

Перестраиваемый астигматический $\pi/2$ -конвертер лазерных мод с фиксированным расстоянием между опорными плоскостями

А.А.Малютин

Предложена схема перестраиваемого астигматического $\pi/2$ -конвертера мод, в котором расстояние между плоскостями входа и выхода излучения фиксировано. Перестройка осуществляется только поворотом вокруг оптической оси устройства цилиндрических компонентов оптических квадруполь, используемых в схеме конвертера. Впервые в астигматическом $\pi/2$ -конвертере необходимая для преобразования мод разность фаз Гау в ортогональных плоскостях достигается за счет использования масштабируемых дробных преобразований Фурье соответствующих рядков.

Ключевые слова: астигматический $\pi/2$ -конвертер мод, оптический квадруполь, перестройка параметров, масштабируемое дробное преобразование Фурье.

1. Введение

Пучки с фазовой сингулярностью (ПФС), типичными представителями которых являются моды Лагерра – Гаусса (ЛГ), имеющие волновой фронт в виде винта Архимеда, наиболее просто сформировать с помощью одиночной цилиндрической линзы [1] или более сложных астигматических $\pi/2$ -конвертеров [2, 3]. Последние получили название [2] по величине разности фаз $(m - n)\pi/2$, приобретаемой собственными модами Эрмита – Гаусса (ЭГ) u_{mn}^{HG} и u_{nm}^{HG} на выходе устройств. В отличие от других способов – с использованием синтезированных компьютерных голограмм [4] или специальных фазовых экранов [5], когда получают целый набор мод ЛГ, различающихся радиальными (p) или угловыми (l) индексами, в случае астигматических $\pi/2$ -конвертеров заданному на входе определенному типу пучка ЭГ u_{0n}^{HG} соответствует только один тип моды ЛГ – u_{0l}^{LG} ($l = n$). Кроме того, при использовании голограмм или фазовых элементов имеется достаточно высокая чувствительность к смещению входного пучка относительно оптической оси элементов, что в случае астигматического $\pi/2$ -конвертера совершенно не влияет на качество преобразования [6]. Недостатком последнего способа получения ПФС является необходимость точного согласования радиуса входного пучка w или, точнее, его рэлеевской длины $z_R = \pi w^2/\lambda$, с параметрами оптических элементов конвертера. Описанная в [7] схема перестраиваемого $\pi/2$ -конвертера основана на использовании так называемого оптического квадруполя (ОК) [8] и позволяет преобразовывать пучки с изменяемой вдвое рэлеевской длиной без замены оптических элементов. При этом, однако, требуется согласованное изменение расстояния между компонентами устройства, что с практической точки зрения является существенным неудобством.

А.А.Малютин. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: amal@kapella.gpi.ru

Поступила в редакцию 1 февраля 2005 г., после доработки – 29 ноября 2005 г.

Основным компонентом астигматической схемы получения сфокусированных пучков ЛГ при $\pi/2$ -конверсии мод ЭГ [9] также является оптический квадруполь. В настоящей работе будет показано, как схема работы [9] может быть трансформирована в схему $\pi/2$ -конвертера, перестройка которого осуществляется только поворотом вокруг оптической оси устройства цилиндрических компонентов ОК. При этом расстояние между входной и выходной опорными плоскостями (ОП) устройства остается фиксированным независимо от рэлеевской длины входного пучка.

2. Оптический квадруполь с перестраиваемыми параметрами

В работе [7] рассматривалась одна из возможных схем перестраиваемого ОК, состоящая из двух неподвижных цилиндрических линз с равными по модулю, но противоположными по знаку оптическими силами, и пары таких же линз, поворачиваемых вокруг оптической оси ОК в противоположных направлениях. Оптический квадруполь может быть образован также только двумя цилиндрическими линзами, как это показано на рис.1. $ABCD$ -матрицы этого устройства в плоскостях xz и yz имеют вид

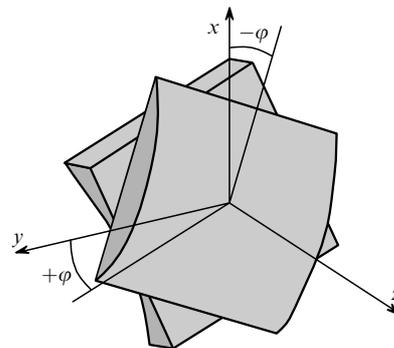


Рис.1. Оптический квадруполь, состоящий из положительной и отрицательной цилиндрических линз с одинаковыми по модулю фокусными расстояниями F_0 .

$$T_{\text{ок}xz,yz} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \mp C_2/F_0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $C_2 = \cos 2\varphi$; φ – угол поворота линз в плоскости xz ; F_0 – модуль фокусного расстояния положительной и отрицательной цилиндрических линз; здесь и далее знаки минус и плюс относятся к xz - и yz -плоскостям соответственно. Как следует из (1), эффективная оптическая сила ОК при вариациях φ в пределах $0-45^\circ$ меняется от $\pm 1/F_0$ до нуля.

3. Перестраиваемый $\pi/2$ -конвертер мод с фиксированным расстоянием между опорными плоскостями

При установке сразу за ОК сферической линзы (фокусное расстояние f) распространение излучения в ее фокальную плоскость в координатных плоскостях xz и yz описывается матрицами преобразования

$$T_{f,xz,yz} = \begin{pmatrix} \mp C_2 f/F_0 & f \\ -1/f \mp C_2/F_0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Пучок, имеющий на входе в ОК плоский волновой фронт и рэлеевскую длину $z_R = F_0/C_2$, в фокальной плоскости сферической линзы преобразуется в пучок, радиус* и кривизна которого даются соотношениями

$$w_f = f \left(\frac{2C_2\lambda}{\pi F_0} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$$\rho_{xz,yz} = \frac{1}{f} \pm \frac{F_0}{2f^2 C_2}. \quad (4)$$

Из (4) следует, что волновой фронт в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием f имеет две составляющие – сферическую и седлообразную, величины которых определяются соотношением между рэлеевской длиной входного пучка и выбранным фокусным расстоянием линзы f . Обе составляющие кривизны можно скомпенсировать, соответственно установив вторую линзу с фокусным расстоянием f и добавив еще один ОК. Таким образом, мы получим схему, представляющую собой преобразователь Фурье (ПФ), установленный между двумя ОК (рис.2). При этом в ОК1 и ОК2 могут использоваться однотипные цилиндрические линзы (с фокусным расстоянием $\pm F_0$). Различаться будут, как показано ниже, только углы поворота цилиндрических компонентов ОК относительно оптической оси устройства. Подобная схема, но с одинаковыми ОК и другим типом ПФ (что, разумеется, несущественно), была рассмотрена ранее в [9].

Обозначив в матрицах (1) для ОК1 и ОК2 величину $\cos 2\varphi_{1,2}/F_0 = 1/F_{1,2}^*$, для устройства на рис.2 получим

$$T_{xz,yz} = \begin{pmatrix} \mp f/F_1^* & f \\ f/F_1^* F_2^* - 1/f & \mp f/F_2^* \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Предполагая рэлеевскую длину пучка на входе в ОК1 равной MF_1^* ($w_{\text{in}} = (\lambda MF_0/\pi \cos 2\varphi_1)^{1/2}$) и волновой фронт плоским, для пучка на выходе ОК2 имеем

$$w_{\text{out}} = f \left[\frac{\lambda(M^2 + 1)}{\pi MF_1^*} \right]^{1/2}, \quad (6)$$

*Заметим, что в выражении для радиуса пучка из [8] допущена ошибка – отсутствует коэффициент 2 в числителе дроби под корнем.

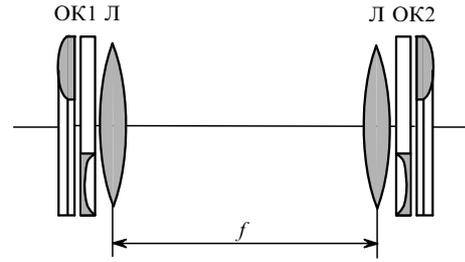


Рис.2. Оптическая схема перестраиваемого $\pi/2$ -конвертера мод. ОК1 и ОК2 – оптические квадруполь, сферические линзы Л (фокусное расстояние f) образуют преобразователь Фурье.

$$\rho_{\text{out},xz,yz} = \mp \frac{1}{F_2^*} \pm \frac{M^2 F_1^*}{f^2(M^2 + 1)} \quad (7)$$

(M – коэффициент увеличения). Из (7) следует, что волновой фронт пучка на выходе ОК2 также будет плоским, если

$$(M^2 + 1)f^2 = M^2 F_1^* F_2^* \quad (8)$$

или

$$\cos 2\varphi_1 \cos 2\varphi_2 = \frac{M^2 F_0^2}{f^2(M^2 + 1)}. \quad (9)$$

И поскольку для накопленной фазы Гуй** пучка радиусом w_{in}

$$\tan \psi_{xz,yz} = \mp \frac{1}{M}, \quad (10)$$

то оптическая система, представленная на рис.2, будет $\pi/2$ -конвертером (т.е. $\Delta\psi = \psi_{xz} - \psi_{yz} = \pi/2$) только при $M \equiv 1$. При этом порядки преобразования Фурье в плоскостях xz и yz равны соответственно 1.5 и 0.5. Графически связь между φ_2 и φ_1 при $M = 1$ и различных соотношениях F_0/f показана на рис.3,а.

Согласно (8), зависимость радиуса выходного пучка конвертера w_{out} , нормированного на величину $w_0 = (\lambda F_0/\pi)^{1/2}$, от нормированного радиуса пучка w_{in} на входе является для каждого значения параметра F_0/f гиперболой (рис.3,б). Для $F_0/f = \sqrt{2} = 1.414$ график представлен единственной точкой (1,1), соответствующей повороту цилиндрических линз в обоих ОК на угол $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Ограничения на параметр F_0/f обусловлены необходимостью выполнения соотношений (8), (9), что и определяет диапазон изменений φ_2 и φ_1 . С учетом этого, например при $F_0/f = 1$, полный диапазон перестройки размера пучка на входе составляет (в относительных единицах) от 1 до $\sqrt{2}$, а при $F_0/f = 0.5$ – от 1 до $\sim 2\sqrt{2}$.

4. Особенность фурье-преобразований, используемых в перестраиваемом $\pi/2$ - конвертере мод с фиксированным расстоянием между опорными плоскостями

Обратим внимание на то, что вид матриц (5) отличается от вида $ABCD$ -матриц целочисленных или дробных фурье-преобразований, использовавшихся ранее в [2, 3, 7, 9, 10] для построения схем $\pi/2$ -конвертеров. В общем виде (5) представляют собой матрицы дробного фурье-

**Величина НФГ на выходе оптической системы, описываемой $ABCD$ -матрицей, для произвольного гауссова пучка с радиусом w на входе в систему и кривизной волнового фронта ρ определяется соотношением $\tan \psi' = B\lambda/(A + B\rho)\pi w^2$.

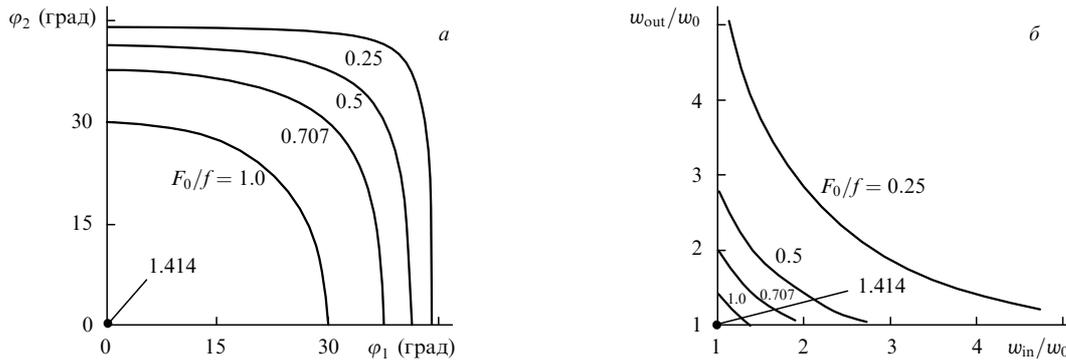


Рис.3. Зависимости угла поворота цилиндрических линз оптического квадруполя ОК2 φ_2 от угла поворота линз квадруполя ОК1 φ_1 (а) и соотношения между нормированными радиусами входного и выходного пучков $\pi/2$ -конвертера (б) при различных соотношениях F_0/f .

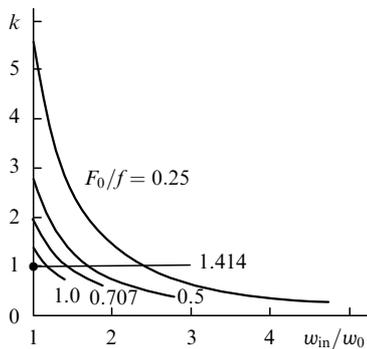


Рис.4. Изменение масштабного коэффициента дробных фурье-преобразований в схеме $\pi/2$ -конвертера при различных нормированных радиусах входного пучка и различных соотношениях F_0/f .

преобразования с масштабированием (МДФП, Scaled Fractional Fourier Transformation [11])

$$T_{\text{SF+FT}} = \begin{pmatrix} k \cos \theta & F \sin \theta \\ -\sin \theta / F & \cos \theta / k \end{pmatrix}, \quad (11)$$

в которой $A/D = k^2 \neq 1$ (k – величина масштабирования). При этом кривизна волнового фронта собственного пучка отлична от нуля:

$$\rho_{\text{eig}} = \frac{C(1 - k^2)}{2kFS} \quad (12)$$

($C = \cos \theta$, $S = \sin \theta$). Радиус собственного пучка

$$w_{\text{eig}} = \left(\frac{\lambda F}{\pi} \right)^{1/2} \left\{ \frac{2kS}{[4k^2 - C^2(k^2 + 1)^2]^{1/2}} \right\}^{1/2}. \quad (13)$$

С учетом (5) при $M \equiv 1$ для рассматриваемого $\pi/2$ -конвертера (12) и (13) преобразуются:

$$\rho_{\text{eig}} = \mp \frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_2^*} - \frac{1}{F_1^*} \right),$$

$$w_{\text{eig}} = \left(\frac{\lambda F}{\pi} \right)^{1/2} \left\{ \frac{2F_1^* F_2^*}{[4(F_1^* F_2^*)^2 - f^2(F_1^* + F_2^*)^2]^{1/2}} \right\}^{1/2}, \quad (14)$$

т. е. при $F_1^* \neq F_2^*$ собственный пучок МДФП-конвертера обладает седлообразным волновым фронтом, и, как легко проверить, для него $\Delta\psi \neq \pi/2$. Из сравнения (5) и (11) видно, что $k^2 = F_2^*/F_1^* = \cos 2\varphi_1 / \cos 2\varphi_2$ и $F = f\sqrt{2}$. Изменение величины масштабирования k при разных зна-

чениях радиуса входного пучка и параметра F_0/f приведено на рис.4, причем для каждого значения F_0/f существуют такие значения w_{in}/w_0 , при которых $k = 1$. Это как раз те случаи, когда $F_1^* = F_2^*$ ($\varphi_1 = \varphi_2$), матрицы (5) описывают дробное фурье-преобразование, а параметры пучка на выходе конвертера (6), (7) совпадают с параметрами собственного пучка (14). Кроме того, для радиусов пучков на входе и выходе конвертера выполняются соотношения $w_{out}/w_{in} = k$ и $w_{out}w_{in} = w_F^2 = (\lambda F/\pi)^{1/2} = (\lambda f\sqrt{2}/\pi)^{1/2}$.

5. Заключение

Рассмотрена схема перестраиваемого астигматического $\pi/2$ -конвертера мод с фиксированным расстоянием между входной и выходной опорными плоскостями, в которых пучки имеют плоские волновые фронты. В целом конвертер представляет собой заключенный между двумя оптическими квадруполями преобразователь Фурье. Перестройка конвертера под требуемые параметры входного пучка осуществляется только поворотом вокруг оптической оси устройства цилиндрических компонентов оптических квадруполей без перемещения каких-либо элементов вдоль оптической оси. Приведены ограничения на допустимые значения параметров линз ПФ, оптических квадруполей и углы поворота их компонентов.

Показано, что, в отличие от ранее рассмотренных схем астигматических $\pi/2$ -конвертеров, требуемая для преобразования мод разность фаз Гуи в ортогональных плоскостях достигается в предлагаемом конвертере за счет использования особого вида фурье-преобразований – масштабируемых дробных фурье-преобразований соответствующих порядков.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 05-02-16818).

1. Abramochkin E., Volostnikov V. *Opt. Commun.*, **83**, 123 (1991).
2. Beijersbergen M.W., Allen L., van der Veen H.E.L.O., Woerdman J.P. *Opt. Commun.*, **96**, 123 (1993).
3. Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **34**, 165 (2004).
4. Heckenberg N.R., McDuff R., Smith C.P., White A.G. *Opt. Lett.*, **17**, 221 (1992).
5. Beijersbergen M.W., Coerwinkel R.P.C., Kristensen M., Woerdman J.P. *Opt. Commun.*, **112**, 321 (1994).
6. Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **34**, 957 (2004).
7. Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **34**, 172 (2004).
8. Nemes G., Siegman A.E. *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, 2257 (1994).
9. Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **33**, 1015 (2003).
10. Laabs H., Gao C., Weber H. *J. Mod. Opt.*, **46**, 709 (1999).
11. Wang X., Zhou J. *Opt. Commun.*, **147**, 341 (1998).