

# Вырождение электронных состояний и «аномальная» кинетика нелинейного отклика высокотемпературных сверхпроводников в спектроскопии пробного импульса

Ю.В.Бобырев, В.М.Петникова, К.В.Руденко, В.В.Шувалов

*Показано, что все спектрально-временные и температурные «аномалии» нелинейного отклика высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), наблюдавшиеся методами спектроскопии пробного импульса при высоком уровне возбуждения, могут быть интерпретированы с учетом вкладов межзонных электронных переходов в диэлектрическую проницаемость возбужденной ВТСП-пленки с «замороженной» щелью в спектре состояний. Построена модель, описывающая все подобные «аномалии» как результат резкого уменьшения скоростей трехчастичной безызлучательной рекомбинации избыточных носителей в условиях сильного вырождения. Установлено, что именно такая ситуация реализуется за счет специфики распределения плотности электронных состояний в ВТСП практически сразу же после «открытия» энергетической щели в спектре состояний.*

**Ключевые слова:** спектроскопия пробного импульса, высокотемпературные сверхпроводники, метастабильная энергетическая щель, вырождение электронных состояний, «аномальная» кинетика нелинейного отклика.

## 1. Введение

В связи с новыми возможностями, появившимися в результате развития техники генерации сверхкоротких лазерных импульсов, все большее внимание стало уделяться изучению процессов сверхбыстрой релаксации фотовозбуждения в металлах [1–11], низко- [12–17] и высокотемпературных [18–34] сверхпроводниках (НТСП и ВТСП). Не в последнюю очередь интерес к исследованиям такого рода обусловлен и перспективой создания сверхбыстрых и сверхчувствительных ВТСП-боллометров.

Почти во всех проводимых в настоящее время экспериментах используется классическая версия метода пробного импульса, с помощью которого изучается кинетика изменений коэффициента отражения  $\Delta R$  (и/или пропускания) исследуемого образца с ростом времени задержки  $\tau$  короткого пробного импульса относительно момента «ударного» возбуждения образца коротким импульсом накачки [18, 20–22]. Для обработки полученных данных обычно используется стандартное выражение [34]

$$\Delta R(\tau) \propto A(T) \left\{ H(\tau) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{th}}\right) \right] \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_r}\right) \right\}, \quad (1)$$

где  $A(T)$  – амплитуда нестационарного отклика, которая зависит от температуры  $T$ ;  $H(\tau)$  – ступенчатая функция Хэвисайда;  $\tau_{th}$  и  $\tau_r$  – времена термализации и релаксации фотовозбужденных носителей (см. ниже). Значительно реже применяются другие методы нелинейной спектроскопии, такие как стационарные или нестационарные модификации методов бигармонической накачки [9, 25, 26],

вырожденной четырехфотонной спектроскопии [10, 11], терагерцовой спектроскопии [27–29] либо гибридные методы с оптическим возбуждением и регистрацией электрического отклика [16, 17, 23, 24]. При этом основной интерес во всех подобных случаях обычно уделяется другим (чаще всего спектральным) особенностям нелинейного отклика [35–37].

До недавнего времени считалось, что основные закономерности протекающих в таких условиях процессов хорошо известны. На первом этапе возбужденные носители очень быстро ( $\tau_{th} < 10$  фс при энергии горячего электрона  $E_e \sim 1$  эВ [38, 39]) термализуются в процессах электрон-электронного ( $e-e$ ) рассеяния. При этом функция распределения термализованных носителей по энергии столь же быстро возвращается к стандартной форме распределения Ферми–Дирака с электронной температурой  $T_e$ , отличающейся как от исходной температуры образца  $T_0$ , так и от температуры его фононной подсистемы (решетки)  $T_p$  [40]. Однако оказалось, что даже в «простых» металлах (Cu, Ag, Au и др.)  $\tau_{th} \sim 0.5$  пс [5, 6, 40], что обусловлено серьезными ограничениями, налагаемыми статистикой Ферми–Дирака на фазовое пространство электронных состояний в актах  $e-e$ -рассеяния. Более того, эксперимент не обнаружил предсказываемой теорией зависимости  $\tau_{th} \propto T^{-2}$ , что было объяснено недостаточно низкой температурой образца в условиях проведенных экспериментов [1–7, 41].

На втором этапе термализованные носители остывают (изменяется  $T_e$ ) за счет процессов электрон-фононного ( $e-p$ ) рассеяния, протекающих за время  $\tau_r$ . Первоначально этот процесс описывался в рамках так называемой двухтемпературной модели [42], которая предсказывает для «простых» металлов зависимости  $\tau_r \propto T$  при  $T \geq T_D/5$  и  $\tau_r \propto T^{-3}$  при  $T \ll T_D/5$ , где  $T_D$  – температура Дебая [7, 41, 43–45]. Однако проведенные эксперименты не обнаружили существенного роста  $\tau_r$  в области  $T \ll T_D/5$ , что опять было объяснено ограничениями, налагаемыми на пространство электронных состояний в про-

Ю.В.Бобырев, В.М.Петникова, К.В.Руденко, В.В.Шувалов. Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: vsh@vsh.phys.msu.ru

цессах рассеяния при низких температурах [1–7]. Эту интерпретацию, на первый взгляд, подтвердили эксперименты с НТСП- и ВТСП-пленками [13–15, 19, 30], в которых в окрестности точки фазового перехода в сверхпроводящее состояние ( $T_0 \simeq T_c$ ) значения  $\tau_{th}$  и  $\tau_r$  резко возросли. Именно такое поведение  $\tau_{th}$  и  $\tau_r$  предсказывала и теория [12, 46–48], поскольку одновременно с формированием энергетической (сверхпроводящей) щели в электронном спектре более жесткими становятся и ограничения, налагаемые на фазовое пространство электронных состояний в актах рассеяния.

Эксперимент показал, что в НТСП значения  $\tau_r$  изменяются в  $\sim 5$  раз при изменении  $T_0$  в диапазоне  $0.980 - 0.995T_c$  [15, 49–51]. В принципе, этот результат согласуется с предсказанием теории [15, 51], согласно которому при низких температурах и малом уровне возбуждения  $\tau_r \propto \exp[A/(k_B T_c)]$ , где  $A$  – ширина энергетической щели в спектре электронных состояний;  $k_B$  – постоянная Больцмана. В ВТСП значения  $\tau_r$  при прохождении точки  $T_0 \simeq T_c$  изменяются несколько меньше (примерно в 2–3 раза) [52]. Было установлено, что при существенном удалении от своего пика (точка  $T_0 \simeq T_c$ ) время релаксации снова растет по мере уменьшения  $T_0$  [31, 33], причем этот рост происходит по закону  $\tau_r \propto T^{-3}$  [33, 53]. Аргументированного объяснения этому факту предложено не было. Сходный результат был получен и в экспериментах с тяжелыми фермионными металлами  $YbXCu_4$  (где  $X = Ag, Cd, In$ ), для которых в отличие от экспериментов с немагнитными соединениями  $LuXCu_4$  значения  $\tau_r$  возрастали более чем на два порядка при  $T_0$  ниже температуры Кондо [41].

Тем более неожиданной стала публикация [34], авторы которой после резкого снижения энергии импульса накачки получили кардинально иной результат для целого ряда купратов ( $La_{2-x}CuO_4$ ,  $Bi_2Sr_2CuO_{6+z}$ , легированный лантаном, и  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+z}$ ). Было показано, что при малых уровнях возбуждения в области достаточно низких температур для всех этих сред  $\tau_r \propto T_0^{-3 \pm 0.5}$  и рост  $\tau_r$  начинается еще в нормальной металлической фазе (при  $T_0 > T_c$ ). При этом все описанные выше особенности поведения  $\tau_r$  ВТСП-образцов в окрестности точки фазового перехода  $T_0 \simeq T_c$  действительно имеют место, однако лишь при достаточно высоких уровнях возбуждения. Более того, эти особенности тем заметнее, чем выше энергия импульса накачки. Авторы [34] утверждают, что с учетом приведенных в [31–33, 53–55] данных  $\tau_r$  аналогично ведет себя и в образцах  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ ,  $Bi_2Sr_2CuO_{6+\delta}$ ,  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ ,  $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ ,  $Tl_2Ba_2CuO_{6+\delta}$  и  $HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+\delta}$ . При этом в контрольных экспериментах с пленками металла (Au) никаких заметных изменений  $\tau_r$  в диапазоне температур 10–280 К обнаружено не было.

Целью настоящей работы является попытка непротиворечиво объяснить все перечисленные выше экспериментальные факты. В основе этого объяснения лежат четыре основных допущения: 1) энергетическая щель в спектре состояний купратов является «замороженной» (т. е. не может быть быстро разрушена даже при существенном отличии электронной температуры  $T_e$  от температуры решетки  $T_p$ ), и после возбуждения образец оказывается в метастабильном состоянии [56]; 2) при высоких уровнях накачки электронные состояния в ВТСП-образцах вырождены, т. е. положения уровней Ферми  $E_{e,h}^F$  для свободных электронов (квазичастицы состояния над

щелью в электронном спектре) и дырок (аналогичные состояния, но под щелью) не совпадают, причем энергетический зазор между  $E_c^F$  и  $E_h^F$  резко растет с ростом уровня накачки; 3) процессы рекомбинации свободных электронов и дырок являются безызлучательными и трехчастичными, что за счет специфики характера распределения плотности электронных состояний по энергии в ВТСП резко снижает скорость соответствующих процессов в режиме вырождения; 4) нелинейный отклик ВТСП в методах спектроскопии пробного импульса обусловлен межзонными электронными переходами.

Дальнейшее изложение материала построено следующим образом. Вначале (разд.2) приведена упрощенная замкнутая система кинетических уравнений, описывающая эволюцию термодинамических параметров  $E_{e,h}^F$ ,  $T_{e,h}$  и  $T_p$  электронной, дырочной и фононной подсистем ВТСП-пленки во время и после ее сверхбыстрого возбуждения коротким импульсом накачки. Именно на этом этапе нами используются первые три из четырех перечисленных выше допущений. Затем (разд.3) приводятся результаты, полученные в ходе численного решения построенной в разд.2 системы кинетических уравнений. Показано, что при высоком уровне возбуждения (в режиме вырождения) характер временной эволюции термодинамических параметров  $E_{e,h}^F$ ,  $T_{e,h}$  и  $T_p$  кардинально меняется с «открытием» в электронном спектре энергетической щели, обусловленным изменением начальной температуры пленки  $T_0$ , за счет резкого снижения скорости рекомбинации свободных носителей. После этого (разд.4) описывается модель электронной части нелинейного отклика ВТСП, основанная на учете вкладов межзонных электронных переходов в реальном (см. ниже) электронном спектре. Далее (разд.5) приведены результаты, полученные в ходе численного моделирования кинетики электронной части нелинейного отклика ВТСП-пленки с помощью двух модификаций метода спектроскопии пробного импульса. На этом этапе нами используются результаты расчета временной эволюции термодинамических параметров  $E_{e,h}^F$ ,  $T_{e,h}$  и  $T_p$ , приведенные в разд.3. Самым важным результатом этой части работы является необычная («аномальная») зависимость времени релаксации нелинейного отклика ВТСП-пленки от ее начальной температуры при высоком уровне возбуждения. И наконец, в заключительной части статьи (разд.6) подведены итоги проведенного нами анализа.

## 2. Система кинетических уравнений

Спектр одноэлектронных состояний ВТСП-пленки с «замороженной» энергетической щелью почти полностью аналогичен спектру состояний собственного узкозонного полупроводника. Поэтому в рассматриваемой задаче удобно ввести две разделенные энергетической щелью шириной  $A$  зоны (аналог валентной зоны и зоны проводимости в узкозонном полупроводнике) и уже в этих зонах рассматривать эволюцию концентраций  $N_{e,h}$  свободных электронов и дырок соответственно. Если предположить теперь, что процессы внутризонной термализации свободных носителей (внутризонной электрон-электронной релаксации) протекают с бесконечно высокой скоростью, распределения электронов и дырок по энергиям  $E_{e,h}$  в этих зонах в любой момент времени  $t$  можно считать квазиравновесными. При этом описание эволюции системы становится параметрическим и сво-

дятся к введению зависимостей мгновенных значений  $E_{e,h}^F$  и  $T_{e,h}$ , характеризующих положение уровня Ферми и температуру в подсистемах свободных электронов и дырок, от времени  $t$ . При проведении всех дальнейших расчетов именно эти мгновенные значения  $E_{e,h}^F$  и  $T_{e,h}$  должны будут в каждый момент времени  $t$  подставляться в стандартную функцию распределения Ферми – Дирака  $f_F(E_{e,h}; E_{e,h}^F, T_{e,h})$ . Концентрации свободных электронов и дырок  $N_{e,h}$  и плотности запасенной в двух соответствующих подсистемах энергии (запас их «тепла»)  $Q_{e,h}$  определяются при этом традиционными выражениями

$$N_{e,h} = N_c \int_0^\infty f_F(E_{e,h}; E_{e,h}^F, T_{e,h}) g_{e,h}(E_{e,h}; \Delta) dE_{e,h}, \quad (2)$$

$$Q_{e,h} = N_c \langle E_{e,h} \rangle = N_c \int_0^\infty E_{e,h} f_F(E_{e,h}; E_{e,h}^F, T_{e,h}) g_{e,h}(E_{e,h}; \Delta) dE_{e,h}, \quad (3)$$

где  $N_c$  – плотность ячеек; функции  $g_{e,h}(E_{e,h}; \Delta)$  описывают плотности электронных состояний в соответствующих зонах при фиксированной ширине  $\Delta$  энергетической щели в спектре состояний;  $\langle E_{e,h} \rangle$  – средняя энергия свободного электрона и дырки. С учетом симметрии задачи и парности всех интересующих нас процессов (фотогенерация свободных электронов и дырок и их рекомбинация) в дальнейшем будем всегда полагать, что состояния электронной и дырочной подсистем в каждый момент времени  $t$  полностью идентичны и

$$g(E; \Delta) \equiv g_e(E; \Delta) = g_h(E; \Delta), \quad (4)$$

$$E^F \equiv E_e^F = E_h^F, \quad T_e = T_h, \quad \langle E_e \rangle = \langle E_h \rangle, \quad N_e = N_h, \quad Q_e = Q_h.$$

Тогда при описании эволюции электронной и дырочной подсистем ВТСП-пленки нам будет достаточно кинетических уравнений для концентрации  $N_e$  и запаса энергии  $Q_e$  в подсистеме свободных электронов.

Кинетическое уравнение для  $N_e$  можно записать, считая фотогенерацию и рекомбинацию свободных носителей строго парной:

$$\frac{dN_e}{dt} = [1 - f_F(\langle E_e \rangle; E^F, T_e)] P_p(t) \frac{N_e \hbar \omega}{Q_e} - \gamma_{eh}^R (N_e^2 - N_s^2). \quad (5)$$

Здесь  $P_p(t)$  – мгновенная плотность потока поглощенных квантов импульса накачки с энергией  $\hbar \omega$ ;  $\gamma_{eh}^R = \gamma_{ehp}^R + \gamma_{che}^R$  – константа безызлучательной парной рекомбинации свободных электронов и дырок, которая определяется суммой констант  $\gamma_{ehp}^R$  и  $\gamma_{che}^R$ , описывающих трехчастичные процессы с участием фонона и еще одного электрона (дырки) соответственно, и может зависеть от  $\Delta$ ,  $E^F$ , температур  $T_e$  и  $T_p$  электронной и фононной подсистем,  $N_e$  и других параметров (см. ниже) [57];

$$N_s = N_c \int_0^\infty f_F(E_e; E_0^F, T_p) g(E_e; \Delta) dE_e$$

– квазиравновесные концентрации свободных электронов и дырок при  $E^F = E_0^F$  и  $T_e = T_p \neq T_0$ . Первый член уравнения (5) описывает процесс фотогенерации свободных носителей. При этом учтено, что за счет поглощения каждого кванта накачки в зоне проводимости появля-

ются горячие электроны, мгновенное межзонное  $e$ – $e$ -рассеяние которых в отсутствие конкуренции с другими процессами приводит к рождению  $\hbar \omega / (2 \langle E_e \rangle)$  уже термализованных (средняя энергия  $\langle E_e \rangle = Q_e / N_e$ ) свободных электронов и дырок. Множитель  $[1 - f_F(\langle E_e \rangle; E^F, T_e)]$  в этом члене, учитывающий конкуренцию процессов межзонного и внутризонного  $e$ – $e$ -рассеяния, меняется от  $1/2$  (при  $E^F \ll \Delta/2$ ) до 1 (в отсутствие вырождения).

Участвующая в процессе парной рекомбинации свободного электрона и дырки третья квазичастица не может быть любой, т. к. ее начальное ( $E'$ ) и конечное ( $E'' \simeq E' + 2 \langle E_e \rangle$ , как это следует из законов сохранения) энергетические состояния не могут быть полностью пустыми и полностью занятым соответственно. При вырождении (когда неравновесное положение уровня Ферми  $E^F \geq \Delta/2$  и попадает в зону проводимости) за счет резкого пика в распределении плотности состояний  $g(E_e)$  в ВТСП в окрестности точки  $E_e = \Delta/2$  резко снижается концентрация квазичастиц, которые могут быть задействованы в процессе рекомбинации. При этом чем больше ширина щели  $\Delta$ , чем выше степень вырождения и ниже электронная температура  $T_e$ , тем сильнее этот эффект должен быть выражен. В дальнейшем его роль учитывалась с помощью соотношения

$$\gamma_{che}^R \simeq \tilde{\gamma}_{che}^R \tilde{N}_e, \quad (6)$$

где  $\tilde{\gamma}_{che}^R$  – константа, не зависящая от концентрации третьих квазичастиц;

$$\tilde{N}_e \simeq N_c \int_0^\infty dE' f_F(E'; E^F, T_e) [1 - f_F(E' + 2 \langle E_e \rangle; E^F, T_e)] \times g(E') g(E' + 2 \langle E_e \rangle) \leq N_e. \quad (7)$$

Если же роль третьей частицы, участвующей в процессе рекомбинации, играет акустический фонон, то скорость соответствующего процесса, описываемого константой  $\gamma_{ehp}^R$ , с ростом полной энергии рекомбинирующих квазичастиц  $2 \langle E_e \rangle$  также должна резко падать, поскольку акустические фононы с максимально допустимой энергией  $E_{\max}$  уже не смогут отбирать энергию этих частиц. Для стандартной модели дисперсионной зависимости [57]

$$E_{ph} \simeq E_{\max} \sin \left( \frac{\pi K}{2 K_B} \right) \quad (8)$$

в изотропном приближении это приводит к появлению в выражении для константы рекомбинации  $\gamma_{ehp}^R$  дополнительного корректирующего множителя:

$$\gamma_{ehp}^R \rightarrow \gamma_{ehp}^R(\langle E_e \rangle) = \tilde{\gamma}_{ehp}^R \int_0^{E_{\max}} dE_{ph} F(E_{ph}; T_p) G(E_{ph}) G(E_{ph} + 2 \langle E_e \rangle), \quad (9)$$

где  $\tilde{\gamma}_{ehp}^R$  – константа, которая не зависит от температуры решетки  $T_p$  и энергии рекомбинирующих свободных носителей  $\langle E_e \rangle$ ;  $E_{ph}$  и  $K$  – энергия и импульс акустического фонона;  $E_{\max}$  – максимальная энергия последнего при  $K = K_B$  (на краю зоны Бриллюэна);

$$F(E_{ph}; T_p) = \left[ \exp \left( \frac{E_{ph}}{k_B T_p} \right) - 1 \right]^{-1}, \quad (10)$$

$$G(E_{\text{ph}}) = \begin{cases} (E_{\text{max}}^2 - E_{\text{ph}}^2)^{-1} \arcsin\left(\frac{E_{\text{ph}}}{E_{\text{max}}}\right) & \text{при } E_{\text{ph}} \leq E_{\text{max}}, \\ 0 & \text{при } E_{\text{ph}} > E_{\text{max}} \end{cases} \quad (11)$$

– функция распределения и плотность фононных состояний соответственно.

Эволюцию плотности энергии (запаса «тепла»)  $Q_e$  в электронной подсистеме учтем еще одним кинетическим уравнением, построить которое проще всего, записав  $Q_e$  в виде функции двух переменных  $N_e$  и  $\langle E_e \rangle$ :

$$Q_e = Q_e(N_e, \langle E_e \rangle) = N_e \langle E_e \rangle = N_e \int_0^\infty E_e f_F(E_e; E^F, T_e) g(E_e; \Delta) dE_e. \quad (12)$$

Варьируя теперь выражение (12) по  $N_e$  и  $\langle E_e \rangle$  (т. е., по сути дела, считая эти две переменные полностью независимыми), мы сразу получаем уравнения

$$\begin{aligned} \frac{dQ_e}{dt} &= \frac{d}{dt} (N_e \langle E_e \rangle) = \left. \frac{dN_e}{dt} \right|_{\langle E_e \rangle = \text{const}} \langle E_e \rangle + N_e \left. \frac{d\langle E_e \rangle}{dt} \right|_{N_e = \text{const}} \\ &= \frac{Q_e}{N_e} \frac{dN_e}{dt} - N_e \gamma_{\text{ep}}^{(Q)} [\langle E_e(E^F, T_e) \rangle - \langle E_e(E^F, T_p) \rangle] \\ &= P_p(t) \frac{\hbar\omega}{2} - \frac{Q_e}{N_e} \gamma_{\text{ehp}}^R (N_e^2 - N_s^2) - \gamma_{\text{ep}}^{(Q)} \left( Q_e - \frac{N_e}{N_{\text{es}}} Q_{\text{es}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь в серии преобразований использовано так называемое релаксационное приближение

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\langle E_e \rangle}{dt} \right|_{N_e = \text{const}} &= -\gamma_{\text{ep}}^{(Q)} [\langle E_e(E^F, T_e) \rangle - \langle E_e(E^F, T_p) \rangle] \\ &\simeq -\gamma_{\text{ep}}^{(Q)} \left( \frac{Q_e}{N_e} - \frac{Q_{\text{es}}}{N_{\text{es}}} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

где константа  $\gamma_{\text{ep}}^{(Q)}$  описывает скорость релаксации средней энергии свободного электрона (фактически,  $T_e$ ) в рамках двухтемпературной модели Аллена [38] и зависит от  $T_{e,p}$ , поскольку от последних зависят удельные теплоемкости  $c_{e,p}$  электронной и фононной подсистем;

$$Q_{\text{es}} = N_{\text{es}} \int_0^\infty E_e f_F(E_e; E^F, T_p) g(E_e; \Delta) dE_e, \\ N_{\text{es}} = N_c \int_0^\infty f_F(E_e; E^F, T_p) g(E_e; \Delta) dE_e$$

– плотность энергии и концентрация свободных электронов при равновесной температуре  $T_e = T_p$ , но неравновесном положении уровня Ферми ( $E^F \neq E_0^F$ ). Первый член кинетического уравнения (13) для  $Q_e$  учитывает «приход» энергии в электронную подсистему за счет поглощения квантов накачки, второй – «уход» энергии из электронной подсистемы за счет рекомбинации свободных электронов и дырок с участием фононов и, наконец, третий – остывание электронной подсистемы за счет передачи кинетической энергии свободных носителей в фононную подсистему. Фактически, вид уравнения (13) свидетельствует о том, что вероятность процессов рекомбинации одинакова для всех квазичастиц и не зависит от их энергии. Именно в этом случае каждый акт рекомбина-

ции свободных электрона и дырки должен сопровождаться отбором одинаковой порции энергии  $\langle E_e \rangle = Q_e / N_e$  от полной энергии системы электронов в зоне проводимости.

Обмен энергией с термостатом, роль которого играет подложка с температурой  $T_s$ , может быть описан еще одним кинетическим уравнением, для плотности энергии (запаса «тепла»)  $Q_p$  в фононной подсистеме. С учетом баланса «прихода» и «ухода» энергии и принципа детального равновесия это уравнение в релаксационном приближении имеет также достаточно простой вид:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_p}{dt} &= 2 \frac{Q_e}{N_e} \gamma_{\text{ehp}}^R (N_e^2 - N_s^2) + 2 \gamma_{\text{ep}}^{(Q)} (Q_e - Q_{\text{es}}) \\ &\quad - \gamma_{\text{ps}}^{(Q)} (Q_p - Q_{\text{ps}}). \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь использовано обозначение  $Q_{p,ps} = c_p T_{p,ps}$ , где  $T_p$  и  $T_{ps} = T_s$  – текущая и равновесная температуры фононной подсистемы. При расчете можно считать, что за счет огромной теплоемкости термостата (подложки) его температура не меняется и  $T_s \equiv T_0$ . Отметим, что константа (скорость) релаксации избытка тепла  $\gamma_{\text{ps}}^{(Q)}$  в уравнении (15), в принципе, также может зависеть от  $T_p$  и  $T_s$ , поскольку от температуры зависит удельная теплоемкость  $c_p$  фононной подсистемы.

### 3. Решение системы кинетических уравнений

Во всех проведенных нами численных расчетах считалось, что начальные значения  $E^F(t=0) = E_0^F = 0$  и  $T_e(t=0) = T_0$  определяют начальные условия для полученной системы кинетических уравнений:

$$N_e(t=0) = N_c \int_0^\infty f_F(E_e; E^F = 0, T_e = T_0) g(E_e; \Delta) dE_e, \quad (16)$$

$$Q_e(t=0) = N_c \int_0^\infty E_e f_F(E_e; E^F = 0, T_e = T_0) g(E_e; \Delta) dE_e, \quad (17)$$

$$Q_p(t=0) = c_p T_0. \quad (18)$$

Ширина энергетической щели в спектре электронных состояний ВТСП-пленки полагалась константой, зависящей только от ее начальной температуры  $T_0$  и температуры перехода в сверхпроводящее состояние  $T_c$  («замороженная» щель):

$$\Delta = \Delta(T_0) \equiv \begin{cases} 3.12 k_B T_c (1 - T_0/T_c)^{1/2} & \text{при } T_0 \leq T_c, \\ 0 & \text{при } T_0 > T_c. \end{cases} \quad (19)$$

Выражение (19) отвечает пределу так называемой слабой связи в теории БКШ. Текущие значения  $E^F(t)$  и  $T_e(t)$  определялись решением системы двух интегральных уравнений:

$$N_e(t \neq 0) = N_c \int_0^\infty f_F(E_e; E^F, T_e) g(E_e; \Delta) dE_e, \quad (20)$$

$$Q_e(t \neq 0) = N_c \int_0^\infty E_e f_F(E_e; E^F, T_e) g(E_e; \Delta) dE_e. \quad (21)$$

В диапазоне начальных температур  $T_0 > T_c$  распределение плотности электронных состояний  $g(E_e; \Delta \equiv 0)$

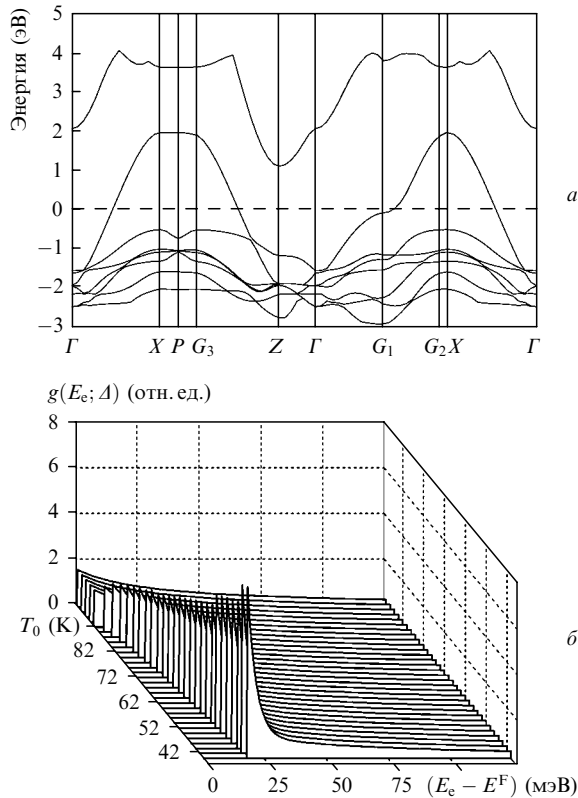


Рис.1. Зонная структура  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  при комнатной температуре по данным [59] (а) и распределение плотности электронных состояний  $g(E_c; A)$  в спектре ВТСП-образца при изменении начальной температуры  $T_0$  (б). Температура формирования энергетической щели в спектре соответствует точке фазового перехода  $T_0 = T_c$ . Буквами  $\Gamma$ ,  $G_{1-3}$ ,  $P$ ,  $X$ ,  $Z$  обозначены стандартные точки симметрии зоны Бриллюэна.

рассчитывалось с использованием стандартного выражения [58]

$$g(E_c; A \equiv 0) = \frac{1}{4\pi^3} \oint_{E_c = \text{const}} \frac{dS}{|\nabla_k E_c(\mathbf{k})|} \quad (22)$$

с учетом известных из литературы данных по  $E_c(\mathbf{k})$  для реальной (в действительности, рассчитанной методом псевдопотенциала) зонной структуры  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  [59] (рис. 1, а). Здесь  $E_c(\mathbf{k})$  описывает форму зоны проводимости  $\text{La}_2\text{CuO}_4$ , т. е. зависимость электронной энергии  $E_c$  от квазиимпульса  $\mathbf{k}$ ; интеграл (22) берется по поверхности  $S$  с постоянной энергией  $E_c = \text{const}$ . При интегрировании данные [59] (с учетом симметрии) по описанной в [60] методике интерполировались на всю первую зону Бриллюэна. Как и следовало ожидать, полученная таким образом расчетная зависимость  $g(E_c; A \equiv 0)$  имела хорошо выраженный узкий пик в окрестности точки  $E_c = 0$ . Далее эта зависимость в диапазоне энергий  $|E_c - E_0^F| \leq 1$  эВ с погрешностью 0.5 % аппроксимировалась гладкой аналитической функцией. Для начальных температур  $T_0 \leq T_c$  в распределение (22) плотности электронных состояний принудительно «вводилась» энергетическая щель с так называемой s-симметрией, т. е. электронные состояния с энергией, попадающей в слой шириной  $2\Delta(T_0)$  в окрестности  $E_0^F$ , перераспределялись по зоне Бриллюэна в соответствии с выражением

$$g(E_c; A) = 0 \quad \text{при} \quad E_c < A,$$

$$g(E_c; A) = g(E_c; A \equiv 0) + \frac{1}{k_B T_0} \exp\left(-\frac{E_c}{k_B T_0}\right) \quad (23)$$

$$\times \int_0^{A(T_0)} g(E_c; A \equiv 0) dE_c \quad \text{при} \quad E_c \geq A.$$

Эволюцию рассчитанного таким образом распределения плотности электронных состояний  $g(E_c)$  при изменении  $T_0$  иллюстрирует рис. 1, б, на котором хорошо виден момент появления энергетической щели в точке  $T_0 = T_c$ .

Система дифференциальных уравнений (5), (13), (15) решалась методом Рунге–Кутты 4-го порядка. Численные значения управляющих параметров более или менее соответствовали неким стандартным условиям подавляющего большинства реальных спектроскопических экспериментов. Считалось, что ВТСП-пленка поглощает 30 % (толщина пленки  $\sim 200$  нм) полной энергии ( $4 \times 10^{-7}$  Дж) импульса накачки лазера на титан-сапфире (длина волны излучения 800 нм, длительность импульса 30 фс). Диаметр пятна фокусировки полагался равным 150 мкм, а значения остальных параметров (температура фазового перехода  $T_c = 90$  К, удельная теплоемкость пленки  $c_p = 0.9$  Дж·см $^{-3}$ ·К $^{-1}$ , скорость релаксации избытка тепла в подложку  $\gamma_{ps}^{(Q)} = 5 \times 10^{-3}$  пс $^{-1}$ ,  $E_{\text{max}} \simeq 15$  мэВ) примерно соответствовали ВТСП-пленке  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  на подложке из титаната стронция  $\text{SrTiO}_3$ . Два оставшихся свободными (подгоночными) параметра  $\tilde{\gamma}_{\text{che}}^R$  и  $\tilde{\gamma}_{\text{chp}}^R$  варьировались так, чтобы получившееся в результате расчета время релаксации нелинейного отклика  $\tau_r$  при начальных температурах  $T_0 = 100$  и 40 К составляло  $\sim 0.3$  и 1.5 пс, что примерно соответствует данным реальных экспериментов.

На рис. 2 показана резкая трансформация кинетики мгновенного сдвига положения уровня Ферми  $\Delta E^F(t) = E_c^F(t) - E_0^F$ , а также мгновенных изменений электронной температуры  $\Delta T_e(t) = T_e(t) - T_0$ , концентрации свободных носителей в отделенной щелью части зоны проводимости  $\Delta N_e(t) = N_e(t) - N_0$  и температуры решетки  $\Delta T_p(t) = T_p(t) - T_0$  ВТСП-пленки при изменении ее начальной температуры  $T_0$ , рассчитанная с использованием приведенных выше выражений. Легко убедиться, что поглощение ВТСП-пленкой импульса накачки с энергией  $4 \times 10^{-7}$  Дж и длительностью 30 фс приводит к кардинальным изменениям кинетики мгновенных значений практически всех ее основных термодинамических параметров при вариациях начальной температуры  $T_0$  в окрестности температуры «открытия» в электронном спектре энергетической щели. Очевидно, что это просто не может не сказываться и на последующей временной эволюции нелинейного отклика. При этом характер изменений во времени мгновенных значений констант парной рекомбинации с участием электронов ( $\gamma_{\text{che}}^R(t)$ , рис. 3, а) и акустических фононов ( $\gamma_{\text{chp}}^R(t)$ , рис. 3, б) при разных начальных температурах пленки  $T_0$  однозначно свидетельствует о принципиальной роли процессов именно этих типов.

#### 4. Модель электронной части нелинейного отклика

Далее мы будем полагать, что нелинейный отклик ВТСП-пленки в методе пробного импульса определяется

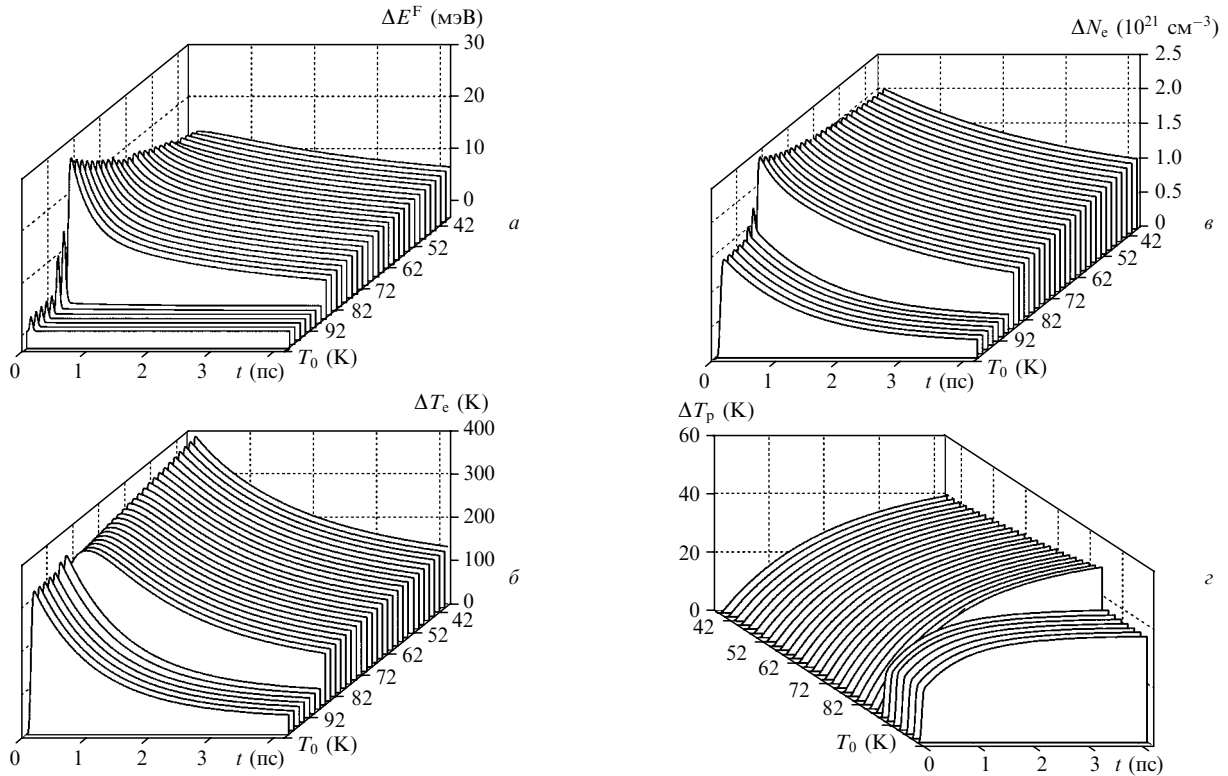


Рис.2. Трансформация характера кинетики мгновенных изменений положения уровня Ферми  $\Delta E^F(t)$  (а), температуры электронной подсистемы  $\Delta T_e(t)$  (б), полной концентрации электронов в зоне проводимости  $\Delta N_e(t)$  (в) и температуры решетки  $\Delta T_p$  (г) за счет импульса возбуждения при изменении начальной температуры ВТСП-образца  $T_0$ .

изменением  $\delta\varepsilon$  ее начальной комплексной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_0 = \varepsilon(T_0)$ , обусловленным отклонением термодинамических параметров электронной под-

системы  $E_c^F$  и  $T_e$  от своих равновесных значений за счет поглощения импульса накачки. Поскольку коэффициент отражения  $R$  на границе раздела воздух – ВТСП-пленка определяется диэлектрической проницаемостью пленки  $\varepsilon$  в соответствии с выражением

$$R = \left( \frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\sqrt{\varepsilon} + 1} \right)^2, \tag{24}$$

то подставив в (24)  $R = R_0 + \delta R$  и  $\varepsilon = \varepsilon_0 + \delta\varepsilon$  и ограничившись первой поправкой к начальному коэффициенту отражения  $R_0$  по  $\delta\varepsilon$ , получим

$$\delta R = 2R_0 \frac{\delta\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon_0}(\varepsilon_0 - 1)}. \tag{25}$$

Именно такой подход практически всегда и используется при трактовке данных любого реального эксперимента. Однако ниже, в отличие от работ [18, 19, 21, 27, 30 – 34, 47, 52, 53], в которых на этапе зондирования учитывались лишь процессы поглощения на свободных (возбужденных импульсом накачки) носителях, расчет  $\delta\varepsilon$  будет проведен нами с учетом электронной части мгновенного линейного отклика  $\varepsilon$  ВТСП-пленки, обусловленного только межзонными электронными переходами. В принципе, в рамках достаточно грубых качественных моделей примерно ту же процедуру пытались реализовать ранее авторы [20, 22, 48], однако, как будет ясно из дальнейшего, построенная в этом разделе модель будет существенно точнее и реалистичнее.

В дальнейшем зависимостями  $R_0$  и  $\varepsilon_0$  в (25) от длины волны пробного импульса в интересующем нас сравнительно узком спектральном диапазоне  $\lambda = 620 - 680$  нм

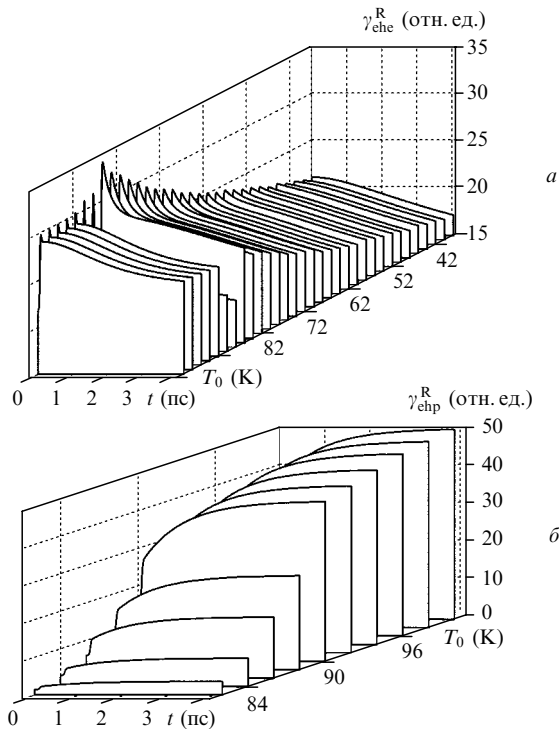


Рис.3. Изменение характера кинетики констант трехчастичной рекомбинации  $\gamma_{ehc}^R(t)$  (а) и  $\gamma_{ehp}^R(t)$  (б) за счет поглощения импульса накачки при вариациях  $T_0$ .

будем пренебрегать, а расчет величины  $\delta\varepsilon$  проведем с использованием стандартного выражения

$$\varepsilon \sim \sum_{i \neq i'} \iint \frac{|d_{i,i'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')|^2 n_i(\mathbf{k}) [1 - n_{i'}(\mathbf{k}')] }{\omega - \Omega_{i,i'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + i\Gamma_{i,i'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')} d\mathbf{k} d\mathbf{k}' \quad (26)$$

Здесь  $\mathbf{k}$  – квазиимпульс электрона; индексы  $i$  и  $i'$  нумеруют зоны электронных состояний, участвующих в переходе  $(i, \mathbf{k}) \rightarrow (i', \mathbf{k}')$  с дипольными моментами  $d_{i,i'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ ;  $n_i(\mathbf{k})$  – число заполнения состояния  $(i, \mathbf{k})$ , которое определяется распределением Ферми – Дирака;  $\Omega_{i,i'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  – резонансная частота перехода;  $\Gamma_{i,i'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  – скорость релаксации межзонной поляризации. Интегрирование по  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  в (26) проводится в пределах первой зоны Бриллюэна, а в суммировании по индексам  $i$  и  $i'$  задействованы все зоны разрешенных электронных состояний. С учетом малости импульса фотона будем считать, что все электронные переходы  $(i, \mathbf{k}) \rightarrow (i', \mathbf{k}')$  являются прямыми ( $\mathbf{k} = \mathbf{k}'$ ), и перейдем в (26) к однократному интегрированию по  $\mathbf{k}$  с использованием обозначений  $d_{i,i'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = d_{i,i'}(\mathbf{k})$ ,  $\Gamma_{i,i'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \Gamma_{i,i'}(\mathbf{k})$  и  $\Omega_{i,i'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \Omega_{i,i'}(\mathbf{k})$ . Резонансные частоты переходов опишем стандартными выражениями:  $\Omega_{i,i'}(\mathbf{k}) = E_{i'}(\mathbf{k}) - E_i(\mathbf{k})$ , где  $E_i(\mathbf{k})$  – энергия электрона в состоянии  $(i, \mathbf{k})$ , нормированная на постоянную Планка.

При проведении численных расчетов использовались следующие упрощения. Как и в [11, 60], считалось, что  $d_{i,i'}(\mathbf{k}) = d$  и  $\Gamma_{i,i'}(\mathbf{k}) = \Gamma = 5 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$  являются константами, не зависящими от  $i, i'$  и  $\mathbf{k}$ . Резонансные частоты  $\Omega_{i,i'}(\mathbf{k})$  электронных переходов в (26) вычислялись путем интерполяции известных данных о зонной структуре  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  при комнатной температуре [59] на первую зону Бриллюэна с учетом требований симметрии и периодичности. Последующее охлаждение образца до температуры  $T_0 \leq T_c$  моделировалось принудительным введением в полученный таким образом спектр одноэлектронных состояний «замороженной» энергетической щели (19), т. е. заменой  $E_c(\mathbf{k}) \rightarrow E_0^F \pm \{ [E_c(\mathbf{k}) - E_0^F]^2 + \Delta(T_0)^2 \}^{1/2}$  при  $E_c(\mathbf{k}) > E_0^F$  и  $E_c(\mathbf{k}) < E_0^F$  соответственно [61]. За счет этого в модельной зонной структуре ВТСП-пленки и проводилось перераспределение плотности электронных состояний в окрестности уровня Ферми, имитирующее фазовый переход. Обе описанные выше процедуры позволили включить в построенную нами модель реальный (т. е. известный из литературы) электронный спектр ВТСП-пленки, кардинально уменьшив, тем самым, число свободных (подгоночных) параметров модели. Интегрирование в (26) проводилось по всем зонам состояний [59], попадающим в диапазон энергий  $|E_c \pm E_0^F| \leq 2.5 \text{ эВ}$ , методом особых точек [62]. При расчете мгновенных значений  $\varepsilon$  числа заполнения  $n_i(\mathbf{k})$  электронных состояний в выражении (26) считались заданными распределением Ферми – Дирака  $f_F(E_c; E_c^F, T_c)$  с мгновенными значениями термодинамических параметров  $E_c^F(t)$  и  $T_c(t)$ , рассчитанными по методике, описанной в разд.3.

### 5. Результаты моделирования нелинейного отклика

В настоящем разделе приведены результаты, полученные в ходе численного моделирования кинетики электронной части нелинейного отклика ВТСП-пленки (см. (26)) с помощью двух модификаций метода пробного импульса при высоком уровне возбуждения. Как и в разд.3, считаем, что термодинамические параметры ( $E_c^F$

и  $T_c$ ) электронной подсистемы ВТСП-образца с теми же (разд.3) характеристиками меняются во времени за счет поглощения 30 % (толщина пленки  $\sim 200 \text{ нм}$ ) энергии ( $4 \times 10^{-7} \text{ Дж}$ ) импульса накачки длительностью 30 фс на длине волны 800 нм, сфокусированного в пятно диаметром 150 мкм. Однако в первой из двух рассмотренных ниже ситуаций (рис.4) будем полагать, что зондирование мгновенного состояния ВТСП-пленки проводится пробным импульсом на той же длине волны (800 нм), что и импульс накачки, т. е. будем моделировать данные экспериментов, аналогичных описанным в [18, 19, 21, 27, 30–34, 47, 52, 53]. Далее (рис.5) предположим, что реализована несколько иная экспериментальная ситуация и зондирование мгновенного состояния образца проводится столь же коротким пробным импульсом, но на других длинах волн (например, с использованием широкополосного импульса излучения суперконтинуума) в диапазоне  $\lambda = 620 - 680 \text{ нм}$ , что соответствует условиям экспериментов, описанных в работах [20, 22, 48]. Последнюю модификацию метода пробного импульса часто называют также спектхронографией [63].

Чрезвычайно резкую трансформацию характера кинетики наведенных импульсом накачки изменений модуля диэлектрической проницаемости  $\Delta\varepsilon(t) = |\varepsilon(t) - \varepsilon_0|$  ВТСП-пленки при вариациях ее начальной температуры в окрестности точки фазового перехода  $T_0 \sim T_c$  и зондировании возбужденного образца на длине волны импульса накачки иллюстрирует рис.4,а. Экспоненциальная аппроксимация начального (область малых временных задержек момента зондирования) участка приведенного на

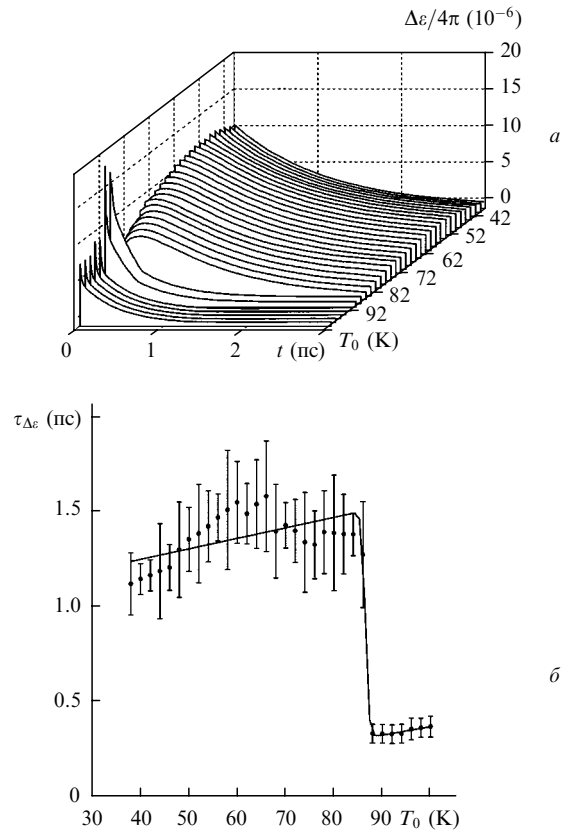


Рис.4. Трансформация характера кинетики изменений модуля диэлектрической проницаемости  $\Delta\varepsilon(t)$  ВТСП-образца за счет импульса возбуждения при вариациях начальной температуры  $T_0$  (а) и зависимость времени релаксации  $\tau_{\Delta\varepsilon}$  от  $T_0$  при зондировании образца на длине волны накачки (б).

этом рисунке семейства кинетических кривых  $\Delta\varepsilon(t, T_0)$  дает весьма нетривиальную зависимость от  $T_0$  времени релаксации  $\tau_{\Delta\varepsilon}$  электронной части нелинейного отклика (рис.4,б) с хорошо выраженной резкой ступенькой (скачок  $\tau_{\Delta\varepsilon}$  при температуре  $T_0 \simeq 86$  К, т. е. чуть ниже температуры фазового перехода  $T_c \simeq 90$  К). Легко убедиться, что как сам характер трансформации показанных на рис.4,а зависимостей  $\Delta\varepsilon(t)$  при изменении  $T_0$ , включая двухэкспоненциальную релаксацию  $\Delta\varepsilon$  при  $T_0$  в окрестности точки фазового перехода  $T_c$ , так и полученная нами расчетная зависимость  $\tau_{\Delta\varepsilon}(T_0)$  (рис.4,б) практически точно отражают все наблюдавшиеся в реальных экспериментах и перечисленные в разд.1 «аномалии» кинетики нелинейного отклика [32, 34, 41, 47, 52, 53]. По отношению к данным реальных экспериментов единственной явно «потерянной» нами при моделировании особенностью зависимости  $\tau_{\Delta\varepsilon}(T_0)$  является отсутствие на ней узкого пика на вершине ступеньки (рис.4,б). По-видимому, это обусловлено использованным нами приближением, при котором скорости всех релаксационных процессов в (5), (13)–(15) зависят только от средних энергий. Отметим также, что в рамках построенной нами модели все указанные «аномалии» кинетики нелинейного отклика полностью исчезают при снижении энергии импульса накачки (т. е. при совпадении положений уровней Ферми для свободных электронов и дырок  $E_{e,h}^F$  с его истинным положением  $E_0^F$ ).

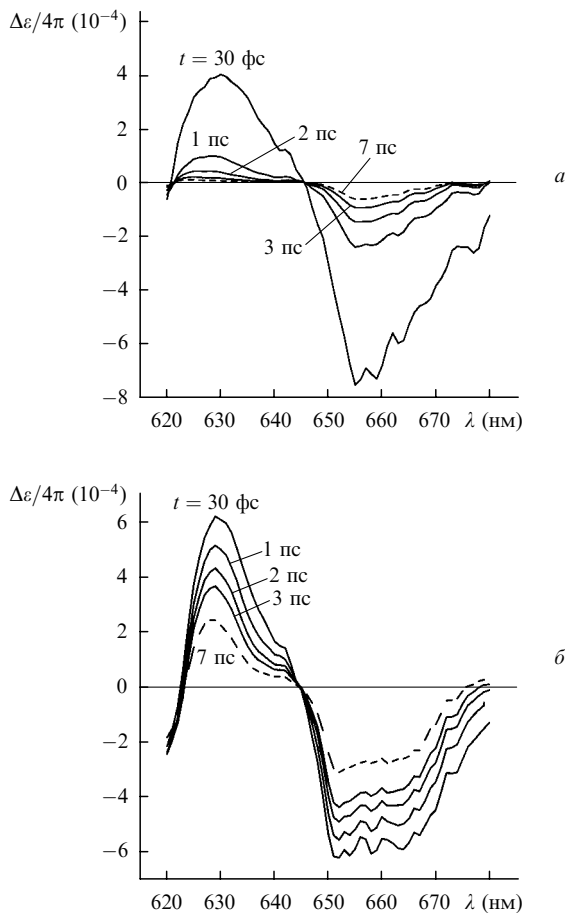


Рис.5. Спектральные зависимости изменений модуля диэлектрической проницаемости  $\Delta\varepsilon(\lambda)$  ВТСП-образца, возникающих за счет поглощения импульса накачки, при зондировании в диапазоне длин волн  $\lambda = 620 - 680$  нм для начальных температур  $T_0 = 100$  (а) и 40 К (б) в различные моменты времени.

В спектхронографии, т. е. при диагностике мгновенного состояния ВТСП-пленки пробным импульсом излучения суперконтинуума, ситуация становится гораздо сложнее. На рис.5 показана расчетная трансформация спектральных зависимостей изменений модуля диэлектрической проницаемости  $\Delta\varepsilon(\lambda) = |\varepsilon(\lambda)| - |\varepsilon_0|$  ВТСП-образца, возникающих за счет поглощения такого же импульса накачки, в диапазоне  $\lambda = 620 - 680$  нм для начальных температур  $T_0 = 100$  и 40 К по мере нарастания задержки момента зондирования. Хотя наш расчет показал, что время релаксации  $\tau_{\Delta\varepsilon}$  и в этом случае испытывает скачок при снижении начальной температуры ВТСП-пленки до тех же значений  $T_0 \simeq 86$  К, что и на рис.4, и на зависимостях  $\tau_{\Delta\varepsilon}(T_0)$  при всех  $\lambda$  формируется аналогичная ступенька, дальнейший ход кривых  $\tau_{\Delta\varepsilon}(T_0)$  в области низких температур ( $T_0 < 86$  К) зависит от  $\lambda$  из-за постепенного перемещения положений локальных экстремумов  $\Delta\varepsilon$  на оси  $\lambda$  с ростом времени задержки момента начала зондирования (рис.5,б). Как и в реальных экспериментах [20, 22, 48], на оси  $\lambda$  имеются особые точки, в окрестности которых  $\Delta\varepsilon \equiv 0$ , и именно эти точки и разделяют спектральные области с разными знаками наведенных импульсом накачки изменений  $\Delta\varepsilon$  (рис.5,б). Подчеркнем здесь, что данный результат далеко не столь тривиален, как это может показаться, поскольку речь идет об одновременном обнулении как действительной, так и мнимой части нелинейного отклика. Поэтому, на наш взгляд, наличие таких особых точек на оси  $\lambda$  может быть обусловлено только изменением фазовых соотношений между двумя интерферирующими компонентами диэлектрической проницаемости, появление которых связано с частотным вырождением процесса зондирования (см., напр., [61]).

## 6. Заключение

Итак, в настоящей работе показано, что все известные на сегодняшний день спектрально-временные и температурные «аномалии» поведения нелинейного отклика  $\Delta\varepsilon$  ВТСП-пленок, которые наблюдались [18–22, 27, 30–34, 47, 48, 52, 53] при высоком уровне оптического возбуждения методами спектроскопии пробного импульса, могут быть интерпретированы в рамках простой и физически наглядной модели с минимальным числом свободных (подгоночных) параметров. Такая модель, основанная на учете вклада межзонных электронных переходов в диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$  возбужденной ВТСП-пленки с «замороженной» (метастабильной [56]) энергетической щелью в реальном (известном из литературы [59]) спектре электронных состояний, описывает все подобные «аномалии» как результат резкого падения скоростей процессов трехчастичной безызлучательной рекомбинации избыточных носителей в условиях сильного вырождения. При этом последнее (резкое уменьшение констант  $\gamma_{ehp}^R$  и  $\gamma_{che}^R$  парной рекомбинации) реализуется практически сразу же после «открытия» в спектре электронных состояний ВТСП энергетической щели (при снижении начальной температуры  $T_0$  ВТСП-образца чуть ниже точки фазового перехода  $T_c$ ) за счет весьма необычного (по сравнению со спектром состояний узкозонных полупроводников) характера функции распределения  $g(E_e)$  плотности электронных состояний.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы Президента Российской Федерации (гранты № НШ-1583.2003.2 и МК-1328.2004.2).



1. Rosei R. et al. *Phys. Rev. B*, **10**, 484 (1974).
2. Eesley G.L. *Phys. Rev. Lett.*, **51**, 2140 (1983).
3. Elsayed-Ali H.E. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1212 (1987).
4. Schoenlein R.W. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1680 (1987).
5. Fann W.S. et al. *Phys. Rev. B*, **46**, 13592 (1992).
6. Sun C.K. et al. *Phys. Rev. B*, **48**, 12365 (1993).
7. Groeneveld R.H.M. et al. *Phys. Rev. B*, **51**, 11433 (1995).
8. Dobryakov A.L. et al. *Physica Scripta*, **60**, 572 (1999).
9. Петникова В.М. и др. *Квантовая электроника*, **28**, 69 (1999).
10. Кузнецова Л.П. и др. *Квантовая электроника*, **30**, 175 (2000).
11. Бобырев Ю.В. и др. *Квантовая электроника*, **32**, 789 (2002).
12. Rothwarf A., Taylor B.N. *Phys. Rev. Lett.*, **19**, 27 (1967).
13. Owen C.S., Scalapino D.J. *Phys. Rev. Lett.*, **28**, 1559 (1972).
14. Parker W.H., Williams W.D. *Phys. Rev. Lett.*, **29**, 924 (1972).
15. Schuller I., Gray K.E. *Phys. Rev. Lett.*, **36**, 429 (1976).
16. Bluzer N. *J. Appl. Phys.*, **71**, 1336 (1992).
17. Forrester M.G. *Appl. Phys. Lett.*, **53**, 1332 (1988).
18. Brorson S.D. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 2172 (1990).
19. Han S.G. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 2708 (1990).
20. Гершензон М.Е. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **52**, 1189 (1990).
21. Kazeroonian A.S. et al. *Solid State Commun.*, **78**, 95 (1991).
22. Chekalin S.V. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 3860 (1991).
23. Bluzer N. *Phys. Rev. B*, **44**, 10222 (1991).
24. Hegman F.A. et al. *Appl. Phys. Lett.*, **62**, 1158 (1993).
25. Zherikhin A.N. et al. *Physica C*, **221**, 311 (1994).
26. Жерихин А.Н. и др. *Квантовая электроника*, **21**, 574 (1994).
27. Brorson S.D. et al. *Phys. Rev. B*, **49**, 6185 (1994).
28. Buhleier R. et al. *Phys. Rev. B*, **50**, 9672 (1994).
29. White J.O. et al. *Physica C*, **235-240**, 2025 (1994).
30. Stevens C.J. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 2212 (1997).
31. Smith D.C. et al. *J. Low Temp. Phys.*, **117**, 1059 (1999).
32. Demsar J. et al. *Phys. Rev. B*, **63**, 054519 (2001).
33. Segre G.P. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 137001 (2002).
34. Schneider M.L. et al. *Eur. Phys. J. B*, **36**, 327 (2003).
35. Бобырев Ю.В. и др. *Квантовая электроника*, **33**, 998 (2003).
36. Воронов А.В. и др. *Квантовая электроника*, **31**, 1058 (2001).
37. Бобырев Ю.В. и др. *Квантовая электроника*, **31**, 1067 (2001).
38. Allen P.B. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1460 (1987).
39. Nessler W. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 4480 (1998).
40. Sun C.K. et al. *Phys. Rev. B*, **50**, 15337 (1994).
41. Demsar J. *cond-mat/0305597* (2003).
42. Каганов М.И. и др. *ЖЭТФ*, **31**, 242 (1956).
43. Haberland P.H., Shiffman C.A. *Phys. Rev. Lett.*, **19**, 1337 (1967).
44. Гантмахер В.Ф., Леонов Ю.С. *Письма в ЖЭТФ*, **8**, 264 (1968).
45. Bradfield J.E., Coon J.B. *Phys. Rev. B*, **7**, 5072 (1973).
46. Tinkham M., Clarke J. *Phys. Rev. Lett.*, **28**, 1366 (1972).
47. Kabanov V.V. et al. *Phys. Rev. B*, **61**, 1477 (2000).
48. Farztdinov V.M. et al. *Brazilian J. Phys.*, **26**, 482 (1996).
49. Lucas G., Stephen M.J. *Phys. Rev.*, **154**, 349 (1967).
50. Woo J.W.F., Abrahams E. *Phys. Rev.*, **169**, 407 (1968).
51. Schmid A., Schoen G. *J. Low Temp. Phys.*, **20**, 207 (1975).
52. Demsar J. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 4918 (1999).
53. Schneider M.L. et al. *Europhys. Lett.*, **60**, 460 (2002).
54. Bonn D.A. et al. *Phys. Rev. B*, **47**, 11314 (1993).
55. Quinlan S.M. et al. *Phys. Rev. B*, **49**, 1470 (1994).
56. Воронов А.В. и др. *ЖЭТФ*, **120**, 1256 (2001).
57. Абакумов В.Н. и др. *Безызлучательная рекомбинация в полупроводниках* (С.-Пб.: Изд-во Петербургского ин-та ядерной физики им. Б.П.Константинова РАН, 1997).
58. Анималу А. *Квантовая теория кристаллических твердых тел* (М.: Мир 1981).
59. Perry J.K. et al. *Phys. Rev. B*, **63**, 144501 (2001).
60. Kornienko A.G. et al. *J. Appl. Phys.*, **80**, 2396 (1996); Петникова В.М. и др. *Квантовая электроника*, **28**, 69 (1999).
61. Бобырев Ю.В. и др. *Квантовая электроника*, **35**, 102 (2005).
62. Chadi D.J., Cohen M.L. *Phys. Rev. B*, **8**, 5747 (1973).
63. Коротеев Н.И. *Вестник Моск. ун-та. Сер.3. Физика, Астрономия*, № 6, 6 (1996).