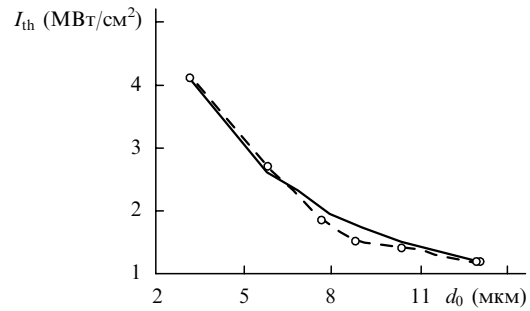


Рис.3. Зависимости пороговой интенсивности от диаметра сердцевины световода  $d_0$ . Точки – экспериментальные данные [12], сплошная кривая – расчет по формулам (5), (6), где  $r_k = d_0/2 + 3$  мкм.

Сравнение этой оценки с численными расчетами показывает, что результаты расчета в диапазонах  $1 < I_0 < 100$  МВт/см<sup>2</sup>,  $1.5 < r_k < 10$  мкм можно с высокой точностью описать простым выражением

$$I_{th}(r_k) = 1.84 I_{th1}(r_k) + 0.3 \text{ МВт/см}^2 \quad (6)$$

Кроме того, с погрешностью до 30 % результаты численных расчетов скорости фронта ТВП можно аппроксимировать выражением (рис.2)

$$v_f = \frac{1}{\rho c_p} \left[ \frac{k\alpha_p}{T_p - T_g} (I_0 - I_{th}) \right]^{1/2} \quad (7)$$

Сопоставление расчетов по формуле (6) с результатами измерений [12] пороговых интенсивностей проведено на рис.3.

#### 4. Заключение

Проведенные расчеты показали, что ТВП, бегущая по сердцевине световода, хорошо описывается нестационарным уравнением теплопроводности с учетом эффективного теплоотвода во внешнюю среду в радиальном направлении и стационарным уравнением для интенсивности лазерного излучения. Скорость ТВП при интенсивностях, намного превышающих пороговую, хорошо описывается известной из теории горения формулой и пропорциональна квадратному корню из интенсивности света. При качественном описании в выражении для скорости волны вблизи порога следует вычесть пороговую интенсивность из интенсивности лазерного излучения.

Пороговое значение интенсивности лазерного излучения по порядку величины оценивается из сравнения нагрева с теплоотводом. Полученное на основе численных расчетов пороговое значение интенсивности оказывается примерно вдвое большим.

Вычисленные зависимости скорости волны от интенсивности света и пороговые интенсивности согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Авторы благодарны Е.М.Дианову за постановку задачи, А.С.Бирюкову и И.А.Буфетову за обсуждение результатов, а также А.А.Фролову за предоставление результатов измерений в оцифрованном виде.

1. Аскармян Г.А., Прохоров А.М., Чантурия Г.Ф., Шипуло Г.П. *ЖЭТФ*, **44** (6), 2180 (1963); Прохоров А.М. *Квантовая электроника. Избранные труды* (М.: ИздАТ, 1996, с. 87–90).
2. Зеликин Н.В., Каск Н.Е., Радченко В.В., Фёдоров Г.М., Федорович О.В., Чопорняк Д.Б. *Письма в ЖТФ*, **4** (21), 1296 (1978).

3. Каск Н.Е., Корниенко Л.С. *Изв. АН СССР. Сер. физич.*, **46** (6), 1010 (1982).
4. Райзер Ю.П. *Лазерная искра и распространение разрядов* (М.: Наука, 1974).
5. Kashyap R. *Proc. Int. Conf. Lasers'87* (Lake Tahoe, Nevada, USA, 1987, pp. 859–866).
6. Kashyap R., Blow K.J. *Electron. Lett.*, **24** (1), 47 (1988).
7. Hand D.P., Russel P.St.J. *Opt. Lett.*, **13** (9), 767 (1988).
8. Hand D.P., Russel P.St.J. *Proc. XIV ECOC* (Brighton, UK, 1988, pt 1, pp. 111–114).
9. Kashyap R., Sayles A., Cornwell G.F. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2965**, 586 (1997).
10. Driscoll T.J., Calo J.M., Lawandy N.M. *Opt. Lett.*, **16** (13), 1046 (1991).
11. Dianov E.M., Mashinsky V.M., Myzina V.A., Sidorin Y.S., Streltsov A.M., Chickolini A.V. *Sov. Lightwave Commun.*, **2**, 293 (1992).
12. Дианов Е.М., Буфетов И.А., Фролов А.А., Плотниченко В.Г., Машинский В.М., Чурбанов М.Ф., Снопатин Г.Е. *Квантовая электроника*, **32** (6), 476 (2002).
13. Davis D.D., Mettler S.C., DiGiovanni D.J. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2714**, 202 (1997).
14. Davis D.D., Mettler S.C., DiGiovanni D.J. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2966**, 592 (1997); *Opt. Lett.*, **28** (12), 974 (2003).
15. *Физические величины. Справочник*. Под ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова (М.: Энергоатомиздат, 1991).
16. Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. *Laser Phys.*, **13** (10), 1259 (2003).
17. Зельдович Я.Б., Франк-Каменецкий Д.А. *Ж. физ. хим.*, **12** (1), 100 (1938); Зельдович Я.Б. *Избранные труды. Химическая физика и гидродинамика* (М.: Наука, 1984, с. 226–232).
18. Яковленко С.И. *Квантовая электроника*, **34** (8), 765 (2004).