

## Образование ударных волн в неоднородных активных световодах

И.О.Золотовский, Д.И.Семенцов

*Исследуется динамика образования ударной волны огибающей импульса в световодах с распределенными по длине параметрами – усилением, дисперсией и нелинейностью. Показано, что для неоднородных световедущих систем крутизна волнового фронта может быть сильно увеличена даже при существенно отличной от нуля локальной дисперсии групповых скоростей, если ее среднее значение (на длине образования ударной волны) близко к нулю.*

**Ключевые слова:** ударные волны, световоды, взаимодействие излучения с веществом.

Важным нелинейным эффектом, неизменно привлекающим внимание исследователей в последние десятилетия, является образование ударной волны огибающей волнового пакета в нелинейной среде [1–3]. Как известно, этот эффект обусловлен зависимостью групповой скорости импульса от его интенсивности. Впервые идея возникновения оптических ударных волн была проиллюстрирована на примере жидких нелинейных сред [1, 2], а дальнейшее развитие она получила при исследовании особенностей динамики импульсов в волоконных нелинейных световодах [3]. Создание световедущих систем нового типа (активные световоды, волоконные лазеры, фотоннокристаллические и полые волокна и т. д.) [4] делает актуальным рассмотрение возможности увеличения крутизны волновых фронтов в подобного рода системах. Особенно важным, на наш взгляд, представляется исследование условий образования ударных волн и возможности управления их динамикой в световодах с распределенными значениями материальных параметров, получивших в последнее время широкое распространение [5–10].

В настоящей работе исследуется динамика образования ударной волны огибающей в активных нелинейных световодах с неоднородными по длине усилением, дисперсией групповых скоростей (ДГС) и кубической (керровской) нелинейностью. Показана возможность значительного увеличения крутизны волновых фронтов оптических импульсов в световодах с существенно отличными от нуля локальными значениями ДГС в случае, если ее среднее значение на длине образования ударной волны близко к нулю.

1. Для анализа образования ударной волны с амплитудой  $A$  в нелинейной усиливающей среде с распределенными нелинейными и дисперсионными параметрами исходным является уравнение

$$\frac{\partial A}{\partial z} - iD(z) \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + iR(z)|A|^2 A + \beta_2(z) \frac{\partial}{\partial \tau} (|A|^2 A) = \delta(z)A. \quad (1)$$

Здесь

$$\tau(z) = t - \int_0^z u_g^{-1}(\xi) d\xi$$

– время в бегущей системе координат, в которой для групповой скорости  $u_g$  импульса довольно малой мощности в среде с распределенным значением показателя преломления  $n(z)$  верно соотношение  $u_g^{-1}(z) = n/c + (\omega/c) \times (\partial n / \partial \omega)$ ;  $R$ ,  $D$ ,  $\beta_2$  и  $\delta$  – зависящие от  $z$  керровская нелинейность, ДГС, самообострение волнового фронта и усиление световода.

Уравнения типа (1) с переменными коэффициентами достаточно широко используются в последнее время [6–10] для анализа поведения излучения в световодах с неоднородными по длине материальными параметрами (диэлектрическая проницаемость, ДГС, коэффициент рамановского усиления, керровская нелинейность и т. д.). При непрерывном распределении указанных параметров необходимым условием корректности уравнения (1) является плавность (медленность) изменения эффективного показателя преломления световода. Это условие может быть записано в виде  $|\partial n / \partial z| \ll nk$ , где  $k = \omega/c$  – константа распространения, в общем случае также зависящая от координаты  $z$ .

В случае секционной структуры световода, когда в местах соединения различных секций происходит скачкообразное изменение показателя преломления (а следовательно, и всех других материальных параметров), условием применимости уравнения (1) можно считать неравенство  $L_f \gg 1/k$ , где  $L_f$  – длина отдельной секции. Данное неравенство можно рассматривать как условие невозникновения обратной волны за счет брэгговского или мандельштам-бриллюэновского рассеяния при отражении прямой волны от границ раздела. Кроме этого необходимо, чтобы все характеристические длины, связанные с указанными выше параметрами, также значительно превышали величину  $1/k$ , что является условием

И.О.Золотовский, Д.И.Семенцов. Ульяновский государственный университет, Россия, 432700 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: sementsovdi@ulsu.ru; тел: (8422) 321598, 319374

Поступила в редакцию 26 октября 2004 г., после доработки – 16 марта 2005 г.

применимости используемого нами при получении уравнения (1) приближения медленно меняющихся амплитуд [2].

В уравнении (1) удобно перейти к новым амплитудам  $\Psi(z, \tau)$  с помощью преобразования

$$A(z, \tau) = \Psi(z, \tau) \exp\left(\int_0^z \delta(\xi) d\xi\right). \quad (2)$$

Новые амплитуды удовлетворяют нелинейному уравнению Шредингера с переменными коэффициентами:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} - iD(z) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + i\tilde{R}(z)|\Psi|^2\Psi + \tilde{\beta}_2(z) \frac{\partial}{\partial \tau} (|\Psi|^2\Psi) = 0. \quad (3)$$

Здесь введены эффективные параметры нелинейности и самообострения

$$\tilde{R}(z) = R(z) \exp\left(2 \int_0^z \delta(\xi) d\xi\right),$$

$$\tilde{\beta}_2(z) = \beta_2(z) \exp\left(2 \int_0^z \delta(\xi) d\xi\right).$$

Рассмотрим классическую ситуацию, при которой влиянием дисперсии групповых скоростей можно пренебречь, что корректно либо для достаточно «длинных» оптических импульсов ( $c \tau_p \gg 10^{-9}$  с), либо для сред и частотных диапазонов, для которых можно полагать  $D(z) \rightarrow 0$ . В этом случае решение уравнения (3) будем искать в виде

$$\Psi(z, \tau) = \rho(z, \tau) \exp[i\phi(z, \tau)], \quad (4)$$

где  $\rho$  и  $\phi$  – действительные амплитуда и фаза волнового пакета. Подставляя это решение в (3) и разделяя действительную и мнимую части, получаем для амплитуды волнового пакета и его фазы следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} + 3\tilde{\beta}_2(z)\rho^2 \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \tilde{\beta}_2(z)\rho^2 \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \tilde{R}(z)\rho = 0.$$

**2. Проанализируем решение системы (5) для импульса гауссовой формы, для которого на входе в световод справедливо соотношение**

$$A(\tau, 0) = \rho_0 \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\tau_0^2}\right), \quad (6)$$

где  $\tau_0$  – начальная длительность вводимого в световод волнового пакета. В этом случае решение уравнения для амплитуды  $\rho(z, \tau)$ , определяющей форму импульса, может быть представлено в следующем виде:

$$\rho(z, \tau) = \rho_0 \exp\left\{-\left[\tau - 3\rho^2 \int_0^z \tilde{\beta}_2(\xi) d\xi\right]^2 \frac{1}{2\tau_0^2}\right\}. \quad (7)$$

С учетом определения времени в бегущей системе координат  $\tau$  для скорости максимума волнового пакета верно соотношение

$$u_{\max}(z) = z \left[ \int_0^z u_g^{-1}(\xi) d\xi + 3\rho^2 \int_0^z \tilde{\beta}_2(\xi) d\xi \right]^{-1}, \quad (8)$$

которое в общем случае является сложной функцией координаты  $z$ . В частном случае  $\delta = 0, \beta_2 = \text{const}$  и, как следствие,  $u_g = \text{const}$  выражение для скорости максимума огибающей принимает известный вид [2, 3]

$$u_{\max} = \frac{u_g}{1 + 3\beta_2 u_g \rho_0^2}. \quad (9)$$

При этом очевидно, что в линейном приближении (когда  $\beta_2 \rho_0^2 \rightarrow 0$ )  $u_{\max} = u_g$  скорость максимума огибающей совпадает с групповой скоростью импульса бесконечно малой мощности.

Для построения формы импульса в нелинейной усиливающей среде соотношение (7) удобно преобразовать к виду

$$\tau = 3\rho^2 \int_0^z \tilde{\beta}_2(\xi) d\xi \mp \tau_0 \left(2 \ln \frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/2}, \quad (10)$$

где знак минус относится к переднему фронту импульса, а плюс – к заднему. Увеличение крутизны фронта импульса в конечном итоге приводит на некоторой длине  $L_0$  к образованию разрыва, при котором  $|\partial \rho / \partial \tau| \rightarrow \infty$  (или  $|\partial \tau / \partial \rho| = 0$ ), т. е. формируется ударная волна огибающей.

Из соотношения (10) можно получить следующую неявную связь для длины образования ударной волны огибающей  $L_0$  с параметрами световода и вводимого импульса:

$$\int_0^{L_0} \left\{ \beta_2(z) \exp\left[2 \int_0^z \delta(\xi) d\xi\right] \right\} dz = \text{sign } \beta_2 \frac{\tau_0 (e/2)^{1/2}}{3\rho_0^2}. \quad (11)$$

Так, при  $\beta_2 = \text{const}$  и  $\delta = \text{const}$

$$L_0 = \frac{1}{2\delta} \ln \left[ \frac{2\delta\tau_0 (e/2)^{1/2}}{3|\beta_2|\rho_0^2} + 1 \right]. \quad (12)$$

В случае  $\delta = 0$  выражение (12) трансформируется к стандартному, хорошо известному виду [2, 3]

$$L_0 = \frac{\tau_0 (e/2)^{1/2}}{3|\beta_2|\rho_0^2}. \quad (13)$$

Если  $\beta_2 > 0$ , ударная волна образуется на заднем фронте импульса, а при  $\beta_2 < 0$  – на переднем. При  $\beta_2 > 0$  максимум импульса распространяется со скоростью, меньшей групповой скорости волнового пакета в среде, что означает смещение максимума к заднему фронту волнового пакета и увеличение крутизны заднего фронта импульса. Ситуация, соответствующая  $\beta_2 < 0$ , должна привести к увеличению крутизны переднего волнового фронта. Она может быть реализована, например, в двухуровневой среде, где этот процесс происходит за счет преимущественного усиления импульса на переднем фронте [11]. Другая возможность реализации эффективной среды с отрицательным значением параметра самообострения связана с получением двухмодового волнового пакета, состоящего из сильно взаимодействующих между собой однонаправленных импульсов [12, 13].

В случае  $\beta_2 < 0$  максимум импульса распространяется с большей скоростью, чем его крылья, и при вы-

полнении дополнительных условий [12] его скорость оказывается даже больше скорости света в вакууме. Данное обстоятельство представляется важным, поскольку, как правило, возможность получения сверхсветовых импульсов предполагает их распространение в активной (усиливающей) среде. Однако в [12] было указано на возможность (при учете влияния дисперсии нелинейности и межволновой связи) получения импульсов со сверхсветовой скоростью огибающей для случая неусиливающей нелинейной среды, в которой реализуется сильное межволновое взаимодействие. Это означает, что область возможного существования сверхсветовых оптических импульсов может быть расширена на системы, в которых трансформация волнового пакета осуществляется без его усиления. При этом механизм образования сверхсветовых импульсов, как и в классическом случае с усилением, связан с эффектом трансформации профиля импульса [14] и не противоречит специальной теории относительности.

Известно, что при фазовой модуляции волнового пакета, обусловленной дисперсией групповых скоростей, рост крутизны волнового фронта замедляется [2, 3]. Поэтому для получения максимальной крутизны используют, как правило, среды с малыми ДГС или длинные импульсы, для которых длина образования ударной волны много меньше длины дисперсионного расплывания ( $L_0 \ll L_d \equiv \tau_0^2/2|D|$ ) и, следовательно, влиянием ДГС на длину образования ударной волны  $L_0$  можно пренебречь. С другой стороны, для получения ударной волны огибающей можно использовать световоды и с существенно отличной от нуля ( $|D(z)| \geq 10^{-27} \text{ с}^2/\text{м}$ ) локальной ДГС, если на длине  $L_0$  выполняется условие равенства нулю не локального, а среднего значения ДГС:

$$\int_0^{L_0} D(z) dz \simeq 0. \quad (14)$$

При выполнении этого условия суммарная фазовая модуляция импульса на длине  $L_0$ , вызываемая влиянием ДГС, также оказывается равной нулю вне зависимости от локальных значений параметра  $D(z)$  [15]. Техническая реализация подобного условия в настоящее время не представляет сложности и успешно осуществляется с помощью любой из двух существующих технологических методик. Одна из них, получившая широкое применение в волоконно-оптических линиях связи [5–9], основана на использовании секционной схемы соединения световодов, имеющих противоположные по знаку значения ДГС. Другая эффективная методика, позволяющая реализовать условие (14), заключается в изменении радиуса сердцевины световода. Так, в НЦВО ИОФ им. А.М. Прохорова РАН разработана технология получения волоконных световодов с изменяющимся по длине заданным

профилем ДГС; вариации последнего обусловлены изменением площади поперечного сечения световодов [16]. Таким образом, на данный момент имеется технологическая база, позволяющая с большой точностью получать практически любой профиль ДГС, в том числе и такой, который обеспечит (на необходимой для образования ударной волны длине  $L_0$ ) выполнение условия (14).

Одновременное выполнение условий (11) и (14) позволяет получать в активных неоднородных световодах ударные волны огибающей с большой крутизной волнового фронта. Получение таких ударных волн представляет, на наш взгляд, значительный практический интерес. Так, в одной из первых методик сжатия лазерных импульсов [11, 14] в качестве компрессоров предполагалось использовать обычные оптические усилители. Однако, если импульс имеет пологий фронт, усиление всей передней части вводимого в усилитель импульса не только не приведет к сжатию, а наоборот, может вызвать его существенное уширение. Именно при таких условиях в [17] впервые экспериментально наблюдались импульсы, имеющие сверхсветовую скорость максимума огибающей. Это уширение объясняется тем, что импульсы, генерируемые реальными лазерами, всегда имеют длинную пологую переднюю часть, поэтому для сжатия импульса перед усилителем размещают устройство (например, ячейку Керра или Поккельса), срезающее переднюю часть вводимого в усилитель импульса. Использование рассмотренной в данной работе методики получения ударных волн на переднем фронте импульса позволяет при реализации режима компрессии излучения в активной среде обходиться без дополнительных обрезających устройств.

1. Островский Л.А. *ЖЭТФ*, **51**, 1189 (1966).
2. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
3. Агравал Г. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996).
4. Желтиков А.М. *УФН*, **174**, 73 (2004).
5. Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **30**, 659 (2000).
6. Mollenauer L.F., Mamyshev P.V., Neubelt M.J. *Opt. Lett.*, **21**, 327 (1996).
7. Smith N.J., Doran N.J., Forysiak W., Knox W.M. *J. Lightwave Technol.*, **15**, 1818 (1997).
8. Lenz G., Eggleton V.J. *J. Opt. Soc. Am. B.*, **15**, 2979 (1998).
9. Agrawal G.P. *Nonlinear Fiber Optics* (Boston: Academic Press, 2001).
10. Насиева И.О., Федорук М.П. *Квантовая электроника*, **33**, 908 (2003).
11. Басов Н.Г., Летохов В.С. *ДАН СССР*, **167**, 73 (1966).
12. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Письма в ЖТФ*, **27**, 1 (2001).
13. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *ЖТФ*, **72**, 78 (2002).
14. Ораевский А.Н. *УФН*, **168**, 1311 (1998).
15. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Квантовая электроника*, **34**, 852 (2004).
16. Ахметшин У.Г., Богатырев В.А., Сенаторов А.К., Сысолятин А.А., Шалыгин М.Г. *Квантовая электроника*, **33**, 265 (2003).
17. Крюков П.Г., Летохов В.С. *УФН*, **99**, 169 (1969).