

# Возбуждение двумерных солитонных матриц гауссовыми пучками основной частоты

О.В.Боровкова, Д.А.Чупраков, А.П.Сухоруков

*Изучено возбуждение двумерных периодических структур полей первой и второй гармоник излучения в результате модуляционной неустойчивости гауссовых пучков основной частоты в среде с квадратичной нелинейностью. Найдены расстояния, на которых формируются и разрушаются солитонные матричные структуры с заданным периодом. Рассмотрены оптические решетки, образующиеся в результате нелинейной абберации широких гауссовых пучков.*

**Ключевые слова:** нелинейная оптика, солитонные матрицы, взаимодействие излучения с веществом, гауссовы пучки.

## 1. Введение

Формирование периодических оптических структур в нелинейных средах привлекло внимание исследователей около полувека назад, хотя долгое время эффекты пространственного распада нелинейных волн изучались, как правило, в кубически-нелинейных средах [1–3]. Формируемые волновые структуры носят периодический характер, поскольку высоким усилением в фокусирующей нелинейной среде обладает довольно узкий спектр пространственных возмущений. В керровских средах за счет сильной самофокусировки двумерный пучок распадается на тонкие и интенсивные световые нити, что может приводить, например, к повреждению исследуемого кристалла. Во избежание этого исследователи использовали разные механизмы, ослабляющие фокусировку: фазовую модуляцию [4–9], поляризационную модуляцию [10] и др. Сравнительно недавно такие структуры начали исследоваться в фоторефрактивных [11–14] и квадратично-нелинейных [15–17] средах. Иногда для затравки модуляционной неустойчивости на заранее определенной пространственной частоте применяется схема скрещенных пучков [17]. При этом на входе в нелинейную среду мощный световой пучок интерферирует со слабым наклонным пучком, создавая тем самым эффект наложенной амплитудной модуляции с пространственной частотой, пропорциональной углу наклона пучка. Такая схема позволяет генерировать пространственные волновые структуры поля с нужной периодичностью.

Аналитическое описание формирования нелинейных структур затруднительно, но развитие модуляционной неустойчивости слабо возмущенных стационарных решений все же поддается описанию в рамках линеаризованной модели плоских стационарных волн [18]. Численными методами исследовался распад одномерных или

эллиптических пучков, а также изучалось влияние дифракции и самофокусировки пучка, нелинейных аббераций и шумов на формирование контрастных структур [19–22]. Немало внимания уделялось зависимости количества субпучков в решетке от размеров и интенсивности падающего пучка [15, 20]. Однако пространственно-временные характеристики и динамика нелинейных солитонных решеток до сих пор почти не изучены. Эти вопросы особенно важны, если учесть, что любые ограниченные солитонные решетки в однородной среде подвержены разрушению вследствие их изначально неоднородного профиля, механизмов дифракции и самофокусировки [22]. В настоящей работе мы исследуем возбуждение двумерных периодических структур – матриц, возникающих в результате модуляционной неустойчивости гауссовых пучков на основной частоте возбуждающего излучения, а также изучаем эволюцию сформировавшихся солитонных структур.

## 2. Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим систему пучков на основной частоте и второй гармонике возбуждающего излучения в среде с квадратичной нелинейностью. Эволюция их комплексных огибающих  $A_j(x, y, z)$  ( $j = 1, 2$ ) при распространении волн вдоль оси  $z$  описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + iD_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + iD_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} + i\gamma A_1^* A_2 = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + iD_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + iD_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2} + i\Delta k A_2 + i\gamma A_1^2 = 0,$$

где  $x, y$  – поперечные координаты;  $z$  – продольная координата;  $D_j = (2k_j)^{-1}$  – коэффициенты дифракции;  $\Delta k = k_2 - 2k_1$  – фазовая расстройка;  $\gamma$  – коэффициент нелинейности. Предположим, что на вход в квадратично-нелинейную среду падает мощный гауссов пучок на основной частоте, амплитудный профиль которого возмущен гармонически с пространственной частотой

О.В.Боровкова, Д.А.Чупраков, А.П.Сухоруков. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: borovkovaolga@yahoo.co.uk

$\kappa = \kappa_x = \kappa_y$ . Вторая гармоника на входе отсутствует. Таким образом, имеем

$$A_1(x, y, 0) = A_s(x, y)[1 + \delta \cos(\kappa x) \cos(\kappa y)], \quad (2)$$

$$A_2(x, y, 0) = 0,$$

где  $A_s = A_{s0} \exp[-(x^2 + y^2)/a^2]$  – гауссов профиль с пиковой амплитудой  $A_{s0}$  и шириной  $a$ ;  $\delta$  – относительная глубина амплитудной модуляции пучка.

Для численного моделирования в уравнениях (1) была использована следующая нормировка:  $x/a = 10$ ,  $D_1 = a^2/4l_d$ ,  $D_2 = D_1/2$ . Уравнения (1) с граничными условиями (2) решались численно псевдоспектральным методом [23] для  $D_1 = 0.25$ ,  $\Delta k = 0$ ,  $D_2 = D_1/2 = 0.125$ ,  $\gamma = 0.25$ ,  $A_s = 15$ ,  $\delta = 0.15$ ,  $a = 10$  и протяженности нелинейной среды, равной 10. При этом продольная координата  $z$  измерялась в единицах дифракционной длины пучка  $l_d = k_1 a^2/2$  ( $a = 1$ ).

### 3. Аналитическая оценка длины формирования волновых матриц

Рассмотрим возмущенный стационарный профиль

$$A_j(x, y, z) = (E_j + U_j)e^{-i\Gamma_j z}, \quad (3)$$

где  $E_j$  – амплитуда стационарной плоской волны;  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 2\Gamma$  – нелинейная добавка к ее волновому числу;  $U_j$  – амплитуда возмущенной волны;  $|U_j| \ll |E_j|$ . Кроме того,

$$U_j = U_{j0} \cos(\kappa_x x) \cos(\kappa_y y) e^{Gz}. \quad (4)$$

Подставляя решения (3) и (4) в систему (1) и пренебрегая нелинейными членами второго порядка малости по  $U_j$  и  $E_j$ , получаем

$$(G - i\Gamma + iD_1\kappa^2)U_1 + i\gamma E_1^* U_2 + i\gamma U_1^* E_2 = 0, \quad (5)$$

$$(G - i2\Gamma + iD_2\kappa^2 + i\Delta k)U_2 + i2\gamma E_1 U_1 = 0,$$

где  $\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$ . Из условия разрешимости системы (5) относительно четырех неизвестных  $U_1$ ,  $U_1^*$ ,  $U_2$ ,  $U_2^*$  имеем

$$\begin{aligned} |g_1|^2 |g_2|^2 - 2|B_1|^2 |g_1|^2 - |B_2|^2 |g_2|^2 \\ - 2|B_1|^2 g_1 g_2 + 4|B_1|^4 = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $g_j = iG + \Theta_j$ ;  $B_j = \gamma E_j$ ;  $\Theta_1 = \Gamma + 2D\kappa^2$ ;  $\Theta_2 = 2\Gamma + D\kappa^2 - \Delta k$ . Это уравнение неявно выражает инкремент модуляционной неустойчивости как функцию пространственной частоты модуляции и амплитуды поля в заданной среде, или  $G' = \text{Re}(G) = G'(\kappa, E_1, E_2)$ . Очевидно, что образование контрастной решетки произойдет на расстоянии  $z_b$ , когда

$$\delta \exp(G' z_b) \approx 1, \quad (7)$$

где  $\delta = |E_1|/|U_{10}|$ . Таким образом, получаем следующую оценку расстояния возбуждения контрастной структуры  $z_b$  в нелинейной среде:

$$z_b(\kappa) = -\frac{\ln \delta}{G'(\kappa)}. \quad (8)$$

### 4. Численное моделирование возбуждения периодических структур

Сначала при исследовании возбуждения двумерных солитонных решеток проводились численные эксперименты с модулированными гауссовыми пучками (2) и изменялась частота модуляции на входе при фиксированной ширине пучка. Таким образом, определялись частоты, при которых в среде образуется решетка. Критерием возникновения решетки являлось визуальное наблюдение контрастной периодической волновой структуры на первой гармонике. Отметим, что параметрическое взаимодействие обуславливает одновременное появление такой же периодической структуры и на второй гармонике. По своим свойствам субпучки в решетке близки к солитонам, поэтому вполне справедливо эту структуру называть солитонной. Однако, в отличие от самих солитонов, такие структуры не всегда являются устойчивыми. При распространении субпучки взаимодействуют друг с другом и с излучением, и регулярная периодическая структура может становиться хаотической. Так, например, ограниченные решетки, сформированные из пучков, часто вырождаются на больших расстояниях (в один или несколько солитонов). В планарных волноводах наблюдалось периодическое нарушение и восстановление регулярности структуры при ее распространении [24]. Однако в наших экспериментах восстановления регулярности не происходило, вероятно потому, что в одномерных структурах сбрасываемое излучение, искажающее решетку, оказывается запертым между ее узлами, чего нет у двумерных структур. Из анализа возникающих солитонных матриц была получена зависимость пространственной протяженности существования регулярной контрастной решетки вдоль оси  $z$  от частоты модуляции мощного пучка (рис.1). На этом рисунке отмечена область ее существования, а также приведены результаты оценки, сделанной по формуле (8) для разных частот модуляции и координаты образования контрастной матрицы в квадратично-нелинейной среде.

Необходимо отметить интересный эффект, обнаруженный в данных исследованиях, – появление новых узлов и увеличение пространственной частоты решетки в результате перераспределения энергии при больших пе-

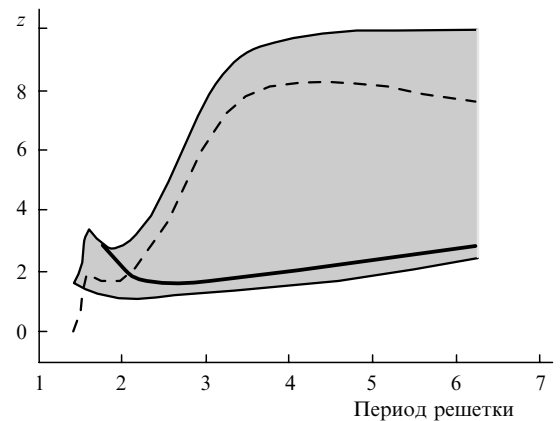


Рис.1. Область существования матричной солитонной структуры, образованной в результате модуляционной неустойчивости гауссова пучка основной частоты (заштрихована), зависимость пространственного «времени жизни» решетки от ее периода (штриховая кривая) и оценка координаты формирования контрастной структуры по формуле (8) (жирная линия).

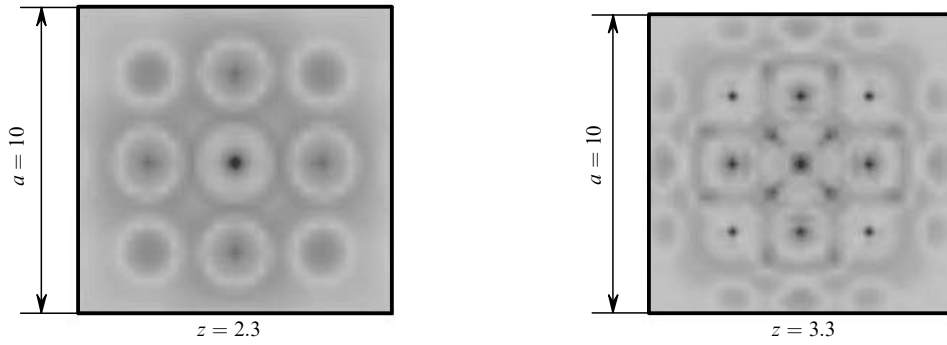


Рис.2. Периодическая структура, сформированная из гауссова пучка с частотой модуляции  $\kappa = 2.5$ , на расстояниях  $z = 2.3$  и  $z = 3.3$  при ширине пучка  $a = 10$ .

риодах модуляции. Дополнительные узлы находятся от соседних узлов на расстоянии, в  $\sqrt{2}$  раз меньшем периода решетки. Возникающая решетка повернута относительно первоначальной на  $45^\circ$ , что и наблюдалось в наших экспериментах (рис.2). Уменьшению периода решетки способствуют следующие условия. Период решетки должен быть много больше размеров солитона, а мощности пучка на одном периоде такой структуры должно хватать для формирования дополнительных солитонов. Такие условия были удовлетворены в наших экспериментах по уменьшению периода в интервале частоты  $\kappa = 1 - 2$ , где этот эффект отчетливо наблюдался.

На рис.2 показаны сечения для двух различных координат  $z$ ; заметно изменение частоты периодической структуры. Поскольку решетка ограничена, то при увеличении ее пространственной частоты за счет формирования новых узлов наблюдалось небольшое смещение узлов исходной решетки от краев к центру. Это может быть обусловлено влиянием взаимного притяжения солитонов друг к другу, поскольку первоначально все субпучки распространяются в фазе.

Наконец, мы провели численные эксперименты с немодулированными гауссовыми пучками. Так как затравка для модуляционной неустойчивости отсутствовала, пучок начинал разрушаться только на расстоянии  $(8 - 10)l_d$  вследствие нелинейной абберации. Причем оказалось, что формируемая структура тоже имеет периодический характер, как и при вынужденной модуляции пучка. Стоит отметить, что форма профиля, ширина и амплитуда пучка в данном случае, вообще говоря,

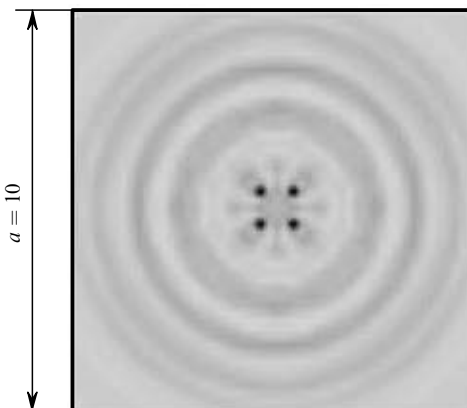


Рис.3. Периодическая структура, образуемая из немодулированного гауссова пучка с шириной  $a = 10$ . Период решетки равен 1.6.

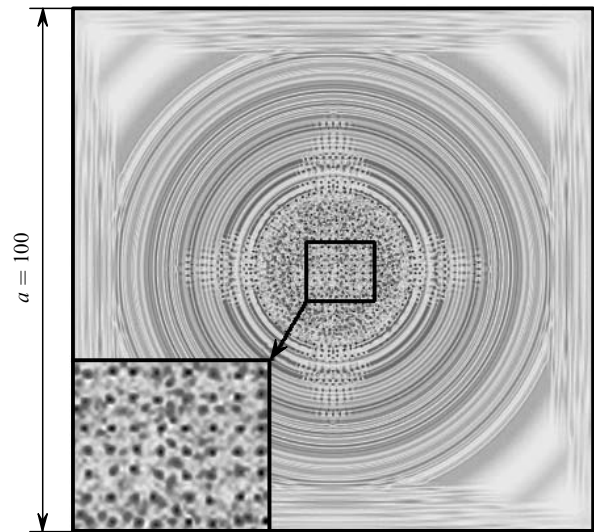


Рис.4. Периодическая структура, образуемая из немодулированного гауссова пучка с шириной  $a = 100$ . Период решетки равен 2.2.

вливают на генерируемую структуру. В наших экспериментах разные периодические структуры наблюдались у пучков с шириной гауссова профиля  $a = 10$  (рис.3) и  $100$  (рис.4). Этот же эффект был обнаружен и в экспериментах с модулированными на входе пучками, частота которых  $\kappa > 4.5$ . При этом абберационная решетка формировалась на разных длинах, но всегда с одним и тем же периодом.

### 5. Заключение

Таким образом, в работе изучено возбуждение двумерных периодических структур из гауссовых пучков на основной частоте излучения. Образующиеся в результате модуляционной неустойчивости решетки обладают периодичностью, соответствующей начальной модуляции пучка. Однако при больших периодах модуляции или высокой интенсивности пучка ее период способен сокращаться в кратное число раз (равное для матричных структур  $\sqrt{2}$ ), когда мощности, приходящейся на один пространственный элемент решетки, достаточно, чтобы сгенерировать дополнительные узлы в пространстве между существующими субпучками. Расположение этих узлов симметрично, поэтому видоизменяемая структура остается правильной. Отметим также, что динамика изменения периода решеток может носить и обратный ха-

рактёр – кратного увеличения периода. Для этого мощность, приходящаяся на один узел, должна быть меньше мощности солитона, способного уместиться в узле. Наконец, в работе представлен интересный, на наш взгляд, эксперимент по возбуждению периодических солитонных структур из гауссова пучка без модулирующей заправки. Такая решетка формируется с размерами и периодичностью, определяемыми только формой пучка и его мощностью.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов Президента РФ (НШ-1949.2003.2), РФФИ (№ 02-02-17127), БелРФФИ (№ 04-02-81054) и Университеты России (УР.01.03.079).

1. Bespalov V.I., Talanov V.I. *J. Math. Phys.*, **3**, 307 (1966).
2. Campillo A.J., Shapiro S.L. *Appl. Phys. Lett.*, **23**, 628 (1973).
3. Hasegawa A., Brinkman W.F. *IEEE J. Quantum Electron.*, **16**, 694 (1980).
4. Skryabin D.V., Firth W. J. *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 1019 (1999).
5. Soljacic M., Segev M. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 467 (2000).
6. Torres J.P., Anastassiou C. *Phys. Rev. E*, **65** 15601 (2001).
7. Kip D., Soljacic M. *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**, 502 (2002).
8. Cambournac C., Maillotte H. *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**, 574 (2002).
9. Helczynski L., Anderson D.Z. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **8**, 408 (2002).
10. Fibich G., Ilan B. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 13901 (2002).
11. Mamaev A.V., Saffman M. *Phys. Rev. A*, **54**, 870 (1996).
12. Klinger J., Martin H. *Opt. Lett.*, **26**, 271 (2001).
13. Petrovic M., Trager D., et al. *Phys. Rev. E*, **68**, 055601 (2003).
14. Klotz M., Crosser M., et al. *Appl. Phys. Lett.*, **79**, 1423 (2001).
15. Fuerst R.A., Baboiu D.M. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 2756 (1997).
16. Liu X., Beckwitt K., Wise F.W. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 1871 (2000).
17. Schiek R., Fang H. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 4528 (2001).
18. Trillo S., Ferro P. *Opt. Lett.*, **20**, 438 (1995).
19. Fang H., Malendevich R. *Opt. Lett.*, **25**, 1786 (2000).
20. Sukhorukova A.K., Sukhorukov A.P. *Bull. RAS Phys.*, **63**, 906 (1999).
21. Sukhorukova A.K., Sukhorukov A.P. *Bull. RAS Phys.*, **64**, 1859 (2000).
22. Сухоруков А.П., Чупраков Д.А. <http://jre.cplire.ru>.
23. Карамзин Ю.Н. *Препринт ИПМ АН СССР № 73* (М., 1982).
24. Шараев С.Б., Сухоруков А.П., Чупраков Д.А. *Изв. РАН. Сер. физич.* (в печати).