

# Особенности фазовой динамики в кольцевом твердотельном лазере

Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев

*Исследованы особенности фазовой динамики в кольцевом твердотельном лазере, работающем в нестационарных квазисинусоидальных режимах генерации первого и второго рода (QS-1 и QS-2), возникающих при периодической модуляции мощности накачки. Показано, что в режиме QS-2 регистрация изменения разности фаз встречных волн при определенных условиях позволяет непосредственно определить величину частотной невязанности резонатора.*

**Ключевые слова:** кольцевой твердотельный лазер, фазовая динамика, квазипериодический режим генерации, частотная невязанность.

## 1. Введение

В подавляющем большинстве работ, посвященных исследованию нелинейной динамики излучения твердотельных кольцевых лазеров, изучались временные и спектральные характеристики интенсивностей излучения встречных волн (см., напр., [1–5]). Исследованию же динамики оптических фаз встречных волн (фазовая динамика излучения) до сих пор уделялось мало внимания. Это объясняется тем, что непосредственное измерение оптических фаз встречных волн и их разности является весьма сложной задачей. Тем не менее существующие методы получения фазовой информации на основе анализа сигнала фотосмещения (гетеродинамирования) излучения двух лазеров [6,7], а также сигналов, получаемых при фотосмещении оптических полей излучения встречных волн [8], открывают возможности для экспериментального исследования фазовой динамики.

Фазовая динамика излучения твердотельного кольцевого лазера в режиме низкочастотных переключений направления генерации (автомодуляционный режим второго рода) рассматривалась теоретически в [9]. Аналогичные исследования, проведенные в [10], показали, что в твердотельных кольцевых лазерах, работающих в режиме синхронного динамического хаоса, возникают скачкообразные изменения разности фаз встречных волн на  $\pi$  в промежутках между соседними хаотическими импульсами излучения. В работах [8, 11] этот вывод был экспериментально подтвержден при анализе сигналов фотосмещения полей встречных волн монолитного кольцевого чип-лазера на YAG:Nd.

В кольцевых твердотельных лазерах, как известно, может иметь место большое число разнообразных нестационарных режимов генерации, которые возникают как в автономных кольцевых лазерах [12, 13], так и в неавтономных лазерах при периодической модуляции их параметров [5]. Одними из наиболее распространенных нестационарных режимов в кольцевом твердотельном лазере

с периодической модуляцией параметров являются квазисинусоидальные (QS) режимы [5]. Возможны QS-режимы как первого (QS-1), так и второго (QS-2) рода [5, 14]. В этих режимах в спектре интенсивности излучения встречных волн присутствуют компоненты на частоте автомодуляционных колебаний  $\omega_a/2\pi$ , частоте модулирующего сигнала  $\omega_p/2\pi$ , а также на частотах, соответствующих их линейным комбинациям. Различие между режимами состоит в том, что в случае режима QS-1 наиболее сильной является спектральная компонента на частоте  $\omega_a/2\pi$ , а при режиме QS-2 – на частоте  $\omega_p/2\pi$ . В определенной области лазерных параметров эти режимы оказываются бистабильными (в зависимости от начальных условий возникает либо режим QS-1, либо режим QS-2).

Целью настоящей работы является исследование особенностей фазовой динамики твердотельных кольцевых лазеров в этих режимах генерации. Особый интерес представляет изучение фазовой динамики при наличии частотной невязанности резонатора, поскольку результаты данных исследований могут быть использованы в лазерной гироскопии.

## 2. Постановка задачи

При анализе фазовой динамики использовалась стандартная модель кольцевого твердотельного лазера [5], описываемая системой уравнений для комплексных амплитуд встречных волн  $\tilde{E}_{1,2} = E_{1,2} \exp i\varphi_{1,2}$  и пространственных гармоник инверсной населенности  $N_0$  и  $N_{\pm}$ :

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} &= -\frac{\omega}{2Q_{1,2}} \tilde{E}_{1,2} \pm i\frac{\Omega}{2} \tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} \tilde{E}_{1,2} \\ &+ \frac{\sigma L_{ac}}{2T} (N_0 \tilde{E}_{1,2} + N_{\mp} \tilde{E}_{2,1}), \\ T_1 \frac{dN_0}{dt} &= N_{th}(1 + \eta)(1 + \eta) - N_0 [1 + a(|E_1|^2 + |E_2|^2)] \\ &- N_+ a E_1 E_2^* + N_- a E_2 E_1^*, \end{aligned} \quad (1)$$

Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобелевца МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: kravtsov@npi.phys.msu.su

$$T_1 \frac{dN_+}{dt} = -N_+ [1 + a(|E_1|^2 + |E_2|^2)] - N_0 a E_2 E_1^*.$$

В уравнениях (1) использованы следующие обозначения:  $\omega/Q$  – ширина полосы резонатора (потери для встречных волн полагаются равными);  $T = L/c$  – время обхода светом резонатора;  $T_1$  – время продольной релаксации;  $L_{\text{ак}}$  – длина активного элемента;  $a = T_1 c \sigma / (8 \hbar \omega \pi)$  – параметр насыщения;  $\sigma$  – сечение лазерного перехода (отстройка частоты генерации от центра линии усиления полагается равной нулю);  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  – частотная невязанность резонатора;  $\omega_1, \omega_2$  – собственные частоты резонатора для встречных волн;  $\tilde{m}_{1,2} = m_{1,2} \exp(\pm i\theta_{1,2})$  – комплексные коэффициенты связи встречных волн через обратное рассеяние;  $m_{1,2}$  и  $\theta_{1,2}$  – модули и фазы коэффициентов связи. Скорость накачки представлена в виде  $N_{\text{th}}(1 + \eta)/T_1$ , где  $N_{\text{th}}$  – пороговая инверсная населенность,  $\eta$  – превышение мощности накачки над порогом.

Рассмотрим кольцевой лазер с периодической модулирующей мощности накачки. В этом случае превышение мощности накачки над порогом

$$\eta = \eta_0 + h \cos \omega_p t, \quad (2)$$

где  $\eta_0$  – превышение порогового уровня накачки в отсутствие модулирующего сигнала;  $h$  – глубина модуляции накачки.

Фазовая динамика кольцевого лазера исследуется на основе численного решения системы уравнений (1) следующим образом. Комплексные амплитуды встречных волн записываем в виде

$$\tilde{E}_1 = E_{r1} + iE_{i1} \quad \text{и} \quad \tilde{E}_2 = E_{r2} + iE_{i2},$$

где  $E_{rj}$  и  $E_{ij}$  – действительные и мнимые части комплексных амплитуд встречных волн ( $j = 1, 2$ ). Численное решение уравнений (1) позволяет найти зависимость от времени полей встречных волн и затем с помощью формул

$$\cos \Phi = \frac{E_{r1}E_{r2} + E_{i1} + E_{i2}}{E_1E_2}, \quad \sin \Phi = \frac{E_{i1}E_{r2} - E_{i2}E_{r1}}{E_1E_2} \quad (3)$$

исследовать зависимость от времени разности фаз встречных волн  $\Phi = \varphi_1 - \varphi_2$ .

### 3. Результаты численного моделирования

При численном моделировании были использованы параметры монолитного кольцевого чип-лазера, исследованного в [3, 14]. В этих работах рассматривался кольцевой монолитный лазер на кристалле YAG: Nd с периметром кольцевого резонатора 2.7 мм и углом неплоскостности  $80^\circ$ . Полные потери резонатора за один проход составляли 3.2 %, что при  $\eta_0 = 0.21$  давало частоту релаксационных колебаний  $\omega_r/2\pi = 65$  кГц. Частота автомодуляционных колебаний в отсутствие частотной невязанности резонатора составляла 170 кГц, что соответствовало модулю коэффициентов связи  $m = m_1 = m_2 = 170$  кГц и разности фаз коэффициентов связи  $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 0.1$ . Частота модуляции накачки  $\omega_p/2\pi$  была выбрана равной 50 кГц.

Как показали проведенные экспериментальные исследования, квазипериодические режимы генерации QS-1 и QS-2 могут наблюдаться в одних и тех же условиях (т. е. имеет место бистабильность) при малых глубинах модуляции ( $0.01 < h < 0.1$ ).

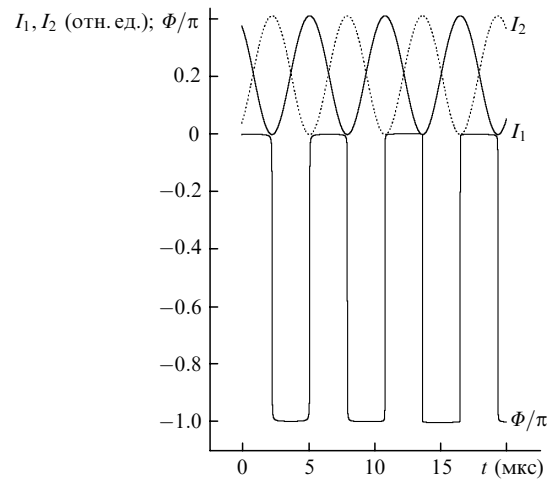


Рис.1. Временные зависимости интенсивностей и разности фаз встречных волн в автомодуляционном режиме генерации первого рода при  $\Omega = 0$ .

Рассмотрим вначале фазовую динамику излучения в отсутствие модуляции накачки. В этом случае твердотельный кольцевой лазер работает в автомодуляционном режиме генерации первого рода. Зависимости интенсивностей и разности фаз встречных волн от времени показаны на рис.1 при  $\Omega = 0$ . Видно, что интенсивности встречных волн  $I_1$  и  $I_2$  совершают противофазные колебания с частотой  $\omega_a/2\pi$ . Разность фаз встречных волн оказывается также периодической функцией времени и изменяется от нуля до  $\pi$ .

На рис.2 показаны характерные временные зависимости интенсивностей и разности фаз встречных волн в режиме QS-1 при  $\Omega = 0$  и глубине модуляции накачки  $h = 1\%$ . В этом случае интенсивности встречных волн  $I_1$  и  $I_2$  также совершают противофазные автоколебания с частотой  $\omega_a/2\pi$  и, кроме того, оказываются промодулированными синфазно с частотой  $\omega_p/2\pi$ . Разность фаз встречных волн при  $\Omega = 0$  изменяется в конечных пределах, совершая периодические колебания с частотой  $\omega_a/2\pi$ . При этом имеет место режим фазовой синхронизации квазипериодических колебаний во встречных на-

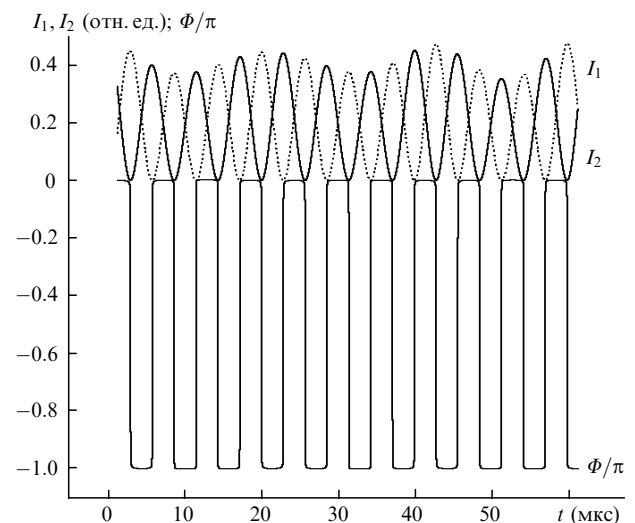


Рис.2. Временные зависимости интенсивностей и разности фаз встречных волн в режиме QS-1 при  $\Omega = 0$  и глубине модуляции накачки  $h = 1\%$ .

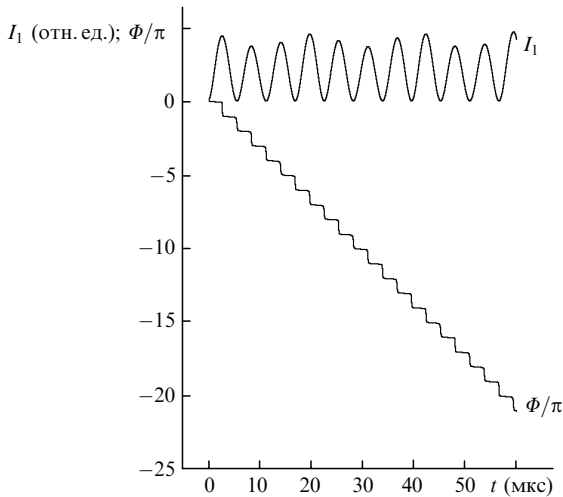


Рис.3. Временные зависимости интенсивности одной из волн и разности фаз встречных волн в режиме QS-1 при  $\Omega/2\pi = -800$  Гц и глубине модуляции накачки  $h = 1\%$ .

правлениях. Режим синхронизации существует в конечной области значений оптической невязанности  $|\Omega| < \Omega_{cr}$ . При использованных параметрах лазера значение  $\Omega_{cr}/2\pi$  составляло примерно 100 Гц. С увеличением частотной невязанности ( $|\Omega| < \Omega_{cr}$ ) режим фазовой синхронизации сменяется режимом биений. Характерные временные зависимости разности фаз встречных волн и интенсивности одной из волн при наличии частотной невязанности показаны на рис.3. Видно, что разность фаз по-прежнему совершает периодические колебания с частотой автомодуляционных колебаний, однако линейно растет со временем так, что изменение разности фаз за период автомодуляционных колебаний составляет  $2\pi$ .

Таким образом, мгновенная разность частот встречных волн не является постоянной и совершает периодические колебания с частотой  $\omega_a/2\pi$  относительно среднего значения разности частот  $\langle \dot{\Phi} \rangle / 2\pi$ . Среднее же значение круговой разности частот  $\langle \dot{\Phi} \rangle$  оказывается равным  $\text{sign}(\Omega)\omega_a$ . На основе проведенных исследований можно сделать вывод, что в режиме QS-1 модуляция накачки существенно влияет не на фазовую, а только на амплитудную динамику. Фазовая динамика в режиме QS-1 аналогична динамике в автомодуляционном режиме и согласуется с теоретическими предсказаниями работы [15].

Рассмотрим теперь динамику излучения в режиме QS-2. Временная зависимость интенсивностей встречных волн в этом режиме при  $h = 2\%$  и  $\Omega = 0$  показана на рис.4. Фазовая динамика приведена на рис.5,а и б, причем на первом из них она представлена на небольшом временном интервале, а на втором – на значительно (в 100 раз) большем временном интервале. Как видно из рис.5,а, в режиме QS-2 наблюдаются периодические осцилляции разности фаз с частотой автомодуляционных колебаний и, кроме того, имеет место линейный рост разности фаз со временем. Из рис.5,б следует, что разность фаз в режиме QS-2 изменяется по пилообразному закону с некоторым периодом  $\tau$ , значительно превышающим период автомодуляционных колебаний. Среднее изменение разности фаз встречных волн за период оказывается равным нулю при  $\Omega = 0$ . Период пилообразных колебаний разности фаз при использованных параметрах лазера оказывается равным  $\sim 3$  мс.

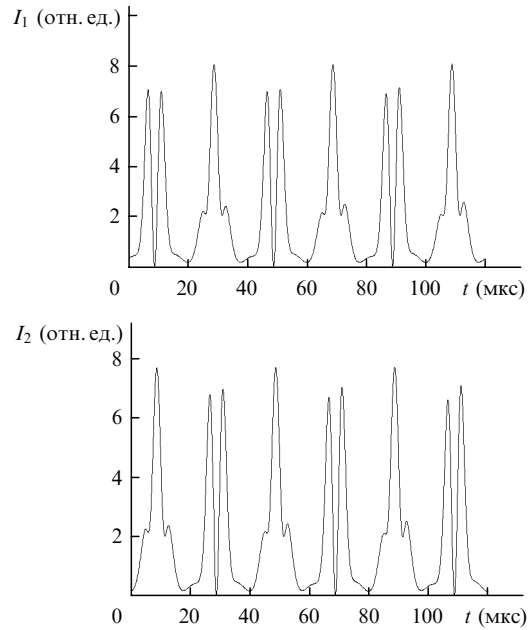


Рис.4. Временные зависимости интенсивностей встречных волн в режиме QS-2 при  $h = 2\%$  и  $\Omega = 0$ .

Если же имеет место оптическая невязанность ( $\Omega \neq 0$ ), то возникает режим биений с практически отсутствующей областью захвата. Фазовая динамика в этом режиме показана на рис.6 при  $h = 2\%$ , и  $\Omega/2\pi = 2$  кГц. Видно, что разность фаз встречных волн совершает пилообразные колебания, которые, в отличие от режима фазовой синхронизации, не являются периодическими: максимумы и минимумы пилообразных колебаний линейно уве-

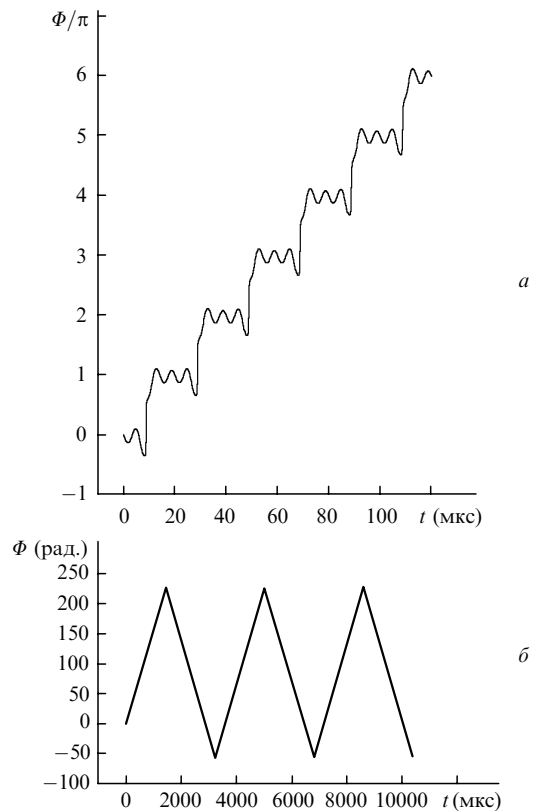


Рис.5. Временные зависимости разности фаз встречных волн в режиме QS-2 при  $h = 2\%$  и  $\Omega = 0$  на малом (а) и большом (б) временных интервалах.

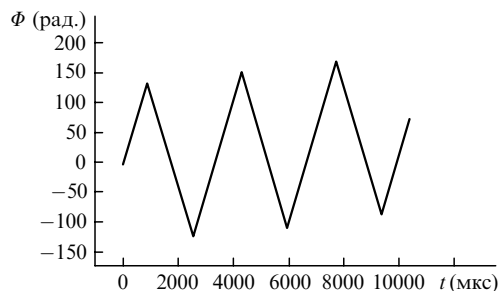


Рис.6. Временная зависимость разности фаз встречных волн в режиме QS-2 при  $h = 2\%$  и  $\Omega/2\pi = 2$  кГц на большом временном интервале.

личиваются или уменьшаются при противоположном знаке  $\Omega$  со временем. Среднее изменение разности фаз встречных волн за период пилообразной модуляции  $\tau$  оказывается равным  $\Omega\tau$ . Очевидно, что, измеряя разности фаз встречных волн за интервал времени  $T_m$ , кратный периоду пилообразных колебаний, можно непосредственно измерить изменение разности фаз, обусловленное частотной невязимостью кольцевого резонатора:  $\Delta\Phi = \Omega T_m$ . Таким образом, в случае вращающегося кольцевого лазера в режиме QS-2 скорость его вращения  $\omega_{\text{rot}}$  можно измерить по формуле  $\omega_{\text{rot}} = \Delta\Phi/M$ , где  $M$  – масштабный коэффициент.

Оптическую невязимность можно измерить и в режиме QS-1. В этом случае среднее значение разности частот встречных волн оказывается равным частоте автомодуляционных колебаний, которая зависит от оптической невязимности в соответствии с формулой  $\omega_a(\Omega) = [(\omega_a^2(0) + \Omega^2)^{1/2}]$ . Следует отметить, что измерение малых значений  $\Omega$  затруднительно вследствие нестабильности частоты автомодуляционных колебаний.

#### 4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследована фазовая динамика твердотельного кольцевого лазера в не-

стационарных квазисинусоидальных режимах генерации QS-1 и QS-2. Показано, что в режиме QS-1 фазовая динамика практически не отличается от динамики в режиме автомодуляционных колебаний. В режиме QS-2 фазовая динамика имеет ряд существенных отличий, а именно: возникает разность частот встречных волн, изменяющаяся по пилообразному закону; изменение разности фаз встречных волн за один период пилообразных колебаний  $\tau$  оказывается равным  $\Omega\tau$ . Из полученных результатов следует, что режим QS-2 может представлять интерес для измерения частотной невязимости, в частности в лазерной гироскопии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 04-02-16532 и 05-02-16008).

1. Zeghlache H., Mandel P., Abraham N.B., Hoffer L.M., Lippi G.L., Mello T. *Phys. Rev. A*, **37**, 470 (1988).
2. Khanin Ya.I. *J. Opt. Soc. Am. B*, **5**, 889 (1988).
3. Клименко Д.Н., Кравцов Н.В. Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **24**, 649 (1997).
4. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Наумкин Н.И., Сидоров С.С., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **31**, 649 (2001).
5. Кравцов Н.В. Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **34**, 487 (2004).
6. Abraham N.B., Weiss C.O. *Opt. Commun.*, **68**, 437 (1988).
7. Weiss C.O., Abraham N.B., Hubner U. *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 1587 (1988).
8. Котомцева Л.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **32**, 654 (2002).
9. Hoffer L.M., Lippi G.L., Abraham N.B., Mandel P. *Opt. Commun.*, **66**, 219 (1988).
10. Lariontsev E.G. *Opt. Express*, **2**, 198 (1998).
11. Kotomtseva L.A., Kravtsov N.V., Lariontsev E.G., Chekina S.N. *Chaos*, **13**, 279 (2003).
12. Kravtsov N.V., Lariontsev E.G., Shelaev A.N. *Laser Phys.*, **3**, 21 (1993).
13. Кравцов Н.В. Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **21**, 903 (1994).
14. Золотоверх И.И., Клименко Д.Н., Кравцов Н.В. Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **23**, 938 (1996).
15. Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **4**, 1099 (1977).