

Смещение частоты излучения атома вблизи кластера из двух идеально проводящих сферических наночастиц

Д.В.Гузатов

В рамках классической модели получены выражения для смещения частоты излучения атома вблизи кластера из двух идеально проводящих сферических наночастиц. Найдено асимптотическое выражение для смещения частоты излучения атома, расположенного между сферами при их сближении.

Ключевые слова: наночастицы, смещение частоты излучения, нанокластеры.

1. Введение

Настоящая работа тесно связана с предыдущей [1], посвященной спонтанному излучению атома вблизи кластера из двух идеально проводящих наносфер. При проектировании различных приборов [2–6], в которых используются оптические свойства атомов и молекул, требуется учитывать не только ускорение или замедление спонтанных распадов атома вблизи нанотела, но и смещение частоты излучения, которое может быть заметным. Кроме того, сдвиг частоты определяет градиентную силу, которая позволяет управлять движением атомов, молекул и наночастиц [7, 8].

Целью настоящей работы является аналитическое исследование смещения частоты излучения классического (лоренцевского) атома вблизи кластера из двух идеально проводящих сферических наночастиц с произвольным взаимным расположением (см. рис.2 в [1]). Основное внимание будет уделено кластеру из двух одинаковых наносфер, но разработанная методика может быть применена и к кластеру из наносфер произвольных радиусов.

2. Смещение частоты излучения атома вблизи кластера из двух идеально проводящих наносфер

Выражение для смещения частоты атома (молекулы) вблизи нанотела может быть получено в рамках классической (лоренцевской) модели атома [9–11]:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{3}{4k_0^3 |d_0|^2} \operatorname{Re}(d_0^* E^r(r', r' | \omega_0)), \quad (1)$$

где $E^r(r', r' | \omega_0)$ – отраженная часть поля, возбуждаемого диполем с моментом d_0 в точке расположения атома r' ; ω – частота излучения атома вблизи нанотела; ω_0 – частота излучения атома в свободном пространстве; γ_0 – ширина линии излучения атома в вакууме; $k_0 = \omega/c$. Соотноше-

ние (1) полностью справедливо только для классической модели атома, поскольку использование квантовомеханической модели приводит к другим выражениям для смещения частоты. В рамках теории возмущений [11] может быть показано, что в случае квантовомеханической модели двухуровневого атома выражение для смещения частоты может быть записано в виде суммы соотношения (1), в котором d_0 – матричный элемент оператора дипольного момента перехода атома между начальным и конечным состояниями, и добавочного члена [11], описываемого интегралом по мнимым частотам и не имеющего резонансных свойств. Таким образом, в наиболее интересной области резонансного взаимодействия для смещения частоты можно воспользоваться выражением (1), т. е. классической моделью.

Полное поле может быть найдено с помощью квазистатических уравнений (5) из работы [1]. Выражение для отраженной части поля, возбуждаемого атомом, зададим в виде

$$E^r = -\nabla\psi^r, \quad \psi^r = (d_0 \nabla') \tilde{\psi}^r, \quad (2)$$

где ∇, ∇' – градиенты по координатам точки наблюдения r и положения атома r' ; $\tilde{\psi}^r$ найдем из решения уравнения Пуассона (7) из [1], если вычтем из потенциала ψ единичного заряда в присутствии двух идеально проводящих сфер функцию Грина свободного пространства G_0 (см. формулу (12) в [1]):

$$\tilde{\psi}^r = \psi - G_0. \quad (3)$$

Решение уравнения Пуассона для идеально проводящих сфер в бисферических координатах получено в работе [1]. Используя выражение (9) из [1] для потенциала $\tilde{\psi}$, в соответствии с формулами (2) можно найти выражения для поля, отраженного идеально проводящими сферами, в каждой точке пространства и при произвольных положении атома и направлении его дипольного момента.

Выражения для смещения частоты могут быть получены с помощью скалярного произведения отраженного поля в точке нахождения атома и его дипольного момента, как это определено формулой (1). В общем случае выражения для смещения частоты оказываются чрезвычайно громоздкими и сделать какие-либо конкретные вы-

Д.В.Гузатов. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e mail: dm_guzatov@mail.ru

Поступила в редакцию 11 июля 2005 г., после переработки – 3 августа 2005 г.

воды о влиянии кластера на свойства излучения атома с их помощью затруднительно. Поэтому применим общие выражения для наиболее интересного с практической точки зрения кластера из двух одинаковых сфер.

В полученных ниже формулах используются бисферические координаты $-\infty < \eta < \infty, 0 < \xi \leq \pi$ и $0 \leq \phi < 2\pi$. Связь между координатами декартовой и бисферической систем дана формулой (8) в работе [1] (см. также [12, 13]). Поверхность $\eta = \eta_1 < 0$ определяет сферу радиусом $R_1 = a/|\sinh \eta_1|$ с центром в точке $x_1 = y_1 = 0, z_1 = a \times \coth \eta_1$. Вторую сферу задаем равенством $\eta = \eta_2 > 0$. При этом ее радиус $R_2 = a/\sinh \eta_2$, а центр расположен в точке $x_2 = y_2 = 0, z_2 = a \coth \eta_2$. Здесь размерная постоянная a – половина расстояния между полюсами бисферической системы координат. Расстояние между центрами сфер обозначим $R_{12} = z_2 - z_1$. Бисферические координаты, определяющие положение атома, будем, как и в [1], выделять штрихом.

Для характерных положений атома и направлений его дипольного момента в случае двух одинаковых сфер с радиусами $R_1 = R_2 = R_0$ ($-\eta_1 = \eta_2 = \eta_0$) найдем выражения для смещения частоты ($\phi' = 0$).

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси x ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_x$):

а) атом находится на оси x ($\eta' = 0$):

$$\begin{aligned} \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = & -\frac{3(1 - \cos \xi')}{4(k_0 a)^3} \left\{ \frac{1}{2} \sin^2 \xi' \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2 - \delta_{m0}) \right. \\ & \times \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{[P_n^m(\cos \xi')]^2}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + (1 - \cos \xi') \sin \xi' \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2 - \delta_{m0}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} \\ & \times \frac{\partial [P_n^m(\cos \xi')]^2}{\partial \xi'} + 2(1 - \cos \xi')^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2 - \delta_{m0}) \\ & \times \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} \left[\frac{\partial P_n^m(\cos \xi')}{\partial \xi'} \right]^2 \left. \right\} \\ & + \frac{3(1 - \cos \xi')}{C_{11}(k_0 a)^3} \left[\frac{1}{2} \sin \xi' \sum_{n=0}^{\infty} \frac{P_n(\cos \xi')}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} \right. \\ & \left. + (1 - \cos \xi') \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} \frac{\partial P_n(\cos \xi')}{\partial \xi'} \right]^2; \quad (4) \end{aligned}$$

б) атом находится на оси z между сферами ($\xi' = \pi$):

$$\begin{aligned} \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = & -\frac{3(\cosh \eta' + 1)}{4(k_0 a)^3} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \\ & \times \left\{ \frac{\cosh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{\sinh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\}; \quad (5) \end{aligned}$$

в) атом находится на оси z за одной из сфер ($\xi' \rightarrow 0$):

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{3(\cosh \eta' - 1)^3}{4(k_0 a)^3} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \times$$

$$\times \left\{ \frac{\cosh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{\sinh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\}. \quad (6)$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси y ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_y$):

а) атом находится на оси x ($\eta' = 0$):

$$\begin{aligned} \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = & -\frac{3(1 - \cos \xi')^3}{(k_0 a)^3 \sin^2 \xi'} \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n m^2 \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{[P_n^m(\cos \xi')]^2}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1}. \quad (7) \end{aligned}$$

Если же атом расположен на оси z ($\xi' = \pi$ и $\xi' \rightarrow 0$), то следует использовать выражения (5) и (6).

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси z ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_z$):

а) атом находится на оси x ($\eta' = 0$):

$$\begin{aligned} \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = & -\frac{3(1 - \cos \xi')^3}{2(k_0 a)^3} \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2 - \delta_{m0}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \\ & \times \frac{[P_n^m(\cos \xi')]^2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} + \frac{3(1 - \cos \xi')^3}{(k_0 a)^3 (2C_{12} + C_{11})} \\ & \times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{P_n(\cos \xi')}{\exp[(2n+1)\eta_0 - 1]} \right]^2; \quad (8) \end{aligned}$$

б) атом находится на оси z между сферами ($\xi' = \pi$):

$$\begin{aligned} \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = & -\frac{3(\cosh \eta' + 1)}{4(k_0 a)^3} \left\{ \frac{1}{2} \sinh^2 \eta' \right. \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cosh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{\sinh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} \\ & + \sinh \eta' (\cosh \eta' + 1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \sinh[(2n+1)\eta'] \\ & \times \left\{ \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} \\ & + 2(\cosh \eta' + 1)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left\{ \frac{\sinh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} \right. \\ & \left. + \frac{\cosh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} - \frac{3U_1(\cosh \eta' + 1)^{1/2}}{2\sqrt{2}d_0 k_0^3 a} \\ & \times \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sinh[(n+1/2)(\eta_0 - \eta')]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \right. \\ & \times \exp \left[-\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] - (\cosh \eta' + 1) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ & \left. \times \frac{\cosh[(n+1/2)(\eta_0 - \eta')]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[-\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \right\} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{3U_2(\cosh \eta' + 1)^{1/2}}{2\sqrt{2}d_0k_0^3a} \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \right. \\
& \times \frac{\sinh[(n+1/2)(\eta' + \eta_0)]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \\
& + (\cosh \eta' + 1) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \\
& \left. \times \frac{\cosh[(n+1/2)(\eta' + \eta_0)]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \right\}, \quad (9)
\end{aligned}$$

где $U_{1,2} = (\mathbf{d}_0 \nabla') \tilde{U}_{1,2}$; выражения для $\tilde{U}_{1,2}$ даны формулами (15) из работы [1], в которых следует положить $-\eta_1 = \eta_2 = \eta_0$, а выражения для C_{11} и C_{22} – формулами (21) из [1]; выражения для $\varphi_{1,2}$ из [1] следует заменить на соотношения

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= \frac{d_0[2(\cosh \eta' + 1)]^{1/2}}{a^2} \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \right. \\
& \times \frac{\sinh[(n+1/2)(\eta_0 - \eta')]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \\
& - (\cosh \eta' + 1) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \\
& \left. \times \frac{\cosh[(n+1/2)(\eta_0 - \eta')]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \right\}, \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_2 &= \frac{d_0[2(\cosh \eta' + 1)]^{1/2}}{a^2} \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \right. \\
& \times \frac{\sinh[(n+1/2)(\eta' + \eta_0)]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \\
& + (\cosh \eta' + 1) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \\
& \left. \times \frac{\cosh[(n+1/2)(\eta' + \eta_0)]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \right\}; \quad (11)
\end{aligned}$$

в) атом находится на оси z за одной из сфер ($\xi' \rightarrow 0$):

$$\begin{aligned}
\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} &= - \frac{3(\cosh \eta' - 1)}{4(k_0a)^3} \left\{ \frac{1}{2} \sinh^2 \eta' \right. \\
& \times \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cosh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{\sinh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} \\
& + \sinh \eta' (\cosh \eta' - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \sinh[(2n+1)\eta'] \\
& \times \left\{ \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} \\
& + 2(\cosh \eta' + 1)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \left\{ \frac{\sinh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} \right. \\
& \left. + \frac{\cosh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} \left. + \frac{3U_1(\cosh \eta' - 1)^{1/2}}{2\sqrt{2}d_0k_0^3a} \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sinh[(n+1/2)(\eta_0 - \eta')]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \right. \\
& \times \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] - (\cosh \eta' - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \\
& \times \frac{\cosh[(n+1/2)(\eta_0 - \eta')]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \left. \right\} \\
& + \frac{3U_2(\cosh \eta' - 1)^{1/2}}{2\sqrt{2}d_0k_0^3a} \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \right. \\
& \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sinh[(n+1/2)(\eta' + \eta_0)]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \\
& + (\cosh \eta' - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \\
& \left. \times \frac{\cosh[(n+1/2)(\eta' + \eta_0)]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \right\}, \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= - \frac{d_0[2(\cosh \eta' - 1)]^{1/2}}{a^2} \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \right. \\
& \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sinh[(n+1/2)(\eta_0 - \eta')]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \\
& - (\cosh \eta' - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \\
& \left. \times \frac{\cosh[(n+1/2)(\eta_0 - \eta')]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \right\}, \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_2 &= - \frac{d_0[2(\cosh \eta' + 1)]^{1/2}}{a^2} \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \right. \\
& \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sinh[(n+1/2)(\eta' + \eta_0)]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \\
& + (\cosh \eta' - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \\
& \left. \times \frac{\cosh[(n+1/2)(\eta' + \eta_0)]}{\sinh[(2n+1)\eta_0]} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_0 \right] \right\}. \quad (14)
\end{aligned}$$

3. Асимптотические выражения для смещения частоты излучения атома вблизи кластера из двух идеально проводящих наносфер

Нахождение асимптотических выражений в общем случае (при различных положениях атома и направлениях его дипольного момента) является трудной и не всегда разрешимой задачей. В этом разделе представлены достаточно простые асимптотические выражения для смещения частоты излучения атома вблизи кластера из двух одинаковых наносфер ($R_1 = R_2 = R_0$) при уменьшении ($R_{12} \rightarrow 2R_0$) и увеличении ($R_{12} \rightarrow \infty$) расстояния между сферами для некоторых частных случаев положения атома.

3.1. Асимптотические выражения для смещения частоты излучения атома при уменьшении расстояния между сферами

Рассмотрим атом, помещенный точно в центр ($\eta' = 0$ и $\xi' = \pi$) между двумя одинаковыми сферами ($-\eta_1 = \eta_2 = \eta_0$). С использованием формул (5) и (9) найдем выражения для смещения частоты ($\phi' = 0$).

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси x или y:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{6}{(k_0 a)^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1}. \tag{15}$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси z:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{12}{(k_0 a)^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1/2)^2}{\exp[(n+1)\eta_0] - 1} + \frac{24}{(2C_{12} + C_{11})(k_0 a)^3} \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1/2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right]^2. \tag{16}$$

В случае двух сближающихся сфер ($R_{12} \rightarrow 2R_0, \eta_0 \rightarrow 0$) ряды в выражениях (15) и (16) могут быть просуммированы с помощью преобразования Меллина [1, 12]. В результате можно получить следующие выражения.

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси x или y:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{1}{(k_0 R_0)^3} \left\{ \frac{9\zeta(3)}{8\eta_0^6} - \frac{3}{16\eta_0^4} [3\zeta(3) + 4 \ln 2] + \frac{1}{320\eta_0^2} [51\zeta(3) + 120 \ln 2 + 17] - \frac{1}{160} \left[\frac{457}{84} \zeta(3) + 17 \ln 2 + \frac{1685}{504} \right] + \dots \right\}. \tag{17}$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси z:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{1}{(k_0 R_0)^3} \left\{ \frac{3\zeta(3)}{\eta_0^6} - \frac{1}{4\eta_0^4} \times \left[6\zeta(3) + \frac{6}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} - 1 \right] + \frac{1}{480\eta_0^2} \times \left\{ 204\zeta(3) + \frac{10}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \left[48 + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \right] - 67 \right\} - \frac{1}{9600} \left\{ \frac{18280}{21} \zeta(3) + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \times \left\{ 3140 + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \left\{ 131 + \frac{25}{9[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]} \right\} \right\} - \frac{25520}{63} \right\} + \dots \right\}, \tag{18}$$

где ζ – дзета-функция Римана; $\gamma_E \approx 0.577216$ – постоянная Эйлера. Из выражений (17) и (18) видно, что на достаточно малом расстоянии между наносферами смещение частоты атома с дипольным моментом, ориентированным вдоль полярной оси, происходит в $8/3 \approx 2.7$ раз быстрее,

чем смещение частоты атома, имеющего дипольный момент, ориентированный перпендикулярно этой оси.

3.2. Асимптотические выражения для смещения частоты излучения атома при увеличении расстояния между сферами

В том случае, когда все расстояния велики по сравнению с радиусами наносфер, можно получить асимптотические выражения, соответствующие большим расстояниям между сферами ($R_{12} \rightarrow \infty, \eta_0 \rightarrow \infty$). С помощью формул (5), (6) и (9) получим следующие выражения.

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси x или y:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{12}{(k_0 R_{12})^3} [\cosh 3\eta' \exp(-3\eta_0) + 3(2 \cosh 3\eta' + \cosh 5\eta') \exp(-5\eta_0) - \exp(-6\eta_0) + \dots]. \tag{19}$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси z:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{12}{(k_0 R_{12})^3} [4 \cosh 3\eta' \exp(-3\eta_0) + 3(7 \cosh 3\eta' - 2 \cosh 4\eta' + 3 \cosh 5\eta') \times \exp(-5\eta_0) + 8 \exp(-6\eta_0) + \dots]. \tag{20}$$

Асимптотическое выражение для сдвига частоты излучения, можно получить, исходя из модели трех взаимодействующих диполей, в которой сферы заменяются точечными диполями с поляризуемостью, равной поляризуемости сферы в однородном поле (выражения (41) и (42) из [1]). Обозначим дипольные моменты, наведенные на первой и второй сферах, как d_1 и d_2 . Радиусы наносфер выберем равными ($R_1 = R_2 = R_0$). В качестве полярной оси возьмем ось z и положим $-z_1 = z_2 = R_{12}/2$. Тогда, следуя модели трех диполей [1], для атома, расположенного в плоскости $y' = 0$, можно получить следующие выражения для смещения частоты излучения

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси x:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{3}{4k_0^3 d_0} \left\{ -\frac{d_{1x}}{R_+^3} - \frac{d_{2x}}{R_-^3} + 3x'^2 \left(\frac{d_{1x}}{R_+^5} + \frac{d_{2x}}{R_-^5} \right) + 3x' \left[\frac{d_{1z}(z' + R_{12}/2)}{R_+^5} + \frac{d_{2z}(z' - R_{12}/2)}{R_-^5} \right] \right\}, \tag{21}$$

где отличные от нуля компоненты наведенного дипольного момента имеют вид

$$d_{1x} = d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{1}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left[-\frac{1}{R_0^3 R_+^3} + \frac{1}{R_{12}^3 R_-^3} + 3x'^2 \left(\frac{1}{R_0^3 R_+^5} - \frac{1}{R_{12}^3 R_-^5} \right) \right]; \tag{22}$$

$$d_{2x} = d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{1}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left[-\frac{1}{R_0^3 R_-^3} + \frac{1}{R_{12}^3 R_+^3} + 3x'^2 \left(\frac{1}{R_0^3 R_-^5} - \frac{1}{R_{12}^3 R_+^5} \right) \right];$$

$$d_{1z} = 3d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{4}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left(\frac{z' + R_{12}/2}{R_0^3 R_+^5} + 2 \frac{z' - R_{12}/2}{R_{12}^3 R_-^5} \right) x'; \quad (23)$$

$$d_{2z} = 3d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{4}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left(\frac{z' - R_{12}/2}{R_0^3 R_-^5} + 2 \frac{z' + R_{12}/2}{R_{12}^3 R_+^5} \right) x'.$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси y :

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = \frac{3}{4k_0^3 d_0} \left(\frac{d_{1y}}{R_+^3} + \frac{d_{2y}}{R_-^3} \right), \quad (24)$$

где

$$d_{1y} = d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{1}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left(-\frac{1}{R_0^3 R_+^3} + \frac{1}{R_{12}^3 R_-^3} \right); \quad (25)$$

$$d_{2y} = d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{1}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left(-\frac{1}{R_0^3 R_-^3} + \frac{1}{R_{12}^3 R_+^3} \right).$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси z :

$$\begin{aligned} \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = & -\frac{3}{4k_0^3 d_0} \left\{ -\frac{d_{1z}}{R_+^3} - \frac{d_{2z}}{R_-^3} \right. \\ & + 3 \left[\frac{d_{1z}(z' + R_{12}/2)^2}{R_+^5} + \frac{d_{2z}(z' - R_{12}/2)^2}{R_-^5} \right] \\ & \left. + 3x' \left[\frac{d_{1x}(z' + R_{12}/2)}{R_+^5} + \frac{d_{2x}(z' - R_{12}/2)}{R_-^5} \right] \right\}, \quad (26) \end{aligned}$$

где

$$d_{1x} = 3d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{1}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left(\frac{z' + R_{12}/2}{R_0^3 R_+^5} - \frac{z' - R_{12}/2}{R_{12}^3 R_-^5} \right) x'; \quad (27)$$

$$d_{2x} = 3d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{1}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left(\frac{z' - R_{12}/2}{R_0^3 R_-^5} - \frac{z' + R_{12}/2}{R_{12}^3 R_+^5} \right) x';$$

$$\begin{aligned} d_{1z} = & d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{4}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left\{ -\frac{1}{R_0^3 R_+^3} - \frac{2}{R_{12}^3 R_-^3} \right. \\ & \left. + 3 \left[\frac{(z' + R_{12}/2)^2}{R_0^3 R_+^5} + 2 \frac{(z' - R_{12}/2)^2}{R_{12}^3 R_-^5} \right] \right\}; \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{2z} = & d_0 \left(\frac{1}{R_0^6} - \frac{4}{R_{12}^6} \right)^{-1} \left\{ -\frac{1}{R_0^3 R_-^3} - \frac{2}{R_{12}^3 R_+^3} \right. \\ & \left. + 3 \left[\frac{(z' - R_{12}/2)^2}{R_0^3 R_-^5} + 2 \frac{(z' + R_{12}/2)^2}{R_{12}^3 R_+^5} \right] \right\}; \end{aligned}$$

$$R_{\pm} = \left[x'^2 + \left(z' \pm \frac{R_{12}}{2} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Все не указанные в (21), (24) и (26) компоненты индуцированного дипольного момента равны нулю. Используя выражения для координат (8) из работы [1] и разлагая (21)–(28) в ряд при $\eta_0 \rightarrow \infty$, находим асимптотические выражения, которые можно сравнить с точными формулами (19) и (20). В результате получим, что модель трех диполей правильно описывает поведение сдвига частоты на больших по сравнению с радиусами сфер расстояниях. Главные члены разложений, в которые дает вклад только

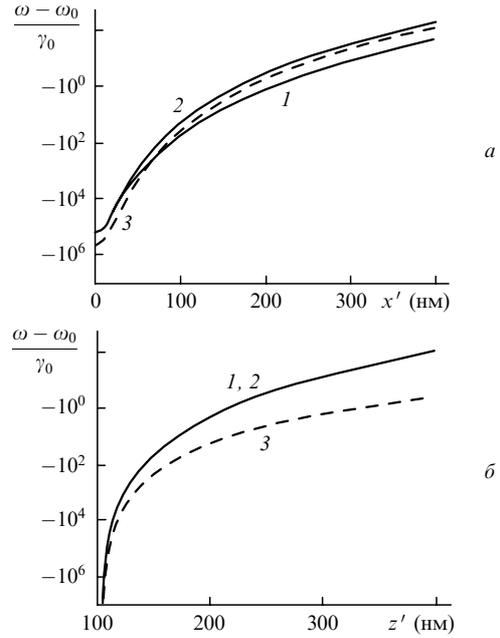


Рис.1. Смещение частоты излучения атома (молекулы) как функция расстояния от атома до кластера из двух одинаковых наносфер. Сферы имеют радиусы 50 нм, расстояние между их центрами равно 101 нм, $k_0 R_0 = 0.1$. Атом удаляется от кластера по оси x из точного центра между сферами (а) и по оси z от внешней поверхности одной из сфер (б). Дипольный момент ориентирован вдоль осей x (1), y (2) и z (3).

дипольное излучение, совпадают с аналогичными членами выражений, полученных путем разложения рядов.

4. Графические иллюстрации и обсуждение результатов

В качестве примера рассмотрим кластер из двух одинаковых наносфер с радиусами $R_0 = 50$ нм. Для определенности возьмем $k_0 R_0 = 0.1$. На рис.1 представлены зависимости смещения частоты излучения атома, расположенного в плоскости $y' = 0$, от расстояния, на котором находится атом от кластера из наносфер. Как и следовало ожидать, на больших расстояниях от кластера частота излучения стремится к значению, соответствующему излучению атома в свободном пространстве (в отсутствие кластера). Заметным здесь является совпадение зависимостей смещения частоты излучения атома с дипольным моментом, ориентированным вдоль осей x и y (перпендикулярно полярной оси), при достаточно малых расстояниях от центра кластера (рис.1,а). В случае движения атома по оси z , т. е. по оси, совпадающей с полярной, зависимости смещения частоты, соответствующие ориентированному перпендикулярно оси z дипольному моменту атома (вдоль осей x и y), совпадают, как это показано на рис.1. При приближении к поверхности сферы смещение частоты становится сколь угодно большой отрицательной величиной.

На рис.2 представлены зависимости смещения частоты излучения расположенного точно в центре кластера атома с дипольным моментом, направленным перпендикулярно и вдоль полярной оси, от расстояния между сферами. Там же приведены и соответствующие им асимптотики (17), (18) и (21), (26). Хорошо видно, что использование асимптотических выражений позволяет описать весь диапазон смещения частоты излучения атома.

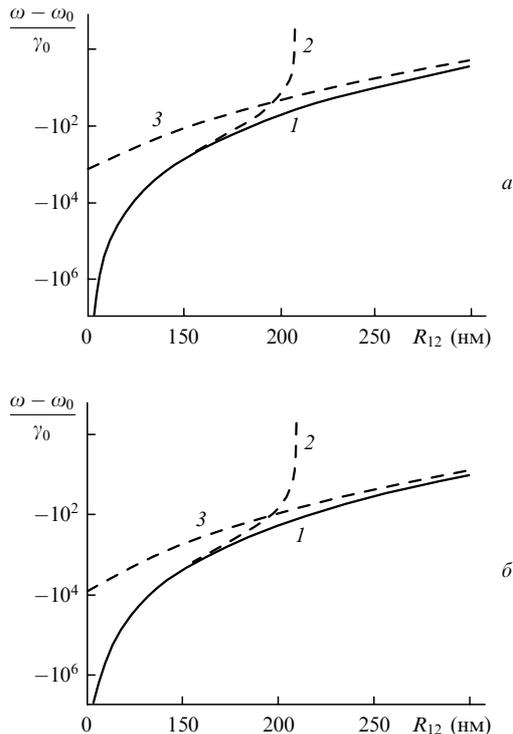


Рис.2. Смещение частоты излучения атома (молекулы) как функция расстояния между сферами (R_{12}). Радиусы сфер равны 50 нм, $k_0 R_0 = 0.1$. Атом расположен точно между наносферами. Дипольный момент ориентирован вдоль осей x (a) и z (b). Кривые 2 и 3 – асимптотики при $\eta_0 \rightarrow 0$ и $\eta_0 \rightarrow \infty$ соответственно.

5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследовано смещение частоты излучения атома вблизи кластера из двух идеально проводящих наносфер. Достаточно простые выражения получены для кластера из двух одинако-

вых сфер и нескольких характерных положений атома. Эти выражения дают возможность описать смещение частоты излучения в рамках используемой модели. Найденные простые асимптотические зависимости позволяют оперативно оценивать смещение частоты для атома, расположенного между сферами. Полученные аналитические выражения можно использовать для оценки точности численных расчетов в более сложных и реалистичных случаях, соответствующих реальным материалам наносфер.

Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-02-16211) и Программы Президиума РАН «Влияние атомно-кристаллической и электронной структуры на свойства конденсированных сред».

1. Гузатов Д.В., Климов В.В. *Квантовая электроника*, **35**, 891 (2005).
2. Liu Y., Bishop J., Williams L., Blair S., Herron J. *Nanotechnology*, **15**, 1368 (2004).
3. Chah S., Hammond M.R., Zare R.N. *Chemistry & Biology*, **12**, 323 (2005).
4. Brongersma M. *Nature Mater.*, **2**, 296 (2003).
5. Lakowicz J.R., Malicka J., Gryczynski I., Gryczynski Z., Geddes C.D. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **36**, R240 (2003).
6. Protsenko I.E., Uskov A.V., Zaimidoroga O.A., Samoilov V.N., O'Reilly E.P. *Phys. Rev. A*, **71**, 063812 (2005).
7. Xu H., Kall M. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 246802 (2002).
8. Миногин В.Г., Летохов В.С. *Давление лазерного излучения на атомы* (М.: Наука, 1986).
9. Haroshe S., in *Fundamental Systems in Quantum Optics* (Amsterdam: Elsevier, 1992).
10. Klimov V.V., Ducloy M., Letokhov V.S. *J. Mod. Opt.*, **43**, 2251 (1996).
11. Wylie J.M., Sipe J.E. *Phys. Rev. A*, **30**, 1185 (1984); **32**, 2030 (1985).
12. Бухгольц Г. *Расчет электрических и магнитных полей* (М.: ИЛ, 1961).
13. Морс Ф., Фешбах Г. *Методы теоретической физики* (М.: ИЛ, 1958).