

Импульсная прозрачность анизотропных сред со штарковским расщеплением уровней

С.В.Сазонов, Н.В.Устинов

Рассмотрено распространение электромагнитных импульсов с длительностью, равной нескольким колебаниям поля, через анизотропную среду. Изучено влияние постоянного дипольного момента резонансного перехода на формирование импульсов самоиндуцированной прозрачности и на их спектральный состав.

Ключевые слова: нелинейные когерентные процессы, оптические солитоны, резонансные среды, оптическая анизотропия, генерация гармоник.

1. Введение

В последние годы большое внимание привлекают исследования нелинейных когерентных явлений в анизотропных средах [1–11]. Практический интерес к этим явлениям связан с развитием технологий получения низкоразмерных квантовых структур (ям, нитей, точек) в полупроводниках [12]. Важная особенность анизотропных сред состоит в том, что стационарные состояния находящихся в них квантовых частиц не обладают определенной четностью. По этой причине диагональные матричные элементы оператора дипольного момента и их разность, называемая постоянным дипольным моментом (ПДМ) перехода, отличны от нуля.

Влияние ПДМ на генерацию второй гармоники в асимметричных полупроводниковых квантовых ямах изучалось, в частности, в работе [1], где было показано, что оно возрастает с увеличением длины волны накачки. Распространение в средах с ПДМ поляризационно-однокомпонентных предельно коротких электромагнитных импульсов фемтосекундной длительности рассматривалось в работах [4–7, 11]. Отличительной чертой таких предельно коротких импульсов (ПКИ) является отсутствие высокочастотной несущей волны. В [4] была показано, что обобщенные при ненулевом ПДМ укороченные уравнения Максвелла–Блоха для двухуровневой среды являются вполне интегрируемой системой [13–15]. Были построены импульсные решения этой системы на постоянном фоне, который был выбран таким, что рассматриваемая задача свелась к случаю изотропной среды. Динамика таких импульсов в присутствии накачки рассматривалась в [5]. Полная система уравнений Максвелла–Блоха исследовалась в работах [6, 7], где был найден алгебраический стационарный ПКИ и обнаружена обусловленная ПДМ асимметрия по полярности

стационарных ПКИ. Распространение в резонансных оптически одноосных средах двухкомпонентных импульсов излучения, состоящих из коротковолновой обыкновенной и длинноволновой необыкновенной компонент, изучалось в [8–10]. Было показано, что в условиях сильного взаимодействия между компонентами режимы прохождения импульсов через среду могут отличаться от режима самоиндуцированной прозрачности.

Эффекты прохождения однокомпонентных ПКИ длительностью до нескольких колебаний электромагнитного поля через среду с ПДМ исследовались численно в [11]. Было показано, что существуют устойчивые биполярные уединенные импульсы, площадь которых не равна нулю. Это делает важным теоретическое рассмотрение роли ПДМ в формировании однокомпонентных импульсов самоиндуцированной прозрачности, имеющих заполнение (в том числе высокочастотное). В настоящей работе исследовано точное решение бризерного типа системы укороченных уравнений Максвелла–Блоха.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим оптически одноосную среду, анизотропия которой создается электрическим полем. Это поле расщепляет уровни энергии вследствие эффекта Штарка, оставляя вырождение электронных уровней по модулю проекции M полного углового момента. В электронной подсистеме при этом образуются π -переход ($\Delta M = 0$) и двукратно вырожденные σ -переходы ($|\Delta M| = 1$). В качестве анизотропной среды можно также взять среду, содержащую несимметричные квантовые ямы или квантовые нити [12].

Пусть электромагнитный импульс распространяется в положительном направлении оси y декартовой системы координат перпендикулярно оптической оси z среды. Будем считать, что y импульса отлична от нуля только необыкновенная компонента E_e электрического поля, параллельная оси z . Можно показать, что такой импульс будет взаимодействовать только с π -переходом. Описывающая этот процесс в приближении однонаправленного распространения [16] система укороченных уравнений Максвелла–Блоха имеет следующий вид:

С.В.Сазонов. Калининградский государственный университет, Россия, 236041 Калининград, ул. А. Невского, 14; e-mail: barab@newmail.ru

Н.В.Устинов. Томский государственный университет, Россия, 634050 Томск, просп. Ленина, 36; e-mail: n_ustinov@mail.ru

$$\frac{\partial \sigma_3}{\partial t} = i \frac{d}{\hbar} E_c (\sigma - \sigma^*), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = i \left(\omega_0 + \frac{DE_c}{\hbar} \right) \sigma + 2i \frac{d}{\hbar} E_c \sigma_3, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial y} + \frac{n_e}{c} \frac{\partial E_c}{\partial t} = -2\pi i \frac{Nd\omega_0}{n_e c} (\sigma - \sigma^*), \quad (3)$$

где $\sigma_3 = (\rho_{22} - \rho_{11})/2$ — инверсия населённости; $\sigma = \rho_{12}$; ρ_{jk} ($k = 1, 2$) — элементы матрицы плотности; d , D и ω_0 — дипольный момент, ПДМ и частота π -перехода; n_e — необыкновенный показатель преломления среды; N — плотность π -переходов. В данных уравнениях мы пренебрегли релаксационными слагаемыми и неоднородным уширением линии резонансного поглощения.

При $D = 0$ система (1)–(3) совпадает с укороченными уравнениями Максвелла – Блоха для изотропной среды [16]. Нетрудно видеть, что здесь необыкновенная компонента электрического поля выполняет две функции: вызывает квантовые переходы и динамическим образом сдвигает их частоту. В случае двухкомпонентного импульса излучения эти функции выполнялись соответственно его коротковолновой обыкновенной и длинноволновой необыкновенной составляющими [8–10]. При этом необыкновенная компонента порождала необыкновенную за счёт ПДМ σ -переходов.

Для последующего рассмотрения удобно перейти к новым переменным

$$u = \frac{dE_c}{\hbar\omega_0}, \quad \tau = \omega_0 t - n_e \omega_0 y / c, \quad \eta = 2 \frac{\pi Nd^2}{n_e c \hbar} y. \quad (4)$$

Уравнения (1)–(3) в этом случае приобретают вид

$$\frac{\partial \sigma_3}{\partial \tau} = iu(\sigma - \sigma^*), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = i(1 + 2ku)\sigma + 2iu\sigma_3, \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = i(\sigma^* - \sigma), \quad (7)$$

где $k = D/2d$.

3. Бризероподобный импульс

Стационарное импульсное решение уравнений (5)–(7) и его алгебраический предел можно получить непосредственным интегрированием, как, например, в случае полной системы уравнений Максвелла – Блоха [6, 7]. Возникающие при этом формулы отличаются от представленных в [6, 7] только определением скорости импульсов. Двухпараметрический нестационарный бризероподобный импульс можно построить с помощью преобразования Дарбу [17]. Раскладывая полученные выражения в ряд Тейлора в окрестности $k = 0$ и оставляя первые два слагаемых, будем иметь

$$u = u_0 + ku_1,$$

$$u_0 = 4\Omega \frac{\Omega T \cosh B_R \sin B_I + \sinh B_R \cos B_I}{\Omega^2 T^2 (\cosh 2B_R + 1) + \cos 2B_I + 1}, \quad (8)$$

$$u_1 = - \frac{4\Omega^2 T^2 (\cosh 2B_R + 1) (\cos 2B_I + 1)}{[\Omega^2 T^2 (\cosh 2B_R + 1) + \cos 2B_I + 1]^2}, \quad (9)$$

где

$$B_R = \frac{\tau}{T} + \frac{4T[(\Omega^2 + 1)T^2 + 1]\sigma_0\eta}{[(\Omega + 1)^2 T^2 + 1][(\Omega - 1)^2 T^2 + 1]};$$

$$B_I = \Omega\tau - \frac{4\Omega T^2[(\Omega^2 - 1)T^2 + 1]\sigma_0\eta}{[(\Omega + 1)^2 T^2 + 1][(\Omega - 1)^2 T^2 + 1]}.$$

Вещественные постоянные Ω и T являются свободными параметрами импульса. Величина σ_0 есть начальная населённость среды ($|\sigma_0| \leq 1/2$). Мы называем этот импульс бризероподобным, поскольку он переходит при $\Omega T \gg 1$ в бризер (импульс огибающей, ультракороткий импульс), а при $\Omega T < 1$ переменная u может вообще не менять знак, как в случае ПКИ.

Из представленных формул следует, что модуль образа u_0 при преобразовании Фурье будет иметь максимум на нечётных гармониках основной частоты Ω , а модуль образа u_1 — на чётных, включая нулевую гармонику. Вследствие того, что генерация побочных гармоник за счёт ПДМ является нелинейным эффектом, они оказываются локализованными в центре импульса. Асимметрия бризероподобных импульсов, обусловленная ПДМ, проявляется в том, что знаки нулевой гармоники и k противоположны. Для ПКИ такая асимметрия была обнаружена в [6, 7].

Наиболее очевидно вышесказанное для импульсов огибающей. Действительно, если выполняется условие $\Omega T \gg 1$, то формулы (8), (9) упрощаются:

$$u_0 = \frac{2 \sin B_I}{T \cosh B_R}, \quad (10)$$

$$u_1 = - \left(\frac{2 \cos B_I}{\Omega T \cosh B_R} \right)^2. \quad (11)$$

Проведя с выражениями (10) и (11) преобразование Фурье

$$F(v, u_{0,1}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iv\tau} u_{0,1} d\tau,$$

получим

$$F(v, u_0) = -i\pi \exp(-iT\theta_R v)$$

$$\times \left[\frac{\exp i(\theta_I - \Omega T\theta_R)}{\cosh \pi T(v + \Omega)/2} - \frac{\exp i(\Omega T\theta_R - \theta_I)}{\cosh \pi T(v - \Omega)/2} \right],$$

$$F(v, u_1) = -\pi \frac{\exp(-iT\theta_R v)}{\Omega^2} \left[\frac{2v}{\sinh \pi T v/2} + (v + 2\Omega) \right.$$

$$\left. \times \frac{\exp 2i(\theta_I - \Omega T\theta_R)}{\sinh \pi T(v + 2\Omega)/2} + (v - 2\Omega) \frac{\exp 2i(\Omega T\theta_R - \theta_I)}{\sinh \pi T(v - 2\Omega)/2} \right],$$

где θ_R и θ_I — значения B_R и B_I при $\tau = 0$.

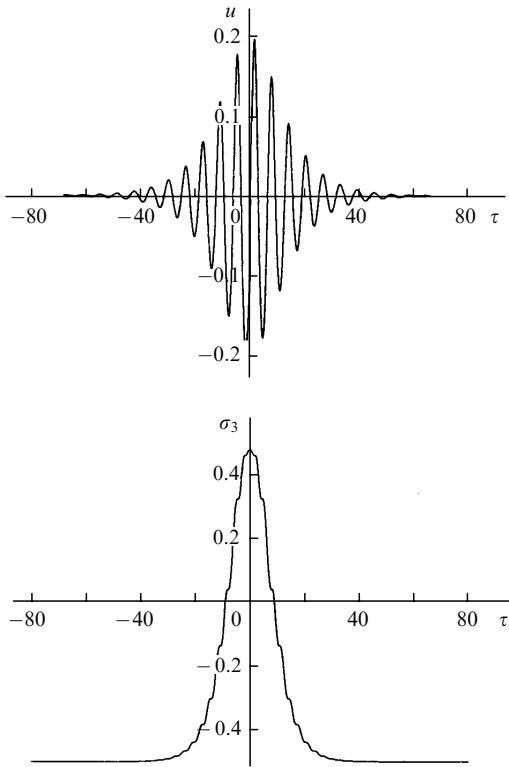


Рис.1. Зависимости u и σ_3 от τ при $k = 1, \sigma_0 = -0.5, \tilde{\Omega} = 1$ и $\tilde{T} = 10$.

Максимумы модуля $F(v, u_0)$ и $F(v, u_1)$ достигаются при $v = \Omega$ и $v = 0, 2\Omega$ соответственно. Ширина спектральных линий равна T^{-1} , а максимальные значения $|F(v, u_1)|$ пропорциональны $\Omega^{-2}T^{-1}$. Таким образом, эффективность генерации побочных гармоник растёт с уменьшением несущей частоты импульса, что согласуется с выводами работы [1]. Влияние ПДМ на импульсы, имеющие высокочастотное заполнение, будет слабым. Связано это с тем, что среднее смещение частоты $2ku$ (см. (6)) в течение длительности такого импульса равно нулю.

Вернёмся к рассмотрению двухпараметрического бризероподобного импульса при произвольных k . Зависимости u и σ_3 от τ в случае $k = 1$ представлены на рис.1. Параметры импульса $\tilde{\Omega} = \Omega/(1+k^2)^{1/2}$ и $\tilde{T} = (1+k^2)^{1/2}T$, характеризующие его частоту и длительность, выбраны такими, чтобы он сильно возбуждал среду. Модуль преобразования Фурье $F(v, u)$ изображён на рис.2. Следует отметить, что из-за присутствия в спектре нулевой гармоники площадь бризероподобного импульса не равна

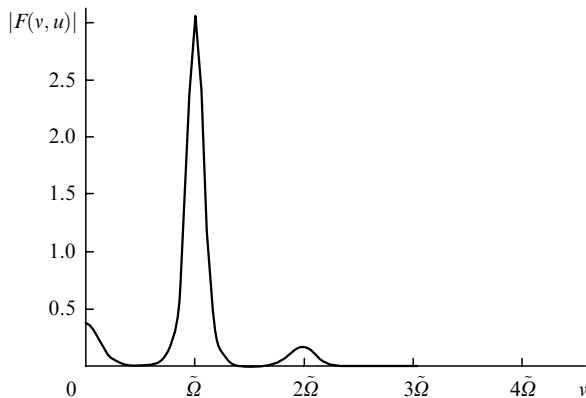


Рис.2. Модуль преобразования Фурье $F(v, u)$ импульса на рис.1.

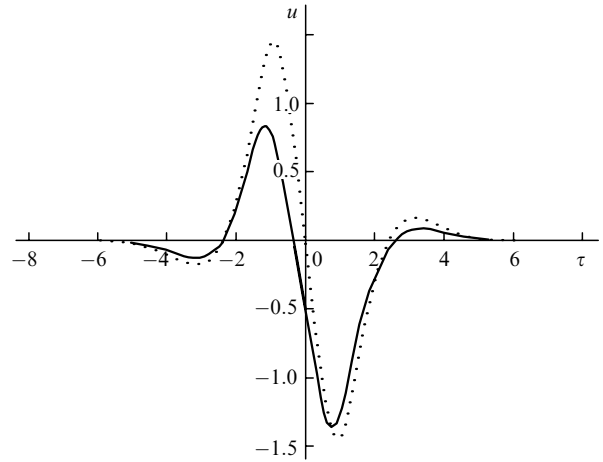


Рис.3. Зависимости u от τ при $k = 1, \sigma_0 = -0.5, \tilde{\Omega} = 1, \tilde{T} = 1$ (сплошная кривая) и при $k = 0$ (пунктир).

нулю. Для импульсов с $\Omega T \approx 1$ этот факт был установлен в [11] (см. также рис.3).

Можно показать, что положение центрального максимума на оси v фурье-спектра смещается в красную область с ростом $|k|$. По этой причине сильнее порождают побочные гармоники будут импульсы, основная несущая частота которых на входе в анизотропную среду меньше резонансной. Такой же эффект будет иметь место при уменьшении длительности входящего импульса вследствие уширения спектральной линии. Кривая на рис.4 демонстрирует различие спектрального состава u с одинаковыми $\tilde{\Omega}$ и \tilde{T} в случаях анизотропной и изотропной сред. Провал за $\tilde{\Omega}$ является следствием увеличения асимметрии главного пика спектра Фурье в среде с ПДМ.

В предельном случае $T \rightarrow \infty$ из формул для двухпараметрического бризероподобного импульса получаем

$$u = -2 \frac{\Omega \cot \varphi}{(1+k^2)^{1/2}} \times \frac{\zeta_1 \sin^2 \varphi \cos \zeta_2 + (\cos^2 \varphi - 2) \sin \zeta_2 + 2 \sin \varphi}{(\zeta_1 \sin \varphi + \cos \zeta_2)^2 + \cot^2 \varphi (1 - \sin \varphi \sin \zeta_2)^2},$$

где

$$\zeta_1 = \Omega\tau + \frac{4\Omega(1+\Omega^2)\sigma_0\eta}{(1-\Omega^2)^2}; \quad \zeta_2 = \Omega\tau + \frac{4\Omega\sigma_0\eta}{1-\Omega^2};$$

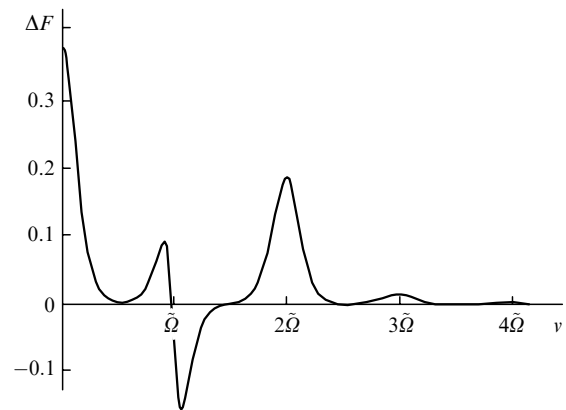


Рис.4. Разность ΔF модулей преобразования Фурье $F(v, u)$ при $k = 1$ и $k = 0$ (остальные параметры те же, что и у импульса на рис.1).

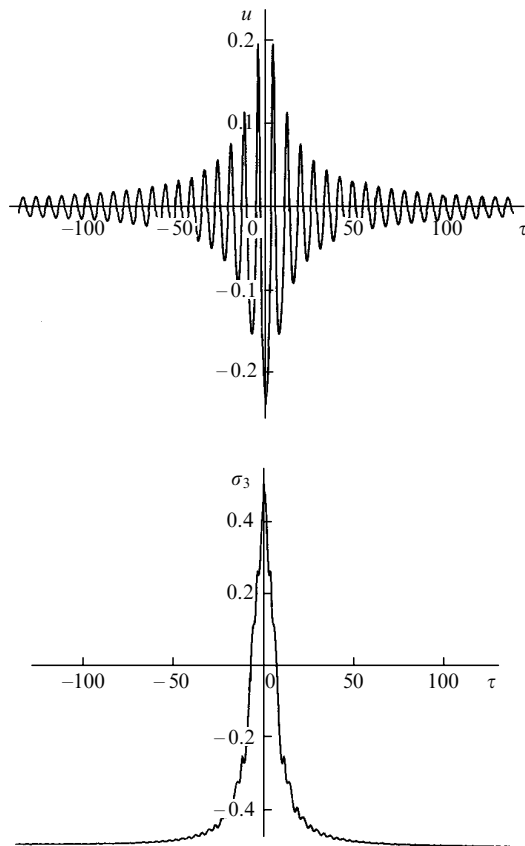


Рис.5. Зависимости u и σ_3 рационально убывающего импульса от τ при $k = 3$, $\sigma_0 = -0.5$ и $\varphi = \pi/8$ ($\Omega \approx 0.88$).

$$\Omega = \frac{k \cos \varphi}{(1 + k^2)^{1/2}}.$$

Здесь переменная u убывает рационально. Произвольным параметром импульса является вещественная постоянная φ , задающая его частоту, которая у таких импульсов всегда меньше резонансной.

Существование рационально убывающих импульсов является отличительной чертой анизотропных сред. Так, алгебраический однокомпонентный ПККИ был найден в [6, 7], а двухкомпонентные однопараметрические импульсы были построены в [18]. Графики u , σ_3 и модуля преобразования Фурье $F(v, u)$ изображены на рис.5 и 6. Сравнивая кривые на рис.2 и 6, видим, что положение максимумов побочных гармоник на оси v сильнее сдвинуто в красную область для рационально убывающих импульсов. Кроме того, выраженную асимметрию имеет не только главный, но и побочные пики спектра Фурье.

4. Заключение

В настоящей работе мы рассмотрели распространение в среде, обладающей ПДМ, электромагнитных импульсов длительностью в несколько колебаний поля. Современные технологии дают возможность создавать полупроводниковые кристаллы, свойства которых меняются в широких пределах. Так, в работе [1] рассмотрена среда, у которой модуль отношения ПДМ к соответ-

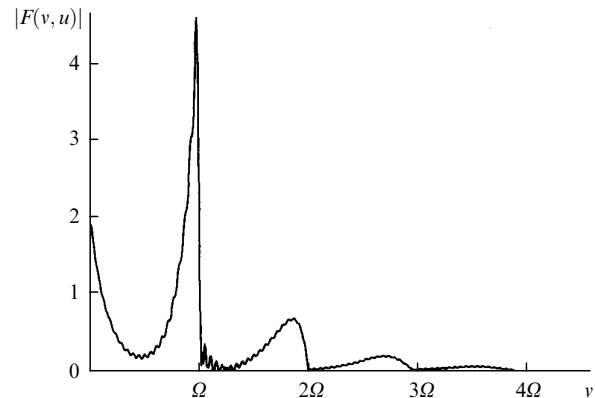


Рис.6. Модуль преобразования Фурье $F(v, u)$ рационально убывающего импульса (параметры те же, что и у импульса на рис.5).

ствующему недиагональному элементу матрицы дипольного момента лежит в пределах 0.15–7.1 для разных частот квантовых переходов. Поэтому выяснение роли ПДМ в формировании предельно коротких и ультракоротких импульсов является важной задачей. Как и в случае ПККИ, для бризероподобных импульсов имеет место асимметрия по полярности сигнала: знаки нулевой гармоники и ПДМ противоположны. Влияние ПДМ на генерацию побочных гармоник растёт с уменьшением основной несущей частоты импульса и сокращением его длительности. При этом наиболее эффективно порождать побочные гармоники будут импульсы, несущая частота которых на входе в среду меньше резонансной. К таким импульсам относятся рационально убывающие импульсы, существующие только в случае анизотропных сред.

Авторы благодарны С.О.Елютину за плодотворное обсуждение. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05–02–16422а).

1. Kócsinac S., Ikončić Z., Milanović V. *Opt. Commun.*, **140**, 89 (1997).
2. Caspersen L.W. *Phys. Rev. A*, **57**, 609 (1998).
3. Brown A., Meath W.J. *Phys. Rev. A*, **63**, 013403 (2000).
4. Agrotis M., Ercolani N.M., Glasgow S.A., Moloney J.V. *Physica D*, **138**, 134 (2000).
5. Заболотский А.А. *ЖЭТФ*, **121**, 1012 (2002).
6. Maimistov A.I., Caputo J.-G. *Phys. Lett. A*, **296**, 34 (2002).
7. Маймистов А.И., Капуто Дж.-Ги. *Оптика и спектроскопия*, **94**, 257 (2003).
8. Сазонов С.В. *ЖЭТФ*, **124**, 803 (2003).
9. Sazonov S.V., Ustinov N.V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **5402**, 72 (2003); Сазонов С.В., Устинов Н.В. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **68**, 1280 (2004).
10. Сазонов С.В., Устинов Н.В. *ЖЭТФ*, **127**, 289 (2005).
11. Елютин С.О. *ЖЭТФ*, **128**, 17 (2005).
12. Демиховский В.Я., Вугальтер Г.А. *Физика квантовых низкоразмерных структур* (М.: Логос, 2000).
13. Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. *Теория солитонов: метод обратной задачи* (М.: Наука, 1980).
14. Лэм Дж.Л. *Введение в теорию солитонов* (М.: Мир, 1983).
15. Булаф Р., Кодри Ф. (ред.) *Солитоны* (М.: Мир, 1983).
16. Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Caudrey P.J., Bullough R.K. *J. Phys. A: Math. & Gen.*, **6**, 1337 (1973).
17. Matveev V.B., Salle M.A. *Darboux transformations and solitons* (Berlin – Heidelberg: Springer-Verlag, 1991).
18. Сазонов С.В., Устинов Н.В. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **69**, 1136 (2005).