

Численное моделирование когерентного обратного рассеяния и временных корреляций интенсивности в случайно-неоднородных средах

В.Л.Кузьмин, И.В.Меглинский

Представлен обзор работ по численному моделированию когерентных эффектов в случайных средах, осуществляемому с использованием точных аналитических результатов. Процедура моделирования основана на сопоставлении метода Монте-Карло и итерационного решения уравнения Бете – Солпитера. Описаны результаты расчетов временной корреляционной функции и интерференционной составляющей когерентного обратного рассеяния для скалярного и электромагнитного полей. Результаты моделирования впервые сравниваются с известными обобщениями решения Милна и находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Впервые рассчитана интерференционная составляющая обратного рассеяния низкокогерентного излучения. Описан эффект локализации обратного рассеяния низкокогерентного лазерного излучения по глубине проникновения. Теория и численное моделирование в согласии с экспериментом предсказывают значительное уширение пика обратного рассеяния с уменьшением длины когерентности, что открывает принципиально новые возможности использования данного эффекта, в особенности в задачах биомедицинской диагностики.

Ключевые слова: уравнение Бете – Солпитера, метод Монте-Карло, когерентное обратное рассеяние.

1. Введение

В последние 20 лет когерентные эффекты многократного рассеяния лазерного излучения находят всё более широкое применение в различных исследованиях внутренней структуры и динамики неупорядоченных конденсированных систем, таких как коллоидные суспензии, пены, аэрозоли, гели, пористые диэлектрики, жидкие кристаллы и различные биоткани [1–8]. Эти эффекты – когерентное обратное рассеяние (КОР) [9–11], пространственные и временные корреляции интенсивности [12, 13], волны фотонной плотности [14, 15] – обусловлены волновой природой света [16–18] и наблюдаются в указанных случайно-неоднородных средах, несмотря на режим многократного рассеяния.

Методы когерентного рассеяния лазерного излучения, к которым относятся метод квазиупругого светорассеяния, метод корреляции фотонов, метод светобиелий, спектроскопия флуктуаций интенсивности, метод корреляции интенсивности, лазерная корреляционная фотометрия, рэлеевская спектроскопия сверхвысокого разрешения, метод квазиупругого рассеяния лазерного излучения, метод динамического светорассеяния и др., используются для диагностики оптически-неоднородных мутных сред с конца 1960-х годов [19–22]. Несмотря на кажущееся их разнообразие, в основе всех этих методов

лежит один и тот же тип эксперимента, а именно измерение временных флуктуаций интенсивности рассеянного излучения в средах с преобладающим однократным рассеянием. Последующий анализ корреляций флуктуаций интенсивности позволяет определить размер и скорость движения рассеивателей в среде.

С развитием диффузионно-волновой спектроскопии (ДВС) [23–25], которая применительно к многократно рассеивающим средам является расширенной версией метода динамического светорассеяния, появилась возможность описать диффузию корреляции поля в случайно-неоднородной рассеивающей среде [26]. В рамках ДВС анализ временной корреляционной функции поля (ВКФ) многократно рассеянного излучения позволяет количественно характеризовать движение рассеивающих частиц в терминах их среднеквадратичного смещения [25] на расстояния порядка нескольких нанометров. Экспериментально показано, что диффузия временных корреляций пространственно-временных флуктуаций световых полей в случайно-неоднородной среде, состоящей из разных пространственно разделенных рассеивающих областей, оказывается чувствительной к динамике движения рассеивателей в этих областях [27, 28]. Метод позволяет количественно различать изменения градиента скорости рассеивателей в средах с броуновским типом движения рассеивателей [27], а также в средах с ламинарным и паузельевским потоками, локализованными в стационарной случайно-неоднородной среде [28, 29]. Было предложено использовать позиционно-зависимые измерения ВКФ для реконструкции изображений динамических неоднородностей внутри среды [28, 30, 31]. Под динамической неоднородностью мы будем понимать локализованную в случайно-неоднородной среде область с динамикой движения рассеивающих частиц, отличающейся от динамики остального объема.

В настоящее время техника ДВС успешно применя-

В.Л.Кузьмин. Санкт-Петербургский торгово-экономический институт, Россия, 194021 Санкт-Петербург, Новороссийская ул., 50; e-mail: vladimir.kuzmin@paloma.spbu.ru

И.В.Меглинский. Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, физический факультет, Россия, 410026 Саратов, Астраханская ул., 83; адрес в настоящее время: Cranfield University, School of Engineering, Cranfield, MK43 0AL, UK; e-mail: i.meglinski@Cranfield.ac.uk

ется для диагностики различных случайно-неоднородных мутных сред [2–5]. Однако наиболее интересной, на наш взгляд, представляется возможность использования ДВС в различных биомедицинских приложениях. Метод ДВС может успешно использоваться для неинвазивного *in vivo* измерения скорости кровотока и микроциркуляции крови в коже животных и человека [32–35], для изучения микроциркуляции крови и зон активности коры головного мозга [36–39], а также для диагностических *in vitro* исследований агрегации и седиментации образцов крови [40].

В связи с интенсивным развитием в последнее время интерференционных оптических методов, таких как оптическая когерентная томография (ОКТ) и конфокальная микроскопия, и их использованием для визуализации изображения и исследований внутренней структуры сильно-неоднородных биологических сред [41–43], широкое распространение получили источники излучения с малой длиной когерентности. В случае низкой когерентности зондирующего лазерного излучения реализуется промежуточный режим рассеяния, когда существенным оказывается вклад нескольких низших порядков рассеяния [44–46], что делает возможным диагностирование состояния поверхностных слоев исследуемой среды.

В работе [47] на основе метода низкокогерентной интерферометрии был проведен анализ динамического рассеяния света, разрешенного по глубине проникновения, для различных порядков рассеяния. На основе анализа зависимости частотного спектра интенсивности от оптического пути был реализован метод, позволяющий связать вклад многократного рассеяния низкокогерентного рассеяния и параметр анизотропии и, таким образом, определить размер рассеивателей.

Впервые КОР наблюдалось в биологических тканях при использовании УКИ длительностью ~ 100 фс [48], что позволило получить разрешенную по глубине проникновения картину. Было показано, что с увеличением времени задержки наблюдаемый пик обратного когерентного излучения практически исчезает; это связано, во-первых, с тем, что с течением времени сигнал создается вкладами рассеяний все больших кратностей, абсолютная величина которых убывает, и, во-вторых, с тем, что ширина пика, уменьшающаяся с ростом кратности рассеяния, становится меньше углового разрешения и, таким образом, ненаблюдаема.

В работе [49] эффект усиления КОР регистрировался при конечных длинах временной и пространственной когерентности. Было показано, что в случае, когда пространственная длина когерентности становится меньше транспортной длины, ширина пика обратного рассеяния может на два порядка превышать ширину пика бесконечно протяженного монохроматического излучения, что делает использование эффекта низкокогерентного усиления обратного рассеяния весьма перспективным при исследовании биотканей и, в частности, при диагностике онкологических образований на самых ранних стадиях, в эпителии [50].

При исследовании когерентных эффектов, наблюдаемых в случайно-неоднородных средах в условиях многократного рассеяния, широко применяется стохастическое моделирование методом Монте-Карло (МК) [29, 51–60]. Существующая стандартная техника моделирования основана на представлении о переносе интенсивности излучения. При этом фазовые соотношения между полями,

определяющими интенсивность, остаются за рамками моделирования, а их учет требует специального подхода. Результаты МК-моделирования вполне удовлетворительно воспроизводят основные черты когерентных эффектов, такие как универсальная линейная зависимость ВКФ от корня квадратного времени [55, 61, 62] и треугольная форма пика КОР [52, 54, 56, 59]. Однако количественно результаты численного эксперимента, в особенности для КОР [52, 53, 56, 57], значительно отличаются от теоретических предсказаний [63–65].

Теория многократного рассеяния в случайных средах, включая теорию когерентных и интерференционных эффектов, основана на уравнении Бете–Солпитера [64]. Хорошо известное точное решение Милна описывает рассеяние скалярного поля от полупространства в случае изотропных рассеивателей. Решение Милна было обобщено для описания КОР и ВКФ при слабоанизотропном и высокоанизотропном рассеяниях [64–66]. Точное решение было получено также для рэлеевского рассеяния [63, 65, 67]. Однако до сих пор эти обобщенные решения Милна не использовались для прямой проверки результатов численного моделирования. Кроме того, следует также отметить, что пока не существует надежного решения для электромагнитного поля при наличии анизотропных рассеивателей. Считается общепризнанным [68], что в случае скалярного поля анизотропия рассеяния просто учитывается путем простой замены пространственного масштаба, а именно путем перехода от средней длины свободного пробега фотона l к транспортной длине $l^* = l/(1 - \overline{\cos\theta})$, где $\overline{\cos\theta}$ – косинус угла рассеяния, усредненный по индикатрисе рассеяния. Однако численное моделирование в общем случае не подтверждает [52, 56], что такая замена масштаба достаточна для электромагнитного поля.

В настоящей работе обсуждается новый полуаналитический подход, состоящий в сопоставлении метода МК [69] с итерационной процедурой решения уравнения Бете–Солпитера, представленного в виде ряда по кратностям рассеяния, и в непосредственном стохастическом вычислении членов итерационного ряда. Мы показываем, как обобщается стандартная техника метода МК в рамках единого подхода при численном моделировании ВКФ интенсивности, КОР и других когерентных эффектов, требующих учета фазовых сдвигов. Развитая техника моделирования впервые позволяет апробировать численные результаты путем их непосредственного сравнения с точными результатами, следующими из указанных обобщенных решений.

Описание как ВКФ, так и КОР оказывается различным для скалярного и электромагнитного полей. В случае скалярного поля, как и предполагается в рамках диффузионного приближения [68], зависимость КОР от угла рассеяния в терминах транспортной длины l^* в качестве пространственного масштаба становится универсальной. Однако для электромагнитного поля такая универсальность нарушается: по сравнению с универсальной скоростью, предсказываемой диффузионным приближением, КОР с ростом угла оказывается меньше для меньшей анизотропии рассеяния и больше для большей. Обобщенное решение Милна и диффузионное приближение в случае рэлеевского рассеяния предсказывают, что зависимости ВКФ от времени для поляризованной и деполаризованной компонент линейно-поляризованного света будут различными. Подтверждая эти теоретические ре-

зультаты, мы показываем, что в случае сильной анизотропии поляризованная и деполаризованная компоненты практически совпадают.

Следует отметить, что попытка применения метода МК для расчета интенсивности обратного рассеяния, включая когерентную составляющую, была реализована в [52]. Однако величина пика КОР для рэлеевского рассеяния оказалась значительно меньше усиления, предсказываемого точным решением [63, 65]. В работе [61] также моделировалось обратное рассеяние электромагнитного поля и была рассчитана скорость деполаризации линейно поляризованного света в зависимости от числа актов рассеяния. Для рэлеевского рассеяния полуквантовая зависимость совпадает с предсказанной в рамках диффузионного приближения [68], однако с ростом анизотропии сечения однократного рассеяния результат численного моделирования заметно отличается от теоретического.

Путем сопоставления теоретического описания переноса корреляций в рамках уравнения Бете–Солпитера и метода МК в [70] развит метод стохастического моделирования когерентных эффектов с учетом поляризации электромагнитного поля. В рамках данной модели для рэлеевского рассеяния полученные численные значения хорошо согласуются с теоретическими, что позволяет считать надежными данные, полученные для общего случая анизотропного сечения рассеяния.

В системах, в которых были открыты и находят практическое применение явления КОР и ВКФ [5], выполняется условие слабого рассеяния: $\lambda/l \ll 1$, где λ – длина волны падающего света. При этом условия когерентные составляющие рассеянного излучения меньше некогерентной составляющей на величину порядка $(\lambda/l)^2$ или выше. Однако сигналы в случаях КОР при рассеянии прямо назад и ВКФ при нулевом временном сдвиге в точности равны сигналам от некогерентной составляющей. С ростом угловых или временных параметров вклад этих эффектов убывает, но все еще остается значительно больше вклада остальных когерентных составляющих рассеянного излучения, малость которых определяется отношением λ/l . Таким образом, существует область параметров, где эти когерентные корреляционные эффекты значительно больше остальных когерентных эффектов. Существенно также, что при их моделировании можно использовать методы, разработанные при моделировании некогерентной составляющей. В общем случае за рамками приближения слабого рассеяния, а также при учете ограниченности световых пучков рассматриваемые в данной работе методы моделирования когерентных и дифракционных эффектов становятся неадекватными, и требуется непосредственное моделирование поля, что намного сложнее [71].

Цель настоящей статьи – обзор современного состояния работ по моделированию когерентного обратного рассеяния и корреляционных функций в рамках уравнения Бете–Солпитера для случайно-неоднородных систем, для которых справедливо приближение слабого рассеяния. Впервые изложена полевая теория низкокогерентного обратного рассеяния. Численные расчеты на основе развитого ранее полуаналитического МК-моделирования [59, 70, 72] хорошо согласуются с имеющимися данными. Обнаружен эффект локализации интерференционной компоненты по глубине проникновения, что позволяет использовать низкокогерентное обратное рас-

сеяние для разрешенной по длине оптического пути диагностики [45–47] сильнонеоднородных сред.

Рассмотрен наиболее распространенный в теоретических исследованиях случай рассеяния оптического излучения в среде, занимающей полупространство с плоской границей раздела. В разд.2 приведены общие выражения для ВКФ и интерференционной составляющей обратного рассеяния. В разд.3 изложен метод суммирования лестничных диаграмм в сравнении с методом МК и приведены результаты моделирования ВКФ и КОР для скалярного поля. В разд.4 приведены результаты моделирования для линейно-поляризованного света. В разд.5 обсуждаются теория и результаты моделирования интерференционной составляющей обратного рассеяния низкокогерентного рассеяния. В Заключении даны общие выводы и комментарии.

2. Перенос корреляций поля

Поле $E(\mathbf{r}, t)$ в случайной среде, испытывающее рассеяние на флуктуациях диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon(\mathbf{r})$, описывается волновым уравнением

$$E(\mathbf{r}, t) = E_0(\mathbf{r}, t) + \int d\mathbf{r}' dt' \hat{T}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \Delta\varepsilon(\mathbf{r}') E(\mathbf{r}', t'), \quad (2.1)$$

где $E_0(\mathbf{r}, t)$ – падающее поле, представляющее собой плоскую монохроматическую волну либо короткий импульс с несущей частотой ω_0 ; $\hat{T}(\mathbf{r}, t) = (4\pi)^{-1} (\hat{I}k_0^2 + \nabla \times \nabla) r^{-1} \times \delta(t - r/c)$ – пространственно-временная функция Грина волнового уравнения Максвелла в однородой среде со слабой дисперсией; $k_0 = \omega_0/c$; c – скорость света. Итерируя уравнение (2.1), рассеянное поле $\delta E(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}, t) - E_0(\mathbf{r}, t)$ можно представить в виде ряда

$$\delta E(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int \prod_{i=1}^n \Delta\varepsilon(\mathbf{r}_i) d\mathbf{r}_i \hat{T}_s(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \dots \hat{T}_s(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times E_0\left(\mathbf{r}_1, t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n| + R_n}{c}\right), \quad (2.2)$$

где $\hat{T}_s(\mathbf{r}) = (\hat{I}k_0^2 + \nabla \times \nabla) \exp(ik_0 r)/r$ – полевая функция Грина в статическом случае;

$$R_n = \sum_{1 \leq j < n} |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j+1}|$$

– оптический путь между n актами рассеяний (от точки \mathbf{r}_1 до точки \mathbf{r}_n). Произведение поля (2.2) на комплексно-сопряженное поле дает интенсивность рассеянного излучения. При статистическом усреднении по конфигурациям рассеивателей отдельные члены произведений рядов содержат многочастичные средние величины флуктуаций диэлектрической проницаемости. В результате хаотизации по разности фаз, возникающей при многократном рассеянии, практически выживает только некогерентная (в диаграммных терминах – лестничная) составляющая, описывающая последовательности актов рассеяния полей δE и δE^* на одной и той же последовательности флуктуаций,

$$\langle \Delta\varepsilon(\mathbf{r}_1) \dots \Delta\varepsilon(\mathbf{r}_n) \Delta\varepsilon^*(\mathbf{r}'_1) \dots \Delta\varepsilon^*(\mathbf{r}'_m) \rangle_L =$$

$$= \delta_{nm} \prod_{i=1}^n \langle \Delta \varepsilon(\mathbf{r}_i) \Delta \varepsilon^*(\mathbf{r}'_i) \rangle. \quad (2.3)$$

При углах рассеяния, близких к обратному, такой же порядок имеет интерференционная (циклическая) составляющая [16, 18], образованная вкладами последовательностей рассеяний в обратном направлении (за вычетом вклада однократного рассеяния)

$$\begin{aligned} & \langle \Delta \varepsilon(\mathbf{r}_1) \dots \Delta \varepsilon(\mathbf{r}_n) \Delta \varepsilon^*(\mathbf{r}'_1) \dots \Delta \varepsilon^*(\mathbf{r}'_m) \rangle_C \\ &= \delta_{nm} \prod_{i=1}^n \langle \Delta \varepsilon(\mathbf{r}_i) \Delta \varepsilon^*(\mathbf{r}'_{n-i+1}) \rangle. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Физически это среднее описывает процесс, в котором поля $\delta \mathbf{E}$ и $\delta \mathbf{E}^*$ рассеиваются на одной и той же последовательности рассеивателей, обходя их в противоположных направлениях. Остальные (когерентные) вклады многочастичных средних флуктуаций диэлектрической проницаемости малы по сравнению некогерентной составляющей в случае, когда выполняется условие слабого рассеяния $\lambda/l \ll 1$, справедливое для рассматриваемых диэлектрических систем.

Наблюдаемые величины – это среднее значение напряженности поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и высшие моменты, или корреляторы, его флуктуаций $\delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rangle$, причем второй момент, или функция когерентности, $\langle \delta \mathbf{E}^*(\mathbf{r}_1, t_1) \delta \mathbf{E}(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle$ при совпадающих аргументах определяет среднее значение интенсивности рассеянного излучения $\langle I(\mathbf{r}, t) \rangle = \langle |\delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle$. Четвертый момент определяет пространственно-временную корреляционную функцию интенсивности; в гауссовом приближении, дающем главный вклад, коррелятор четвертого порядка по полю представляется в виде произведения парных корреляторов:

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r}_1, t_1) I(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle &= \langle \delta \mathbf{E}^*(\mathbf{r}_1, t_1) \delta \mathbf{E}(\mathbf{r}_1, t_1) \delta \mathbf{E}^*(\mathbf{r}_2, t_2) \delta \mathbf{E}(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle \\ &= \langle I(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle + |\langle \delta \mathbf{E}^*(\mathbf{r}_1, t_1) \delta \mathbf{E}(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle|^2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Таким образом, в гауссовом приближении наблюдаемая корреляционная функция интенсивности определяется как произведение парных корреляторов напряженности поля. В случае падающего монохроматического поля содержательная зависимость от времени возникает, если флуктуации диэлектрической проницаемости описывают динамику рассеивателей и, таким образом, зависят от времени. В ситуации, когда на поверхность среды падает плоская монохроматическая волна с волновым вектором \mathbf{k}_i , а рассеянная волна наблюдается на большом расстоянии r с волновым вектором \mathbf{k}_b , каждая пара полей дает множитель $r^{-2} S$, где S – освещенная площадь, с которой регистрируется рассеянное излучение. Определим временную корреляционную функцию поля, наблюдаемую на большом расстоянии r от рассеивающей среды, в виде

$$\begin{aligned} \langle \delta E_\phi(\mathbf{r}, t) \delta E_\phi(\mathbf{r}, 0) \rangle &= (S/r^2) T_{\phi\beta_1} T_{\phi\beta_2} \\ &\times C_{\beta_1\beta_2\alpha_1\alpha_2}(t|\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) E_{\alpha_1}^{(0)} E_{\alpha_2}^{(0)}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где ϕ и α – поляризации рассеянного и падающего света соответственно с волновыми векторами \mathbf{k}_f и \mathbf{k}_i ;

$$\hat{T} = \hat{I} - \frac{\mathbf{k}_b \otimes \mathbf{k}_b}{k^2} \quad (2.7)$$

– оператор, обеспечивающий поперечность рассеянной волны; $\mathbf{E}^{(0)}$ – амплитуда падающего поля.

Перенос излучения в случае монохроматической волны в неоднородной дисперсной среде со случайными флуктуациями диэлектрической проницаемости описывается интегральным уравнением Бете – Солпитера:

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1 | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i) &= k_0^4 \tilde{G}(\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_i, t) \delta(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1) \hat{I} + k_0^4 \\ &\times \int d\mathbf{R}_3 \tilde{G}(\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_{23}) \hat{\Lambda}(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3) \hat{\Gamma}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_1 | \mathbf{k}_{23}, \mathbf{k}_i). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Здесь $\Gamma_{\beta_1\beta_2\alpha_1\alpha_2}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1 | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i)$ – пропагатор, или функция Грина, уравнения Бете – Солпитера, представляющий собой тензор четвертого ранга. Он описывает перенос двух комплексно-сопряженных полей, которые приходят в точку \mathbf{R}_1 с волновым вектором \mathbf{k}_i и поляризацией, описываемой декартовыми индексами α_1 и α_2 , и выходят из точки \mathbf{R}_2 с волновым вектором \mathbf{k}_b и поляризацией β_1 и β_2 ; $k_s = k_i = k = nk_0$; $n = n_1 + in_2$ – показатель преломления случайной среды; n_1 и n_2 – вещественная и мнимая части n соответственно; средняя длина свободного пробега фотона $l = (2n_2k_0)^{-1}$ определяется мнимой частью n_2 . Величина $\mathbf{k}_{ij} = k(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|^{-1}$ задает волновой вектор между i -м и j -м актами рассеяния. Тензор четвертого ранга

$$A_{\alpha\beta\mu\nu}(\mathbf{R}) = \left(\hat{I} - \frac{\mathbf{R} \otimes \mathbf{R}}{R^2} \right)_{\alpha\mu} \left(\hat{I} - \frac{\mathbf{R} \otimes \mathbf{R}}{R^2} \right)_{\beta\nu} \frac{\exp(-R/l)}{R^2} \quad (2.9)$$

представляет собой прямое произведение комплексно-сопряженной пары функций Грина волнового уравнения Максвелла в дальней зоне и описывает преобразование пары полей с поляризациями μ и ν в пару с поляризациями α и β в результате одного акта рассеяния. Уравнение Бете – Солпитера образуется при умножении ряда (2.2) на комплексно-сопряженный ряд и последующем суммировании и усреднении по конфигурациям случайных неоднородностей.

Мы рассмотрим также случай, когда флуктуации диэлектрической проницаемости описывают динамику рассеивателей, $\delta \varepsilon(\mathbf{r}) \rightarrow \delta \varepsilon(\mathbf{r}, t)$. Флуктуации диэлектрической проницаемости становятся при этом пространственно-зависимыми. Уравнение Бете – Солпитера, описывающее перенос временных корреляций, образуется в результате перемножения и последующего усреднения комплексно-сопряженной пары полей, сдвинутых по времени на величину t . Временные множители вида $\exp(-i\omega_0 t)$ при этом могут быть опущены, поскольку они взаимно компенсируются при составлении форм (2.5). Уравнение Бете – Солпитера легко обобщается для описания переноса временных корреляций интенсивности в среде с заданной динамикой рассеивателей, т.е. в среде с броуновской диффузией неоднородностей, ламинарными и турбулентными течениями и др. [12, 13] (см. также [73]) путем включения зависимости пары комплексно-сопряженных полей от временного сдвига t в пропагатор $\Gamma(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1 | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i) \rightarrow \Gamma(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i)$.

В приближении слабого рассеяния ($\lambda \ll l$), которое обычно выполняется в рассматриваемых диэлектрических системах, $\tilde{G}(\mathbf{q}, t)$ представляет собой фурье-образ

корреляционной функции пространственно-временных флуктуаций диэлектрической проницаемости

$$\tilde{G}(\mathbf{q}, t) = \frac{1}{(4\pi)^2} \int d\mathbf{r} \langle \delta\varepsilon(0, 0) \delta\varepsilon(\mathbf{r}, t) \rangle \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}). \quad (2.10)$$

Ключевую роль в задачах многократного рассеяния играет оптическая теорема [74], которая связывает сечение однократного рассеяния и длину рассеяния l_s ; для электромагнитного поля оптическая теорема в приближении слабого рассеяния, или в борновском приближении, имеет вид

$$l_s^{-1} = \Gamma_R^{-1} k_0^4 \int d\Omega_s \tilde{G}_0(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i), \quad (2.11)$$

где $\tilde{G}_0(\mathbf{q}) = \tilde{G}(\mathbf{q}, t)$ – фурье-образ статического коррелятора флуктуаций диэлектрической проницаемости, $\Gamma_R = 2(1 + \cos^2 \theta)^{-1}$ – рэлеевский множитель;

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{\int d\Omega_s \tilde{G}_0(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cos^2 \theta_s}{\int d\Omega_s \tilde{G}_0(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i)}$$

– квадрат косинуса угла рассеяния между волновыми векторами \mathbf{k}_i и \mathbf{k}_s , усредненный по сечению однократного рассеяния.

Средняя длина свободного пробега фотона l и длина рассеяния l_s связаны соотношением

$$l^{-1} = l_s^{-1} + l_a^{-1}, \quad (2.12)$$

где l_a – характерная длина поглощения, обусловленная неупругим рассеянием. Для рассматриваемых сред $l_a \gg l$, и отношение l/l_s близко к единице.

Определим нормированную корреляционную функцию флуктуаций диэлектрической проницаемости как

$$p(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_b, t) = \frac{\tilde{G}(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_b, t)}{\int \tilde{G}(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_b, 0) d\Omega_s}. \quad (2.13)$$

При $t = 0$ она совпадает с фазовой функцией $p_0(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_b) = p(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_b, 0)$, описывающей сечение однократного рассеяния.

Итерируя уравнение Бете – Солпитера, с использованием оптической теоремы получаем ряд

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i) &= \Gamma_R l_s^{-1} p(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_b, t) \delta(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1) \\ &+ \Gamma_R^2 l_s^{-2} p(\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_{21}, t) A(\mathbf{R}_{21}) p(\mathbf{k}_{21} - \mathbf{k}_i, t) \\ &+ \Gamma_R^3 l_s^{-3} \int d\mathbf{R}_3 p(\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_{23}, t) A(\mathbf{R}_{23}) p(\mathbf{k}_{23} - \mathbf{k}_{31}, t) \\ &\times A(\mathbf{R}_{31}) p(\mathbf{k}_{31} - \mathbf{k}_i, t) + \dots, \end{aligned} \quad (2.14)$$

обычно иллюстрируемый в виде ряда лестничных диаграмм [62].

Представим временную корреляционную функцию поля в виде

$$\hat{C}^{(E)}(t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i) = \hat{C}^{(L)}(t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i) + \hat{C}^{(V)}(t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i), \quad (2.15)$$

где $\hat{C}^{(L)}(t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i)$ описывает вклад лестничных диаграмм, т.е. некогерентную составляющую рассеянного излучения, а $\hat{C}^{(V)}(t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i)$ – интерференционную составляющую, называемую интенсивностью когерентного обратного рассеяния.

Интенсивность рассеяния в единицах мощности получим из (2.15), положив $t = 0$ и умножив выражение на геометрический фактор Sr^{-2} ; затем это выражение следует домножить на амплитуду напряженности поля в квадрате.

Пусть среда занимает полупространство $z > 0$, где z – декартова координата, нормальная границе среды. В этом случае лестничная и интерференционная составляющие функции когерентности имеют следующий вид [16, 68]:

$$C_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}^{(L)}(t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i) = \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \Gamma_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i) \times \exp(-\mu_b z_2 - \mu_i z_1), \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} C_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}^{(V)}(t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i) &= \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \left[\Gamma_{\beta_1 \alpha_2 \alpha_1 \beta_2} \left(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, t \left| \frac{\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_i}{2}, \frac{\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_b}{2} \right. \right) \right. \\ &- k_0^4 \tilde{G}(\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_i, t) \delta(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1) \delta_{\alpha_1 \beta_1} \delta_{\alpha_2 \beta_2} \left. \right] \exp[-(z_2 + z_1) \\ &\times (\mu_b + \mu_i)/2 + i(\mathbf{k}_b + \mathbf{k}_i)_\perp (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)_\perp], \end{aligned} \quad (2.17)$$

где индекс \perp обозначает составляющую, поперечную нормали к границе среды; $\mu_i = (l \cos \theta_i)^{-1}$; $\mu_b = (l \cos \theta_s)^{-1}$; θ_i – угол падения; θ_s – угол рассеяния. Легко видеть, что при рассеянии назад ($\mathbf{k}_b = -\mathbf{k}_i$) поляризованная составляющая интерференционного вклада $\hat{C}^{(V)}(t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i)$ в точности совпадает с поляризованной составляющей основного, некогерентного вклада $\hat{C}^{(L)}(t | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i)$ до вычитания вклада из нее однократного рассеяния; деполаризованные компоненты не совпадают.

При отсутствии временного сдвига наблюдаемых полей ($t = 0$) лестничная составляющая (2.16) определяет основную, некогерентную составляющую интенсивности рассеянного излучения

$$I_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}(\mathbf{k}_b, \mathbf{k}_b) = C_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}^{(L)}(0 | \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i). \quad (2.18)$$

В общем случае некогерентная составляющая задает полевую ВКФ. Интерференционная составляющая (2.18) при $t = 0$ описывает когерентную составляющую обратного рассеяния

$$I_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}^{(CBS)}(\theta_s) = C_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}^{(V)}(0 | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) \quad (2.19)$$

и его угловую зависимость. Во избежание громоздкости мы ограничимся далее случаем нормального падения и рассеяния, близкого к обратному.

3. Моделирование ряда по кратностям рассеяния. Скалярное поле

Сопоставим процедуру аналитического суммирования ряда лестничных диаграмм и метод МК. Рассмотрим вначале скалярное поле. При переходе к случаю скалярного поля тензор $\hat{A}(\mathbf{R})$ заменяется скалярной функцией

$A_0(\mathbf{R}) = R^{-2} \exp(-R/l)$, а рэлеевский множитель Γ_R – единицей.

Сложность аналитического вычисления состоит в том, что интегралы по \mathbf{R}_i не расцепляются, т. к. фазовые функции зависят от взаимного расположения рассеивающих частиц. Численное моделирование расцепляет данную цепочку, задавая на каждом шаге случайным образом направление и величину свободного пробега пакета фотонов.

В силу условия нормировки фазовой функции

$$\int p_0(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_b) d\Omega = 1 \quad (3.1)$$

статистический вес пакета фотонов после каждого акта рассеяния не изменяется. В теоретическом описании сохранение веса пакета выполняется согласно оптической теореме. Действительно, $\int A_0(R) d\mathbf{R} = 4\pi l$ и, соответственно, параметр разложения итерационного ряда (2.14)

$$l_s^{-1} \int d\Omega_n \int d\mathbf{R}_{i+1} A_0(\mathbf{R}_{i+1} - \mathbf{R}_i) p_0(\mathbf{k}_{i+1} - \mathbf{k}_i) = l/l_s. \quad (3.2)$$

Укажем, что именно вид пропагатора $A_0(\mathbf{R})$ и приводит к заданию выборки длин свободного пробега с помощью распределения Пуассона [69]. В отсутствие поглощения величина l/l_s в точности равна единице, что свидетельствует о сохранении веса пакета фотонов. В аналитических расчётах именно условие $l/l_s = 1$ делает метод последовательных приближений непригодным для решения уравнения Бете – Солпитера.

В качестве фазовой функции мы использовали функцию Хеньи – Гринштейна (см. [75]). В рамках развитой полуаналитической методики МК [70] основная, некогерентная составляющая интенсивности рассеяния представляется в виде ряда по кратностям рассеяния:

$$I(\mu_b, \mu_i) = \sum_{n < n_{sc}} I_n(\mu_b, \mu_i), \quad (3.3)$$

где

$$I_n(\mu_b, \mu_i) = \frac{1}{N_{ph}} \sum_{i=1}^{N_{ph}} W_n^{(i)} \exp(-\mu_b z_n^{(i)}) \quad (3.4)$$

– вклад траекторий, содержащих n актов рассеяния, как среднее по выборке N_{ph} падающих фотонов; $W_n^{(i)}$ и $z_n^{(i)}$ – статистический вес и расстояние до границы среды соответственно i -го фотона, испытавшего n актов рассеяния.

Статистический вес $W_n^{(i)}$ определяется вкладом цепочки интегралов: $\int d\mathbf{r}_j A(\mathbf{r}_{j+1} - \mathbf{r}_j) p(\mathbf{q}_j)$. Путем замены переменной интегрирования $r_j = -l \ln \xi_j$, интерпретируемой обычно как пуассоновское распределение случайных длин пробега фотона, пространственный интеграл по бесконечному интервалу превращается в интеграл по интервалу $[0; 1]$:

$$\int_0^\infty r_j^2 d\mathbf{r}_j A(r_j) = \int_0^1 d\xi_j.$$

Получаемый интеграл вычисляется как статистическое среднее по выборке величин ξ_i , задаваемых с помощью датчика случайных чисел. В собственной системе коор-

динат фазовая функция зависит только от угла рассеяния: $p(\mathbf{q}_j) = p(\cos \theta_j)$; тогда с помощью замены

$$\int_{-1}^{v_j} p(\cos \theta_j) d(\cos \theta_j) \rightarrow v_j$$

интегралы по полярным углам вычисляются как выборочное среднее по случайным величинам v_j , равномерно распределенным на интервале $[0, 1]$.

В этой методике точность моделирования легко контролируется путем сравнения полученных результатов с аналитическими, которые можно получить для низших кратностей. Так, практически точно воспроизводятся теоретически известные в случае изотропного рассеяния вклады одно- и двукратного рассеяния $I_{single} = 1/2$ и $I_{double} = \ln \sqrt{2} = 0.346$; для интенсивности суммарного излучения мы имеем $I \approx 4.2$ при $n_{sc} = 10^4$, что хорошо согласуется с результатом Милна: $I_{Milne} = 4.227$ [64]. Здесь и далее, ограничиваясь случаем нормального падения и рассеяния почти назад, мы для краткости опускаем аргументы μ_b и μ_i . Для сильно анизотропного рассеяния ($\cos \theta = 0.9$) имеем $I \approx 4.5 \pm 0.3$ при $n_{sc} = 10^5$, что соответствует теоретическому значению $I = 4.88$, полученному в пределе $\cos \theta \rightarrow 1$ [64].

Анализ сопоставления теоретического подхода, основанного на уравнении Бете – Солпитера, и метода МК позволяет обобщить последний для моделирования когерентных эффектов многократного рассеяния. Обычно при изучении временных корреляций рассматривается только основной, некогерентный вклад. ВКФ поля определяется как

$$g_1(t) = \frac{C^{(L)}(t | -\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_i)}{C^{(L)}(0 | -\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_i)}.$$

В пренебрежении негауссовыми, дальнедействующими составляющими (см. [76]), ВКФ интенсивности представляется как квадрат ВКФ поля: $g_2(t) = 1 + g_1^2(t)$.

Вычисление ВКФ отличается от вычисления интенсивности тем, что направление пакета фотонов при рассеянии определяется не фазовой функцией, а ее обобщением $p(\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_{j-1}, t)$, зависящим от временного сдвига t . В большей части известных приложений [23, 24] изучается диффузионный механизм временной эволюции динамических неоднородностей, когда временную корреляционную функцию флуктуаций интенсивности можно представить в виде произведения статического коррелятора и экспоненциальной функции:

$$p(\mathbf{q}, t) \approx p_0(\mathbf{q}) \exp(-D_s q^2 t),$$

где D_s – коэффициент самодиффузии. Таким образом, ВКФ, вычисленная методом МК, имеет следующий вид:

$$g_1(t) = \frac{1}{N_{ph}} \sum_n \sum_i W_n^{(i)} \exp \left[-2 \sum_{j=1}^n \frac{t}{\tau} \times (1 - \cos \theta_j) - z_n^{(i)} / l \right], \quad (3.6)$$

где $\tau = (D_s k^2)^{-1}$ – характерное время броуновской диффузии рассеивателя на расстояние λ ; θ_j – угол рассеяния в j -м акте рассеяния.

Для изотропного рассеяния известно точное решение Милна, что позволяет проконтролировать результаты моделирования. При точном решении отношение полной интенсивности рассеянного назад излучения к интенсивности однократного рассеяния $I/I_{\text{single}} = 8.455$ (см. [64]). Описанная методика моделирования воспроизводит это значение с погрешностью не менее четырех знаков при объеме выборки порядка 10^5 . Для уменьшения времени моделирования вклад фотонов, для которых расстояние от точки входа до точки выхода в несколько десятков раз превышает среднюю длину свободного пробега l , рассчитывался теоретически, в рамках диффузионного приближения, а вклад фотонов, выходящих на расстоянии меньше указанного, находился путем описанной схемы моделирования.

На рис.1 представлены результаты моделирования полевой ВКФ для анизотропного ($\overline{\cos\theta} = 0$) и сильно-анизотропного ($\overline{\cos\theta} = 0.9$) рассеяний. Видно, что начальный наклон в зависимости от $\sqrt{t/\tau}$ можно считать в достаточной степени универсальным, не зависящим от параметра анизотропии $\overline{\cos\theta}$. Это согласуется с предсказаниями теории [64, 65] и с известными численными результатами [55, 61, 62]. Отметим, что для $\overline{\cos\theta} = 0.9$ полученная кривая практически воспроизводит экспериментальную кривую (см. рис.2 в [24]).

Существенная особенность результатов моделирования состоит в том, что они практически не изменяются, если в (3.6) сделать замену $\sum_j^n \cos\theta_j \rightarrow n\overline{\cos\theta}$. Для малых времен ($t \ll \tau$) основной вклад в рассеянное излучение и полевые корреляции дают более длинные траектории, содержащие большое число актов рассеяния n , поэтому такая замена представляет собой замену среднего от экспоненциальной функции, описывающей фазовый сдвиг за счет сдвига по времени, на экспоненту от среднего. Таким образом, указанный экспоненциальный фазовый множитель является экспоненциальной функцией порядка рассеяния. Подобная зависимость позволяет значительно сократить время моделирования, поскольку она

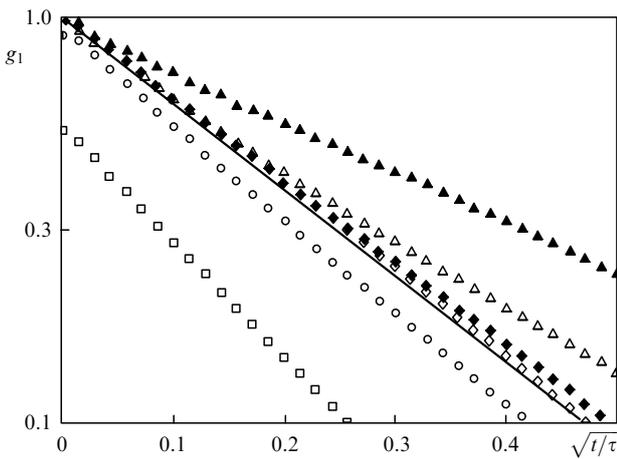


Рис.1. Зависимости полевой ВКФ g_1 от $\sqrt{t/\tau}$. Скалярное поле: \triangle – изотропное рассеяние ($\overline{\cos\theta} = 0$), \diamond – анизотропное рассеяние ($\overline{\cos\theta} = 0.9$); электромагнитное поле, поляризованная компонента: \blacktriangle – рэлеевское рассеяние ($\overline{\cos\theta} = 0$), \blacklozenge – анизотропное рассеяние ($\overline{\cos\theta} = 0.9$); деполаризованная компонента, нормированная на интенсивность некогерентной составляющей поляризованной компоненты: \square – рэлеевское рассеяние ($\overline{\cos\theta} = 0$), \circ – анизотропное рассеяние ($\overline{\cos\theta} = 0.9$); сплошная линия – аппроксимация $\exp(-2\sqrt{6t/\tau})$. Мощность стохастической выборки $N_{\text{in}} = 10^5$, максимальное число учитываемых актов рассеяния $n = 50000$.

дает возможность просто вычислить вклад в интенсивность n -го порядка и затем умножить его на фазовый множитель:

$$g_1(t) = \sum_{n=1}^{n_{\text{sc}}} I_n \exp[-2n \frac{t}{\tau} (1 - \overline{\cos\theta})]. \tag{3.7}$$

Для больших времен, $t/\tau \sim 1$, среднее от экспоненты не равно экспоненте среднего, однако мультипликативная зависимость от порядка рассеяния сохраняется.

Полученная зависимость ВКФ хорошо описывается формулой вида

$$g_1(t) \propto \exp(-\gamma\sqrt{6t/\tau}), \tag{3.8}$$

предложенной в [24].

Скорость убывания ВКФ, в безразмерных единицах t/τ слабо зависящая от специфики среды, весьма сильно зависит от геометрии эксперимента. При переходе от плоских волн к точечным источнику либо приемнику скорость убывания корреляций уменьшается; это связано с тем, что в случае плоских волн относительный вклад более длинных оптических путей возрастает, приводя к более быстрому убыванию ВКФ.

При моделировании интерференционной составляющей обратного рассеяния (2.17) заметим, что все ее отличие от выражения для интенсивности некогерентной составляющей состоит в наличии множителя

$$S_n^{(i)} = \exp[(\mathbf{k}_b + \mathbf{k}_i)_\perp (\mathbf{R}_n^{(i)} - \mathbf{R}_1^{(i)})_\perp].$$

С учетом трансляционной инвариантности относительно координат \mathbf{R}_\perp этот множитель можно заменить на $\cos[\mathbf{q}_\perp \times (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)_\perp] \approx \cos[k(x_n - x_1)\theta_s]$, где ось x определяет направление углового сканирования. При вычислении интенсивности КОР вес каждого i -го фотона, пришедшего на границу среды с вектором \mathbf{k}_b на расстоянии $|(\mathbf{R}_S^{(i)} - \mathbf{R}_D^{(i)})_\perp|$ от точки входа $\mathbf{R}_S^{(i)}$ ($\mathbf{R}_D^{(i)}$ – точка детектирования), следует умножить на множитель $\cos[\mathbf{q}_\perp (\mathbf{R}_S^{(i)} - \mathbf{R}_D^{(i)})_\perp]$ и просуммировать по всем фотонам. В результате для пика КОР имеем

$$I^{(\text{CBS})}(\theta_s) = \frac{1}{N_{\text{ph}}} \sum_n \sum_i W_n^{(i)} \cos[\mathbf{q}_\perp (\mathbf{R}_S^{(i)} - \mathbf{R}_D^{(i)})_\perp] - I_{\text{single}}.$$

Высота, или усиление, пика обратного рассеяния

$$h^{(\text{CBS})} = \frac{2I - I_{\text{single}}}{I},$$

где I – интенсивность некогерентной составляющей. Для изотропного рассеяния расчёт дает $h^{(\text{CBS})} = 1.87$, что хорошо согласуется со значением $h_{\text{theor}}^{(\text{CBS})} = 1.88$ (см. [64]), полученным на основе обобщенного решения Милна. При $\overline{\cos\theta} = 0.9$ значение $h^{(\text{CBS})} = 1.99$, что также находится в хорошем согласии с ожидаемым теоретическим значением $h^{(\text{CBS})} = 2$ при $\overline{\cos\theta} \rightarrow 1$.

На рис.2 представлена составляющая КОР, нормированная на некогерентную составляющую обратного рассеяния, как функция универсального углового коэффициента $kl^*\theta_s$. Полученные угловые зависимости оказываются универсальными в достаточно широкой угловой области, выраженной в единицах $kl^*\theta_s$.

В диффузионном приближении угловая зависимость КОР имеет вид [68]

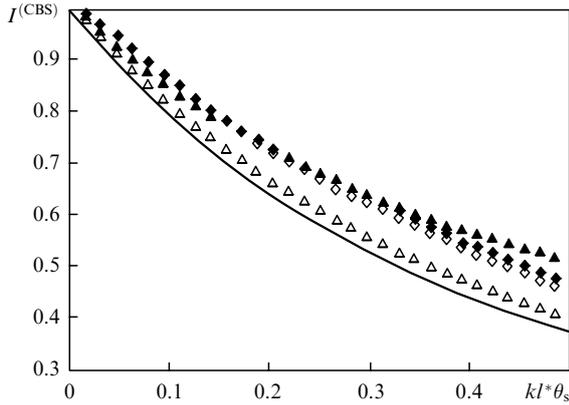


Рис.2. Зависимости нормированной компоненты КОР от универсальной угловой переменной $kl^*\theta_s$. Скалярное поле: \triangle – изотропное рассеяние ($\cos\theta = 0$), \diamond – анизотропное рассеяние ($\cos\theta = 0.9$); электромагнитное поле, поляризованная компонента: \blacktriangle – рэлеевское рассеяние ($\cos\theta = 0$), \blacklozenge – анизотропное рассеяние ($\cos\theta = 0.9$); сплошная кривая – диффузионное приближение (см.(3.9)).

$$I^{(CBS)} \sim \frac{1}{(1 + kl^*\theta_s)^2} \left[1 + \frac{1 - \exp(-2zkl^*\theta_s)}{kl^*\theta_s} \right]. \quad (3.9)$$

Как видно из приведенных кривых, отклонения от предсказаний диффузионной теории увеличиваются с ростом угла рассеяния, однако справедливость формулы (3.9) ограничена областью малых углов.

В задачах о многократном рассеянии основной вклад в рассеянное излучение вносит некогерентная составляющая. Когерентные составляющие по сравнению с некогерентной имеют лишний порядок малости вида λ/l . В случае, когда характерные параметры рассматриваемых эффектов, $kl^*\theta$ для КОР и t/τ для ВКФ, все еще превышают параметр малости λ/l , эти эффекты можно рассматривать отдельно, в пренебрежении остальными когерентными, или дифракционными, составляющими, используя при этом методы моделирования, основанные на обобщении моделирования некогерентной составляющей.

4. Когерентные эффекты в электромагнитном поле

В результате многократного рассеяния поляризованный свет полностью деполаризуется, что позволяет ограничиться описанием в рамках скалярного поля. Однако при обратном рассеянии вклады низших кратностей приводят к тому, что рассеянный свет остается частично поляризованным. Эксперимент [14, 24, 78] указывает на значительную роль поляризации в обратном рассеянии.

Путем обобщения решения Милна на случай электромагнитного поля в работах [63, 65, 67, 79–81] решена задача о многократном рассеянии точечными рэлеевскими частицами. В [67, 79] векторное уравнение переноса решено для рассеяния строго назад с учетом интерференционной составляющей, а в [63, 80] рассчитаны угловые зависимости пика КОР с учетом поляризации. В работе [81] получено решение для ВКФ, а в [65] это решение обобщено применительно к рассеивателям конечных размеров.

Для случая электромагнитной волны требуется дополнительно проследить, как изменяется направление поля, характеризуемое вектором поляризации, вдоль случай-

ной траектории пакета фотонов. Согласно (2.9) для этого следует вычислить результат действия цепочки операторов [68]

$$\prod_{j=1}^n [\hat{I} - (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_{j-1}) \otimes (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_{j-1}) |\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_{j-1}|^{-2}] \quad (4.1)$$

на падающее поле. Кроме веса, задается начальная поляризация, определяемая в общем случае тремя декартовыми составляющими. Пусть для линейно поляризованного падающего излучения начальный вектор поляризации каждого пакета фотона определяется набором из трех чисел, $\mathbf{P}_{in} = (1; 0; 0)$, т. е. падающее поле поляризовано в направлении оси x .

При рассеянии поляризация поля меняется, поэтому, кроме обычной процедуры стохастического определения направления фотона после акта столкновения с учетом фазовой функции, в каждом акте рассеяния требуется по предыдущему вектору поляризации \mathbf{P}_j вычислить новый вектор \mathbf{P}_{j+1} . Положим, что некоторый пакет фотонов в процессе распространения от \mathbf{R}_S к \mathbf{R}_D испытывает n актов рассеяния; тогда в точку наблюдения \mathbf{R}_D пакет придет с вектором поляризации

$$\mathbf{P}_{out} = \prod_j \left[\hat{I} - \frac{(\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j) \otimes (\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j)}{|\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j|^2} \right] \mathbf{P}_{in}. \quad (4.2)$$

Пусть W_i – статистический вес «скалярного» i -го фотона, пришедшего в точку \mathbf{R}_D^i . Тогда в результате суммирования по всем регистрируемым фотонам N_{ph} для поляризованной и деполаризованной компонент интенсивности рассеянного излучения (для краткости индекс out опускаем) получим

$$I_{pol} = I_{XX} = \sum_{i=1}^{N_{ph}} W_i P_{ix}^2 \Gamma_R^{n_i}, \quad (4.3)$$

$$I_{depol} = I_{YX} = \sum_{i=1}^{N_{ph}} W_i P_{iy}^2 \Gamma_R^{n_i}.$$

Эти формулы описывают некогерентный вклад лестничных диаграмм $I_{\beta\alpha} = C_{\beta\beta\alpha\alpha}^{(L)}(0|\mathbf{k}_b, \mathbf{k}_i)$.

В случае электромагнитного поля вектор поляризации продолжает сильно флуктуировать даже при очень больших объемах статистической выборки, $\sim 10^6$ и более. В работе [68] в рамках диффузионного приближения была проанализирована скорость деполаризации в зависимости от числа актов рассеяния n . Для рэлеевского рассеяния степень остаточной поляризации после n актов рассеяния имеет следующий вид [68]:

$$P(n) = \frac{I_{pol}(n) - I_{depol}(n)}{I_{pol}(n) + I_{depol}(n)} = \frac{3(0.7)^{n-1}}{2 + (0.7)^{n-1}}.$$

Число актов рассеяния пропорционально пройденному пути: $n \propto s/l_s$.

На рис.3 представлены результаты расчета степени деполаризации P в зависимости от числа актов рассеяния n . Так как $n \propto s/l_s$, а длина пройденного пути прямо пропорциональна времени пролета, то представленные зависимости иллюстрируют также закон расплывания светового УКИ в сильнонеоднородной среде. Видно, что деполаризация действительно экспоненциально убывает с

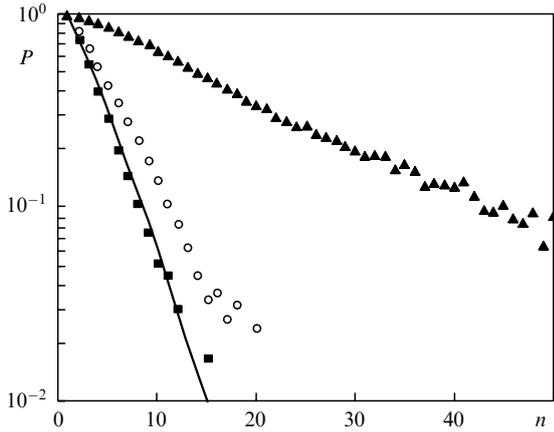


Рис.3. Зависимости степени деполаризации P падающего света от числа актов рассеяния n в случае рэлеевского рассеяния ($\cos \theta = 0$) (■), а также анизотропного рассеяния ($\cos \theta = 0.5$) (○) и ($\cos \theta = 0.9$) (▲).

увеличением оптического пути, однако скорость убывания отличается от предсказанной диффузионным приближением. С увеличением анизотропии характерная длина деполаризации возрастает, поскольку при больших значениях $\cos \theta$ фотон должен претерпеть в $(1 - \cos \theta)^{-1}$ раз больше столкновений, чем в изотропном случае, чтобы заметно изменить направление, а следовательно, и поляризацию. При числе актов рассеяния $n \sim 20$ для рэлеевского рассеяния и $n \sim 100$ в анизотропной среде разброс величин P становится существенным. Это связано с тем, что произведения нечетного числа составляющих вектора поляризации вдоль поперечных по отношению к нормали к поверхности составляющих теоретически равны нулю, однако стохастический результат сильно флуктуирует.

В данном случае, поскольку при $n > n_0$ поляризованная и деполаризованная компоненты становятся практически равными, для уменьшения времени вычисления имеет смысл положить их равными половине вклада интенсивности скалярного поля:

$$I_{\text{pol}}(n) = I_{\text{depol}}(n) = \frac{1}{2} I_{\text{scal}}(n).$$

Формально это означает, что мы делаем замену в (4.3): $P_{\alpha}^2 \Gamma_{\text{R}}^{n_i} \rightarrow \frac{1}{2}$ при $n > n_0$. Для траекторий с числом актов рассеяния меньше некоторого числа $n_0 \sim 10$ для рэлеевского рассеяния и $n_0 \sim 100$ для анизотропной среды расчет проводился по схеме, описанной выше.

Проверка результатов данного подхода в сравнении с известными точными теоретическими результатами для случая точечных рассеивателей показала следующее. В случае рэлеевского рассеяния при нормальном падении и рассеянии под углом 180° точное решение [65, 81], полученное в рамках обобщения решения Милна для электромагнитного поля, дает отношение поляризованной и деполаризованной компонент некогерентной составляющей $I_{\text{pol}}/I_{\text{depol}} \approx 1.92$, тогда как в результате численного расчёта мы получили $I_{\text{pol}}/I_{\text{depol}} \approx 1.94$. Известное отношение поляризованной и деполаризованной компонент рассеянного излучения позволяет найти остаточную поляризацию некогерентной составляющей обратного рассеяния. Обобщенное решение Милна дает [63, 65, 81] $(I_{\text{pol}} - I_{\text{depol}})/(I_{\text{pol}} + I_{\text{depol}}) \approx 0.31$, а результат моделирования –

0.326. Близкое значение (0.33) получено численно в работе [61].

Определим высоту пика поляризованной компоненты КОР как

$$h_{\text{pol}}^{(\text{CBS})} = \frac{2I_{\text{pol}} - I_{\text{single}}}{I_{\text{pol}}}.$$

Теоретическое значение [63, 65, 81] $h_{\text{pol}}^{(\text{CBS})} \approx 1.75$. Данные моделирования [52] дают $h_{\text{pol}}^{(\text{CBS})} \approx 1.4$, что весьма далеко от теоретического значения. В работе [56] $h_{\text{pol}}^{(\text{CBS})} \approx 1.69$, тогда как с помощью данного подхода мы получили $h_{\text{pol}}^{(\text{CBS})} \approx 1.746$, что гораздо лучше согласуется с теоретическим результатом.

Для численного моделирования ВКФ электромагнитного поля использовались следующие формулы:

$$g_{\text{pol}}^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^{N_{\text{ph}}} W_i P_{i,x}^2 \Gamma_{\text{R}}^{n_i} \exp \left[-2 \frac{t}{\tau} n_i \left(1 - \frac{1}{n_i} \sum_j^{n_i} \cos \theta_j \right) \right], \tag{4.4}$$

$$g_{\text{depol}}^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^{N_{\text{ph}}} W_i P_{i,y}^2 \Gamma_{\text{R}}^{n_i} \exp \left[-2 \frac{t}{\tau} n_i \left(1 - \frac{1}{n_i} \sum_j^{n_i} \cos \theta_j \right) \right],$$

где $P_{i\alpha}$ – вектор поляризации i -го фотона с поляризацией α , возникающий в результате действия последовательности n_i тензорных операторов вида (4.1); θ_j – угол рассеяния в j -м акте рассеяния.

Результаты моделирования поляризованной и деполаризованной компонент ВКФ для рэлеевского рассеяния и для сильноанизотропной, вытянутой вперед индикатрисы представлены на рис.1. В случае рэлеевского рассеяния теория [63, 65] предсказывает, что коэффициент наклона для поляризованной компоненты $\gamma_{\text{pol}} \approx 1.44$, для деполаризованной – $\gamma_{\text{depol}} \approx 2.75$. Анализ в рамках диффузионного приближения [78] дает значения $\gamma_{\text{pol}} \approx 1.6$ и $\gamma_{\text{depol}} \approx 2.7$, близкие к экспериментальным данным: $\gamma_{\text{pol}} \approx 1.6 \pm 0.1$ и $\gamma_{\text{depol}} \approx 2.8 \pm 0.2$. Полученные нами результаты ($\gamma_{\text{pol}} \approx 1.5 \pm 0.1$ и $\gamma_{\text{depol}} \approx 2.6 \pm 0.2$) хорошо согласуются с этими данными. Отметим, что зависимость суммы поляризованной и деполаризованной компонент, т.е. ВКФ неполяризованного света, от $\sqrt{t/\tau}$ близка к кривой, полученной при моделировании ВКФ.

Мы рассчитали также угловую зависимость поляризованной компоненты КОР. Результаты для рэлеевского и сильноанизотропного рассеяний представлены на рис. 2. Видно, что данные зависимости значительно отличаются от кривой, полученной в диффузионном приближении для скалярного поля. В случае слабой анизотропии пик КОР убывает заметно медленнее, чем следует из формулы (3.9), тогда как в условиях сильной анизотропии ($\cos \theta = 0.9$) КОР для скалярного и электромагнитного полей практически совпадают.

В случае скалярного поля полученные зависимости являются универсальными в единицах $kl^* \theta_s$, как это и должно быть в рамках диффузионных представлений. Однако для электромагнитного поля такая универсальность нарушается. При этом кривые, описывающие КОР в зависимости от $kl^* \theta_s$, существенно различаются для сред с различными параметрами анизотропии. Таким образом, в случае скалярного поля угловые зависимости КОР близки друг к другу, а для электромагнитного поля они расходятся с ростом анизотропии.

5. Моделирование интерференционной составляющей обратного рассеяния низкокогерентного излучения

В случае монохроматической волны с бесконечной длиной когерентности интерференционная составляющая при рассеянии назад в точности равна некогерентной составляющей, за вычетом вклада однократного рассеяния [10, 11, 68]. Для низкокогерентного излучения вклад интерференционной составляющей оказывается значительно меньше некогерентного вклада (равен всего нескольким процентам), однако именно он обеспечивает разрешение по глубине проникновения в мутную среду.

Поле короткого светового импульса, еще не испытывавшего рассеяния на случайных неоднородностях, представим в виде спектрального разложения по плоским волнам:

$$E_0(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega f(\omega - \omega_0) \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (5.1)$$

Здесь ω – частота; \mathbf{k} – волновой вектор, удовлетворяющий дисперсионному соотношению $k^2 c_0^2 - n^2(\omega)\omega^2 = 0$; $n(\omega)$ – показатель преломления среды без учета случайных неоднородностей, или частиц-рассеивателей; c_0 – скорость света в вакууме. Будем предполагать, что спектральное распределение $f(\omega)$ имеет вид гауссиана с полушириной Ω и центром на частоте ω_0 :

$$f(\omega - \omega_0) = \frac{1}{\Omega} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Omega^2}\right]. \quad (5.2)$$

Показатель преломления среды слабо меняется в полосе частот $\omega_0 \pm \Omega$; полагая $k \approx n(\omega_0)\omega/c_0$, где $n(\omega_0)$ – показатель преломления на частоте ω_0 , и выполняя в (5.1) интегрирование по частотам, получим выражение для поля в виде пространственно-временного импульса:

$$E_0(\mathbf{r}, t) = \exp(-i\omega_0 t + i\mathbf{k}\mathbf{r}) \exp\left[-\frac{\Omega^2(t - r/c)^2}{2}\right], \quad (5.3)$$

где $c = c_0/n(\omega_0)$ – скорость света в среде. В результате многократного рассеяния поле деполаризуется, что позволяет в подобных задачах ограничиться рассмотрением скалярного поля, заменяя волновое уравнение Максвелла уравнением Гельмгольца.

Отметим, что условие равенства некогерентной и интерференционной составляющих при рассеянии назад выполняется только для бесконечно протяженной в поперечном направлении монохроматической волны, т. е. волны с бесконечно большой длиной пространственной когерентности. В противном случае, если расстояние между точками входа и выхода плоской волны превышает длину когерентности, вклад циклической цепочки рассеяний подавляется случайной разностью фаз между двумя различными областями пространственной когерентности.

В результате интерференционная составляющая $I^{(C)}(\mathbf{r}, t)$ для излучения с конечными длинами временной и пространственной когерентности имеет следующий вид:

$$I^{(C)}(\mathbf{r}, t) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \int d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_n \exp[-(z_1 + z_n)/l]$$

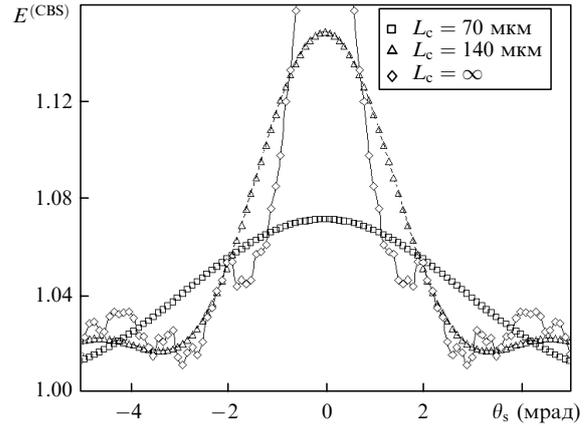


Рис.4. Пик когерентного обратного рассеяния $E^{(CBS)}$ в зависимости от угла рассеяния θ_s в случае непрерывного падающего излучения, $\Omega = 0$, для различных длин пространственной когерентности L_c . Оптические параметры среды: $l = 54$ мкм, $\overline{\cos\theta} = 0.74$; длина волны $\lambda = 0.5$ мкм.

$$\times \prod_{j=1}^{n-1} A(\mathbf{r}_{j+1} - \mathbf{r}_j) p(\mathbf{q}_j) \exp[i(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s)_\perp (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_n)_\perp - (ct - z_1 - z_n - R_n)^2 L_T^{-2}] f[(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_n)_\perp]. \quad (5.4)$$

На рис.4 представлены угловые зависимости усиления низкокогерентного обратного рассеяния $E^{(CBS)} = 1 + I^{(C)}/I^{(L)}$, рассчитанные для различных длин пространственной когерентности L_c в случае непрерывного излучения ($L_T \rightarrow \infty$). Выбранные параметры среды соответствовали параметрам суспензии латекса [49, 50]: длине свободного пробега $l = 54$ мкм, транспортной длине $l^* = l/(1 - \overline{\cos\theta}) = 207$ мкм ($\overline{\cos\theta}$ – косинус угла рассеяния, усредненный по сечению рассеяния) и длине волны $\lambda = 0.5$ мкм. При этих параметрах для монохроматической неограниченной волны коэффициент усиления $E^{(CBS)} \approx 2$. Однако полуширина пика КОР W составляет всего 0.1 мрад и практически ненаблюдаема даже при очень хорошем угловом разрешении (~ 0.1 мрад). Для низкокогерентного излучения ширина пика существенно возрастает: при $L_c = 140$ мкм мы получили $W = 1.7$ мрад и при $L_c = 70$ мкм $W \approx 3$ мрад. С ростом длины пространственной когерентности ширина пика убывает: при $L_c = l^*$ и $2l^*$ имеем $W = 0.7$ и 0.5 мрад соответственно. Когда же длина пространственной когерентности L_c в десять раз превышает транспортную длину, восстанавливается обычная форма угловой зависимости КОР – треугольный пик с полушириной $W = 0.12$ мрад, совпадающей с получаемой из диффузионного приближения: $W \sim (4kl^*)^{-1}$.

Таким образом, при выбранных значениях параметров, типичных для биологических систем, для которых пик КОР монохроматического неограниченного излучения практически ненаблюдаем, использование низкокогерентного излучения с длиной пространственной когерентности, заметно меньшей транспортной длины, позволяет увеличить ширину пика КОР на один-два порядка. Большой угловой диапазон усиления обратного рассеяния, характерный для низкокогерентного излучения, делает эффект КОР доступным для приложений, в первую очередь – в биомедицинской диагностике [49, 50].

Отметим, что при низкой когерентности усиление значительно меньше, чем в случае неограниченного из-

лучения, и составляет $\sim 7\%$ от некогерентной составляющей при $L_c = \frac{1}{3}l^* = 70$ мкм и $\sim 15\%$ при $L_c = 140$ мкм. Экспериментальные данные, полученные для модельной системы суспензии полистирола, дают усиление обратного рассеяния $\sim 5\%$ при $L_c = 140$ мкм, что следует считать хорошим согласием, учитывая конечное угловое разрешение в эксперименте.

Мы рассчитали зависимости когерентной и некогерентной составляющих рассеянного УКИ от времени задержки сигнала, оказавшиеся для указанных составляющих принципиально различными. На рис.5 представлены рассчитанные зависимости усиления обратного рассеяния $E^{(CBS)}$ УКИ от времени задержки t при $L_c \approx 140$ мкм и $L_T \approx 30$ мкм, что соответствует длительности импульса ~ 100 фс (параметры среды те же, что и на рис.4). Расчеты проводились с учетом вкладов различного числа кратностей рассеяния (вплоть до $n = 1000$). Видно, что при данных значениях длины рассеяния l и транспортной длины l^* низкокогерентное обратное рассеяние образовано вкладами первых 8–10 порядков рассеяния. Отметим также, что для описания интерференционной компоненты учета двух- и трехкратного рассеяния [82] явно недостаточно.

В согласии с выражениями, приведенными для некогерентной и когерентной составляющих рассеянного излучения, время задержки импульса прямо пропорционально оптическому пути. В свою очередь, пройденный путь пропорционален числу актов рассеяний $n \approx ct/l$. Наличие выраженных максимумов на временных зависимостях рис.5 указывает на то, что, в отличие от КОР непрерывного излучения, обусловленного диффузионным вкладом высших кратностей, основной вклад в низкокогерентное обратное рассеяние дают кратности рассеяний низких порядков. Именно это обуславливает и возрастание ширины конуса обратного рассеяния. Локализация области образования интерференционной компоненты обратного рассеяния низкокогерентного излучения позволяет детектировать вклады в рассеянное излучение, разрешенные по глубине проникновения в непрозрачную среду, и, в частности, решить задачу о послышной диагностике поверхностных слоев биотканей [45–47, 83].

На рис.6 представлены угловые зависимости интерференционного усиления низкокогерентного излучения

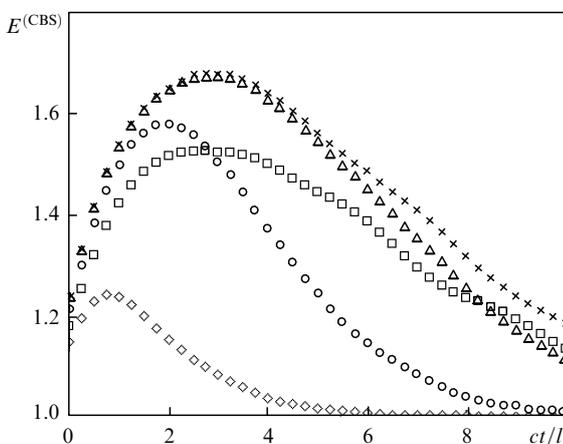


Рис.5. Зависимости усиления низкокогерентного обратного рассеяния $E^{(CBS)}$ от времени задержки ультракороткого импульса в безразмерных единицах для $n = 2$ (\diamond), 5 (\circ), 10 (\triangle) и 1000 (\times) – скалярное поле и $n = 1000$ (\square) электромагнитное поле; $L_T = 30$ мкм, $L_c = 140$ мкм, оптические параметры те же, что и на рис.4.

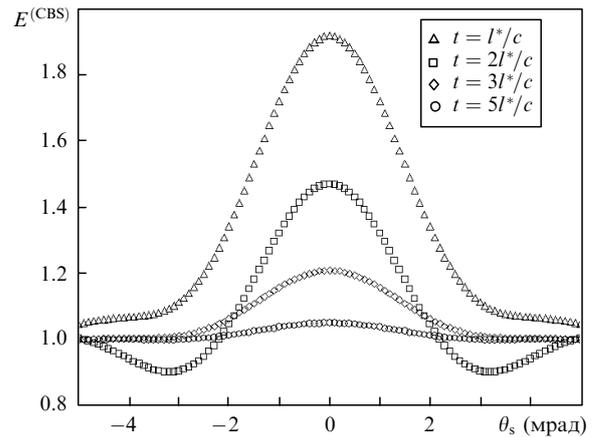


Рис.6. Угловые зависимости низкокогерентной составляющей обратного рассеяния ультракороткого-импульса при различных временах задержки.

для различных времен задержки рассеянного УКИ. Видно, что интерференционная компонента достигает наибольшего значения, когда время задержки соответствует оптическому пути, равному транспортной длине: $t = l^*/c$. При выбранном параметре анизотропии $\cos\theta$ это примерно соответствует траектории фотона с четырьмя актами рассеяния. Усиление $E^{(CBS)}$ при этом близко к двум, т.е. оно практически такое же, как и в случае непрерывного когерентного излучения. При $t > 5l^*/c$ интерференционное усиление обратного рассеяния практически не наблюдается. Подобные угловые зависимости рассеянного УКИ длительностью ~ 100 фс были получены в [48] при исследовании КОР от биологических тканей. Несколько большие времена задержки (~ 4 пс) объясняются, по-видимому, большими значениями транспортной длины, определяемой эмпирически путем подгонки к теоретической формуле, описывающей КОР в диффузионном приближении [68]. Следует также отметить, что задача о расчете низкокогерентного обратного рассеяния явно выходит за пределы применимости диффузионного приближения.

6. Заключение

В теории когерентных и корреляционных эффектов многократного рассеяния удается преобразовать к виду лестничных диаграмм как циклические диаграммы, описывающие интерференционную компоненту обратного рассеяния [18, 68] так и диаграммы, описывающие корреляции поля [13]. Это позволяет рассматривать указанные эффекты в рамках соответствующего уравнения Бете–Солпитера. Формальное отличие от исходных лестничных диаграмм, описывающих перенос основной, некогерентной составляющей рассеянного излучения, состоит во введении дополнительных множителей в вершины лестничных диаграмм. Данные множители определяют фазовый сдвиг полей, входящих в определение пропагатора уравнения Бете–Солпитера. В настоящей работе на основе прямого сопоставления представления этого уравнения в виде ряда лестничных диаграмм и моделирования случайных траекторий мы показали, что в стохастическом моделировании учет фазовых соотношений также сводится к добавлению соответствующих множителей к каждому акту рассеяния, претерпеваемому фотоном при движении вдоль случайной траектории.

Используемый метод МК позволяет на каждом шаге моделирования непосредственно сравнивать численные результаты с теоретическими предсказаниями. Развитая полуаналитическая методика позволяет также комбинировать численное моделирование с использованием аналитического подхода на больших расстояниях, где теоретические результаты безусловно верны. Возможность такого сравнения позволяет значительно сократить время моделирования (более чем в 100 раз) путем использования аналитических результатов вместо численных на больших расстояниях между точками входа и выхода излучения.

Проведённый анализ показал, что только при расчёте интенсивности в непоглощающей полубесконечной среде рассеяние носит действительно многократный характер. Во всех остальных случаях после каждого акта рассеяния в численном методе используются весовые множители вида $\exp(-D_s q^2 t) = \exp[-2(t/\tau)(l/l^*)]$ при моделировании временных функций с диффузионным характером распада флуктуаций или вида $kl \sin \theta_s$ для когерентного обратного рассеяния, быстро приводящие к затуханию волнового пакета.

Как теория, так и результаты численного моделирования становятся неправомерными, поскольку вклад нелинейных диаграмм оказывается того же порядка, что и вклад линейных диаграмм. Как следует из нашего рассмотрения, основное допущение стохастического метода при моделировании переноса излучения в сильнонеоднородной среде – о распределении величины свободного пробега фотона по закону Пуассона – равносильно лестничному приближению. Однако даже при малых значениях параметров вида $D_s q^2 t = 2(t/\tau)(l/l^*)$ или $kl \sin \theta_s$ в случае сильной анизотропии фазовой функции ($1 - \cos \theta_s \ll 1$) скорость убывания когерентных эффектов оказывается значительно большей, т. к. определяется параметрами t/τ и $kl \sin \theta_s$.

Обычно многократное рассеяние, включая когерентные эффекты, описывается в терминах скалярного поля. Как следует из нашей работы, для обратного рассеяния учет электромагнитной природы света приводит к существенно другому количественному описанию по сравнению со скалярным полем, поскольку здесь значительная доля рассеянного излучения состоит из вкладов низших кратностей. Так, скорость убывания временной корреляционной функции поляризованной компоненты значительно меньше, а деполаризованной – значительно больше скорости убывания в случае неполяризованного света; при этом последняя практически совпадает со скоростью убывания в скалярном случае. Поляризованная компонента обратнорассеянного света почти в два раза превышает деполаризованную.

Развитая методика моделирования позволяет судить о числе актов рассеяния света, прошедшего через слой сильнонеоднородной непрозрачной среды, по величине остаточной поляризации. По сравнению с измерениями ослабления неполяризованного света это дает дополнительную информацию, с использованием которой можно определить транспортную длину. Сравнительный анализ дает возможность значительно упростить моделирование переноса излучения и когерентных эффектов в случайно-неоднородных сильнорассеивающих средах, таких как жидкие кристаллы, биоткани и пр., а также значительно расширить область применения данных методов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-16577), Британского совета по биотехническому и биологическому научным исследованиям (BBSRC, код проекта BBS/B/04242) и Королевского научного общества (The Royal Society, grant No. 15298).

1. Stark H., Lubensky T.C. *Phys. Rev. E*, **55**, 514 (1997).
2. Special issue: Photon Correlation and Scattering. *Appl. Opt.*, **40**, 3965 (2001).
3. Harden J.L., Viasnoff V. *Curr. Opin. Colloid. Interface Sci.*, **6**, 438 (2001).
4. Gun'ko V.M., Klyueva A.V., Levchuk Y.N., Lebeda R. *Adv. Colloid. Interface*, **105**, 201 (2003).
5. Van Tiggelen B.A., Skipetrov S.E. *Wave Scattering in Complex Media: From Theory to Applications* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2003).
6. Приезжев А.В., Тучин В.В., Шубочкин Л.П. *Лазерная диагностика в биологии и медицине* (М.: Наука, 1989).
7. Yodh A., Chance B. *Phys. Today*, **10**, 34 (1995).
8. Tuchin V.V. *Handbook of Optical Biomedical Diagnostics* (Washington: SPIE Press, 2002).
9. Tsang L., Ishimaru A. *J. Opt. Soc. Am. A*, **2**, 1331 (1985).
10. Van Albada M.P., Lagendijk A. *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 2692 (1985).
11. Wolf P.E., Maret G. *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 2696 (1985).
12. Feng S., Kane C., Lee P.A., Stone A.D. *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 834 (1988).
13. Stephen M.J. *Phys. Rev. B*, **34**, 7564 (1986).
14. Fishkin J.B., Gratton E. *J. Opt. Soc. Am. A*, **10**, 127 (1993).
15. Любимов В.В. *Оптика и спектроскопия*, **80**, 687 (1996).
16. Барабаненков Ю.Н. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **16**, 88 (1973).
17. Барабаненков Ю.Н., Озрин В.Д. *ЖЭТФ*, **94**, 56 (1988).
18. Голубенцев А.А. *ЖЭТФ*, **86**, 47 (1984).
19. Камминс Г., Пайк Э. *Спектроскопия оптического смешения и корреляция фотонов* (М.: Мир, 1978).
20. Лебедев А.Д., Левчук Ю.Н., Ломакин А.В., Носкин В.А. *Лазерная корреляционная спектроскопия в биологии* (Киев: Наукова думка, 1987).
21. Протопопов В.В., Устинов Н.Д. *Лазерное гетеродинамирование* (М.: Наука, 1985).
22. Pecora R. *Dynamic Light Scattering: Application of Photon Correlation Spectroscopy* (New York: Plenum, 1985).
23. Maret G., Wolf E. *Zeitschrift fur Phys. B – Condensed Matter*, **65**, 409 (1987).
24. Pine D.J., Weitz D.A., Chaikin P.M., Herbolzheimer E. *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 1134 (1988).
25. Weitz D.A., Pine D.J., in *Dynamic Light Scattering. The Method and Some Applications*. Ed. by W. Brown (New York: Oxford University Press, 1993, Ch. 16, p. 652).
26. Boas D.A., Cambell L.E., Yodh A.G. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 1855 (1995).
27. Heckmeier M., Skipetrov S.E., Maret G., Maynard R. *J. Opt. Soc. Am. A*, **14**, 185 (1997).
28. Boas D.A., Meglinsky I.V., Zemanly L., Cambell L.E., Chance B., Yodh A.G., in *SIC Selected Papers: Coherence Domain Methods in Biomedical Optics*. Ed. by V.V. Tuchin (Washington: SPIE Press, 1996, Vol. 2732, p. 34).
29. Скипетров С.Е., Меглинский И.В. *ЖЭТФ*, **113**, 1213 (1998).
30. Скипетров С.Е., Чесноков С.С. *Оптика атмосферы и океана*, **10**, 1493 (1997).
31. Кравченко О.В., Кузьмин В.Л., Любимов В.В., Меглинский И.В. *Оптика и спектроскопия*, **100**, 950 (2006).
32. Rudolph W., Kempe M. *J. Mod. Opt.*, **14**, 1617 (1997).
33. Meglinsky I.V., Boas D.A., Yodh A.G., Chance B. *OSA Proc.*, **2**, 195 (1996).
34. Boas D.A., Yodh A.G. *J. Opt. Soc. Am. A*, **14**, 192 (1997).
35. Меглинский И.В., Королевич А.Н., Тучин В.В. *Биомедицинская радиоэлектроника*, **10**, 37 (2000).
36. Cheung C., Culver J.P., Takahashi K., Greenberg J.H., Yodh A.G. *Phys. Med. Biol.*, **46**, 2053 (2001).
37. Culver J.P., Durduran T., Furuya D., Cheung C., Greenberg J.H., Yodh A.G. *J. Cereb. Blood Flow Metab.*, **23**, 911 (2003).
38. Durduran T., Yu G., Burnett M.G., Detre J.A., Greenberg J.H., Wang J., Zhou C., Yodh A.G. *Opt. Lett.*, **29**, 1766 (2004).

39. Li J., Dietsche G., Iftime D., Skipetrov S.E., Maret G., Elbert T., Rockstroh B., Gisler T. *J. Biomed. Opt.*, **10**, 044002 (2005).
40. Korolevich A.N., Meglinski I.V. *Bioelectrochemistry*, **52**, 223 (2000).
41. Fercher A.F., Drexler W., Hitzinger C.K., Lasser T. *Rep. Prog. Phys.*, **66**, 239 (2003).
42. Kemke M., Genack A.Z., Rudolph W., Dorn P. *J. Opt. Soc. Am. A*, **14**, 216 (1997).
43. Tuchin V.V. *Handbook of Coherent Domain Optical Methods* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2004, Vol.2).
44. Schmitt J.M. *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.*, **5**, 1205 (1999).
45. Bizheva K.K., Siegel A.M., Boas D.A. *Phys. Rev. E*, **58**, 7664 (1998).
46. Karamata B., Leutenegger M., Laubscher M., Bourquin S., Lasser T., Lambelet P. *J. Opt. Soc. Am. A*, **22**, 1380 (2005).
47. Wax A., Yang C., Dasari R.R., Feld M.S. *Appl. Opt.*, **40**, 4222 (2001).
48. Yoo K.M., Tang G.C., Alfano R.R. *Appl. Opt.*, **29**, 3237 (1990).
49. Kim Y.L., Liu Y., Turzhitsky V.M., Roy H.K., Wali R.K., Backman V. *Opt. Lett.*, **29**, 1906 (2004).
50. Kim Y.L., Liu Y., Turzhitsky V.M., Wali R.K., Roy H.K., Backman V. *Opt. Lett.*, **30**, 741 (2005).
51. Ospeck M., Fraden S. *Phys. Rev. E*, **49**, 4578 (1994).
52. Iwai T., Furukawa H., Asakura T. *Opt. Rev.*, **2**, 413 (1995).
53. Ishii K., Iwai T., Asakura T. *Opt. Rev.*, **4**, 643 (1997).
54. Eddowes M.H., Mills T.N., Delpy D.T. *Appl. Opt.*, **34**, 2261 (1995).
55. Скипетров С.Е., Чесноков С.С. *Квантовая электроника*, **25**, 753 (1998).
56. Lenke R., Maret G. *Eur. Phys. J. B*, **17**, 171 (2000).
57. Lenke R., Tweer R., Maret G. *J. Opt. A – Pure Appl. Opt.*, **4**, 293 (2002).
58. Зимняков Д.А., Синичкин Ю.П., Киселёва И.В., Агафонов Д.Н. *Оптика и спектроскопия*, **92**, 831 (2002).
59. Кузьмин В.Л., Меглинский И.В. *Письма в ЖЭТФ*, **79**, 139 (2004).
60. Кузьмин В.Л., Меглинский И.В. *Оптика и спектроскопия*, **97**, 108 (2004).
61. Rojas-Ochoa L.F., Lacoste D., Lenke R., Schurtenberger P., Schefold F. *J. Opt. Soc. Am. A*, **21**, 1799 (2004).
62. Meglinski I.V., Kuzmin V.L., Churmakov D.Y., Greenhalgh D.A. *Proc. Roy. Soc. A*, **461**, 43 (2005).
63. Amic E., Luck J.M., Nieuwenhuizen T.M. *J. Phys. I*, **7**, 445 (1997).
64. Van Rossum M.C.W., Nieuwenhuizen Th.N. *Rev. Mod. Phys.*, **71**, 313 (1999).
65. Кузьмин В.Л., Аксенова Е.В. *ЖЭТФ*, **123**, 923 (2003).
66. Gorodnichev E.E., Dudarev S.L., Rogozkin D.B. *Phys. Rev. A*, **144**, 48 (1990).
67. Mishchenko M.I. *J. Quantum Spectrosc. Radiat. Transfer*, **56**, 673 (1996).
68. Akkermans E., Wolf P.E., Maynard R. *J. Phys. (Fr.)*, **49**, 77 (1988).
69. Соболев И.М. *Метод Монте-Карло* (М.: Наука, 1985).
70. Кузьмин В.Л., Меглинский И.В., Чурмаков Д.Ю. *Оптика и спектроскопия*, **98**, 673 (2005).
71. Кандидов В.П. *УФН*, **166**, 1309 (1996).
72. Кузьмин В.Л., Меглинский И.В., Чурмаков Д.Ю. *ЖЭТФ*, **128**, 30 (2005).
73. Кузьмин В.Л., Романов В.П. *УФН*, **166**, 247 (1996).
74. Carney P.S., Wolf E., Agarwal G.S. *J. Opt. Soc. Am. A*, **14**, 3366 (1997).
75. Исинамару А. *Распространение и рассеяние света в случайно-неоднородных средах* (М.: Мир, 1981).
76. Городничев Е.Е., Дударев С.Л., Рогозкин Д.Б. *ЖЭТФ*, **96**, 847 (1989).
77. MacKintosh F.C., John S. *Phys. Rev. B*, **40**, 2383 (1989).
78. MacKintosh F.C., Zhu J.X., Pine D.J., Weitz D.A. *Phys. Rev. B*, **40**, 9342, (1989).
79. Mishchenko M.I. *Phys. Rev. B*, **44**, 12597 (1991).
80. Mishchenko M.I., Luck J.M., Nieuwenhuizen T.M. *J. Opt. Soc. Am. A*, **17**, 888 (2000).
81. Кузьмин В.Л. *Оптика и спектроскопия*, **93**, 482 (2002).
82. Геликонов Г.В., Долин Л.С., Сергеева Е.А., Турчин И.В. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **46**, 628 (2003).
83. Kim Y.L., Wali R.K., Roy H.K., Goldberg M.J., Kromin A.K., Chen K., Backman V. *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.*, **9**, 243 (2003).