

О рассеянии излучения частицей, расположенной в регулярно-неоднородной среде

Р.Х.Алмаев, А.А.Суворов

Исследованы рассеивающие характеристики сферической частицы, помещенной в регулярно-неоднородную среду. Показано, что неоднородность среды вне частицы существенным образом меняет картину рассеяния волны по сравнению с рассматриваемым в классической теории случаем рассеяния света на частице в однородной среде. Для условий, когда неоднородную среду можно представить как дефокусирующий или фокусирующий канал, получены выражения для амплитуды рассеяния. Показано, что дефокусирующее действие среды проявляется в значительном уширении амплитуды рассеяния и в смещении её максимума по сравнению с классическим случаем. Фокусировка рассеянного излучения средой может приводить как к уширению, так и к сужению амплитуды рассеяния, а также вызывать периодические изменения положения её максимума. Проведена оценка влияния регулярной рефракции на прохождение пучка излучения в рассеивающей среде.

Ключевые слова: рассеяние излучения, амплитуда рассеяния, дефокусирующая среда, фокусирующая среда, тепловое самовоздействие лазерного излучения, лазер с ядерной накачкой.

Распространение электромагнитных волн в реальных средах всегда сопровождается рассеянием. В зависимости от конкретных условий его основной причиной могут быть, например, микроскопические флуктуации или турбулентные пульсации плотности среды, находящиеся в среде дисперсные образования (гидрозоли, аэрозоли) или дефекты и вкрапления. Одной из составных частей теории переноса излучения в средах с локальными неоднородностями является теория рассеяния на отдельной неоднородности. Классическая теория, описывающая рассеяние волны на частице, расположенной в однородной среде (см., напр., [1–4]), позволяет объяснить широкий круг встречающихся в природе явлений, обусловленных рассеянием волн (см., напр., [5, 6]). Однако в рамках классической теории рассеяния не может быть описан ряд задач лазерной физики и нелинейной оптики, в которых требуется учитывать регулярную неоднородность среды, окружающей рассеивателя.

Так, при исследовании теплового самовоздействия лазерного излучения в аэродисперсных средах [7] и в турбулентной атмосфере [8] необходимо учитывать, что рассеяние происходит на неоднородностях в условиях возникновения наведённой самим лазерным пучком тепловой линзы. Образующие при этом регулярные неоднородности среды имеют такие масштабы, что на рассматриваемых трассах они существенно влияют на рассеивающие характеристики локальных неоднородностей (аэрозоли, турбулентные вихри). Подобного рода явление –

рассеяние излучения в регулярно-неоднородной среде – происходит и в активной среде лазеров, накачка которых осуществляется жёстким ионизатором, например осколками деления. В этом случае средняя неоднородность энерговклада по объёму активной среды приводит к образованию в ней протяжённой газовой линзы [9], определяющей модовую структуру формируемого резонатором лазерного пучка. Рассеяние же пучка на треках ионизатора или индуцированных им пульсациях плотности активной среды вызывает дополнительное ослабление излучения и оказывает влияние на его когерентные и энергетические характеристики. К данной проблеме относится также задача распространения лазерного излучения в градиентных волокнах, где рассеяние обусловлено случайными вкраплениями и дефектами волокон.

С точки зрения теории волн эти достаточно важные для квантовой электроники задачи объединяет то, что, во-первых, и падающая и рассеянная волны распространяются в регулярно-неоднородной среде, а, во-вторых, в общем случае точка наблюдения рассеянного поля также находится в неоднородной среде. Несмотря на такую распространённость явления рассеяния волны изолированной частицей в средах с линзовыми свойствами, возникающего при распространении излучения в регулярно-неоднородной среде с рассеивателями, его изучению до настоящего времени не уделялось должного внимания и публикации на эту тему немногочисленны (см., напр., [10], где в приближении геометрической оптики рассмотрена задача о распространении радиоволн в ионосфере). В этой связи нам представляется интересным и важным как с познавательной, так и с практической точки зрения более детально изучить указанную проблему.

В данной работе исследуются рассеивающие характеристики большой, оптически мягкой сферической частицы, находящейся в регулярно-неоднородной среде. Для случая, когда среду вне частицы можно представить как рефракционный канал, получено выражение для ампли-

Р.Х.Алмаев. Обнинский государственный технический университет атомной энергетики, Россия, 249040 Обнинск, Калужская обл., Студгородок, 1

А.А.Суворов. ГИЦ РФ – Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, Россия, 249033 Обнинск, Калужская обл., пл. Бондаренко, 1; e-mail: suvovov@ipre.ru

Поступила в редакцию 10 января 2005 г., после доработки – 13 июля 2005 г.

туды рассеяния. Анализ полученного выражения проведен применительно к двум характерным ситуациям рассеяния: в дефокусирующем рефракционном канале, образованном при тепловом самовоздействии лазерного пучка в турбулентной атмосфере, и в фокусирующей активной среде лазера с ядерной накачкой.

1. Постановка и общее решение задачи

Рассмотрим рассеяние электромагнитной волны на частице, находящейся в среде, диэлектрическая проницаемость которой $\epsilon_m(\mathbf{R})$ (где $\mathbf{R} = \{x, y, z\}$ – трехмерный радиус-вектор) зависит от координат. Без ущерба для общности изложения будем считать, что среда, окружающая частицу, прозрачна, а также что среда и частица немагнитные.

Пусть неоднородная среда, в которую помещена частица (ее центр расположен в точке \mathbf{R}_s), занимает пространство $z \geq 0$. Ось Z декартовой системы координат выберем вдоль направления преимущественного распространения падающей на среду волны, вектор напряженности электрического поля которой обозначим через $\mathbf{E}_i(\mathbf{R})$ (рис.1).

Полагая, что на масштабах порядка линейного размера частицы a_s пространственной неоднородностью диэлектрической проницаемости окружающей среды можно пренебречь (т.е. масштаб l_m изменения поля $\epsilon_m(\mathbf{R})$ значительно превышает размер частицы, $l_m \gg a_s$), представим диэлектрическую проницаемость системы среда – частица в следующем виде:

$$\epsilon(\mathbf{R}) = \epsilon_m(\mathbf{R}_s)[1 + \Delta\epsilon_m(\mathbf{R})] + \Theta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_s)\Delta\epsilon_s. \quad (1)$$

Здесь $\Delta\epsilon_m(\mathbf{R}) = [\epsilon_m(\mathbf{R}) - \epsilon_m(\mathbf{R}_s)]/\epsilon_m(\mathbf{R}_s)$ – относительное изменение диэлектрической проницаемости среды (так что $\Delta\epsilon_m(\mathbf{R}_s) = 0$); ϵ_s – диэлектрическая проницаемость частицы; $\Delta\epsilon_s = \epsilon_s - \epsilon_m(\mathbf{R}_s)$;

$$\Theta(\mathbf{R}) = \begin{cases} 1 & \text{при } \mathbf{R} \in V_s, \\ 0 & \text{при } \mathbf{R} \notin V_s; \end{cases} \quad (2)$$

V_s – объем рассеивающей частицы ($a_s \sim V_s^{1/3}$).

Рассмотрим случай, когда пространственная неоднородность диэлектрической проницаемости среды удовле-

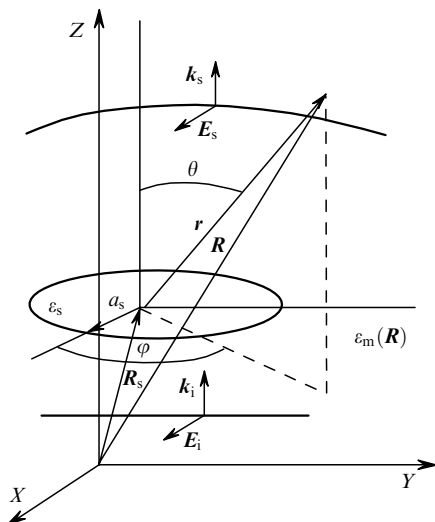


Рис.1. Иллюстрация к задаче рассеяния.

творяет условиям малости, $\max |\Delta\epsilon_m(\mathbf{R})| \ll 1$, и плавной неоднородности, $kl_m \gg 1$ (где $k = 2\pi[\epsilon_m(\mathbf{R}_s)]^{1/2}/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны). Эти условия позволяют пренебречь деполяризацией рассеянной волны при ее распространении в неоднородной среде и определить вектор напряженности электрического поля рассеянной волны $\mathbf{E}_s(\mathbf{R})$ с помощью выражения (см., напр., [4])

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{R}) = -\text{rot} \iiint_{V_s} d^3 R' \Delta\epsilon_s \mathbf{E}(\mathbf{R}' + \mathbf{R}_s) \bar{G}(\mathbf{R}|\mathbf{R}' + \mathbf{R}_s), \quad (3)$$

в котором $\mathbf{E}(\mathbf{R})$ – вектор напряженности электрического поля внутри частицы; $\bar{G}(\mathbf{R}|\mathbf{R}')$ – функция Грина уравнения Гельмгольца

$$\Delta \bar{G}(\mathbf{R}|\mathbf{R}') + k^2 [1 + \Delta\epsilon_m(\mathbf{R})] \bar{G}(\mathbf{R}|\mathbf{R}') = \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}'); \quad (4)$$

$\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ – оператор Лапласа.

Согласно (3), если из каких-либо дополнительных соображений известно решение внутренней задачи для $\mathbf{E}(\mathbf{R})$, то при сделанных предположениях относительно поля диэлектрической проницаемости $\epsilon_m(\mathbf{R})$ решение уравнений Максвелла для векторного поля рассеянной волны в конечном счете сводится к решению одного скалярного уравнения (4) для функции Грина. В рассматриваемом случае, в силу условия $l_m \gg a_s$, решение внутренней задачи можно найти стандартными способами теории рассеяния в однородной среде, применив их для пространственно-однородной подобласти в окрестности частицы.

Перейдем теперь к анализу уравнения (4). Исследуем случай рассеяния волн на большой, оптически мягкой частице, такой, что $ka_s \gg 1$, $k|\Delta\epsilon_s|a_s \ll 1$. Известно [2], что при рассеянии волны на такой частице в однородной среде основная часть энергии рассеянной волны сосредоточена в узком конусе углов вблизи направления распространения падающей волны. Поскольку этот результат остается в силе и в плавно-неоднородной среде (при $kl_m \gg 1$), энергонесущую часть рассеянной волны можно представить в виде волнового пучка, эффективный размер которого определяется шириной центрального максимума амплитуды рассеяния частицы. Причем, в силу условия $\max |\Delta\epsilon_m(\mathbf{R})| \ll 1$, направление распространения этого пучка не будет сильно отличаться от направления распространения падающей волны. (Заметим, что при рассеянии в однородной среде направления распространения энергонесущей части рассеянной и падающей волн совпадают.) Данные обстоятельства позволяют посредством перехода к квазиоптическому приближению провести упрощение уравнения (4).

Будем искать решение уравнения (4) при $z > z'$ в виде

$$\bar{G}(\mathbf{R}|\mathbf{R}') = -\frac{i}{2k} G(\mathbf{R}|\mathbf{R}') \exp[ik(z - z')]. \quad (5)$$

Подстановка данного соотношения в (4) и пренебрежение второй производной по z приводят к параболическому уравнению квазиоптики для функции $G(\mathbf{R}|\mathbf{R}')$

$$2ik \frac{\partial}{\partial z} G + \Delta_{\perp} G + k^2 \Delta\epsilon_m(\mathbf{R}) G = 0, \quad (6)$$

$$G(\mathbf{R}|\mathbf{R}')|_{z=z'} = \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'), \quad (7)$$

где $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ – оператор Лапласа по поперечным координатам; $\boldsymbol{\rho} = \{x, y\}$.

В рассматриваемом случае рассеяния на оптически мягкой частице является обоснованной замена в формуле (3) внутреннего поля полем падающей волны, т. е. использование так называемого приближения Рэлея – Ганса (см., напр., [2–4]):

$$\mathbf{E}(\mathbf{R})|_{\mathbf{R} \in V_s} = \mathbf{E}_i(\mathbf{R}).$$

Тогда, учитывая (5), для поля рассеянной волны получим

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s(\mathbf{R}) = & \frac{i}{2k} \Delta \varepsilon_s \operatorname{rot} \operatorname{rot} \iiint_{V_s} d^3 R' \mathbf{E}_i(\mathbf{R}' + \mathbf{R}_s) \\ & \times G(\mathbf{R}|\mathbf{R}' + \mathbf{R}_s) \exp[ik(z - z' - z_s)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Далее для определенности будем считать, что падающая волна линейно поляризована, и представим её единственную отличную от нуля компоненту E_{ix} в следующем виде:

$$E_{ix}(\mathbf{R}) = U_i(\mathbf{R}) \exp(ikz). \quad (9)$$

Здесь $U_i(\mathbf{R})$ – комплексная амплитуда падающей на частицу волны, которая при $z > 0$ удовлетворяет параболическому уравнению

$$2ik \frac{\partial}{\partial z} U_i + \Delta_{\perp} U_i + k^2 \Delta \varepsilon_m(\mathbf{R}) U_i = 0 \quad (10)$$

с граничным условием

$$U_i(\mathbf{R})|_{z=0} = U_0(\boldsymbol{\rho}), \quad (11)$$

где $U_0(\boldsymbol{\rho})$ – амплитуда волны на входе в неоднородную среду.

В рамках квазиоптического приближения действие дифференциального оператора $\operatorname{rot} \operatorname{rot}$ в (8) распространяется лишь на множитель $\exp(ikz)$. Учитывая это обстоятельство, для комплексной амплитуды $U_s(\mathbf{R})$ поля рассеянной волны, которая определяется из соотношения $\mathbf{E}_s(\mathbf{R}) = \mathbf{e}_x U_s(\mathbf{R}) \exp(ikz)$, где \mathbf{e}_x – единичный вектор в направлении X , получим выражение

$$U_s(\mathbf{R}) = -\frac{ik\Delta\varepsilon_s}{2} \iiint_{V_s} d^3 R' U_i(\mathbf{R}' + \mathbf{R}_s) G(\mathbf{R}|\mathbf{R}' + \mathbf{R}_s). \quad (12)$$

Из (12) следует, что комплексная амплитуда поля рассеянной волны определяется сверткой функции Грина $G(\mathbf{R}|\mathbf{R}')$ и комплексной амплитуды $U_i(\mathbf{R})$ падающей волны, которые зависят от пространственного распределения диэлектрической проницаемости на участках трассы от входа в среду до рассеивающей частицы и от частицы до точки наблюдения.

2. Амплитуда рассеяния волны на частице в рефракционном канале

С целью получения сравнительно простой формулы для амплитуды рассеянной волны, которая вместе с тем будет отражать основные особенности рассеяния, обусловленные регулярной неоднородностью среды, рассмотрим случай, когда падающая на частицу волна является волновым пучком с радиусом a_0 , причем как этот радиус,

так и характерный поперечный масштаб l_s изменения амплитуды рассеянной волны (эффективный радиус рассеянной волны) значительно меньше минимального масштаба изменения $\Delta \varepsilon_m(\mathbf{R})$. В этом случае в области $|\boldsymbol{\rho}| \ll l_m$ изменение диэлектрической проницаемости среды можно разложить в ряд Тейлора по поперечным к преимущественному направлению распространения волн координатам. Ограничившись квадратичными по x, y членами разложения, получим

$$\Delta \varepsilon_m(\mathbf{R}) = \Delta \varepsilon_m(z, 0) + \varepsilon_1(z) \boldsymbol{\rho} + \beta^2(z) \boldsymbol{\rho}^2, \quad (13)$$

где $\varepsilon_1(z) = \{\varepsilon_{1x}(z), 0\}$ – двумерный вектор с компонентами $\varepsilon_{1x}(z) = (\partial/\partial x) \Delta \varepsilon_m(z, \boldsymbol{\rho})|_{\boldsymbol{\rho}=0}$, $\varepsilon_{1y} = (\partial/\partial y) \Delta \varepsilon_m(z, \boldsymbol{\rho})|_{\boldsymbol{\rho}=0} = 0$; принято, что

$$\beta^2(z) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta \varepsilon_m(z, \boldsymbol{\rho})|_{\boldsymbol{\rho}=0} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Delta \varepsilon_m(z, \boldsymbol{\rho})|_{\boldsymbol{\rho}=0}.$$

Представление (13) соответствует безабберационному описанию рефракционных свойств среды. Оно успешно используется при исследовании распространения волн в нелинейной оптике [7], оптике атмосферы [8], акустике океана [11].

Функция Грина $G(\mathbf{R}|\mathbf{R}')$, являющаяся решением задачи (6), (7), при изменении диэлектрической проницаемости вида (13) определяется следующим выражением [12]:

$$\begin{aligned} G(\mathbf{R}|\mathbf{R}') = & \frac{k}{2\pi i h_2(z|z')} \exp \left\{ \frac{ik}{2h_2(z|z')} [\rho^2 h_2'(z|z') \right. \\ & + \rho'^2 h_1(z|z') - 2\rho\rho' + 2\rho\rho_r(z|z') \\ & \left. + 2\rho'\rho_r'(z|z')] + i\Psi(z|z') \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\rho_r(z|z') = \frac{1}{2} \int_{z'}^z d\eta \varepsilon_1(\eta) h_2(\eta|z'); \quad (15)$$

$$\rho_r'(z|z') = \frac{1}{2} \int_{z'}^z d\eta \varepsilon_1(\eta) h_2(z|\eta);$$

$\Psi(z|z')$ – фазовый множитель, не существенный для рассматриваемой задачи. В выражениях (14), (15) через $h_j(z|z')$ ($j = 1, 2$) обозначены решения дифференциального уравнения

$$h_j''(z|z') - \beta^2(z) h_j(z|z') = 0 \quad (16)$$

со следующими начальными условиями:

$$h_1(z'|z') = h_2'(z|z')|_{z=z'} = 1, \quad (17)$$

$$h_2(z'|z') = h_1'(z|z')|_{z=z'} = 0.$$

Штрих у функций $h_j(z|z')$ означает дифференцирование их по переменной z .

Будем считать, что на неоднородную среду падает пучок с плоским волновым фронтом, для которого граничное условие (11) имеет вид $U_i(\mathbf{R})|_{z=0} = A_0$. Решение уравнения (10) с таким граничным условием имеет вид

$$U_i(\mathbf{R}) = \frac{A_0}{h_1(z|0)} \times \exp \left\{ \frac{ik}{2h_1(z|0)} [\rho^2 h_1'(z|0) + 2\rho \tilde{\rho}_r(z|0)] + i\tilde{\Psi}(z) \right\}, \quad (18)$$

где

$$\tilde{\rho}_r(z|0) = \frac{1}{2} \int_0^z d\eta \varepsilon_1(\eta) h_1(\eta|0);$$

$\tilde{\Psi}$ – не зависящая от ρ часть фазового набег.

Подстановка в (12) выражений (14) для функции Грина и (18) для комплексной амплитуды падающей волны и пренебрежение изменением функций $h_j(z|z')$ на масштабе a_s приводит к следующему выражению для комплексной амплитуды рассеянной волны:

$$U_s(\mathbf{R}) = -\frac{ik}{2} \Delta \varepsilon_s V_s U_i(\mathbf{R}_s) \frac{h_2(z|z_s)}{z - z_s} G(\mathbf{R}|\mathbf{R}_s) F(\mathbf{R}|\mathbf{R}_s). \quad (19)$$

Здесь V_s – объем рассеивателя;

$$F(\mathbf{R}|\mathbf{R}_s) = \frac{1}{V_s} \frac{z - z_s}{h_2(z|z_s)} \iiint_{V_s} d^3 R' \times \exp \left\{ \frac{ik\rho'^2}{2L_f(z|z_s)} - i\mathbf{k}_s(\mathbf{R}|\mathbf{R}_s)\rho' \right\} \quad (20)$$

– амплитуда рассеяния в неоднородной среде;

$$L_f(z|z_s) = \left[\frac{h_1(z|z_s)}{h_2(z|z_s)} + \frac{h_1'(z_s|0)}{h_1(z_s|0)} \right]^{-1} \quad (21)$$

– эффективная длина рефракции;

$$\mathbf{k}_s(\mathbf{R}|\mathbf{R}_s) = k \frac{(\rho - \rho_s) - \rho_s^{(m)}(z|z_s)}{h_2(z|z_s)} \quad (22)$$

– вектор рассеяния;

$$\rho_s^{(m)}(z|z_s) = \rho_r'(z|z_s) + \rho_s \left[\frac{h_2(z|z_s)}{L_f(z|z_s)} - 1 \right] + \tilde{\rho}_r(z_s|0) \frac{h_2(z_s|0)}{h_1(z_s|0)} \quad (23)$$

– вектор смещения максимума амплитуды рассеяния.

Прежде чем перейти к анализу особенностей рассеяния в регулярно-неоднородной среде, отметим, что помимо вида функции L_f и вектора \mathbf{k}_s выражение (20) для амплитуды рассеяния отличается от традиционного выражения классической теории рассеяния (см., напр., [2]) ещё и множителем $(z - z_s)/h_2(z|z_s)$. Появление указанного множителя в (20) можно обосновать следующим образом. Поток энергии рассеянного излучения через концентрическую рассеивателю сферу в квазиоптическом приближении сводится к потоку через плоскость $z = \text{const}$. Поскольку мощность рассеянного излучения определяется интегралом по этой плоскости от функции $|F|^2$, то из условия независимости значения этого интеграла от состояния неоднородности среды и получается дополнительный множитель. Действительно, из несложных вычислений интеграла

$$\iint d^2 \rho |F(z, \rho)|^2 = \left[\frac{2\pi(z - z_s)}{kV_s} \right]^2 \times$$

$$\times \iint dz_1 dz_2 \iint d^2 \rho \Theta(z_1, \rho) \Theta(z_2, \rho) \sim (z - z_s)^2 \quad (24)$$

следует, что неоднородность среды не влияет на результат, что выражается в его пропорциональности квадрату расстояния от плоскости наблюдения до рассеивателя. Такой же результат в квазиоптическом приближении даёт и классическая теория рассеяния.

Выявим основные особенности рассеяния волны, обусловленные неоднородностью окружающей рассеиватель среды, на примере задачи рассеяния на шаре радиусом a_s . Остановимся на случае, когда точка наблюдения лежит в дальней зоне дифракции. Отметим, что условие реализации фраунгоферовой дифракции в регулярно-неоднородной среде имеет вид $|L_f(z|z_s)| \gg ka_s^2$, и поскольку вследствие рефракции рассеянного излучения L_f не совпадает с $z - z_s$ (см. (21)), оно существенно отличается от такового для однородной среды. Интегрирование в (20) по объёму шара при условии $|L_f| \gg ka_s^2$ (см., напр., [2]) для амплитуды рассеяния даёт

$$F(\mathbf{R}|\mathbf{R}_s) = 3 \frac{z - z_s}{h_2(z|z_s)} \frac{\sin q_s - q_s \cos q_s}{q_s^3}, \quad (25)$$

где $q_s = q_s(\mathbf{R}|\mathbf{R}_s) = a_s |\mathbf{k}_s(\mathbf{R}|\mathbf{R}_s)|$. Из выражения (25) следует, что основная энергия рассеянной волны сосредоточена в телесном угле, в пределах которого $q_s \leq q_0$, где $q_0 = 4.493$ – первый ноль функции F . При этом максимум рассеянного излучения будет наблюдаться в направлении, для которого $q_s = 0$.

Из выражения для вектора рассеяния (22) видно, что условие $q_s = 0$ выполняется при $\rho - \rho_s = \rho_s^{(m)}(z|z_s)$, т.е. вектор $\rho_s^{(m)}$ определяет величину и направление смещения «центра тяжести» рассеянного излучения в плоскости $z = \text{const}$ относительно поперечной координаты положения шара $\rho = \rho_s$. Таким образом, первой характерной особенностью поведения U_s , связанной с неоднородностью окружающей рассеивающий шар среды, является смещение максимума амплитуды рассеянного излучения. Далее из выражения (23) следует, что смещение максимума амплитуды рассеянной волны определяется двумя факторами: местом расположения частицы в плоскости $z = z_s$ (вектор ρ_s) и регулярной рефракцией в неоднородной среде, учитываемой линейным членом разложения $\Delta \varepsilon_m$ по ρ (см. (13)).

Проанализируем теперь влияние регулярной неоднородности среды на угловой размер области, в которой сосредоточена основная энергия рассеянной волны. Определим угловую ширину амплитуды рассеяния на расстоянии $z - z_s$ от рассеивающей частицы с помощью соотношения

$$\Delta\theta(z|z_s) = \frac{|\rho_0 - \rho_s - \rho_s^{(m)}(z|z_s)|}{z - z_s}, \quad (26)$$

представляющего собой отклонения от направления $q_s = 0$, при которых выполняется условие $q_s = q_0$. В выражении (26) через ρ_0 обозначен радиус-вектор точек в плоскости $z = \text{const}$, для которых выполняется условие $q_s = q_0$. Из определения q_s и выражения (22) для \mathbf{k}_s получим

$$\Delta\theta(z|z_s) = \frac{q_0}{ka_s} \frac{|h_2(z|z_s)|}{z - z_s}. \quad (27)$$

Из формулы (27) прежде всего следует, что при рассеянии в неоднородной среде угловая ширина амплитуды рассеяния в общем случае зависит от расстояния $z - z_s$ и, в зависимости от характера рефракции и положения плоскости наблюдения, она может быть как больше, так и меньше ширины амплитуды при рассеянии в однородной среде. Таким образом, второй важной особенностью рассеяния в неоднородной среде, вытекающей из формул (22), (25), (27) и описываемой в рамках рассматриваемой модели, является рефракционное изменение угловой ширины амплитуды рассеяния. Отметим также, что формула (27) позволяет качественно оценить значение интеграла (24) для квадрата амплитуды рассеяния. По порядку величины интеграл (24) равен произведению квадрата максимума амплитуды рассеяния $|F_m|^2$ на площадь ΔS области, в пределах которой в сечении $z = \text{const}$ сосредоточена основная энергия рассеянной волны. Поскольку $\Delta S \sim (z - z_s)^2 \Delta\theta^2$, то приближённо можно записать

$$\iint d^2\rho |F(z, \rho)|^2 \sim \Delta S |F_m|^2 \sim (z - z_s)^2,$$

откуда следует независимость значения интеграла от степени неоднородности среды, в которой распространяется рассеянная волна.

3. Рассеяние на частице при тепловом самовоздействии и в активной среде лазера

С помощью полученных в разд.2 общих соотношений для амплитуды рассеяния исследуем рассеяние излучения на частице при тепловом самовоздействии пучка лазерного излучения в атмосфере и в активной среде лазера с ядерной накачкой. Рассмотрим случай, когда точка наблюдения рассеянного излучения находится в неоднородной среде, ограничившись случаем продольно однородных, осесимметричных рефракционных каналов.

Рассеяние в канале теплового самовоздействия. При тепловом самовоздействии пучка лазерного излучения в атмосфере в зоне воздействия, как известно (см., напр., [8]), образуется неоднородность поля диэлектрической проницаемости, обусловленная неравномерным по сечению пучка нагревом воздуха. В осесимметричном канале самовоздействия $\varepsilon_{1x} = 0$. Для параметра β^2 , определяющего $\Delta\varepsilon_m$ в (13), можно использовать следующую оценку:

$$\beta^2(z) = \frac{1}{2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(z, \rho)|_{\rho=0} \sim \frac{1}{2} \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right| \frac{\Delta T}{a_0^2} > 0,$$

где a_0 – радиус лазерного пучка; T – температура воздуха в зоне самовоздействия. Поскольку изменение температуры ΔT в зоне воздействия варьируется в пределах $0.001 - 0.1$ °C [8], а температурное изменение диэлектрической проницаемости воздуха для излучения видимого диапазона длин волн $|\partial \varepsilon / \partial T| \approx 2 \times 10^{-6}$, то при воздействии на среду лазерным пучком с $a_0 = 1 - 10$ см образуется дефокусирующая тепловая линза, параметр β^2 которой изменяется в пределах $10^{-11} - 10^{-7}$ см⁻². Решения уравнения (16) при постоянных значениях этого параметра имеют вид

$$h_1(z|z') = \cosh \beta(z - z'), \quad h_2(z|z') = \frac{\sinh \beta(z - z')}{\beta}.$$

Подстановка этих функций в выражения (23) и (27) приводит для вектора смещения максимума амплитуды рассеяния $\rho_s^{(m)}$ и угловой ширины амплитуды рассеяния $\Delta\theta$ к следующим формулам:

$$\rho_s^{(m)}(z|z_s) = \rho_s \left(\frac{\cosh \beta z}{\cosh \beta z_s} - 1 \right),$$

$$\Delta\theta(z|z_s) = \frac{q_0}{ka_s} \frac{\sinh \beta(z - z_s)}{\beta(z - z_s)}.$$

Полученные результаты показывают, что в зоне теплового самовоздействия, вследствие дефокусирующего действия тепловой линзы, по мере удаления от рассеивателя монотонно увеличивается как смещение максимума амплитуды рассеяния, так и её ширина. На расстояниях, превышающих длину рефракции $L_T = 1/\beta$, и отклонение от направления вдоль оси Z «центра тяжести» рассеянного излучения и уширение амплитуды рассеяния, как следует из приведённых формул, происходят по экспоненциальному закону. Из выражения для $\rho_s^{(m)}$ также видно, что максимум амплитуды рассеяния смещается в направлении положения частицы относительно оси рефракционного дефокусирующего канала.

Основные закономерности поведения рассеянной волны в дефокусирующей неоднородной среде иллюстрирует рис.2, на котором представлены изменения квадрата амплитуды рассеяния в плоскости XZ в зависимости от переменной $g = 2ka_s \sin \theta/2$; числа у кривых соответствуют значениям $\beta(z - z_s)$. Расчеты проводились по формулам (21)–(23), (25) в сферической системе координат (r, θ, φ) (см. рис.1), совмещенной с центром рассеивающего шара (декартовы координаты которого $R_s = \{x_s, 0, z_s\}$). Из рисунков видно, что на расстояниях от рассеивателя, превышающих длину рефракции, происходит заметное уширение амплитуды рассеяния и смещение её максимума.

Рассеяние в активной среде лазера с ядерной накачкой. Наиболее перспективными на сегодняшний день лазерами такого типа являются лазеры с накачкой осколками деления [9]. В этих лазерах слой делящегося вещества наносится на боковую поверхность лазерного элемента, длина которого обычно составляет несколько метров, а

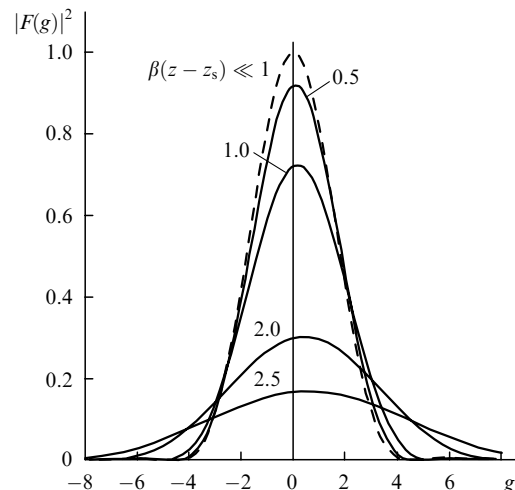


Рис.2. Квадрат амплитуды рассеяния в зависимости от переменной $g = 2ka_s \sin \theta/2$ в дефокусирующей среде при $x_s = 0.3$ см, $k = 10^5$ см⁻¹, $a_s = 0.1$ см и $\beta = 10^{-4}$ см⁻¹.

поперечный размер – несколько сантиметров (порядка длины пробега осколка в лазерной среде). Особенностью поверхностной накачки является то, что при торможении осколков в лазерной среде помимо возбуждения активных атомов происходит и перераспределение плотности газа, вследствие чего в среде образуется регулярная неоднородность поля диэлектрической проницаемости. Пространственное распределение этой неоднородности может быть приближённо описано выражением (13). Поскольку образуемая протяжённая газовая линза, как правило, является фокусирующей (см., напр., [9]), то коэффициент β^2 в (13) отрицателен. Его величина зависит от удельной энергии накачки E_0 , от давления и состава лазерной смеси. Как показали специальные исследования [13], для условий экспериментов на установке «Стенд-Б» ГНЦ РФ – ФЭИ (Обнинск) при $E_0 > 200$ мДж/см³ для представляющих практический интерес лазерных смесей (буферные газы He–Ar, Ar при давлении 0.5–1 атм) коэффициент $\beta^2 > 10^{-5}$ см⁻². Следовательно, на расстоянии в несколько метров от источника рефракционные возмущения характеристик волны будут существенными.

Рассеяние в активной среде лазера может происходить либо на треках осколков деления, либо на возмущениях плотности среды, обусловленных «дробовым» характером накачки. Заметим, что если исследования влияния трековой структуры ядерно-возбуждаемой плазмы на кинетические процессы в активной среде лазера нам известны (см, напр., [14] для He–Cd-лазера), то данные относительно влияния «дробовых» флуктуаций накачки на случайные изменения плотности среды в настоящее время отсутствуют. Однако с определённой уверенностью можно утверждать, что вследствие «дробового» эффекта накачки пульсации плотности в среде возникают, и при больших энерговкладах их влияние на процесс генерации лазера и на характеристики лазерного пучка может оказаться существенным.

При постоянных отрицательных значениях параметра β^2 решения уравнения (16) определяются выражениями

$$h_1(z|z_s') = \cos \beta(z - z_s'), \quad h_2(z|z_s') = \frac{\sin \beta(z - z_s')}{\beta},$$

подстановка которых в (23) и (27) приводит для вектора смещения максимума амплитуды рассеяния и ширины амплитуды рассеяния к следующим формулам:

$$\rho_s^{(m)}(z|z_s) = \rho_s \left(\frac{\cos \beta z}{\cos \beta z_s} - 1 \right),$$

$$\Delta\theta(z|z_s) = \frac{q_0}{ka_s} \frac{|\sin \beta(z - z_s)|}{\beta(z - z_s)}.$$

Полученные результаты показывают, что характеристики волны, рассеянной в активной среде лазера с ядерной накачкой, имеют немонотонную зависимость от расстояния до рассеивателя. Фокусировка излучения газовой линзой может приводить как к уширению, так и к сужению амплитуды рассеяния; кроме того, она вызывает периодические изменения положения максимума амплитуды рассеяния, который может приближаться к оси лазерной трубки или удаляться от неё.

На рис.3 показаны основные закономерности поведения квадрата амплитуды рассеяния в плоскости XZ в зависимости от переменной $g = 2ka_s \sin \theta/2$ в фокусирующей

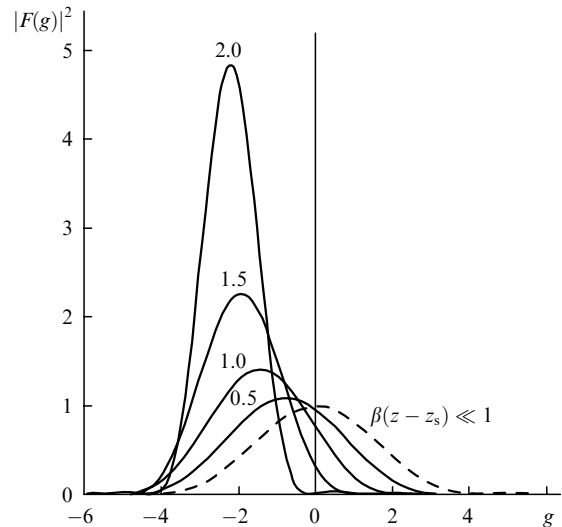


Рис.3. Квадрат амплитуды рассеяния в зависимости от переменной $g = 2ka_s \sin \theta/2$ в фокусирующей среде при $x_s = 0.1$ см, $k = \pi \times 10^4$ см⁻¹, $a_s = 0.1$ см и $\beta = 10^{-2}$ см⁻¹.

щей активной среде лазера с ядерной накачкой (см. рис.2). Расчеты проводились по формулам (21)–(23), (25). Видно, что на расстояниях от рассеивателя, превышающих длину рефракции, происходит заметное сужение амплитуды рассеяния и смещение её максимума.

4. Влияние регулярной рефракции на прохождение пучка излучения в рассеивающей среде

Из полученных в предыдущих разделах результатов следует, что поведение такой важной характеристики, как амплитуда рассеяния, существенно различно для случаев рассеяния излучения на сферической частице в однородной среде и в рефракционном канале. Это различие особенно заметно, если точка наблюдения расположена на расстоянии от рассеивателя, сравнимом с рефракционной длиной или превышающем её. Понятно, что при распространении излучения в среде, содержащей большое количество рассеивателей, указанные различия должны сохраниться. Оценим влияние регулярной неоднородности среды на характеристики излучения, распространяющегося в среде с хаотически распределёнными рассеивателями. Для этого рассмотрим прохождение пучка излучения в рефракционном канале, содержащем большое количество равномерно распределённых идентичных сферических частиц.

Как известно, прохождение пучка излучения через рассеивающую среду сопровождается образованием вторичных рассеянных волн. Вследствие этого часть энергии исходного пучка «уносится» рассеянным излучением, и амплитуда пучка уменьшается по мере увеличения пройденного им пути. Согласно общим представлениям теории распространения волн в рассеивающих средах (см., напр., [15]), комплексную амплитуду U волны в таких средах можно представить в виде суммы амплитуд нерассеянного (\bar{U}) и рассеянного (\tilde{U}) полей:

$$U = \bar{U} + \tilde{U}. \quad (28)$$

Обсудим зависимость комплексных амплитуд обеих волн от регулярной и рассеивающей оптических характеристик среды.

Комплексная амплитуда нерассеянного поля определяется следующим выражением [2]:

$$\bar{U}(L, \boldsymbol{\rho}) = U_i(L, \boldsymbol{\rho}) \exp\left(-\frac{\alpha_{\text{ext}} L}{2} + ik\Delta n_s L\right), \quad (29)$$

где L – длина пути; α_{ext} – коэффициент ослабления среды; Δn_s – обусловленное рассеивателями изменение показателя преломления среды; U_i – комплексная амплитуда падающей на рассеиватели волны (с учётом регулярной рефракции), которая подчиняется уравнению (10) с начальным условием (11). Выражение (29) показывает, что пространственная структура нерассеянного пучка \bar{U} в сечении $z = \text{const}$ полностью определяется структурой падающей на рассеиватели волны U_i и зависит как от распределения комплексной амплитуды на входе в среду U_0 , так и от распределения регулярной неоднородности диэлектрической проницаемости $\Delta \epsilon_m$. Наличие же в среде рассеивателей, приводящих к ослаблению и дополнительному изменению фазы нерассеянного поля, учитывается в выражении (29) экспоненциальным множителем. Коэффициент ослабления α_{ext} , определяющий скорость уменьшения амплитуды волны с ростом L , в рассматриваемом случае непоглощающей среды в предположении статистической независимости положений идентичных частиц равен произведению их средней концентрации \bar{n} и интегрального сечения рассеяния σ_{sct} [2]:

$$\alpha_{\text{ext}} = \bar{n} \sigma_{\text{sct}}. \quad (30)$$

Изменение показателя преломления рассеивающей среды, которым определяется вызванное рассеивателями изменение фазы волны, в случае равномерного распределения частиц имеет следующий вид [2]:

$$\Delta n_s = \frac{\bar{n} \Delta \epsilon_s V_s}{2}, \quad (31)$$

где $\Delta \epsilon_s$ – отклонения диэлектрической проницаемости рассеивателя от характерного значения диэлектрической проницаемости среды.

Используя определение сечения рассеяния

$$\sigma_{\text{sct}} = \frac{P_s}{I_i},$$

где

$$P_s = \frac{c}{8\pi} \iint d^2 \rho |U_s(z, \boldsymbol{\rho})|^2$$

– мощность рассеянного излучения,

$$I_i = \frac{c}{8\pi} |U_i|^2$$

– интенсивность падающей на рассеиватель волны, а также выражения для комплексной амплитуды рассеянной волны (19) и значение интеграла (24), получим

$$\sigma_{\text{sct}} = \left(\frac{k \Delta \epsilon_s}{2}\right)^2 \iint dz_1 dz_2 \iint d^2 \rho \Theta(z_1, \boldsymbol{\rho}) \Theta(z_2, \boldsymbol{\rho}). \quad (32)$$

Заметим, что в частном случае рассеивающего шара радиусом a_s выражение (32) сводится к известному результату (см., напр., [2]) для интегрального сечения рассеяния

большой, оптически мягкой сферической частицы:

$$\sigma_{\text{sct}} = \frac{\pi (k \Delta \epsilon_s a_s^2)^2}{2}.$$

Подстановка выражения (32) в формулу (30) позволяет получить выражение для коэффициента ослабления среды

$$\alpha_{\text{ext}} = \bar{n} \left(\frac{k \Delta \epsilon_s}{2}\right)^2 \iint dz_1 dz_2 \iint d^2 \rho \Theta(z_1, \boldsymbol{\rho}) \Theta(z_2, \boldsymbol{\rho}), \quad (33)$$

из которого, в частности, следует, что коэффициент α_{ext} не зависит от наличия регулярной неоднородности окружающей рассеиватели среды.

Таким образом, проведённый анализ показал, что плавно-неоднородная среда, масштаб изменения диэлектрической проницаемости которой значительно превышает размер рассеивателя (приближение, рассматриваемое в работе), не меняет по сравнению со случаем однородной среды ни интегральной характеристики рассеивателей (33), ни показателя преломления рассеивающей среды (31). Следовательно, регулярная оптическая неоднородность среды влияет на амплитуду нерассеянного поля \bar{U} таким же образом, как и на поле падающей волны U_i . Физически этот результат объясняется тем, что в рассматриваемом случае влияние рефракции на распространение падающей волны в окрестности рассеивателя пренебрежимо мало.

Проанализируем теперь, как влияет регулярная неоднородность среды на поле рассеянной волны \bar{U} . Остановимся на анализе средней интенсивности рассеянного излучения $\langle \tilde{I} \rangle$, для которой в приближении однократного рассеяния и в предположении равномерного распределения статистически независимых одинаковых рассеивателей, используя выражение (19) для комплексной амплитуды U_s рассеянной одной частицей волны, получим

$$\begin{aligned} \langle \tilde{I}(L, \boldsymbol{\rho}) \rangle &= \frac{c}{8\pi} \langle |\tilde{U}|^2 \rangle = \bar{n} \int_0^L dz_s \iint d^2 \rho_s \frac{c}{8\pi} |U_s(L, \boldsymbol{\rho} | z_s, \boldsymbol{\rho}_s)|^2 \\ &= \bar{n} \left[\frac{k^2 \Delta \epsilon_s V_s}{4\pi(L - z_s)} \right]^2 \int_0^L dz_s \iint d^2 \rho_s I_i(z_s, \boldsymbol{\rho}_s) |F(L, \boldsymbol{\rho} | z_s, \boldsymbol{\rho}_s)|^2. \end{aligned} \quad (34)$$

Из выражения (34) следует, что распределение интенсивности рассеянного поля в сечении $z = \text{const}$ определяется амплитудой рассеяния отдельной частицы. Для большей наглядности рассмотрим рассеяние узкого лазерного пучка тонким слоем рассеивателей. Пренебрегая в этом случае изменением амплитуды рассеяния в пределах освещаемой пучком области, из (34) получим следующее выражение:

$$\langle \tilde{I}(L, \boldsymbol{\rho}) \rangle = \bar{n} \Delta z P_1 \left[\frac{k^2 \Delta \epsilon_s V_s}{4\pi(L - z_s)} \right]^2 |F(L, \boldsymbol{\rho} | z_s, 0)|^2,$$

где $P_1 = \iint d^2 \rho_s I_i(z_s, \boldsymbol{\rho}_s)$ – мощность рассеиваемого пучка; Δz и z_s – толщина и z -координата слоя соответственно.

Как показало исследование, проведённое в предыдущем разделе, характер поведения амплитуды рассеяния частицы существенно зависит от типа регулярной неоднородности среды. Если среда в среднем дефокусирующая, то вследствие значительного уширения амплитуды

рассеяния и смещения её максимума совокупное действие ансамбля рассеивателей приводит к значительному (по сравнению со случаем распространения в однородной среде) увеличению флуктуационного уширения пучка. При тепловом самовоздействии лазерного пучка в атмосфере характерная длина дефокусировки L_T (в зависимости от мощности пучка) меняется в пределах $10^4 - 10^5$ см. Следовательно, на трассах протяжённостью $z > L_T$ эффект увеличения флуктуационного уширения пучка (за счёт изменения характера рассеяния на отдельной неоднородности) будет существенным.

В фокусирующей же среде возможно немонотонное изменение и ширины амплитуды рассеяния, и углового положения её максимума. Поэтому регулярная фокусирующая неоднородность среды оказывает на поле, рассеянное ансамблем частиц, значительно более разнообразное влияние, чем дефокусирующая среда.

В завершении этого раздела следует отметить, что полученные в работе результаты дают возможность объяснить некоторые эффекты, возникающие при распространении волн в регулярно-неоднородных средах с флуктуациями диэлектрической проницаемости. Так, экспоненциальное уширение амплитуды рассеяния, если его интерпретировать как эффективное уменьшение радиуса рассеивателей, позволяет на качественном уровне понять [15] эффект ослабления роста дисперсии флуктуаций интенсивности излучения в дефокусирующем рефракционном канале [16, 17]. Смещение «центра тяжести» и уширение амплитуды рассеяния по мере удаления от частицы качественно объясняет экспоненциальное увеличение флуктуационного изменения эффективного радиуса [18, 19] и дисперсии дрожания [20] пучка лазерного излучения, распространяющегося в дефокусирующем рефракционном канале турбулентной атмосферы.

5. Заключение

Подытожим результаты работы. Явление рассеяния волны на частице, расположенной в неоднородной среде, достаточно часто встречается на практике, например при генерации и распространении лазерных пучков. В настоящей работе для его описания использованы эффективные методы теоретической оптики (метод функции Грина и квазиоптическое приближение), позволившие получить интегральное выражение для комплексной амплитуды рассеянной волны через функцию Грина неоднородной среды. В рамках безабберационного приближения получена формула для амплитуды рассеяния излучения на сферической частице в неоднородной среде. Её количественный анализ проведён для двух задач рассеяния: в дефокусирующем канале теплового самовоздействия лазерного пучка в атмосфере и в фокусирующей среде ла-

зера с ядерной накачкой. Показано, что неоднородность среды кардинально меняет картину рассеяния по сравнению со случаем рассеяния в однородной среде, что выражается в рефракционном изменении угловой ширины амплитуды рассеяния и в смещении её максимума. Проведённый в работе анализ влияния регулярной рефракции на прохождение пучка излучения в рассеивающей среде показал, что наличие в ней средней неоднородности поля диэлектрической проницаемости приводит к значительным изменениям интенсивности рассеянного поля, которая определяется амплитудой рассеяния отдельных частиц.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и правительства Калужской области (грант № 04-02-97232).

1. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
2. Ван де Хюлст Г. *Рассеяние света малыми частицами* (М.: ИЛ, 1961).
3. Борн К., Хофмен Д. *Поглощение света малыми частицами* (М.: Мир, 1986).
4. Исмаири А. *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 1. Однократное рассеяние и теория переноса* (М.: Мир, 1981).
5. Волковицкий О.А., Павлова Л.Н., Петрушин А.Г. *Оптические свойства кристаллических облаков* (Л.: Гидрометеоздат, 1984).
6. Пришивалко А.П., Бабенко В.А., Кузьмин В.Н. *Рассеяние и поглощение света неоднородными и анизотропными частицами* (Минск: Наука и техника, 1984).
7. Волковицкий О.А., Седунов Ю.С., Семёнов Л.П. *Распространение интенсивного лазерного излучения в облаках* (Л.: Гидрометеоздат, 1982).
8. Воробьёв В.В. *Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере: теория и модельный эксперимент* (М.: Наука, 1987).
9. Карелин А.В., Синянский А.А., Яковленко С.И. *Квантовая электроника*, **24**, 387 (1997).
10. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. *Геометрическая оптика неоднородных сред* (М.: Наука, 1980).
11. Флатте С.М. *Труды ИИЭР*, **71** (11), 45 (1983).
12. Алмаев Р.Х., Суворов А.А. *Труды Института экспериментальной метеорологии*, **49** (139), 31 (1989).
13. Полетаев Е.Д., Головченко С.А., Дюжов Ю.А. и др. В сб. «Труды регионального конкурса научных проектов в области естественных наук. Вып. 6» (Калуга: Полиграф-информ, 2004, с. 173).
14. Будник А.П., Добровольская И.В. *Квантовая электроника*, **24**, 506 (1997).
15. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. *Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля* (М.: Наука, 1978).
16. Воробьёв В.В. *Квантовая электроника*, **8**, 666 (1983).
17. Алмаев Р.Х. *Труды Института экспериментальной метеорологии*, **23** (146), 16 (1992).
18. Алмаев Р.Х., Нерушев А.Ф., Семёнов Л.П. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **19**, 1351 (1976).
19. Алмаев Р.Х., Семёнов Л.П. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **21**, 408 (1978).
20. Almaev R.Kh., Semenov L.P., Suvorov A.A. *Waves in Random Media*, **6**, 87 (1996).