

## Подавление коллапса двумерных световых пучков в одномерных решетках показателя преломления

В.А.Алешкевич, С.В.Горин, А.С.Жукарев, Я.В.Карташов

*Рассмотрено распространение световых пучков в кубически-нелинейной среде с периодической модуляцией показателя преломления вдоль одной из поперечных координат. Найдены профили солитонных пучков и исследована их устойчивость. Показано, что модуляция показателя преломления приводит к подавлению коллапса и стабилизации солитонов практически во всей области их существования.*

**Ключевые слова:** солитоны, кубическая нелинейность, периодическая модуляция показателя преломления.

Периодическая поперечная модуляция показателя преломления может существенно повлиять на свойства пространственных оптических солитонов, формирующихся в нелинейной среде благодаря точному балансу дифракции и нелинейной самофокусировки. В таких периодических системах возможно формирование так называемых дискретных солитонов, поддерживаемых волноводными каналами периодической структуры [1]. Этот класс самосогласованных солитонных состояний обладает целым рядом уникальных черт, не свойственных солитонам в однородных нелинейных средах. Среди них стоит отметить возможность управления концентрацией энергии светового поля в различных каналах волноводной структуры, а также построение сверхбыстрых переключателей и оптических разветвителей [2]. Преимущества использования пространственно-модулированных сред особенно хорошо видны в случае гармонических решеток показателя преломления. Решетки такого типа могут использоваться для построения оптических систем с контролируемой «степенью дискретности», поскольку они способны работать в режимах как слабой, так и сильной связи между соседними каналами волноводной структуры, которая определяется глубиной и периодом модуляции показателя преломления среды [3, 4].

Недавно одномерные и двумерные солитоны в нелинейных средах с периодической модуляцией показателя преломления наблюдались экспериментально в фоторефрактивных кристаллах [5–8]. В таких кристаллах периодическая модуляция может быть индуцирована с помощью нескольких интерферирующих плоских световых волн, интенсивности и углы пересечения которых определяют глубину и период решетки показателя преломления. Отметим, что метод оптического наведения модуляции показателя преломления открывает широкие возможности для исследования канализования и взаимо-

действия солитонных пучков в наведенных волноводных структурах совершенно различной конфигурации, в частности в волноводах, наведенных недифрагирующими бесселевыми пучками [9]. Кроме фундаментальных солитонов простейшие гармонические решетки поддерживают устойчивые связанные состояния нескольких солитонов, или солитонные поезда, тем самым открывая возможности для манипулирования сложными многогорбыми солитонными структурами. Помимо техники оптического наведения модуляции показателя преломления существует целый ряд технологических методов, которые, однако, менее удобны из-за невозможности последующей перестройки однажды сформированной структуры образца [2].

До настоящего момента основное внимание уделялось исследованию двумерных солитонов в двумерных решетках показателя преломления в средах с кубической и насыщающейся нелинейностью, а также одномерных солитонов в одномерных решетках [10–14]. В связи с этим представляется интересным вопрос о возможности существования устойчивых двумерных солитонов в кубически-нелинейных средах при наличии модуляции показателя преломления лишь в одном поперечном направлении. Напомним, что в отсутствие модуляции показателя преломления двумерные солитоны в кубических средах неустойчивы, и они дифрагируют или коллапсируют в зависимости от исходного потока энергии и ширины солитона [15].

В настоящей работе проводится детальный численный анализ свойств и устойчивости подобных солитонов.

Распространение интенсивных световых пучков в кубически-нелинейной фокусирующей среде с поперечной модуляцией показателя преломления описывается уравнением шредингеровского типа для безразмерной медленно меняющейся комплексной амплитуды поля световой волны  $q(\eta, \zeta, \xi)$ :

$$i \frac{\partial q}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 q}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial \zeta^2} \right) - pR(\eta)q - q|q|^2. \quad (1)$$

Здесь  $\eta = x/r_0$  и  $\zeta = y/r_0$  – поперечные координаты, нормированные на характерную ширину  $r_0$  входного пучка;  $\xi$  – продольная координата, нормированная на дифракционную длину;  $L_{\text{dif}} = kr_0^2$ ;  $k$  – волновое число;

В.А.Алешкевич, С.В.Горин, А.С.Жукарев, Я.В.Карташов. МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: alesh@ttk.ru

Адрес Я.В.Карташова в настоящее время: ICFO-Institut de Ciencies Fotoniques, and Department of Signal Theory and Communications, Universitat Politecnica de Catalunya, 08034 Barcelona, Spain

Поступила в редакцию 20 октября 2004 г., после доработки – 25 октября 2004 г.

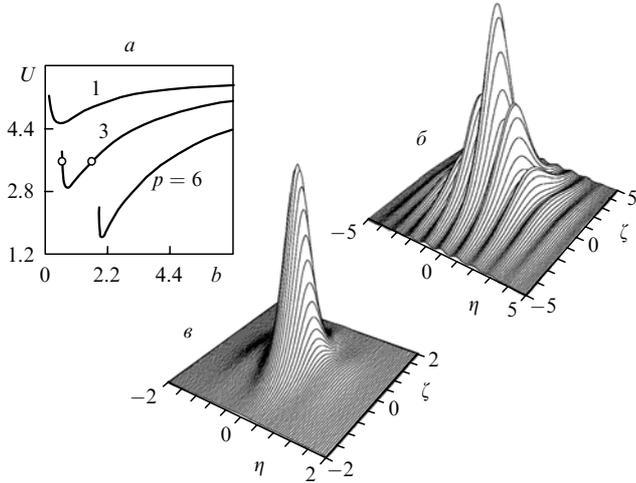


Рис.1. Энергия солитона как функция постоянной распространения при различных глубинах модуляции показателя преломления  $p$  (а) и профили солитонов (функция  $w(\eta, \zeta)$ ), соответствующие точкам, отмеченным кружками на рис.а (б, в). Здесь и на остальных рисунках период модуляции показателя преломления  $T = \pi/2$ .

параметр  $p = L_{\text{dif}}/L_{\text{ref}}$  пропорционален глубине модуляции показателя преломления  $\delta n$ ;  $L_{\text{ref}} = c/(\delta n \omega)$  – длина рефракции;  $R(\eta) = \cos(2\pi\eta/T)$  – функция, описывающая профиль показателя преломления в направлении оси  $\eta$ ;  $T$  – период модуляции показателя преломления. Предполагается, что нелинейная добавка к показателю преломления сравнима с глубиной его периодической модуляции.

Необходимо отметить, что эволюционное уравнение (1) допускает сохранение ряда интегральных характеристик пучка в процессе распространения, среди которых наиболее важными являются поток энергии (далее – просто энергия)  $U$  и гамильтониан  $H$ :

$$U = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |q|^2 d\eta d\zeta, \tag{2}$$

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{2} |\nabla q|^2 - \frac{1}{2} |q|^4 - pR(\eta)|q|^2 \right) d\eta d\zeta.$$

Представим простейшие стационарные решения исходного уравнения (1) в виде  $q(\eta, \zeta, \xi) = w(\eta, \zeta) \exp(ib\xi)$ , где  $w(\eta, \zeta)$  – действительная функция, описывающая профиль солитона;  $b$  – действительная постоянная распространения, описывающая нелинейный фазовый набег. Подстановка данного выражения для  $q(\eta, \zeta, \xi)$  в исходное уравнение (1) приводит к уравнению

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} \right) + pR(\eta)w - bw + w^3 = 0. \tag{3}$$

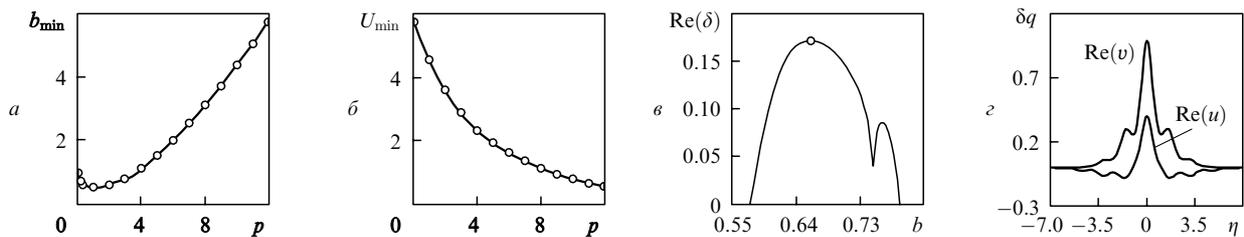


Рис.2. Постоянная распространения, соответствующая минимуму зависимости  $U(b)$ , как функция глубины модуляции показателя преломления (а), минимальная энергия солитона как функция глубины модуляции показателя преломления (б), действительная часть инкремента нарастания малого возмущения как функция постоянной распространения при  $p = 3$  (в) и распределение поля возмущения при  $\zeta = 0$  (г); возмущение соответствует точке, отмеченной кружком на рис.в.

Семейства его солитонных решений определяются значениями постоянной распространения  $b$ , периода модуляции  $T$  и параметра  $p$ . Так как для получения различных семейств солитонов из одного известного семейства можно использовать преобразование  $q(\eta, \zeta, \xi, p) \rightarrow \chi q(\chi\eta, \chi\zeta, \chi^2\xi, \chi^2p)$  с произвольным коэффициентом  $\chi$ , то в дальнейшем мы фиксируем значение периода модуляции ( $T = \pi/2$ ) и варьируем величину  $b$  (от нуля до 6) и  $p$  (от нуля до 12).

Точные решения уравнения (3) удается найти численно с помощью метода релаксации, в качестве начальных условий для функции  $w(\eta, \zeta)$ , описывающей профиль солитона, использовался гауссов профиль вида  $w(\eta, \zeta) = A \exp[-(\eta^2 + \zeta^2)/R_0^2]$ , где  $A$  и  $R_0$  – начальные значения амплитуды и ширины солитона соответственно. Свойства этих решений представлены на рис.1. Энергия солитона  $U$  является немонотонной функцией постоянной распространения  $b$  (рис.1,а). Кроме того, существует нижняя отсечка  $b_{\text{co}}$  по постоянной распространения, так что при  $b < b_{\text{co}}$  не удастся найти пространственно локализованных стационарных решений уравнения (3). При  $b \rightarrow b_{\text{co}}$  энергия солитона неограниченно нарастает, причем его ширина значительно увеличивается и становится заметной глубокая модуляция профиля в направлении оси  $\eta$  (рис.1,б). С увеличением  $b$  ширина солитона уменьшается (рис.1,в), а его энергия асимптотически приближается к предельному значению  $U \approx 5.85$  при  $b \rightarrow \infty$  вне зависимости от величины  $p$ . При этом сам солитон становится практически осесимметричным. Отметим, что при фиксированной энергии солитона  $U$  с ростом глубины модуляции показателя преломления становится более заметной модуляция профиля, в то время как пиковая амплитуда солитона уменьшается. Помимо рассматриваемых здесь простейших фундаментальных солитонов с максимумом амплитуды в точке  $\eta = \zeta = 0$ , в среде с модуляцией показателя преломления существуют так называемые четные и закрученные солитоны. Однако все они неустойчивы в рамках рассматриваемой модели.

Пользуясь критерием Вахитова–Колоколова [15], можно утверждать, что в однородной среде ( $p = 0$ ), в которой энергия солитона  $U \approx 5.85$  и не зависит от  $b$ , устойчивость отсутствует. Здесь распространение световых пучков сопровождается их расплыванием, или коллапсом. В среде с модуляцией показателя преломления (рис.1,а) возможно устойчивое распространение солитонов в области  $b_{\text{min}} < b < \infty$ , где  $dU/db > 0$ . Нижняя граница области устойчивости  $b_{\text{min}}$ , определяемая из условия  $dU/db = 0$ , немонотонно зависит от  $p$  (рис.2,а). В этом случае  $b_{\text{min}} \rightarrow \infty$  при  $p \rightarrow 0$  и при  $p \rightarrow \infty$ . Энергия  $U_{\text{min}}$  ( $U_{\text{min}} = U(b_{\text{min}})$ ) монотонно уменьшается с увеличением глубины модуляции показателя преломления (рис.2,б).

Для подтверждения предварительных результатов анализа устойчивости на основе критерия Вахитова–Колоколова было проведено ее численное исследование. Для этого решения уравнения (1) представлялись в виде  $q(\eta, \zeta, \xi) = [w(\eta, \zeta) + u(\eta, \zeta, \xi) + iv(\eta, \zeta, \xi)] \exp(ib\xi)$ , где компоненты малого возмущения  $u, v$  могут нарастать при распространении с комплексным инкрементом  $\delta$ . Подстановка поля волны в таком виде в уравнение (1) и линеаризация дают систему уравнений для компонент возмущения

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial \xi} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} \right) - bu + pRu + 3uw^2, \\ -\frac{\partial u}{\partial \xi} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} \right) - bv + pRv + vw^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Система уравнений (4) решалась численно с помощью метода расщепления по физическим факторам. Результаты численного анализа устойчивости подтверждают справедливость критерия Вахитова–Колоколова для рассмотренной задачи. Действительная часть инкремента нарастания  $\text{Re}(\delta)$  обращается в нуль при  $b = b_{\min}$  (рис.2,в), где происходит смена знака производной  $\partial U/\partial b$ . Большая часть области неустойчивости, показанной на рис.2,в, соответствует экспоненциальному росту возмущения. Однако при  $b \rightarrow b_{\min}$ , когда возникает провал в зависимости  $\text{Re}(\delta)$  от  $b$ , экспоненциальная неустойчивость сменяется осцилляторной. При  $b > b_{\min}$  возмущений с  $\text{Re}(\delta) > 0$  найти не удастся. Типичное распределение поля экспоненциально нарастающего возмущения при  $\zeta = 0$  показано на рис.2,г.

На заключительном этапе исследований рассматривалась динамика распространения солитонов в режиме развитой неустойчивости. Для этого исходное уравнение (1) решалось численно с помощью метода расщепления по физическим факторам с начальными условиями  $q(\eta, \zeta, \xi = 0) = w(\eta, \zeta)[1 + \rho(\eta, \zeta)]$ , где  $w(\eta, \zeta)$  – стационарное решение уравнения (3),  $\rho(\eta, \zeta)$  – функция, описывающая либо белый шум с гауссовым распределением и дисперсией  $\sigma_{\text{noise}}^2$ , либо регулярное возмущение входного профиля. Было установлено, что шумовые возмущения с малой дисперсией  $\sigma_{\text{noise}}^2$ , как правило, приводят к расплыванию неустойчивых солитонов. При наличии регулярного возмущения, несколько уменьшающего амплитуду и энергию неустойчивого солитона, также происходит его расплывание (рис.3,а,б), однако при небольшом увеличении исходной амплитуды возможна трансформация широкого солитона неустойчивой ветви в достаточно узкий солитон устойчивой ветви, обладающий практически такой же энергией (рис.3,в,г). Устойчивые солитоны при наличии шума распространяются без искажения на расстояния, на несколько порядков превышающие длины экспериментально доступных кристаллов (рис.3,д,е).

Таким образом, периодическая модуляция показателя преломления в одном из поперечных направлений в кубически-нелинейной среде способствует усилению линейной рефракции излучения в этом направлении и, как следствие, к ослаблению силы нелинейной рефракции в обоих взаимно перпендикулярных направлениях. При таких условиях может происходить подавление коллапса, а также реализуется возможность стабилизации солитонных световых пучков практически во всей области их

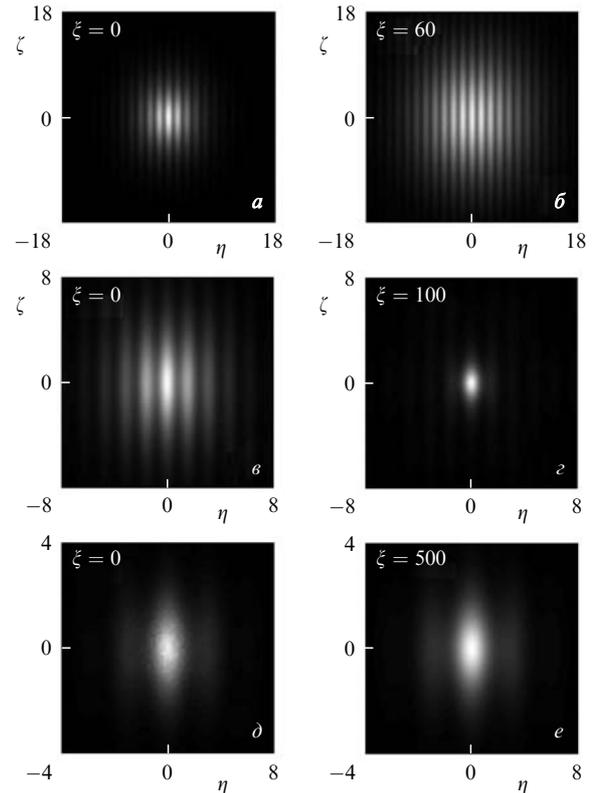


Рис.3. Распространение солитона, изображенного на рис.1,б, с несколько уменьшенной (а,б) и увеличенной (в,г) амплитудами; рисунки д,е показывают распространение устойчивого солитона при  $b = 0.9, p = 3$ .

существования. Для анализа устойчивости фундаментальных солитонов, поддерживаемых кубической средой с поперечной модуляцией показателя преломления, применим критерий устойчивости Вахитова–Колоколова.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 03-02-16370).

1. Christodoulides D.N., Joseph R.I. *Opt. Lett.*, **13**, 794 (1988).
2. Christodoulides D.N., Lederer F., Silberberg Y. *Nature*, **424**, 817 (2003).
3. Kartashov Y.V., Zelenina A.S., Torner L., Vysloukh V.A. *Opt. Lett.*, **24**, 766 (2004).
4. Kartashov Y.V., Torner L., Vysloukh V.A. *Opt. Lett.*, **24**, 1102 (2004).
5. Efremidis N.K., Sears S., Christodoulides D.N., Fleischer J.W., Segev M. *Phys. Rev. E*, **66**, 046602 (2002).
6. Fleischer J.W., Carmon T., Segev M., Efremidis N.K., Christodoulides D.N. *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 023902 (2003).
7. Fleischer J.W., Segev M., Efremidis N.K., Christodoulides D.N. *Nature*, **422**, 147 (2003).
8. Neshev D., Ostrovskaya E., Kivshar Y., Krolikowski W. *Opt. Lett.*, **28**, 710 (2003).
9. Kartashov Y.V., Vysloukh V.A., Torner L. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 093904 (2004).
10. Efremidis N.K., Hudock J., Christodoulides D.N., Fleischer J.W., Cohen O., Segev M. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 213906 (2003).
11. Kartashov Y.V., Vysloukh V.A., Torner L. *Opt. Exp.*, **12**, 2831 (2004).
12. Kartashov Y.V., Egorov A.A., Torner L., Christodoulides D.N. *Opt. Lett.*, **29**, 1918 (2004).
13. Yang J., Musslimani Z. *Opt. Lett.*, **28**, 2094 (2003).
14. Kartashov Y.V., Vysloukh V.A. *Phys. Rev. E*, **70**, 026606 (2004).
15. Вахитов Н.Г., Колоколов А.А. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **16**, 1020 (1973).