

Влияние толщины нелинейного кристалла на характеристики автокоррелятора фемтосекундных световых импульсов

А.В.Масалов, А.В.Чудновский

Показано, что в нелинейных автокорреляторах, предназначенных для измерения длительностей и профилей фемтосекундных световых импульсов, конечная толщина кристалла второй гармоники вносит искажение в результаты измерений главным образом за счет дисперсионного уширения (или сжатия) измеряемых импульсов, а также за счет конечной ширины синхронизма генерации суммарной частоты. Дисперсия кристалла, масштабируемая половиной его толщины, искажает длительность импульса в большей или меньшей степени в зависимости от его начального чирпа и тем самым определяет ширину наблюдаемого в автокорреляторе распределения. Конечная ширина синхронизма с ростом толщины кристалла ведет к трансформации регистрируемого распределения из функции корреляции интенсивности в квадрат модуля функции корреляции поля. Для импульсов гауссовой формы такая трансформация существенного влияния на регистрируемое распределение не оказывает. Приведены оценки погрешностей измерения длительности импульсов.

Ключевые слова: фемтосекундные световые импульсы, чирп, измерение длительности сверхкоротких импульсов, автокоррелятор, дисперсия нелинейных кристаллов.

1. Введение

Автокоррелятор, использующий генерацию суммарной частоты в нелинейном кристалле, предложенный в [1], является основной частью ряда измерителей длительности и фазовой модуляции фемтосекундных световых импульсов (см., напр., метод измерения длительности фемтосекундных импульсов автокоррелятором со спектральным разрешением SHG-FROG [2] и метод интерференционного автокоррелятора со спектрально-пространственной регистрацией сигнала SPRINT [3]). От толщины используемого кристалла зависит как чувствительность прибора, так и точность воспроизведения корреляционной функции: с увеличением толщины кристалла растет не только интенсивность регистрируемого сигнала, но и увеличиваются дисперсионные искажения регистрируемого распределения энергии в измерителе. Несмотря на широкое распространение автокорреляторов для измерения длительности световых импульсов, количественные данные об искажениях измеряемой корреляционной функции, связанных с толщиной нелинейного кристалла, малочисленны. Наиболее подробный расчет дисперсионных искажений корреляционной функции выполнен в работе [4], где сделан вывод о доминирующей роли расстройки групповых скоростей импульса основной частоты и второй гармоники. Со времени публикации работы [4] прогресс в технике генерации фемтосекундных световых импульсов привел к сокращению их длительностей почти на порядок. Это требует проведения более аккуратного расчета дисперсионных эффектов в автокорреляторе с включением факторов, проигнорированных в [4], в частности чирпа исходных импульсов.

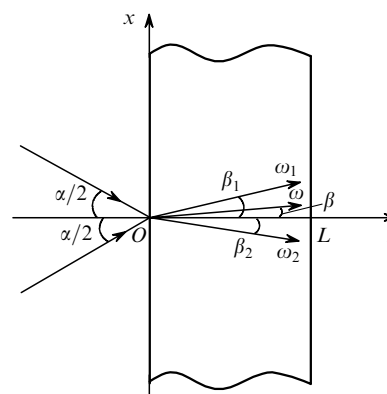


Рис.1. Схема неколлинеарной генерации суммарной частоты.

В настоящей работе выполнен такой расчет и представлены соотношения, описывающие влияние толщины нелинейного кристалла на форму пространственного распределения, которое регистрируется в автокорреляторе, основанном на генерации суммарной частоты. Из результатов расчета следует, что наиболее важной причиной искажений является дисперсионное уширение (сжатие) исходных импульсов, а полученные соотношения применяются для количественных оценок погрешностей измерения.

В расчетах используется следующая схема измерений автокорреляционной функции интенсивности [1]. Две копии исходного импульса направляются в кристалл, суммирующий спектральные компоненты каждого из импульсов ω_1 и ω_2 под небольшим углом α (рис.1). На выходе из кристалла регистрируется пространственное распределение энергии излучения суммарной частоты ω , которое интерпретируется как автокорреляционная функция интенсивности импульса

$$\int I\left(t - \frac{x}{c} \sin \frac{\alpha}{2}\right) I\left(t + \frac{x}{c} \sin \frac{\alpha}{2}\right) dt.$$

А.В.Масалов, А.В.Чудновский. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: masalov@mail1.lebedev.ru; a_v_ch@mail.ru

Однако из-за таких эффектов, как уширение импульсов по мере их распространения через кристалл, ограничение ширины синхронизма и некоторых других, регистрируемое распределение отличается от этой автокорреляционной функции.

В настоящей работе регистрируемое распределение поля и энергии в автокорреляторе рассчитано с учетом четырех механизмов влияния толщины кристалла: 1) ограничения ширины синхронизма нелинейного взаимодействия; 2) дисперсионного уширения (либо сжатия) импульсов за счет дисперсии нелинейного кристалла; 3) угловой дисперсии кристалла, проявляющейся при неколлинеарном распространении пучков; 4) дисперсии нелинейной восприимчивости кристалла в процессе генерации суммарной частоты.

Отметим, что только первый фактор принят во внимание в [4]. В работах [5], обобщающих этот расчет на случай суммирования импульсов с разными частотами, также учтены только расстройки групповых скоростей.

В нашем случае уравнение, описывающее генерацию суммарной частоты, представлено и интегрируется с учетом дисперсионных эффектов более высокого порядка, чем расстройка групповых скоростей. Это позволяет использовать полученные результаты для исследования импульсов предельно малой длительности (4–5 фс). Поскольку в расчете приводятся формулы не только для распределения регистрируемой энергии, но и для поля суммарной частоты, результаты могут быть применены для анализа изображений, регистрируемых с использованием методов SHG-FROG и SPRINT.

2. Уравнение для поля суммарной частоты

Регистрируемое излучение состоит из волн суммарной частоты, порождаемых каждым элементарным слоем кристалла (z' , $z' + dz'$). Ответственной за излучение на суммарной частоте ω является поляризация вещества, пропорциональная нелинейной восприимчивости $\chi(\omega_1, \omega_2; \omega = \omega_1 + \omega_2)$ и спектральным амплитудам падающих импульсов:

$$d^3 P(\omega, x, z') = \chi(\omega_1, \omega_2; \omega = \omega_1 + \omega_2) \times s(\omega_1) \exp[-i\omega_1 t + ik_1(x \sin \beta_1 + z' \cos \beta_1)] s(\omega_2) \times \exp[-i\omega_2 t + ik_2(-x \sin \beta_2 + z' \cos \beta_2)] dz' d\omega_1 d\omega_2, \quad (1)$$

где $s(\omega_1) \exp[-i\omega_1 t + ik_1(x \sin \beta_1 + z' \cos \beta_1)] d\omega_1$ и $s(\omega_2) \times \exp[-i\omega_2 t + ik_2(-x \sin \beta_2 + z' \cos \beta_2)] d\omega_2$ – спектральные компоненты суммируемых волн в заданном слое кристалла (обозначения осей координат и углов указаны на рис. 1). Поляризация данного слоя порождает в окружающем пространстве плоскую монохроматическую волну со спектральной амплитудой

$$d^3 s_{SF}(\omega, x, z, z') = \frac{2\pi i \omega}{cn(\omega)} \chi(\omega_1, \omega_2; \omega) s(\omega_1) s(\omega_2) \times \exp[ik(x \sin \beta + z \cos \beta) + i\varphi(z')] dz' d\omega_1 d\omega_2, \quad (2)$$

где фактор $2\pi i \omega / cn(\omega)$ возникает из-за перехода от поляризации к полю. Направление волны (2) и ее фаза определяются условием совпадения пространственных структур волны (2) и поляризации (1) при $z = z'$, что приводит к уравнениям

$$\varphi(z') = (k_1 \cos \beta_1 + k_2 \cos \beta_2 - k \cos \beta) z' \equiv \Delta k z', \quad (3)$$

$$k \sin \beta = k_1 \sin \beta_1 - k_2 \sin \beta_2 \equiv \frac{\omega_1 - \omega_2}{c} \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (4)$$

Приведенные соотношения предполагают синхронизм типа ooe при генерации суммарной частоты, причем в качестве $n(\omega)$ используется показатель преломления для необыкновенной волны в области суммарной частоты, а в качестве $n(\omega_1)$ и $n(\omega_2)$ – обыкновенные показатели преломления в области основных частот. При этом снос луча суммарной частоты, свойственный необыкновенным волнам, здесь не учитывается, так как он происходит по оси y и слабо влияет на распределение поля по оси x . Запись выражений для синхронизма другого типа не представляет принципиальных трудностей. После интегрирования соотношения (2) по толщине кристалла L получим поле суммарной частоты на выходной грани кристалла ($z = L$) в предположении отсутствия истощения энергии падающих импульсов:

$$d^2 s_{SF}(\omega, x, L) \propto \frac{\sin \Delta k L / 2}{\Delta k} \exp\left(\frac{i \Delta k L}{2}\right) \times \frac{\omega}{n(\omega)} \chi(\omega_1, \omega_2; \omega) s(\omega_1) s(\omega_2) \exp(ik_1 x \sin \beta_1 - ik_2 x \sin \beta_2 + ikL \cos \beta) d\omega_1 d\omega_2. \quad (5)$$

Выражение (5) совпадает с таковым из работы [6], авторы которой не анализировали влияние толщины кристалла. Правая часть выражения (5) может быть с хорошей степенью точности факторизована на частотные множители, что позволяет упростить последующее интегрирование. Факторизуем частотную зависимость нелинейной поляризуемости, пользуясь правилом Миллера:

$$\chi(\omega_1, \omega_2; \omega) \propto [n^2(\omega_1) - 1][n^2(\omega_2) - 1][n^2(\omega) - 1].$$

Тогда

$$d^2 s_{SF}(\omega, x, L) \propto \frac{\omega}{n(\omega)} [n^2(\omega) - 1] \frac{\sin \Delta k L / 2}{\Delta k} \times \exp\left(ik \frac{L}{2} \cos \beta\right) [n^2(\omega_1) - 1] s(\omega_1) \times \exp\left(ik_1 x \sin \beta_1 + ik_1 \frac{L}{2} \cos \beta_1\right) [n^2(\omega_2) - 1] s(\omega_2) \times \exp\left(-ik_2 x \sin \beta_2 + ik_2 \frac{L}{2} \cos \beta_2\right) d\omega_1 d\omega_2. \quad (7)$$

Как будет показано ниже, частоты падающих волн входят в выражение для расстройки Δk главным образом в виде суммы, что после замены $\omega_1 + \omega_2$ на ω приведет к независимости расстройки от этих частот. Поскольку угол β , характеризующий направление спектральной компоненты волны суммарной частоты, мал, можно положить $\cos \beta = 1$. При этих условиях спектральная компонента поля суммарной частоты (7) представляется в виде трех сомножителей:

спектра первого исходного импульса с множителями, ответственными за дисперсию половинной (!) толщины кристалла (экспоненциальный множитель) и за дисперсию нелинейности среды (множитель $[n^2(\omega_1) - 1]$)

$$\tilde{s}(\omega_1) = [n^2(\omega_1) - 1]s(\omega_1) \exp\left(ik_1 \frac{L}{2} \cos \beta_1\right), \quad (8)$$

спектра второго импульса с аналогичными множителями,

$$\tilde{s}(\omega_2) = [n^2(\omega_2) - 1]s(\omega_2) \exp\left(ik_2 \frac{L}{2} \cos \beta_2\right), \quad (9)$$

и функции $\text{sinc}(\Delta k L/2) \equiv (2/\Delta k L) \sin(\Delta k L/2)$ с множителями, описывающими влияние дисперсии половины толщины кристалла на частоте суммарной волны (множитель $\exp(ikL/2)$) и дисперсию нелинейности (множитель $\omega[n^2(\omega) - 1]/n(\omega)$):

$$g(\omega) = \frac{\omega}{n(\omega)} [n^2(\omega) - 1] \text{sinc}\left(\Delta k \frac{L}{2}\right) \exp\left(ik \frac{L}{2}\right). \quad (10)$$

Факторизация зависимостей от трех частот позволяет выписать формулы результирующего поля. Для вычисления полной спектральной компоненты суммарного поля выражение (5) следует проинтегрировать по спектральным компонентам $d\omega_1$ и $d\omega_2$ при условии $\omega_1 + \omega_2 = \omega$:

$$\begin{aligned} s_{\text{SF}}(\omega, \tau) &\propto g(\omega) \exp(-i\omega\tau/2) \\ &\times \int \tilde{s}(\omega_1) \tilde{s}(\omega - \omega_1) \exp(i\omega_1\tau) d\omega_1 \\ &\equiv g(\omega) \int \tilde{s}\left(\frac{\omega}{2} - \Omega\right) \tilde{s}\left(\frac{\omega}{2} + \Omega\right) \exp(-i\Omega\tau) d\Omega, \quad (11) \end{aligned}$$

где использовано точное соотношение $k_{1,2} \sin \beta_{1,2} \equiv \omega_{1,2} \times \sin(\alpha/2)/c$, учитывающее, что на входе в кристалл все спектральные компоненты исходных импульсов имеют единый угол падения $\alpha/2$ и поперечная координата x выражена в виде времени задержки $\tau = (2x/c) \sin(\alpha/2)$. Из (11) с помощью преобразования Фурье получаем поле на выходе из кристалла во временном представлении:

$$\begin{aligned} E_{\text{SF}}(t, \tau) &\propto \exp(-2i\omega_0 t) \\ &\times \int h(t - t') \tilde{A}\left(t' - \frac{\tau}{2}\right) \tilde{A}\left(t' + \frac{\tau}{2}\right) dt', \quad (12) \end{aligned}$$

где в качестве центральной частоты ω_0 излучения выбрана частота, соответствующая точному синхронизму. Здесь введена амплитудная огибающая поля импульса $\tilde{A}(t)$ относительно центральной частоты ω_0 , искаженная дисперсией кристалла на *половине* толщины и дисперсией нелинейности:

$$\begin{aligned} \tilde{A}(t) &= \int \tilde{s}(\omega) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \\ &= \int [n^2(\omega_0 + \Omega) - 1] s(\omega_0 + \Omega) \\ &\times \exp\left(-i\Omega t + ik_{1,2} \frac{L}{2} \cos \beta_{1,2}\right) d\Omega, \quad (13) \end{aligned}$$

где частотные зависимости волнового вектора и углов распространения полагаются для обоих входных импульсов одинаковыми. Кроме того, в (12) введено обозначение $h(t)$ для амплитудной огибающей некоторого фиктивного импульса, характеризующего расстройку

синхронизма и дисперсионные свойства среды в области суммарных частот:

$$\begin{aligned} h(t) &= \int g(\omega) \exp[-i(\omega - 2\omega_0)t] d\omega \\ &= \int \frac{\omega}{n(\omega)} [n^2(\omega) - 1] \text{sinc}\left(\Delta k \frac{L}{2}\right) \\ &\times \exp\left(ik \frac{L}{2}\right) \exp[-i(\omega - 2\omega_0)t] d\omega. \quad (14) \end{aligned}$$

Физический смысл импульса $h(t)$ обсуждается ниже. Его форма определяется фурье-образом функции $g(\omega)$, где основную роль играет расстройка синхронизма $\text{sinc}(\Delta k \times L/2)$, поэтому импульс $h(t)$ близок к прямоугольному с длительностью $\sim Ld(\Delta k)/d\omega$.

Соотношения (11) и (12) для поля суммарной частоты в спектральном и временном представлениях являются основными при дальнейшем анализе эффектов, связанных с толщиной нелинейного кристалла и возникающих при использовании той или иной схемы автокоррелятора. Так, в схеме SHG-FROG регистрируется энергия спектрально-разложенного поля суммарной частоты, т.е. квадрат модуля спектральной амплитуды (11). Такое же поле участвует в формировании интерференционной картины в схеме SPRINT. Преобразование соотношений (11) и (12) в область пространственных частот (т.е. относительно переменной τ) с помощью преобразования Фурье позволяет получить формулы для поля суммарной частоты в дальней зоне (в спектральном или временном представлениях), которые естественным образом обобщают угловые распределения, полученные в работе [8]. Однако в данном контексте нас интересует распределение энергии излучения суммарной частоты, регистрируемое на выходе кристалла, которое получается интегрированием квадрата модуля поля (12) по времени:

$$\begin{aligned} Q_{\text{SF}}(\tau) &\propto \iint H(t'' - t') \tilde{A}\left(t' - \frac{\tau}{2}\right) \\ &\times \tilde{A}\left(t' + \frac{\tau}{2}\right) \tilde{A}^*\left(t'' - \frac{\tau}{2}\right) \tilde{A}^*\left(t'' + \frac{\tau}{2}\right) dt' dt'', \quad (15) \end{aligned}$$

где $H(t) = \int h(t' + t) h^*(t') dt'$. Чтобы проанализировать характер распределения (15), конкретизируем вид импульса $h(t)$.

Свойства импульса $h(t)$ определяются, в основном, частотной зависимостью функции $\text{sinc}(\Delta k L/2)$. Оценим эту зависимость в первом приближении по разложению расстройки в частотный ряд около $2\omega_0$. В этом приближении

$$\begin{aligned} \Delta k(\omega) &\approx (\omega - 2\omega_0) \left[\frac{\cos \beta_0}{v(\omega_0)} - \frac{1}{v(2\omega_0)} + \frac{\omega_0}{c} \left(\frac{dn}{d\omega} \right)_{\omega_0} \right. \\ &\times \left. \frac{\sin^2 \beta_0}{\cos \beta_0} \right] = \frac{\omega - 2\omega_0}{c} \left[\left(\lambda \frac{dn}{d\lambda} \right)_{\lambda_0/2} - \left(\lambda \frac{dn}{d\lambda} \right)_{\lambda_0} \frac{1}{\cos \beta_0} \right]. \quad (16) \end{aligned}$$

Здесь $v(\omega_0) = 1/k'(\omega_0)$ и $v(2\omega_0) = 1/k'(2\omega_0)$ – групповые скорости импульсов излучения на соответствующих частотах, кроме того, подразумевается, что для центральной частоты излучения ω_0 выполняется условие точ-

ного синхронизма: $k(2\omega_0) = 2k_{1,2}(\omega_0) \cos \beta_0$. Первое равенство в (16) показывает структуру расстройки: основной вклад вносит разность групповой скорости $v(\omega_0)/\cos \beta_0$ основного излучения (из-за наклонного распространения входных импульсов присутствует фактор $\cos \beta_0$, где β_0 – средний угол распространения основного излучения внутри кристалла) и групповой скорости излучения суммарной частоты. Третье слагаемое с частотной производной показателя преломления – это поправка, обусловленная угловой дисперсией основного излучения. Второе равенство в (16) приведено для упрощения практических оценок. Видно, что в этом приближении зависимость расстройки от частот падающих волн отсутствует. Это происходит из-за того, что данные частоты входят в (16) в виде суммы и поэтому заменены на ω . Тогда импульс $h(t)$ становится близким по форме к прямоугольному с длительностью T , равной разности групповых времен распространения основного излучения и суммарной частоты через кристалл:

$$T = \frac{L}{c} \left[\left(\lambda \frac{dn}{d\lambda} \right)_{\lambda_0/2} - \left(\lambda \frac{dn}{d\lambda} \right)_{\lambda_0} \frac{1}{\cos \beta_0} \right]. \quad (17)$$

Форма этого импульса несколько отличается от прямоугольной и соответствует форме импульса с центральной частотой $2\omega_0$, испытывающего влияние дисперсии нелинейности и обычной дисперсии на половине толщины кристалла (14). Физический смысл импульса $h(t)$ виден из соотношения (12). Если рассматривать коллинеарное распространение исходных импульсов ($\tau = 0$) малой длительности (заведомо меньшей T), то $h(t)$ будет очевидно описывать форму результирующего поля второй гармоники в условиях сильного влияния расстройки синхронизма. Именно такой прямоугольный импульс второй гармоники наблюдали авторы [7] в сходных условиях.

Следует отметить, что и во втором порядке разложения расстройки Δk по частотам ее зависимость от частот падающих волн оказывается весьма слабой. Это происходит из-за того, что во второй член разложения эти частоты также входят главным образом в виде суммы и после замены на ω выпадают из выражения, а зависимость расстройки от других комбинаций исходных частот несущественна.

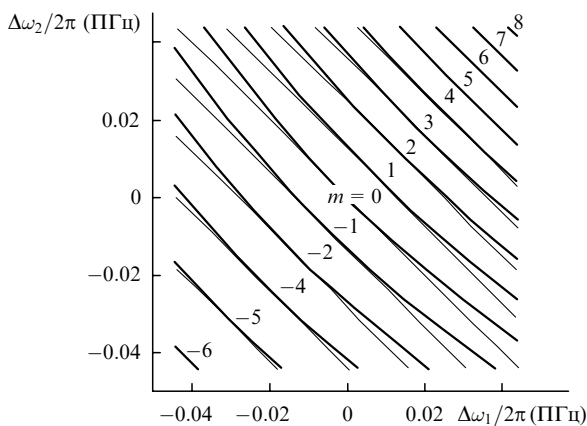


Рис.2. Зависимости расстройки от $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$ в виде линий, вдоль которых $\Delta k(\omega_1; \omega_2)L/2 = m\pi$, где $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$ – отклонения частот от частоты точного синхронизма. Тонкие линии иллюстрируют использованное приближение (11), в котором учитывалась зависимость Δk только от суммы частот, толстые линии рассчитаны с учетом всех членов второго порядка разложения Δk по частотам и приведены для сравнения.

Данное утверждение иллюстрирует рис.2, где для кристалла KDP толщиной 1 мм показаны нулевые линии функции $\sin[\Delta k(\omega_1; \omega_2)L/2]$ в области частот 0.375 ПГц (800 нм). Диапазон частот диаграммы соответствует утроенной ширине спектра падающих импульсов длительностью 15 фс. Видно, что отклонения расчетных кривых от линий, которые соответствуют отсутствию зависимости Δk от частот падающих волн, невелики. Таким образом, в дальнейшем анализе самостоятельная зависимость Δk от ω_1 и ω_2 игнорируется.

3. Эффекты, зависящие от толщины кристалла

Представленные выше выражения позволяют количественно оценить влияние факторов, связанных с толщиной кристалла, на формирование выходного поля в автокорреляторе. Наименьшую роль играют здесь угловая дисперсия и дисперсия нелинейности.

3.1. Угловая дисперсия

Угловая дисперсия кристалла оказывает влияние на величину расстройки (16) через множитель $1/\cos \beta_0$ и на величину дисперсии $k_{1,2}$, искажающей импульсы (13) в процессе распространения в кристалле, через множитель $\cos \beta_{1,2}$. Видно, что угловая дисперсия не имеет самостоятельного влияния на результирующее поле, а лишь количественно подправляет эффекты обычной дисперсии и дисперсии нелинейности. Кроме того, при небольших углах схождения пучков (не превышающих 10°) соответствующие косинусоидальные множители слабо (в пределах одного процента) отличаются от единицы. Поэтому угловая дисперсия может рассматриваться лишь как несущественная поправка к эффектам, перечисленным ниже.

3.2. Дисперсия нелинейности

Дисперсия нелинейного преобразования, факторизованная по правилу Миллера, входит в выражение (14) для $h(t)$ под знаком интеграла в виде множителя $\omega[n^2(\omega) - 1]/n(\omega)$ и в выражение (13) для трансформированных полей измеряемых импульсов в виде множителя $[n^2(\omega) - 1]$. Элементарные оценки показывают, что при разумных толщинах нелинейных кристаллов ($L > 10$ мкм) дисперсия нелинейности играет значительно менее важную роль, чем обычная дисперсия. Поэтому эффекты дисперсии нелинейности здесь рассматриваться не будут.

3.3. Ширина синхронизма

Расстройка синхронизма в нелинейном кристалле обусловлена дисперсионными эффектами первого порядка (в разложении волнового вектора по частотам) и сводится к разности T времен группового запаздывания. Обратимся к оценкам этого влияния в двух предельных случаях, когда длительность исходных импульсов много больше и много меньше T , т. е. в случаях тонкого и толстого кристаллов.

В случае тонкого кристалла функции $h(t)$ и $H(t)$ являются в формулах (12) и (15) δ -функциями, и регистрируемое распределение переходит в известное соотношение с корреляционной функцией интенсивности:

$$Q_{SF}(\tau) \propto \int \tilde{I}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \tilde{I}\left(t + \frac{\tau}{2}\right) dt, \quad (18)$$

где $\tilde{I}(t) = |\tilde{A}(t)|^2$.

В случае толстого кристалла временные изменения световых полей происходят на фоне слабо изменяющейся функции $H(t)$, т.е. теперь роль δ -функции играют измеряемые импульсы. В связи с этим функцию $H(t)$ можно вынести из-под знака интеграла, и регистрируемое распределение будет иметь следующий вид:

$$Q_{\text{SF}}(\tau) \propto \left| \int \tilde{A}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \tilde{A}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) dt \right|^2. \quad (19)$$

Распределение (19) формально представляет собой совершенно иную, нежели корреляция интенсивности (18), корреляционную функцию – квадрат модуля корреляции полей. Данная трансформация наблюдаемого распределения (19) не была обнаружена в работах [4–6], посвященных автокорреляционным измерениям. Однако первые же примеры показывают, что распределения (18) и (19) в количественном отношении мало отличаются друг от друга.

Действительно, в случае гауссова импульса с линейным чирпом b , входящим в амплитуду гауссова импульса $\exp(-ibt^2/2) \exp[-2(t/\Delta t_0)^2 \ln 2]$, эти распределения точно совпадают. Неотличимы они и для шумового импульса, представляющего собой гауссов шум светового поля, вписанный в относительно медленную импульсную огибающую. В случае «гиперболического» импульса с амплитудой $\exp(-ibt^2/2)/\cosh[2(t/\Delta t_0) \ln(1 + \sqrt{2})]$ наблюдается некоторое различие сравниваемых корреляционных функций (рис.3), причем оно зависит от чирпа b . При нулевом чирпе ширина распределения функции, определяемой толстым кристаллом, почти на 10% превышает ширину корреляционной функции в случае тонкого кристалла. При большом чирпе имеет место обратная ситуация: ширина корреляционной функции при толстом кристалле оказывается почти на столько же меньше ширины корреляционной функции при тонком кристалле. Только в случае прямоугольного светового импульса (технически не реализуемого в фемтосекундном диапазоне) видно, что корреляция интенсивностей имеет треугольное распределение, в то время как распределение (19) представляет собой квадрат треугольного.

Таким образом, можно сделать вывод, что влияние толщины кристалла, учитываемое в виде расстройки групповых скоростей основного излучения и суммарной частоты, в практически важных случаях не является главной причиной искажения регистрируемого распределе-

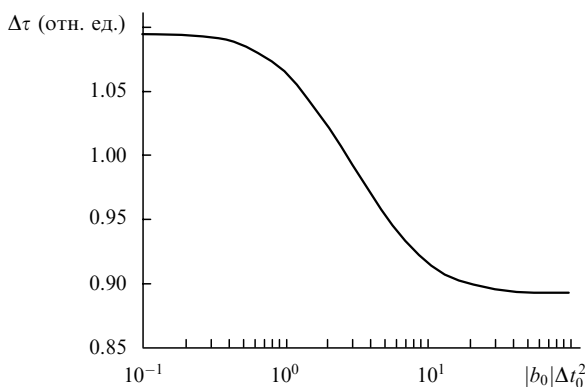


Рис.3. Ширина (по уровню 0.5) квадрата модуля корреляционной функции поля «гиперболического» импульса в зависимости от начального чирпа. За единицу принята ширина корреляционной функции интенсивности того же импульса.

ния в корреляторе. В этих условиях на первый план выходит влияние толщины кристалла, которое осуществляется через дисперсионное уширение самих измеряемых импульсов, распространяющихся в толще кристалла.

3.4. Дисперсионное уширение

Рассмотрим, наконец, эффекты дисперсии кристалла, описываемые экспоненциальными множителями вида $\exp[ik_{1,2}(L/2) \cos \beta_{1,2}]$ в формуле (13) и вида $\exp(ikL/2)$ в формуле (14). Как это принято в линейной оптике, будем анализировать роль дисперсии, считая, что разложение волновых векторов в ряд происходит около центральной частоты. Тогда нулевые (по частотной расстройке) члены дадут несущественные постоянные фазовые сдвиги в выражение для поля (12). Первые члены проявятся в виде времен группового запаздывания: результирующее поле суммарной частоты запаздает на групповое время $L/v(2\omega_0)$, падающие импульсы будут запаздывать на свое групповое время $L/v(\omega_0)$, а импульс $h(t)$ расположится в диапазоне от нуля до T . Данные величины запаздывания не вносят сколько-нибудь существенных изменений в форму результирующего поля (12). Нетривиального вклада следует ожидать от членов разложения волновых векторов второго порядка (и, возможно, последующих). Члены этих порядков приводят к уширению (либо сжатию) импульсов. Причем здесь мы не будем анализировать уширение фиктивного импульса $h(t)$, поскольку, как следует из п. 3.3, особенности формы импульса довольно слабо влияют на распределение энергии (15). Наоборот, изменение формы исходных импульсов непосредственно отражается на регистрируемом распределении и потому заслуживает количественной оценки.

Таким образом, регистрируемое в автокорреляторе распределение задается той формой импульса, которую он имеет в середине кристалла. Вследствие дисперсии кристалла импульс в его середине может быть как уширен, так и сжат, причем качественно и количественно это зависит от величины чирпа исходного импульса. При этом по мере проникновения в среду изменяется не только длительность импульса Δt , но и значение чирпа b . В первом исчезающем приближении по вкладу дисперсии совместное изменение длительности и чирпа импульса на глубине среды z описывается соотношением

$$b\Delta t^2 \approx b_0\Delta t_0^2 + k''(\omega_0)z\Delta\omega^2, \quad (20)$$

где b_0 и Δt_0 – соответственно чирп и длительность импульса на входе в среду; $\Delta\omega$ – ширина спектра импульса. При решении уравнения (20) следует учесть совместный вклад чирпа и длительности импульса в ширину спектра:

$$(\Delta\omega\Delta t)^2 \approx (\Delta\omega\Delta t)_{\min}^2 + (b\Delta t^2)^2, \quad (21)$$

где $(\Delta\omega\Delta t)_{\min}$ – безразмерное число, минимально возможное для рассматриваемой формы импульса. Напомним, что для импульсов гауссовой формы оно составляет $\sim 2\pi \times 0.44$, а для гиперболических импульсов $\sim 2\pi \times 0.31$. Соотношения (20) и (21), будучи приближенными, выполняются точно в случае гауссовых импульсов с линейным чирпом. Решение этих уравнений дает длительность импульса

$$\Delta t^2 \approx \Delta t_0^2 + 2b_0\Delta t_0^2 k''(\omega_0)z + [k''(\omega_0)z\Delta\omega]^2. \quad (22)$$

Особенность соотношений (20)–(22) состоит в том, что длительность и ширина спектра импульса должны определяться одинаковым образом (например, в обоих случаях – по уровню 0.5 интенсивности). Зависимость (22) длительности импульса от глубины его проникновения в среду иллюстрируется на рис.4. Видно, что на начальной стадии проникновения в среду, когда основной вес в (22) имеет линейное по z слагаемое, величина (и знак) чирпа определяют темп изменения длительности. В этом случае квадратичное по z слагаемое существенно только при нулевом чирпе исходного импульса, и тогда скорость уширения на входе в среду невелика. Именно малый вклад квадратичного слагаемого (при небольшой глубине проникновения импульса и нулевым чирпе) может служить ложным аргументом в пользу пренебрежения эффектом дисперсионного уширения импульсов. В общем же случае доминирует линейное слагаемое, связанное с чирпом.

Для оценки изменения длительности импульса на начальной стадии его проникновения в среду (когда относительное изменение длительности невелико) можно вместо (22) пользоваться формулой

$$\frac{\Delta t - \Delta t_0}{\Delta t_0} \approx z b_0 k''(\omega_0) + \frac{z^2}{2} \left[\frac{\Delta \omega k''(\omega_0)}{\Delta t_0} \right]^2. \quad (23)$$

При измерениях длительности с помощью автокоррелятора чирп исследуемых импульсов, как правило, неизвестен. Однако его абсолютная величина может быть оценена по формуле (21), если наряду с длительностью импульса измерен спектр излучения; тогда чирп оценивается по отличию произведения $\Delta \omega \Delta t$ от минимально возможного как $|b_0| \approx [(\Delta \omega \Delta t_0)^2 - (\Delta \omega \Delta t)_{\min}^2]^{1/2} / \Delta t_0^2$.

Выражение (23) при глубине проникновения в среду, равной половине толщины кристалла, $z = (L/2) \cos \beta_0 \approx L/2$, может рассматриваться как оценка систематической погрешности измерения длительности за счет дисперсии кристалла:

$$\frac{\delta t}{\Delta t_0} \approx \frac{L}{2} b_0 k''(\omega_0) + \frac{L^2}{8} \left[\frac{\Delta \omega k''(\omega_0)}{\Delta t_0} \right]^2. \quad (24)$$

Значения второй производной волнового вектора для традиционных нелинейных кристаллов составляют десятки $\text{фс}^2/\text{мм}$. Воспользуемся для оценок уширения импульсов величиной $k'' = 27 \text{ фс}^2/\text{мм}$, характерной для кристалла KDP ($\lambda = 800 \text{ нм}$). Рассмотрим два примера.

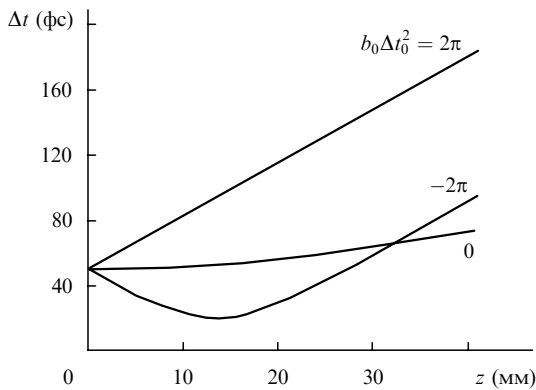


Рис.4. Зависимость длительности импульса от глубины его проникновения в кристалл для трех значений начального чирпа. Расчет выполнен для кристалла KDP и импульсов с начальной длительностью 15 фс на центральной длине волны 0.8 мкм.

Пример 1. Положим, что измерения длительности выполняются в автокорреляторе с кристаллом KDP толщиной 1 мм, результирующая длительность импульса Δt_{obs} на длине волны 800 нм составляет ~ 50 фс, а форма автокорреляционной функции близка к гауссовой. Пусть также выполнены независимые измерения ширины спектра, которые позволяют полагать, что чирп импульса существует, т. к. $\Delta \omega \Delta t_{\text{obs}} \approx 1.6 (\Delta \omega \Delta t)_{\min}$. Это дает следующую оценку чирпа по формуле (21): $|b| \approx 1.4 \times 10^{-3} \text{ фс}^{-2}$. Тогда в качестве оценки погрешности оставляем первое слагаемое в (22) и получаем $|\delta t / \Delta t| \approx 0.02$ (второе слагаемое почти на два порядка меньше). Таким образом, можно считать, что данная толщина кристалла вносит погрешность в измеряемую длительность ~ 1 фс (знак погрешности неизвестен и может быть установлен лишь по знаку чирпа).

Пример 2. Положим, что измерения с другим лазерным источником с помощью того же автокоррелятора дали длительность импульса 30 фс, форма автокорреляционной функции близка к гиперболической, а независимые измерения ширины спектра дали $\Delta \omega \Delta t_{\text{obs}} \approx 1.1 \times (\Delta \omega \Delta t)_{\min}$. В этом случае $|b| \approx 10^{-3} \text{ фс}^{-2}$. Несмотря на уменьшение вклада чирпа в произведение $\Delta \omega \Delta t$, его вклад в погрешность измерения длительности (22) остается основным: $|\delta t / \Delta t| \approx 0.014$. Это приводит к погрешности измерения длительности 0.4 фс. Оценим также разность времен группового запаздывания импульсов второй гармоники и основной частоты: $T \approx 77$ фс. Последняя оценка показывает, что результаты измерений 30-фемтосекундных импульсов в данном автокорреляторе скорее соответствуют случаю толстого кристалла. В условиях близости формы импульса к гиперболической следует ожидать заметного влияния ограниченной ширины синхронизма на результат измерений. Оценивая безразмерный чирп как $|b| \Delta t^2 = 0.9$, в соответствии с рис.3 отмечаем, что измеряемая длительность может на 6%–7% (т.е. на 2 фс) превышать истинную. Таким образом, можно полагать, что использование автокоррелятора с кристаллом KDP толщиной 1 мм в рассматриваемом примере может завесить длительность импульса на 2 фс и внести неопределенность ~ 0.4 фс (из-за неопределенности знака чирпа).

При неизвестном чирпе импульсов, оказывается неопределенной и погрешность, связанная с дисперсионным искажением импульсов в среде кристалла, которая, однако, является систематической погрешностью автокоррелятора и поддается устранению. Если перед кристаллом поместить среду с противоположным знаком k'' , а ее толщину выбрать такой, чтобы произведение $k''L$ сравнялось по модулю с величиной $k''L/2$ кристалла, то в середине кристалла импульс вернется к своей исходной длительности независимо от величины чирпа и дисперсионное искажение в кристалле не окажет влияния на форму регистрируемого распределения. В качестве такой дополнительной среды вряд ли могут служить обычные прозрачные материалы, скорее, эту роль может сыграть компрессор (например, пара призм) с подобранной дисперсией.

4. Заключение

Таким образом, на основании рассмотрения генерации излучения суммарной частоты в кристалле автокоррелятора получены выражения для поля (12) и реги-

стрируемого распределения энергии второй гармоники (15), определяющие их зависимость от толщины кристалла. Основное влияние толщины кристалла обусловлено двумя факторами: ограниченной шириной синхронизма (расстройкой групповых скоростей импульсов основной частоты и второй гармоники) и дисперсионным уширением исходных импульсов. Ограниченная ширина синхронизма сказывается при превышении разности T времен группового запаздывания (17) над длительностью импульса и приводит к превращению регистрируемого распределения из корреляционной функции интенсивностей (18) в квадрат модуля корреляционной функции поля (19). Второе распределение несколько отличается от первого, однако для гауссовых импульсов с линейным чирпом эти выражения совпадают. Поэтому второй фактор – дисперсионное уширение импульсов на половинной толщине кристалла – может оказаться более существенным, особенно потому, что с ростом толщины кристалла уширение импульсов нарастает неограниченно. В качестве оценки дисперсионного искажения измеряемой длительности может служить соотношение (22), где важную

роль играет слагаемое, пропорциональное чирпу измеряемых импульсов. Знание величины чирпа при автокорреляционных измерениях длительности (которую, например, можно получить из спектральных данных с помощью соотношению (21)) играет существенную роль в оценке погрешности измерения.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Интеграция» (проект Б0049).

1. Jansky J., Corradi G., Gyuzalian R.N. *Opt. Commun.*, **23**, 293 (1979).
2. DeLong K.W., Trebino R., Hunter J., White W.E. *J. Opt. Soc. Am. B*, **11**, 2206 (1994).
3. Masalov A., Nikitin S., Qiang Fu. *Tech. Dig. IQEC-2002* (Moscow, 2002, p. 448).
4. Weiner A.M. *IEEE J. Quantum Electron.*, **19**, 1276 (1983).
5. Baronavski A.P., Ladouceur H.D., Shaw J.K. *IEEE J. Quantum Electron.*, **29**, 580; 2928 (1993).
6. Baltuska A., Pshenichnikov M.S., Wiersma D.A. *IEEE J. Quantum Electron.*, **35**, 459 (1999).
7. Noordam L.D., Bakker H.J., De Boer M.P., Van Linden van den Heuvell H.B. *Opt. Lett.*, **15**, 1464 (1990).
8. Kabelka V., Masalov A.V. *Opt. Commun.*, **100**, 482 (1993).