

## Поляризация генерируемой полем накачки третьей гармоники, обусловленная столкновениями электронов и ионов плазмы, возникающей при ионизации газа возбужденных водородоподобных атомов

В.П.Силин, П.В.Силин

*Для плазмы, возникающей при ионизации водородоподобных атомов, электроны которых находятся в возбужденном состоянии, при учете  $l$ -вырождения рассмотрены поляризационные свойства третьей гармоники поля накачки, зависящие от степени круговой поляризации и интенсивности поля накачки. Установлен пороговый характер возникновения полной круговой поляризации третьей гармоники при частичной круговой поляризации накачки. Это явление представляет собой бифуркацию полной круговой поляризации. Обсуждаются условия, необходимые для экспериментального подтверждения предсказываемых теоретически поляризационных свойств излучения.*

**Ключевые слова:** генерация гармоник, плазма, водородоподобные атомы, поляризация излучения.

1. Интерес к генерации гармоник поля накачки в плазме, которая образуется при ионизации предварительно возбужденных атомов, возник в связи с тем, что согласно работе [1] в такой плазме интенсивность генерируемой третьей гармоники значительно превышает соответствующую интенсивность в плазме, образующейся при ионизации невозбужденных атомов. Нами рассматривается генерация гармоник эллиптически поляризованным полем накачки. Эффективность генерации гармоник эллиптически поляризованным полем накачки в плазме, образующейся при ионизации газа водородоподобных атомов, электроны которых находятся в основном состоянии, исследовалась в работе [2], а в возбужденном состоянии, характеризуемом главным квантовым числом  $n$ , – в работах [3, 4]. В этих работах было показано, что при превышении пороговой плотности потока энергии электромагнитного поля накачки  $q_{th}$  эффективность генерации гармоник максимальна не для линейно поляризованного поля, а для излучения с некоторой степенью круговой поляризации  $A$  поля накачки. Ранее такое явление было экспериментально обнаружено в работе [5]. Для заранее приготовленной плазмы с максвелловским распределением электронов по скоростям оно описано в работе [6].

Однако модель, используемая в [6], непригодна для ответа на вопрос о роли возбужденных состояний атомов. Ответ дают работы [2–4], где показано, что максимальная эффективность генерации гармоник при заданной интенсивности накачки имеет место при некотором конкретном значении степени круговой поляризации накачки, зависящем от отношения энергии осцилляций электрона в таком поле к энергии квантового уровня возбужденного состояния электрона атома до его ионизации.

Экспериментально обнаруженное в [5] явление, согласующееся с результатами работ [6, 2–4], характерно для тормозного излучения электрона, колеблющегося в поле электромагнитной волны накачки около иона и тормозящегося ионом. Подчеркнем, что в работах [6] и [2–4] использовались различные модели плазмы, которые имели, однако, общую причину генерации гармоник – тормозное излучение. В [6] исследовалась также поляризация генерируемых гармоник. В настоящей работе, в отличие от [6], где электроны заранее приготовленной плазмы имели максвелловское распределение в системе координат, колеблющейся с электронами, рассматривается плазма, возникающая в сильном поле накачки. В соответствии с [7] будем считать, что абсолютная величина напряженности электрического поля  $E$  удовлетворяет условию Бете

$$|E| > \frac{I_{Zn}^2}{4Z|e^3|} = \frac{1}{4Z|e^3|} \left( \frac{Z^2 m_e e^4}{2n^2 \hbar^2} \right)^2. \quad (1)$$

Здесь  $e$  и  $m_e$  – заряд и масса электрона;  $Z$  – заряд атомного ядра;  $n$  – главное квантовое число того уровня электрона, с которого происходит ионизация атома;  $I_{Zn}$  – соответствующий потенциал ионизации. Важно отметить, что при выполнении условия (1) в постоянном поле не существует связанных состояний электрона водородоподобного атома с энергией, характеризуемой главным квантовым числом  $n$ .

Формула (1) может быть записана в виде неравенства для плотности потока энергии излучения  $q$ :

$$q > q_B = 1.37 \times 10^{14} \frac{Z^6}{n^8} \text{ Вт/см}^2. \quad (2)$$

Режимом ионизации Бете мы называем такой режим, при котором плотность потока энергии излучения накачки удовлетворяет неравенству (2), а время включения поля накачки оказывается недостаточным для перестройки энергетических уровней электронов, в результате чего

В.П.Силин, П.В.Силин. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: silin@sci.lebedev.ru, silinp@mail.ru

Поступила в редакцию 9 февраля 2005 г., после доработки – 15 апреля 2005 г.

электроны «выдергиваются» полем из атомов в тех состояниях, в которых они были до ионизации. Это означает, что извлеченные из атомов электроны имеют в системе координат, осциллирующей вместе с электроном в поле накачки, то распределение по скоростям, которое было у них внутри атома до ионизации. Следовательно, время включения  $2\pi\tau_{\text{оп}}$  сильного поля должно быть меньше величины

$$\frac{n^2\hbar^2 2\pi}{Z^2 m_e e^4} \approx 1.5 \times 10^{-16} \frac{n^2}{Z^2} \text{ с}, \quad (3)$$

которая при квазиклассическом рассмотрении соответствует времени обращения возбужденного электрона по орбите и для возбужденных состояний может составлять несколько фемтосекун. Используя результаты работ [8, 9], для электронной функции распределения по скоростям получаем следующее выражение:

$$f_n(V) = \frac{8}{\pi^2 (V_Z/n)^3 [1 + (nV/V_Z)^2]^4}, \quad (4)$$

где  $V_Z = Ze^2/\hbar$  – кулоновская единица скорости [10].

Итак, целью настоящей работы является формулировка теории, позволяющей исследовать поляризацию гармоник поля накачки, генерируемых в плазме благодаря торсионному влиянию практически неподвижных ионов на осциллирующие в поле накачки электроны. Положения теории рассматриваются применительно к случаю генерации третьей гармоники.

2. Напряженность электрического поля накачки выберем в виде  $\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0)$ , где

$$E_x = E \varepsilon_x \cos(\omega t - kz - \varphi), \quad (5)$$

$$E_y = -E \varepsilon_y \sin(\omega t - kz - \varphi).$$

Здесь  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  – компоненты единичного вектора поляризации ( $\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 = 1$ ,  $\varepsilon_x^2 \geq \varepsilon_y^2 \geq 0$ ), а частота  $\omega$  и волновой вектор  $\mathbf{k}$  связаны соотношением  $\omega^2 = \omega_{\text{Le}}^2 + c^2 k^2$ , где  $\omega_{\text{Le}}^2 = 4\pi e^2 N_e / m_e$  – электронная ленгмюровская частота;  $N_e$  – концентрация электронов.

Следуя [11] и считая, что

$$\mathbf{E}(t, z) = \mathbf{E} \exp(-i\omega t + ikz + i\varphi) + \mathbf{E}^* \exp(i\omega t - ikz - i\varphi)$$

( $E$  – постоянная амплитуда), запишем выражение для поляризационного тензора поля накачки:

$$\rho_{\alpha\beta} = \frac{J_{\alpha\beta}}{J}, \quad J_{\alpha\beta} = \overline{E_\alpha E_\beta^*}, \quad J_{\alpha\beta} = J, \quad (6)$$

где первый индекс соответствует номеру строки, а второй – номеру столбца; черта означает усреднение по периоду изменения поля во времени. В нашем случае выражение для поляризационного тензора имеет вид

$$\rho_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x^2 & i\varepsilon_x \varepsilon_y \\ -i\varepsilon_x \varepsilon_y & \varepsilon_y^2 \end{vmatrix}.$$

Поляризационный тензор можно выразить также через параметры Стокса  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  [11]:

$$\rho_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 + \xi_3 & \xi_1 - i\xi_2 \\ \xi_1 + i\xi_2 & 1 - \xi_3 \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Сравнивая два последних выражения для поляризационного тензора, для поля накачки (5) получаем  $\xi_1 = 0$ ,  $\xi_2 = -2\varepsilon_x \varepsilon_y$ ,  $\xi_3 = \varepsilon_x^2 - \varepsilon_y^2$ . При этом  $\xi_2 = -2\varepsilon_x \varepsilon_y = A(1) \equiv A$  представляет собой степень круговой поляризации поля накачки ( $-1 < A < 1$ ) [11], а  $(\xi_3^2)^{1/2} = l = \rho^2$  – степень максимальной линейной поляризации.

3. Сформулируем задачу, позволяющую определить влияние на генерацию степени круговой поляризации гармоник, генерируемых быстро включаемой накачкой с длительностью, большей ее периода, в случае плазмы, образующейся из возбужденных атомов с электронами, в зависимости от поля накачки. Речь пойдет о нахождении зависимости степени круговой поляризации  $A(2N+1, nV_E/V_Z, A)$  для нечетной  $2N+1$ -й гармоники, где  $V_E = |eE|/(m_e \omega)$  – амплитуда скорости осцилляций электрона  $\mathbf{u}_E = (u_{E_x}, u_{E_y}, 0)$  в поле накачки;

$$u_{E_x} = -V_E \sin(\omega t - kz - \varphi); \quad u_{E_y} = -V_E \cos(\omega t - kz - \varphi).$$

С помощью уравнений Максвелла и Больцмана нетрудно представить электрическое поле гармоник в виде

$$\mathbf{E}^{(2N+1)} = (E_x^{(2N+1)}(t, z), E_y^{(2N+1)}(t, z), 0),$$

где

$$E_x^{(2N+1)}(t, z) = E_x^{(2N+1)} \sin[(2N+1)(\omega t - kz - \varphi)], \quad (8)$$

$$E_y^{(2N+1)}(t, z) = E_y^{(2N+1)} \cos[(2N+1)(\omega t - kz - \varphi)].$$

При этом (сравни с [3]) постоянные амплитуды  $E_x^{(2N+1)}$  и  $E_y^{(2N+1)}$  определяются уравнениями

$$\begin{aligned} & [-(\omega^2 - c^2 k^2)(2N+1)^2 + \omega_{\text{Le}}^2] E_x^{(2N+1)} \\ & = \varepsilon_x \frac{4\pi e^2 N_e}{m_e \omega^2} v_{xx}^{(2N+1)}(n, E, \rho) \omega(2N+1) E, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & [-(\omega^2 - c^2 k^2)(2N+1)^2 + \omega_{\text{Le}}^2] E_y^{(2N+1)} \\ & = \varepsilon_y \frac{4\pi e^2 N_e}{m_e \omega^2} v_{yy}^{(2N+1)}(n, E, \rho) \omega(2N+1) E, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} v_{xx}^{(2N+1)} & = \frac{16e^4 Z N_e A}{\rho^3 m_e^2 V_E^3} D\alpha^{(+)}(2N+1, \alpha, \rho) \Big|_{b=1}, \\ v_{yy}^{(2N+1)} & = \frac{16e^4 Z N_e A}{\rho^3 m_e^2 V_E^3} D\alpha^{(-)}(2N+1, \alpha, \rho) \Big|_{b=1} \end{aligned} \quad (10)$$

– эффективные частоты столкновений электронов с ионами, определяющие генерацию гармоник. Эти частоты находятся с помощью кинетического уравнения Больцмана с интегралом столкновений Ландау. В (10) используются следующие обозначения:  $A$  – кулоновский логарифм (для оценок можно принять, что  $A \approx 5$ );  $\alpha = b/x$ ;  $x = nV_E/V_Z$ ;

$$D = 1 - \frac{d}{db} + \frac{1}{3} \frac{d^2}{db^2}$$

– дифференциальный оператор, после применения которого полагается, что  $b = 1$ .

Для функций  $\alpha^{(+)}$  и  $\alpha^{(-)}$  имеем следующие выражения:

$$\alpha^{(+)}(2N+1, \alpha, \rho) = \frac{2\alpha\rho}{\pi(1+\rho^2)} \times \int_{-1}^{+1} dt' \Theta_{2N+1}^{(+)}(t') \left\{ \frac{\rho^2 \arctan [(1-\rho^2 t')/(2\alpha^2)]^{1/2}}{[2\alpha^2(1-\rho^2 t')]^{1/2}} - \frac{\rho}{2[(1+t')(1+\rho^2+2\alpha^2)]^{1/2}} \times \ln \frac{(1+\rho^2+2\alpha^2)^{1/2} + \rho(1+t')^{1/2}}{(1+\rho^2+2\alpha^2)^{1/2} - \rho(1+t')^{1/2}} \right\}, \quad (11)$$

$$\alpha^{(-)}(2N+1, \alpha, \rho) = \frac{2\alpha\rho}{\pi(1-\rho^2)} \times \int_{-1}^{+1} dt' \Theta_{2N+1}^{(-)}(t') \left\{ \frac{\rho^2 \arctan [(1-\rho^2 t')/(2\alpha^2)]^{1/2}}{[2\alpha^2(1-\rho^2 t')]^{1/2}} - \frac{\rho}{2[(1-t')(1-\rho^2+2\alpha^2)]^{1/2}} \arctan \frac{\rho(1-t')^{1/2}}{(1-\rho^2+2\alpha^2)^{1/2}} \right\}. \quad (12)$$

Величины  $\Theta_{2N+1}^{(\pm)}$  находятся из соотношений

$$Q_{(2N+1)/2}(z) \pm Q_{(2N-1)/2}(z) = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-1}^{+1} \frac{dt'}{(z-t')^{1/2}} \Theta_{2N+1}^{(\pm)}(t'), \quad (13)$$

где  $Q_n(z)$  – функции Лежандра.

Используя условие  $\omega^2 = \omega_{Le}^2 + c^2 k^2$ , из уравнений (9), (10) получаем

$$E_x^{(2N+1)} = - \frac{4e^4 Z N \epsilon_A}{\rho^3 m_e^2 V_E^3 \omega} \frac{2N+1}{N(N+1)} \epsilon_x D \alpha^{(+)}(2N+1, \alpha, \rho) \Big|_{b=1}, \quad (14)$$

$$E_y^{(2N+1)} = - \frac{4e^4 Z N \epsilon_A}{\rho^3 m_e^2 V_E^3 \omega} \frac{2N+1}{N(N+1)} \epsilon_y D \alpha^{(-)}(2N+1, \alpha, \rho) \Big|_{b=1}.$$

Подчеркнем, что мы рассматриваем прозрачную плазму, диэлектрическая постоянная которой положительна, поскольку частота поля накачки превышает электронную ленгмюровскую частоту. При превышении в два раза диэлектрическая постоянная плазмы для излучения накачки составляет 0.75. Для третьей гармоники она оказывается примерно равной 0.972, т. е. почти не отличается от диэлектрической постоянной вакуума. Поэтому практически без изменения все излучение третьей гармоники беспрепятственно выходит из плазмы.

Используя формулы (14) и определение поляризационного тензора для  $2N+1$ -й гармоники  $\rho_{\alpha\beta}^{(2N+1)}$ , можно написать общее выражение для степени круговой поляризации нечетных гармоник:

$$A(2N+1, x, A) = \frac{2AG(2N+1, x, \rho)H(2N+1, x, \rho)}{|A|[G^2(2N+1, x, \rho) + H^2(2N+1, x, \rho)]}, \quad (15)$$

где  $\rho = (1 - A^2)^{1/4}$ ;  $|A| = (1 - \rho^4)^{1/2}$ ;

$$H(2N+1, x, \rho) = (1 + \rho^2)^{1/2} D \alpha^{(+)}(2N+1, \alpha, \rho) \Big|_{b=1}; \quad (16)$$

$$G(2N+1, x, \rho) = (1 - \rho^2)^{1/2} D \alpha^{(-)}(2N+1, \alpha, \rho) \Big|_{b=1}.$$

При этом согласно (15) следует иметь в виду, что

$$A(2N+1, x, -A) = -A(2N+1, x, A). \quad (17)$$

4. Сформулированные выше общие положения теории применим к случаю генерации третьей гармоники, когда согласно [2] справедливы соотношения

$$\alpha^{(+)}\left(3, \frac{b}{x}, \rho\right) = \frac{\sqrt{2}\rho}{(1+\rho^2)^{1/2}} \left[ \left(-\frac{1}{3} + \frac{4}{3\rho^2}\right) \times F\left(\arctan \frac{x(1+\rho^2)^{1/2}}{b\sqrt{2}}, \frac{\rho\sqrt{2}}{(1+\rho^2)^{1/2}}\right) - \left(1 + \frac{4}{3\rho^2}\right) \times E\left(\arctan \frac{x(1+\rho^2)^{1/2}}{b\sqrt{2}}, \frac{\rho\sqrt{2}}{(1+\rho^2)^{1/2}}\right) \right] + \frac{8b}{3x} \left[ 1 - \left(\frac{x^2 + 2b^2 - \rho^2 x^2}{x^2 + 2b^2 + \rho^2 x^2}\right)^{1/2} \right], \quad (18)$$

$$\alpha^{(-)}\left(3, \frac{b}{x}, \rho\right) = - \frac{\sqrt{2}\rho}{(1+\rho^2)^{1/2}} \left\{ \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{3\rho^2}\right) \times F\left(\arctan \frac{x(1+\rho^2)^{1/2}}{b\sqrt{2}}, \frac{\rho\sqrt{2}}{(1+\rho^2)^{1/2}}\right) - \left(-1 + \frac{4}{3\rho^2}\right) \times \frac{1+\rho^2}{1-\rho^2} \left[ E\left(\arctan \frac{x(1+\rho^2)^{1/2}}{b\sqrt{2}}, \frac{\rho\sqrt{2}}{(1+\rho^2)^{1/2}}\right) - \frac{b2\sqrt{2}}{(1+\rho^2)^{1/2}} \frac{\rho^2 x}{[(x^2 + 2b^2)^2 - \rho^2 x^4]^{1/2}} \right] \right\} - \frac{8b}{3x} \left[ 1 - \left(\frac{x^2 + 2b^2 + \rho^2 x^2}{x^2 + 2b^2 - \rho^2 x^2}\right)^{1/2} \right], \quad (19)$$

где  $F$  и  $E$  – эллиптические функции. При малых значениях  $x/b$  эти формулы имеют приближенный вид:

$$\alpha^{(+)}\left(3, \frac{b}{x}, \rho\right) \approx \frac{\rho^5 x^5}{30 b^5} - \frac{\rho^5 (4 + \rho^2) x^7}{112 b^7} + \frac{\rho^5 (4 + 2\rho^2 + \rho^4) x^9}{144 b^9} + O(x^{11}), \quad (20)$$

$$\alpha^{(-)}\left(3, \frac{b}{x}, \rho\right) \approx \frac{\rho^5 x^5}{30 b^5} + \frac{\rho^5 (-4 + \rho^2) x^7}{112 b^7} + \frac{\rho^5 (4 - 2\rho^2 + \rho^4) x^9}{144 b^9} + O(x^{11}). \quad (21)$$

Соответственно этому получаем

$$H(3, x, \rho) \approx \frac{8}{15} \rho^5 x^5 (1 + \rho^2)^{1/2} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{25(4 + \rho^2)x^2}{56} + \frac{25(4 + 2\rho^2 + \rho^4)x^4}{48} + \dots \right], \tag{22}$$

$$G(3, x, \rho) \approx \frac{8}{15} \rho^5 x^5 (1 - \rho^2)^{1/2} \times \left[ 1 + \frac{25(-4 + \rho^2)x^2}{56} - \frac{25(4 - 2\rho^2 + \rho^4)x^4}{48} + \dots \right].$$

С той же точностью получаем

$$A(3, x, A) \simeq A \left[ 1 + \frac{25}{28} (1 - A^2)x^2 - \frac{4175(1 - A^2)^2 - 3750(1 - A^2)^4}{4704} x^4 \right]. \tag{23}$$

Это приближенное выражение для степени круговой поляризации третьей гармоники при небольших значениях  $x$  монотонно изменяется от максимального значения  $A(3, x, A) = +1$  при  $A = -1$  до нуля при  $A = 0$  и вплоть до минимального значения  $A(3, x, A) = -1$  при  $A = +1$ . Следует отметить, что при  $|A| = 1$  интенсивность генерируемой третьей гармоники обращается в нуль.

При больших  $x$ , т. е. при больших напряженностях поля накачки, проявляется немонотонная зависимость степени круговой поляризации третьей гармоники от  $x$  и  $A$ . Это видно из рис.1, на котором представлена функция  $A(3, x, A)$  в интервале  $0 < x < 20$ . В частности, возникает такая ситуация, когда при заданном значении  $x$  с ростом степени круговой поляризации накачки  $A$  от наименьшего значения  $A = -1$  степень круговой поляризации третьей гармоники сначала возрастает, а затем начинает убывать. После достижения минимума функция  $A(3, x, A)$  снова возрастает, а после обращения в нуль ведет себя немонотонно в соответствии с условием антисимметрии (17).

Описанное здесь поведение степени круговой поляризации третьей гармоники значительно лучше видно на рисунках, отвечающих срезам трехмерной функции, приведенной на рис.1, при различных напряженностях поля накачки. Пять таких срезов представлены на рис.2. Здесь кривая 1 ( $x = 1$ ) описывает монотонную зависимость степени круговой поляризации третьей гармоники от степени круговой поляризации поля накачки, кривая 2 ( $x = 1.5$ ) показывает увеличение крутизны монотонной зависимости при уменьшении степени круговой поляризации на-

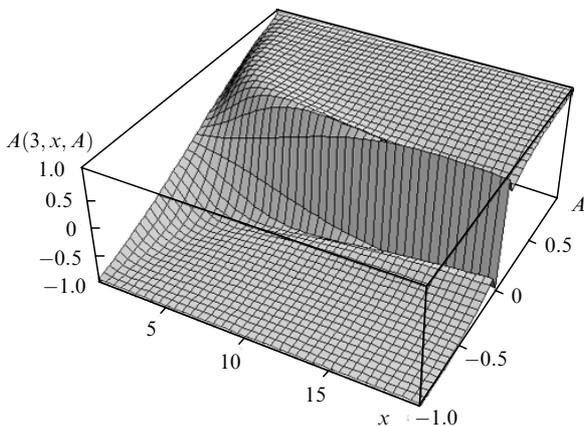


Рис.1.

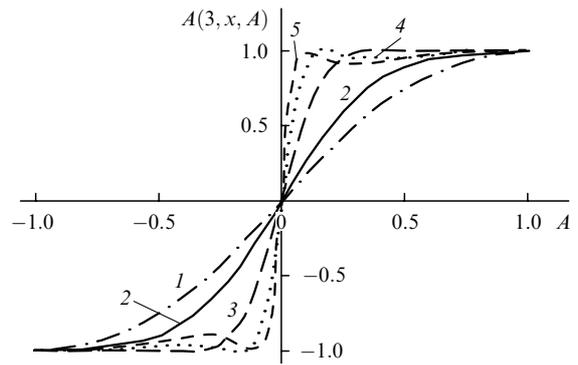


Рис.2.

качки. Кривые 3 ( $x = 3$ ), 4 ( $x = 5$ ) и 5 ( $x = 7$ ) демонстрируют, во-первых, резкое увеличение крутизны убывания  $A(3, x, A)$  в области сравнительно небольших значений  $A$ , а во-вторых, появление немонотонности: при  $-1 < A < 0$  достигается экстремум  $A(3, x, A) = -1$ . К этому же значению степень круговой поляризации третьей гармоники стремится при  $A$ , стремящемся к  $-1$ . Аналогичное поведение кривых наблюдается при  $A > 0$ , когда  $A(3, x, A) = +1$  при  $A \neq 1$  и  $A = 1$ .

Поведение функции  $A(3, x, A)$ , отвечающее кривым 3–5 на рис.2, сохраняется при дальнейшем росте поля накачки (рис.3). В области малых значений степени круговой поляризации накачки крутизна кривых настолько увеличивается, что использование линейного масштаба для переменной  $A$  практически не позволяет при  $x > 10$  различать кривые, соответствующие разным  $x$ . Поэтому на рис.3 по оси абсцисс отложен десятичный логарифм  $A$ . Параметру  $x = 10$  соответствует кривая 1,  $x = 15$  – кривая 2,  $x = 30$  – кривая 3,  $x = 35$  – кривая 4 и  $x = 40$  – кривая 5.

Из рис.3 следует, что степень круговой поляризации третьей гармоники достигает единицы, т. е. круговая поляризация является полной не только при  $A = 1$ , когда интенсивность генерации гармоники обращается в нуль, но и при малых значениях  $A$  (порядка 0.01). При этом значение  $A$ , при котором  $A(3, x, A) = 1$ , с ростом поля накачки смещается в область малых значений  $A$ .

Согласно рис.2 и 3 предполагаемая программа экспериментального исследования степени круговой поляризации третьей гармоники может состоять, во-первых, из сравнительно грубых измерений при не очень больших интенсивностях накачки, когда  $A(3, x, A) = \pm 1$  при  $A$ , до-

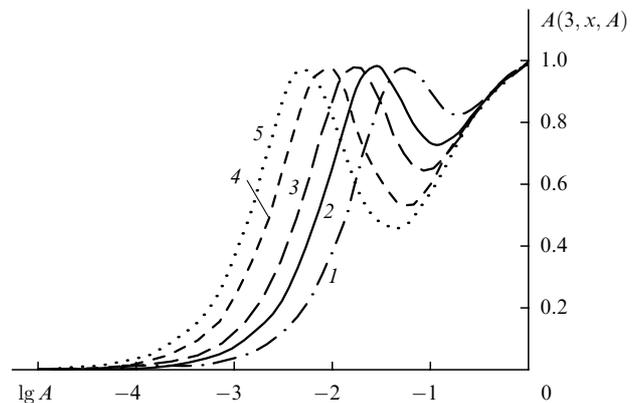


Рис.3.

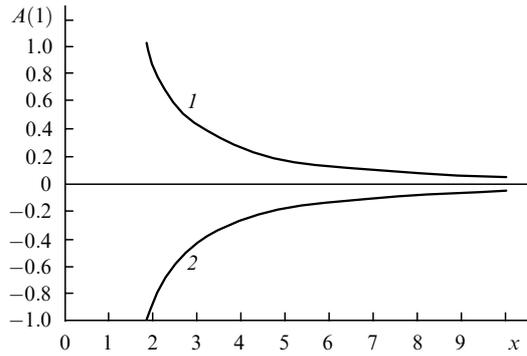


Рис.4.

статочном удаленном от  $A = 0$  в случае  $A(3, x, 0) = 0$ ; во-вторых, из сравнительно точных измерений, когда полная круговая поляризация третьей гармоники возникает при почти линейно поляризованной накачке, т. е. при  $A \ll 1$ , что, естественно, требует значительно более точных измерений характеристик поляризации.

Поведение кривых, приведенных на рис.2, показывает, что немонотонная зависимость и отвечающая ей возможность полной круговой поляризации третьей гармоники при  $A < 1$  (или  $A > -1$ ) возникают при не слишком малых значениях  $x$  (или не слишком малых напряженностях поля накачки). Иными словами, обсуждаемый нами эффект является пороговым. Это, в частности, видно из рис.4, где приведены зависимости от  $x$  степени круговой поляризации поля накачки  $A \equiv A(1)$ , для которых поляризация третьей гармоники оказывается полностью поляризованной по кругу. Кривая 1 на рис.4 соответствует  $A(3, x, A(1)) = 1$ , а кривая 2 отвечает  $A(3, x, A(1)) = -1$ . Из рис.4 следует, что полная круговая поляризация третьей гармоники возникает при превышении порога  $x_{th} \approx 1.84456$  вблизи  $A(1) = \pm 1$ , а затем с ростом накачки степень круговой поляризации третьей гармоники сравнительно быстро убывает по абсолютной величине. Подчеркнем, что такое явление, в принципе, возможно для поля излучения накачки, поляризация которого мало отличается от линейной.

5. Вышеизложенное позволяет сказать, что среди рассмотренных поляризационных свойств третьей гармоники, генерируемой полем накачки в плазме, которая образована ионизацией газа водородоподобных атомов, находящихся в возбужденных состояниях, имеются такие свойства, которые могут считаться общими для когерентной тормозной генерации гармоник в плазме независимо от вида функции распределения электронов. К ним относится установленное ранее как в асимптотическом приближении [12], так и численно [4] для случая заранее приготовленной плазмы с максвелловским распределением электронов свойство немонотонности зависимости степени круговой поляризации третьей гармоники от степени круговой поляризации поля накачки. Таким свойством является также установленное асимптотически [12] и численно [4] свойство, заключающееся в генерации полностью поляризованной по кругу третьей гармоники при накачке с эллиптической поляризацией, отличающейся от круговой. Установленный в настоящей работе пороговый характер обсуждаемых явлений представляется не только новым, но и оригинальным. Можно предположить, что он также является общим свойством тормозной генерации гармоник эллиптически поляризованным полем накачки.

Важный для нашего рассмотрения результат, касающийся влияния возбужденных состояний атомов до их ионизации на поляризацию третьей гармоники, во-первых, имеет качественный характер, проявляющийся в зависимости  $A(3, x, A)$  от скейлингового аргумента  $x = nV_E/V_Z$ , который отражает влияние возбужденного состояния электрона (через главное квантовое число такого состояния), а во-вторых, выражается в явной функциональной зависимости от  $x$  степени круговой поляризации третьей гармоники, которая иллюстрируется рис.1–3.

Приведем здесь некоторые формулы, позволяющие лучше понять экспериментальные условия, в которых могут проявиться найденные выше теоретические закономерности. Для этого прежде всего запишем выражение для плотности потока энергии накачки в виде

$$q = \frac{cI_{Zn}}{1024} x^2 \left( \frac{8\hbar\omega}{I_{Zn}} \right)^2 \frac{Z}{n^4 a_Z^3} = 4.8 \times 10^{13} \frac{Z^2 n V_E}{n^2 V_Z} \left( \frac{\hbar\omega}{1 \text{ эВ}} \right)^2 \text{ Вт/см}^2, \quad (24)$$

где  $a_Z = \hbar^2/(m_e Z e^2)$  – кулоновская единица длины [10]. Поскольку установленный выше порог возникновения немонотонной зависимости степени круговой поляризации третьей гармоники  $x_{th} \approx 1.84456 \approx 2$ , то при  $\hbar\omega \approx 1 \text{ эВ}$  пороговая плотность потока энергии накачки

$$q_{th} \approx 1.68 \times 10^{14} \frac{Z^2}{n^2} \text{ Вт/см}^2. \quad (25)$$

Согласно (2) это выражение можно записать в виде

$$q_{th} = 1.2 \frac{n^6}{Z^4} q_B. \quad (26)$$

Например, для  $Z = 2$  и  $n = 7$  из выражения (25) получаем  $q_{th} = 1.37 \times 10^{13} \text{ Вт/см}^2$  и  $q_B = 1.5 \times 10^9 \text{ Вт/см}^2$ . Для более высоковозбужденных состояний  $q_B$  и  $q_{th}$  будут еще меньше.

Таким образом, мы видим, что возникновение полностью поляризованных по кругу гармоник возможно при сравнительно небольших интенсивностях поля накачки, когда ионизация плазмы соответствует режиму Бете. При этом само условие Бете (2) может быть выполнено сравнительно просто. Труднее выполнить условие (3), которое при  $Z = 2$  и  $n = 6$  дает  $\tau_{on} < 1.35 \times 10^{-15} \text{ с}$ .

Далее следует обратить внимание на электрон-электронные столкновения, которые могут быть причиной изменения вида функции распределения электронов, делаая ее отличной от используемой нами функции (4). Для того чтобы этого не произошло, необходимо выполнение требования малости длительности импульса накачки по сравнению с временем электрон-электронных столкновений

$$\tau_{ee} = \frac{m_e^2 (V_Z/n)^3}{4\pi L e^4 N_e} \approx 2.8 \times 10^6 \frac{Z^3}{n^3} \left( \frac{1 \text{ см}^{-3}}{N_e} \right) \text{ с}.$$

В частности, при  $Z = 2$ ,  $n = 7$ ,  $N_e \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$  имеем  $\tau_{ee} = 6.5 \times 10^{-13} \text{ с}$ . Последняя оценка позволяет говорить о возможности применения импульса излучения, длительность которого значительно больше времени его включения и значительно меньше времени электрон-

электронного столкновения, что, в свою очередь, позволяет использовать количественные результаты изложенной выше теории при описании результатов возможного эксперимента.

6. Подводя итог всему вышеизложенному, можно утверждать следующее. Во-первых, полностью поляризованная по кругу гармоника возникает не только при полной круговой поляризации накачки, но и при конечной степени круговой поляризации накачки, что может быть названо бифуркацией круговой поляризации. Во-вторых, эта бифуркация является пороговой и возникает, когда энергия осцилляций электрона сравнима с потенциалом ионизации уровня электрона, ионизацией с которого излучение порождает плазму. В-третьих, степень круговой поляризации третьей гармоники является функцией отношения энергии осцилляций электрона в поле накачки к энергии  $n$ -го уровня электрона, с которого ионизируется электрон из атома, что связано с зависимостью процесса бифуркации от возбуждения атомов газа перед ионизацией. И наконец, в-четвертых, с ростом отношения таких двух энергий уменьшается степень круговой поляризации накачки, необходимая для возникновения третьей гармоники, имеющей 100 %-ную круговую поляризацию.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-16897), Программы ведущих научных школ РФ (грант НШ-1385.2003.2) и Программы INTAS (№ 05-51-5037).

1. Fedotov A.V., Naumov A.N., Silin V.P., Uryupin S.A., Zheltikov A.M., Tarasevich A.P., von der Linde D. *Phys. Lett. A*, **271**, 407 (2000).
2. Вагин К.Ю., Овчинников К.Н., Силин В.П. *Квантовая электроника*, **34** (3), 223 (2004).
3. Силин В.П., Силин П.В. *Квантовая электроника*, **35** (2), 157 (2005).
4. Силин В.П., Силин П.В. *Кр. сообщ. физ. ФИАН* (в печати).
5. Barnett N.H., Kan C., Corkum P.V. *Phys. Rev. A*, **51**, R3418 (1995).
6. Овчинников К.Н., Силин В.П. *Квантовая электроника*, **29** (2), 145 (1999).
7. Бете Г. *Квантовая механика простейших систем* (Л.–М.: Главная редакция общетехнической литературы, 1935).
8. Podolsky V., Pauling L. *Phys. Rev.*, **34**, 109 (1929).
9. Силин В.П., Силин П.В. *Квантовая электроника*, **33** (10), 897 (2003).
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика, нерелятивистская теория* (М.: ГИФМЛ, 1963).
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля* (М.: Наука, 1973).
12. Силин В.П. *ЖЭТФ*, **114** (9), 864 (1998).