

К проблеме перенормировки диффузионной асимптотики в задаче об отражении узкого пучка оптического излучения от биологической среды

А.Ю.Аппанов, Ю.Н.Барабаненков

Рассматривается аналитический гибридный метод решения стационарного уравнения переноса излучения в задаче об отражении узкого лазерного пучка от биологических сред, таких как 2%-ный водный раствор интралипида и суспензия эритроцитов с объемной концентрацией клеток крови (гематокритом) $H = 0.41$. Этот метод основан на свойстве взаимности функции Грина в теории переноса и на итерационном решении интегрального уравнения для этой функции. В результате лучевая интенсивность представляется в виде суммы двух слагаемых. Первое из них учитывает вклад рассеяния с конечными кратностями в интенсивность диффузно отраженного от среды оптического пучка. Второе слагаемое содержит явное аналитическое выражение для пространственно распределенного эффективного источника диффузионного излучения, выходящего из глубоких слоев среды на поверхность. Данный подход позволяет существенно усовершенствовать диффузионное приближение для рассматриваемой задачи и получить равномерную асимптотику коэффициента отражения на заданном интервале расстояний между источником и приемником излучения на поверхности среды с относительной погрешностью в пределах $\pm 6\%$ для интралипидной эмульсии (2%) и суспензии эритроцитов ($H = 0.41$).

Ключевые слова: теория переноса излучения, рассеивающая среда, монохроматический узкий оптический пучок, диффузионное приближение, взаимность функции Грина.

1. Введение

Метод зондирования биологических сред путем отражения узкого лазерного пучка широко применяется в оптике биотканей [1–11]. В этом методе узкий пучок оптического излучения падает на поверхность исследуемой среды. Излучение распространяется в объеме рассеивающей среды и после диффузного отражения регистрируется на некотором расстоянии вдоль поверхности от точки падения пучка. При этом согласно экспериментальным работам [3] достигающее детектора излучение (фотоны) распространяется в однородной рассеивающей среде по направлению к детектору по траекториям, сосредоточенным в области в форме банана с концами около точек падения пучка и выхода излучения. На рис.1 схематически показаны области распространения излучения от источника к двум детекторам в исследуемой среде при неинвазивном определении степени оксигенации крови оптическим методом на отражение [4].

Распределение диффузно отраженного излучения вдоль поверхности и распределение интенсивности излучения в области распространения внутри среды от источника к детектору могут быть рассчитаны с помощью традиционного диффузионного приближения или его модификаций в теории переноса излучения (ТПИ) [5–10]. Однако это приближение не всегда обеспечивает доста-

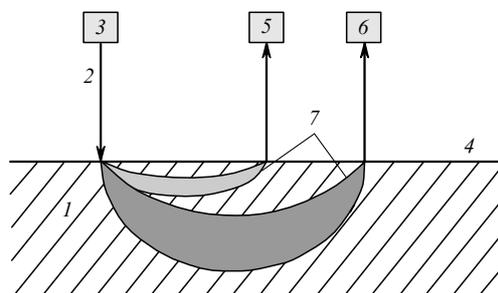


Рис.1. Области распространения излучения от источника к детектору: 1 – участок ткани; 2 – узкий лазерный пучок; 3 – излучатель; 4 – поверхность среды; 5, 6 – фотоприемники; 7 – распределение интенсивности света в областях распространения излучения (бананы).

точную точность и имеет два основных недостатка. Во-первых, в нем не учитывается вклад рассеяния с малыми кратностями в излучение. Во-вторых, в уравнении диффузии используется точечный источник [10, 11], что снижает точность данного приближения.

В ряде работ [12–14] для решения поставленной задачи об определении распределения интенсивности диффузно отраженного пучка вдоль поверхности среды применяется стандартный метод Монте-Карло (МК) для ТПИ. Однако метод МК имеет стохастический характер и требует больших затрат машинного времени. В связи с этим разрабатываются весьма экономные гибридные модели, сочетающие в себе точность метода МК и быстроту получения решения в диффузионном приближении [15, 16]. Использование таких моделей действительно улучшает точность диффузионного приближения за счет учета рассеяния с конечными кратностями на малых расстояниях от источника и построения распределенного в

А.Ю.Аппанов. Московский физико-технический институт, Россия, Московская обл., 141700 Долгопрудный, Институтский пер., 9; e-mail: appanov@mail.ru

Ю.Н.Барабаненков. Институт радиотехники и электроники РАН, Россия, 125009 Москва, ул. Моховая, 11; e-mail: yu.barab@mail.ip.sitek.net

Поступила в редакцию 26 августа 2005 г., после доработки – 8 ноября 2005 г.

пространстве эффективного источника для уравнения диффузии. Эти модели базируются в значительной степени на наглядных эвристических представлениях и нуждаются в обосновании с точки зрения уравнения переноса излучения, что и является содержанием настоящей работы.

Мы предлагаем последовательный итерационный подход к усовершенствованию диффузионного приближения при малых кратностях рассеяния, в котором используются свойства взаимности функции Грина в ТПИ и итерационная запись интегрального уравнения для функции Грина во взаимной форме. Следует подчеркнуть, что свойство взаимности функции Грина обосновывает наглядные интуитивные представления в работах [15, 16]. Такой «микроскопический» с точки зрения ТПИ гибридный подход позволяет существенно усовершенствовать диффузионное приближение для задачи об отражении узкого коллимированного пучка от биологической среды и получить равномерную асимптотику коэффициента отражения на заданном интервале расстояний между источником и приемником с относительной погрешностью в пределах $\pm 6\%$ (относительно результатов численного моделирования стандартным методом МК). Указанная погрешность усовершенствованного диффузионного приближения относится и к средам с сильно вытянутой вперед индикатрисой элементарного акта рассеяния, таким как суспензия эритроцитов ($H = 0.41$) (средний косинус угла элементарного акта рассеяния (фактор анизотропии) $g = 0.992$) [17].

Необходимо отметить, что упомянутый гибридный метод по сути представляет собой некоторый способ перенормировки традиционной диффузионной асимптотики с целью повышения ее точности. С практической точки зрения интересно сформулировать упрощенный по сравнению с гибридным методом способ перенормировки диффузионной асимптотики, сохраняя по возможности точность этого метода. Ниже мы приведем обоснования в пользу существования такой упрощенной перенормировки.

2. «Микроскопический» гибридный подход в ТПИ

Мы исходим из обычного уравнения переноса излучения в рассеивающей среде (см., напр., [10]) для лучевой интенсивности $I(\mathbf{r}, s)$ в точке \mathbf{r} и в направлении единичного вектора s . Решение этого уравнения может быть записано с использованием функции Грина $G(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}', s')$ и заданного источника излучения $Q(\mathbf{r}, s)$ в виде

$$I(\mathbf{r}, s) = \int d\mathbf{r}' \int d\Omega' G(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}', s') Q(\mathbf{r}', s'), \quad (1)$$

или в символической операторной форме $I = GQ$. В выражении (1) $d\Omega'$ – элемент телесного угла в направлении единичного вектора s' при интегрировании по всему телесному углу 4π . Известно, что функция Грина $G(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}', s')$ удовлетворяет интегральному уравнению (см., напр., [10]), которое имеет вид

$$G(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}', s') = G_0(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}', s') + \int d\mathbf{r}'' \int_{4\pi} d\Omega'' \times \int_{4\pi} d\Omega''' G_0(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}'', s'') \Sigma(s'', s''') G(\mathbf{r}'', s'''; \mathbf{r}', s'). \quad (2)$$

Здесь G_0 – функция Грина для прямого ослабленного излучения источника, которая в подробной записи представляется выражением

$$G_0(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}', s') = \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \times \exp(-\mu_t |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \delta(s - s_{rr'}) \delta(s - s'), \quad (3)$$

где $\mu_t = \mu_s + \mu_a$ – коэффициент экстинкции; μ_s и μ_a – коэффициенты рассеяния и поглощения; $s_{rr'}$ – единичный вектор из точки \mathbf{r}' в точку \mathbf{r} . Дифференциальное сечение рассеяния $\Sigma(s, s')$ элементарного объема среды в уравнении (2) определяется равенством

$$\Sigma(s, s') = \frac{\mu_t}{4\pi} p(s, s')$$

с фазовой функцией $p(s, s')$, нормированной на альбедо

$$a = \frac{\mu_s}{\mu_t} = \int \frac{d\Omega}{4\pi} p(s, s').$$

Функция Грина для переноса излучения удовлетворяет соотношению взаимности [18], которое имеет наглядный физический смысл и записывается в виде

$$G(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}', s') = G(\mathbf{r}', -s'; \mathbf{r}, -s). \quad (4)$$

В нашем подходе данное свойство взаимности играет решающую роль, позволяя переписать интегральное уравнение (2) во взаимной форме:

$$G(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}', s') = G_0(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}', s') + \int d\mathbf{r}'' \int_{4\pi} d\Omega'' \times \int_{4\pi} d\Omega''' G_0(\mathbf{r}, s; \mathbf{r}'', s'') \Sigma(s'', s''') G_0(\mathbf{r}'', s'''; \mathbf{r}', s'). \quad (5)$$

Уравнение (5) получается из (2) путем элементарных преобразований с учетом соотношения взаимности для фазовой функции $p(s, s') = p(-s', -s)$ и в символической операторной форме записывается как $G = G_0 + G\Sigma G_0$. Первая итерация данного уравнения дает выражение $G = G_0 + G_0\Sigma G_0 + G\Sigma G_0\Sigma G_0$. Уже из этой первой итерации, путем ее свертки с заданным источником излучения Q , становится понятным происхождение члена $I^{(0 \dots 1)} = G_0 Q + G_0 \Sigma G_0 Q$, описывающего вклады рассеяния с нулевой и первой кратностями в лучевую интенсивность излучения, а также вклада двукратного рассеяния в эффективный источник $Q^{(2)} = \Sigma G_0 \Sigma G_0 Q$, который характеризует излучение из объема рассеивающей среды. После многократных итераций уравнения (5) и дальнейшей свертки его с заданным источником излучения Q , лучевая интенсивность излучения $I(\mathbf{r}, s)$ оказывается равной сумме двух слагаемых:

$$I = I^{(0 \dots N)} + GQ^{(N+1)}. \quad (6)$$

Первое слагаемое $I^{(0 \dots N)}$ учитывает вклады $I^{(n)} = G_0 \times (\Sigma G_0)^n Q$ (где $n = 0, \dots, N$) рассеяния с конечными кратностями в лучевую интенсивность и представляется суммой

$$I^{(0 \dots N)} = I^{(0)} + \sum_{n=1}^N I^{(n)}. \quad (7)$$

Второе слагаемое в (6) описывает излучение эффективного источника $Q^{(N+1)} = \Sigma I^{(N)}$, в формирование которого

го вносит вклад рассеяние с конечной кратностью $N + 1$. В подробной записи вклад $I^{(n)}$ рассеяния с кратностью n в лучевую интенсивность представляется многократным интегралом по прямолинейным отрезкам путей рассеяния $ls, l_1s_1, \dots, l_ns_n$:

$$I^{(n)}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = \int_0^\infty dl \exp(-\mu_l l) \int_0^\infty dl_1 \exp(-\mu_{l_1} l_1) \dots \int_0^\infty dl_n \exp(-\mu_{l_n} l_n) \int \Sigma(\mathbf{s}, \mathbf{s}_1) d\Omega_1 \int \Sigma(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) d\Omega_2 \dots \int \Sigma(\mathbf{s}_{n-1}, \mathbf{s}_n) d\Omega_n Q(\mathbf{r} - l\mathbf{s} - l_1\mathbf{s}_1 - \dots - l_n\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_n). \quad (8)$$

После вычисления такого многократного интеграла по путям рассеяния плотность эффективного источника в подробной записи принимает вид

$$Q^{(N+1)}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = \int \Sigma(\mathbf{s}, \mathbf{s}') I^{(N)}(\mathbf{r}, \mathbf{s}') ds'. \quad (9)$$

Формулы (8) и (9) составляют основу «микроскопического» гибридного подхода к вычислению диффузного отражения падающего узкого коллимированного пучка от полуограниченной рассеивающей среды. Они обосновывают наглядные эвристические рассуждения, используемые при построении гибридного метода в работах [15, 16]. При этом заданный источник излучения $Q(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ сосредоточен в начале координат на поверхности среды и задается выражением $Q(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = Q_0 \delta(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0)$, где \mathbf{s}_0 – единичный вектор в направлении падения пучка.

До сих пор использовались точные соотношения в рамках ТПИ. Переходя к рассмотрению «микроскопического» гибридного подхода, мы заменяем точную функцию Грина G во втором члене правой части уравнения (6) на ее обычную диффузионную асимптотику [15, 19], определяемую равенством

$$G_{\text{diff}}(r - r', \theta - \theta', z') = \frac{1}{4\pi} \left[z' \left(\mu_{\text{eff}} + \frac{1}{d_1} \right) \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}} d_1)}{d_1^2} + (z' + 2z_b) \left(\mu_{\text{eff}} + \frac{1}{d_2} \right) \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}} d_2)}{d_2^2} \right]. \quad (10)$$

Здесь d_1 – расстояние между точечным источником с координатами r', θ', z' в цилиндрической системе координат, начало которой совпадает с точкой $\mathbf{r} = 0$ на поверхности среды, а ось z направлена вниз перпендикулярно этой поверхности, и точкой наблюдения с координатами $r, \theta, z = 0$; d_2 – расстояние между точкой наблюдения и мнимым источником, который получается из упомянутого источника путем его зеркального отражения относительно плоскости эффективной границы $z = -z_b$; $\mu_{\text{eff}} = \{3\mu_a[\mu_a + \mu_s(1 - g)]\}^{1/2}$ – эффективный коэффициент ослабления излучения в диффузионном приближении. В рассматриваемом случае отсутствия преломления лучей на границе среды полагают, что $z_b = 2\bar{D}$, где $\bar{D} = 1/\{3[\mu_a + \mu_s(1 - g)]\}$ при умножении на скорость света в вакууме дает коэффициент диффузии излучения в рассеивающей среде. Такой выбор положения плоскости зеркального отражения позволяет удовлетворить в диффузионном приближении граничному условию отсутствия входящего в среду потока энергии рассеянного излучения (подробнее см. в [19]).

Стоит отметить, что, по нашим представлениям, уравнение (6) дает равномерную асимптотику коэффициента отражения для всех расстояний, если число итераций превышает некоторое критическое значение.

Мы рассматриваем полуограниченную рассеивающую среду, на поверхность которой $z = 0$ падает из свободного полупространства $z < 0$ коллимированный бесконечно узкий пучок в направлении оси z . Нашей задачей является вычисление функции распределения диффузно отраженного излучения вдоль поверхности среды (коэффициент отражения), определяемой равенством $R(\mathbf{r}) = \int_{s_n > 0} I(\mathbf{r}, \mathbf{s}) s_n d\Omega$, где \mathbf{n} – внешняя нормаль к поверхности среды в точке \mathbf{r} и в направлении свободного полупространства. Эта функция вычисляется с помощью выражения (6) для лучевой интенсивности. Вычисление первого слагаемого в (6), учитывающего вклады рассеяния с конечными кратностями в коэффициент отражения $R(\mathbf{r})$, и эффективного источника во втором слагаемом сводится к расчету многократных интегралов (8) по прямолинейным отрезкам путей рассеяния. Для этого расчета мы применяем метод МК, основанный на работах [14–16], где фазовая функция аппроксимируется с помощью постулированной функции Хензи – Гринштейна [1, 2].

Возьмем полуограниченную среду с коэффициентом рассеяния $\mu_s = 54 \text{ см}^{-1}$, фактором анизотропии $g = 0.7$ и коэффициентом поглощения $\mu_a = 0.02 \text{ см}^{-1}$, которые соответствуют оптическим параметрам модели биологической рассеивающей среды в виде интралипидной эмульсии (2 %) [20]. На рис.2 и 3 приведены профили коэффициента отражения $R(\mathbf{r})$, вычисленные с помощью уравнения (6) для различных кратностей рассеяния N . При расчетах мы ограничились интервалом расстояний вдоль поверхности среды $0 - 2 \text{ см}$, что соответствует 108 длинам пробега. На этих же рисунках для сравнения приведены результаты решения уравнения переноса с помощью численного моделирования методом МК [13]. Случай $N = 0$ соответствует традиционному диффузионному приближению в ТПИ [5, 6].

Из рис.2 видно, что традиционное диффузионное приближение дает существенно завышенное для малых расстояний и заметно заниженное для больших расстояний от точки падения пучка значение коэффициента отраже-

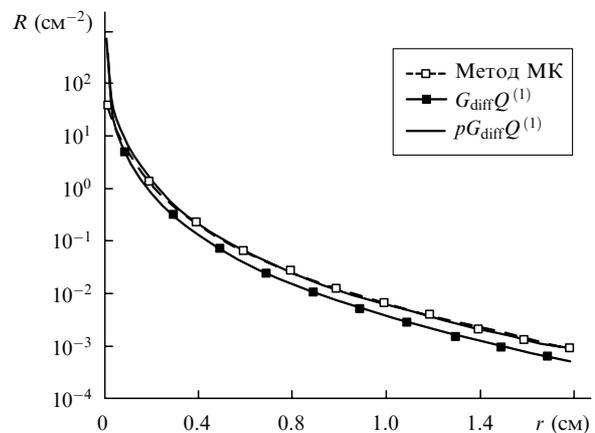


Рис.2. Зависимости коэффициента отражения от расстояния между источником и приемником излучения, полученные с помощью традиционного диффузионного приближения ($N = 0, G_{\text{diff}} Q^{(1)}$), его перенормировки ($pG_{\text{diff}} Q^{(1)}$) и численного моделирования методом МК (10^7 «запущенных в среду» фотонов) для интралипидной эмульсии (2 %) (о перенормировке см. в тексте).

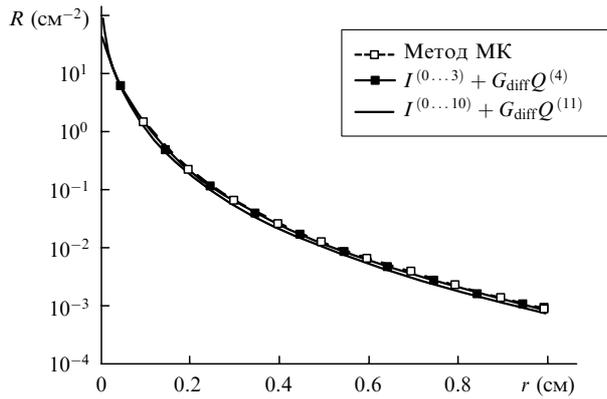


Рис.3. Зависимости коэффициента отражения от расстояния между источником и приемником излучения, полученные с помощью аналитического гибридного метода ($I^{(0...N)} + G_{\text{diff}}Q^{(N+1)}$) при $N = 3$ и 10 и численного моделирования методом МК (10^7 «запущенных в среду» фотонов) для интралипидной эмульсии (2 %).

ния. В этом приближении не учитывается рассеяние с малыми кратностями, описываемое первым слагаемым уравнения (6), и эффективный источник в диффузионном приближении $Q^{(1)}$ в основном сосредоточен на отрезке $0 < z < 1/\mu_t$ вдоль оси падающего пучка. С увеличением кратности рассеяния N наблюдается повышение точности аналитического гибридного метода, который предполагает вычисление функции распределения $R(r)$ выходящего из среды излучения с помощью уравнения (6). Иначе говоря, гибридный метод дает для функции распределения $R(r)$ равномерную аппроксимацию как на малых, так и на больших расстояниях.

На рис.3 приведены профили функции распределения $R(r)$, полученные с помощью стандартного метода МК для решения поставленной задачи в целом и аналитического гибридного метода ($I^{(0...N)} + G_{\text{diff}}Q^{(N+1)}$) с учетом кратностей рассеяния до $N = 3$ и 10 включительно. Кратность рассеяния N можно считать параметром для оценки точности аналитического гибридного метода. Критическая же кратность рассеяния, начиная с которой происходит равномерное асимптотическое сближение результатов, полученных аналитическим гибридным методом и методом МК, оценивается по формуле $N_{\text{cr}} \sim (1 - g)^{-1} = 3$. Однако результаты вычислений распределения интенсивности выходящего из среды излучения, приведенные на рис.3, показывают, что эта формула является довольно грубой и истинное значение N_{cr} в несколько раз больше оценочного.

На рис.4 приведена зависимость от r относительной погрешности аналитического гибридного метода (для 2%-ной интралипидной эмульсии) при $N = 10$. Видно, что эта погрешность для рассматриваемого интервала расстояний изменяется от -6% до $+6\%$, что позволяет положить $N_{\text{cr}} = 10$.

3. Аппроксимация аналитического гибридного метода

В предыдущем разделе была изложена техника построения эффективного распределенного источника, которая позволяет улучшить точность диффузионного приближения в рамках аналитического гибридного метода. Однако для практического применения этого метода желательно использовать его упрощенную аппроксимацию. Поэтому возникает вопрос о возможности грубого,

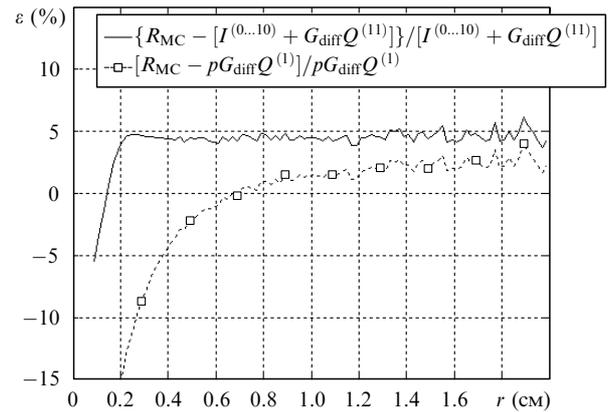


Рис.4. Относительные погрешности ε аналитического гибридного метода ($N = 10$) и перенормированного диффузионного приближения ($p = 1.7$, $N = 0$) для интралипидной эмульсии (2 %); R_{MC} – коэффициент отражения, полученный методом МК.

но простого моделирования распределенного эффективного источника. Для ответа на этот вопрос вернемся к рис.2, где обычное диффузионное приближение для $N = 0$ сравнивается с результатом моделирования методом МК. Заметим, что, начиная с некоторого расстояния, кривые, полученные в диффузионном приближении и при численном моделировании методом МК, равноудалены друг от друга. Это дает возможность подобрать некоторый коэффициент перенормировки p диффузионного приближения, позволяющий сблизить его с результатом численного моделирования методом МК на определенном интервале расстояний (кривая $pG_{\text{diff}}Q^{(1)}$ на рис.2). Такая процедура может рассматриваться как аппроксимация коэффициента отражения, полученного аналитическим гибридным методом. Для интралипидной эмульсии (2 %) коэффициент $p = 1.7$, а относительная погрешность перенормированного диффузионного приближения находится в пределах $\pm 6\%$ (рис.4). Практическое значение данной аппроксимации состоит в том, что она позволяет использовать диффузионную асимптотику на рассматриваемых расстояниях для измерения относительной отраженной интенсивности, что фактически было заложено в оптический способ определения общей оксигенации венозной и артериальной крови [4].

На рис.5 приводятся результаты численного моделирования распределения коэффициента отражения методом МК, аналитическим гибридным методом с учетом рассеяния с кратностями до $N = 600$ и методом перенормировки диффузионной асимптотики с коэффициентом $p = 1.6$ для среды в виде суспензии эритроцитов ($H = 0.41$) с оптическими параметрами $\mu_s = 668 \text{ cm}^{-1}$, $g = 0.992$ и $\mu_a = 1.68 \text{ cm}^{-1}$ [17]. В данном случае относительная погрешность в пределах $\pm 6\%$ для перенормированной диффузионной асимптотики обеспечивается на интервале расстояний $0.5 - 1.0$ см, что соответствует интервалу $335 - 670$ длин пробега.

4. Немонотонное поведение коэффициента отражения на малых расстояниях и особенности анизотропии фазовой функции для больших углов рассеяния

В предыдущих разделах при расчете первого и второго слагаемых в уравнении (6) использовалась функция Хеньи – Гринштейна [1, 2, 7 – 11, 13, 15, 20 – 23]. Строго го-

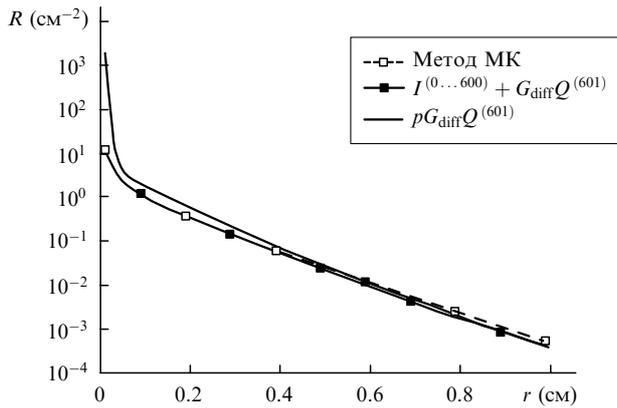


Рис.5. Зависимости коэффициента отражения от расстояния между источником и приемником излучения, полученные с помощью аналитического гибридного метода ($N = 600$), перенормировки диффузионного приближения ($p = 1.6$) и численного моделирования методом МК (10^7 «запущенных в среду» фотонов) для суспензии эритроцитов ($H = 0.41$).

вора, при расчете первого слагаемого следует выбирать фазовую функцию с более точным учетом ее возможной анизотропии для больших углов рассеяния (в пределах $180^\circ - 90^\circ$), т. к. эти углы могут быть ответственны с физической точки зрения за немонотонное поведение зависимости коэффициента отражения от малых расстояний между точками наблюдения и падения пучка [23, 24]. При этом малые расстояния имеют порядок транспортной длины свободного пробега $1/\mu_{tr}$, где $\mu_{tr} \sim (1 - g)\mu_s$. Кроме того, необходимо учитывать конечную ширину диаграммы направленности как падающего пучка, так и приемного устройства. В этом разделе мы используем фазовую функцию элементарного акта рассеяния из [24]:

$$p(\cos \theta) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{M + 1}{2^M} (1 + \cos \theta)^M + (1 - \alpha) \frac{3}{4\pi} \cos^2 \theta, \quad (11)$$

где весовой коэффициент $\alpha \in [0, 1]$, обеспечивающий нормировку фазовой функции, и параметр $M = 0, 1, 2, 3, \dots$ определяют, в частности, положение локального минимума фазовой функции для больших углов рассеяния (в пределах $90^\circ - 180^\circ$).

На рис.6 показаны зависимости коэффициента отражения от малых расстояний, измеренных в длинах про-

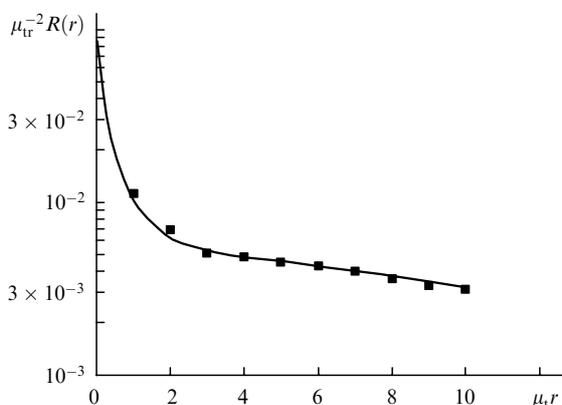


Рис.6. Вклад первого слагаемого $I^{(0...60)}$ в уравнении (6) аналитического гибридного метода в коэффициент отражения (сплошная кривая) при малых расстояниях между источником и приемником излучения. Точки – данные из работы [24].

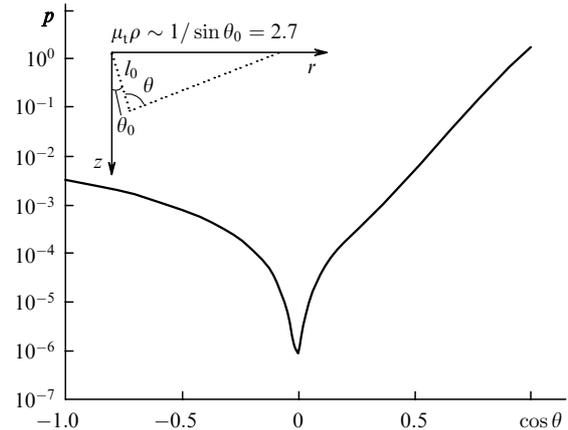


Рис.7. Иллюстрация связи локального немонотонного поведения коэффициента отражения при малых расстояниях между источником и приемником излучения с анизотропией фазовой функции для больших углов рассеяния (в пределах $180^\circ - 90^\circ$); $\theta_0 = 21.7^\circ$ – полуширина диаграммы направленности падающего пучка в нашем расчете и в работе [24], $l_0 = 1/\mu_t$ – длина свободного пробега излучения до первого акта рассеяния, ρ – расстояние между точкой падения пучка и точкой выхода однократно рассеянного излучения.

бега. Данная зависимость получена из формулы (11) при $M = 21$ и $\alpha = 0.9867$ с использованием только первого слагаемого уравнения (6) при $N = 60$. На этом же рисунке приведены результаты вычисления коэффициента отражения стандартным методом МК для указанной фазовой функции, полученные в [24] и иллюстрирующие немонотонное поведение коэффициента отражения на малых расстояниях ($\mu_{tr} r \sim 3$). Из рис.6 видно, что первое слагаемое в уравнении (6) аналитического гибридного метода описывает коэффициент отражения на малых расстояниях, где преобладает рассеяние с конечными кратностями и возможно немонотонное поведение коэффициента отражения.

Для интерпретации немонотонного поведения коэффициента отражения на рис.7 приведена фазовая функция (11) с резко выраженным минимумом для углов рассеяния вблизи $\theta = 90^\circ$. На наш взгляд, локальное немонотонное поведение коэффициента отражения в окрестности расстояний $\mu_{tr} r \sim 3$ непосредственно связано именно с указанным минимумом функции (11), что подтверждается оценкой $\mu_{tr} r$ в приближении однократного рассеяния (см. вставку на рис.7).

5. Обсуждение результатов

В настоящей работе рассмотрен аналитический итерационный метод усовершенствования диффузионной асимптотики в ТПИ, основанный на свойстве взаимности функции Грина и используемый для решения задачи зондирования биологических сред, таких как интралипидная эмульсия (2%) и суспензия эритроцитов ($H = 0.41$), путем отражения узкого лазерного пучка. Усовершенствование диффузионного приближения осуществляется за счет учета вклада рассеяния с конечными кратностями в интенсивность излучения в окрестности источника на поверхности среды и за счет построения эффективного распределенного источника излучения, выходящего из глубоких слоев среды. При этом рассеяние с конечными кратностями, преобладающее вблизи падающего пучка, ответственно за возможный немонотонный характер зависимости коэффициента отражения от рас-

стояния между точками падения пучка и регистрации излучения. Показано, что данное локальное немонотонное поведение коэффициента отражения связано с анизотропией фазовой функции элементарного акта рассеяния на большие углы (в интервале $180^\circ - 90^\circ$) и может меняться в зависимости от особенностей этой анизотропии. Кроме того, оно чувствительно к ширине диаграммы направленности падающего пучка и приемного устройства.

Итерационным параметром рассмотренного аналитического гибридного метода является кратность рассеяния излучения, по мере увеличения которой происходит равномерное сближение кривых для коэффициента отражения, полученных предложенным методом и численным моделированием с помощью метода МК как при малых, так и при больших расстояниях между источником и приемником излучения, при широкой угловой апертуре приемника (в пределах телесного угла 2π). Сформулированный метод позволяет рассматривать также среды с сильно вытянутой вперед индикатрисой элементарного акта рассеяния, хотя при этом критическая кратность рассеяния существенно возрастает. Показана возможность упрощенной аппроксимации данного метода для определенных интервалов расстояний между источником и приемником, что оправдывает практическое использование традиционной диффузионной асимптотики для оценки относительных интенсивностей выходящего из среды излучения на указанных расстояниях от точки падения пучка.

Таким образом, поставлена и решена с использованием свойства взаимности функции Грина в ТПИ и аналитического подхода проблема получения равномерной аппроксимации коэффициента диффузного отражения лазерного пучка от однородной полуграниченной среды с анизотропной фазовой функцией элементарного акта рассеяния как при малых, так и при больших расстояниях между источником и приемником в случае широкой диаграммы направленности приемного устройства.

Данная работа выполнена при частичной поддержке

фонда «Фундаментальные науки – медицине» Программы фундаментальных исследований Президиума РАН.

1. Тучин В.В. *УФН*, **167** (5), 517 (1997).
2. Приезжев А.В. *Квантовая электроника*, **32**, 847 (2002).
3. Cui W., Kumar C., Chance B. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **1431**, 180 (1991).
4. Годик Э.Э., Ахремичев Б.Б., Барабаненков Ю.Н., Борисов Н.А., Каргашин А.Ю., Трофимов Д.Е. Патентное изобретение РФ № 2040912. *БИ*, № 22, 1 (1995).
5. Barabankov Yu.N., Kargashin A.Yu. *J. Modern Optics*, **40** (11), 2243 (1993).
6. Исимару А. *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах* (М.: Мир, 1981).
7. Martelli F., Bassani M., Alianeli L., Zangheri L., Zaccanti G. *Phys. Med. Biol.*, **45**, 1359 (2000).
8. Del Bianco S., Martelli F., Zaccanti G. *Phys. Med. Biol.*, **47**, 4131 (2002).
9. Wang L.V., Jacques S.L. *Comput. Meth. Progr. Biomed.*, **61**, 163 (2000).
10. Graaff R., Rinzema K. *Phys. Med. Biol.*, **46**, 3043 (2001).
11. Patterson M., Chance B., Wilson B.C. *Appl. Opt.*, **28**, 2331 (1989).
12. Wilson B.C., Adam G. *Med. Phys.*, **10**, 824 (1983).
13. Prah S.A., Keijzer M., Jacques S.L., Welch A.J. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **1S5**, 102 (1989).
14. Witt A.N. *Astrophys. J.*, **S35**, 1 (1977).
15. Wang L., Jacques S.L. *J. Opt. Soc. Am. A*, **10** (8), 1746 (1993).
16. Flock S.T., Wilson B.C., Patterson M.S. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **908**, 20 (1988).
17. Cheong W.-F., Prah S.A., Welch A.J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **26** (12), 2166 (1990).
18. Кейз К., Цвайфель П. *Линейная теория переноса* (М.: Мир, 1972).
19. Contini D., Martelli F., Zaccanti G. *Appl. Opt.*, **36** (19), 4587 (1997).
20. Быков А.В., Приезжев А.В., Басс Л.П., Николаева О.В., Кузнецов В.С., Дергачев А.А. *Труды II Евразийского конгресса по медицинской физике и инженерии «Медицинская физика-2005»* (М., 2005, с. 177).
21. Groenhuis R.A.J., Ferwerda H.A., Ten Bosch J.J. *Appl. Opt.*, **22**, 2456 (1983).
22. Groenhuis R.A.J., Ten Bosch J.J., Ferwerda H.A. *Appl. Opt.*, **22**, 2463 (1983).
23. Kienle A., Forster F.K., Hibst R. *Opt. Lett.*, **26**, 1571 (2001).
24. Bevilacqua F., Depeursing C. *J. Opt. Soc. Am. A*, **16**, 2935 (1999).