

# Угловая структура излучения, рассеянного дисперсным слоем с высокой концентрацией оптически мягких частиц

В.В.Бердник, В.А.Лойко

*Разработан метод описания распространения излучения в концентрированных дисперсных средах с оптически мягкими частицами. Изложены результаты анализа угловой структуры излучения, рассеянного в переднюю и заднюю полусферы, в зависимости от направления освещения слоя, его оптической толщины, концентрации и размеров оптически мягких частиц. Для описания распространения излучения использована теория переноса. Уравнение переноса излучения решается методом удвоения с помощью сплайн-аппроксимации, усредненной по азимуту индикатрисы рассеяния элементарного объема. При определении характеристик элементарного объема использованы теория Ми и интерференционное приближение, учитывающее коллективные эффекты рассеяния при высокой концентрации частиц.*

**Ключевые слова:** многократное рассеяние, концентрированные дисперсные среды.

## 1. Введение

В последние годы внимание исследователей привлекает рассеяние излучения естественными и искусственными средами с высокой концентрацией частиц [1]. Для строгого описания рассеяния в плотноупакованных средах необходимо использовать теорию многократного рассеяния волн [2–5]. Существует ряд эффектов, которые не описываются обычной теорией переноса излучения, основанной на сложении интенсивностей. Из-за сложности и громоздкости математического аппарата теории многократного рассеяния волн законченные решения удается получить в крайне ограниченном числе ситуаций. Работы, посвященные анализу распространения излучения в плотноупакованных средах, как правило, ограничены рассмотрением либо ослабления направленного пучка излучения [6, 7], либо угловой структуры однократно рассеянного излучения [8]. В большинстве случаев они основаны на уравнениях переноса волн [9] и численного моделирования методом Монте-Карло [10].

Нами предложена модель распространения излучения в слое дисперсной среды с высокой концентрацией оптически мягких частиц [11, 12]. Она может быть использована для биотканей, композитных жидкокристаллических материалов, капсулированных полимером жидкокристаллических пленок, ликвидированных стекол, пористых стекол и структур.

Данная работа продолжает исследования, начатые в [11, 12]. Здесь изложены результаты анализа угловой структуры излучения, рассеянного в переднюю и заднюю полусферы, в зависимости от направления освещения

слоя, его оптической толщины, концентрации и размеров оптически мягких частиц. При анализе учитывались оптическое взаимодействие частиц, обусловленное их пространственной корреляцией, и многократное рассеяние.

## 2. Модель переноса излучения в слое

Естественные дисперсные среды с высокой концентрацией частиц обычно имеют значительную оптическую толщину. При анализе характеристик прошедшего и отраженного излучения необходимо учитывать эффекты многократного рассеяния.

Пусть азимутально-симметричный широкий пучок излучения с интенсивностью  $I_0$  (рис.1) падает на слой рассеивающей среды, ограниченной сверху и снизу плоскостями  $z = 0$  и  $z = z_0$ , под углом  $\theta_0$  к его нормали. Рассеивающая среда представляет собой матрицу со взвешенными монодисперсными частицами с радиусом  $R_p$  и относительным показателем преломления  $n_p$ . Показатель преломления матрицы  $n_m$  равен показателю окружающей среды, так что отражения на границах слоя отсутствуют. Внутри слоя излучение рассеивается, частично поглощается и выходит из слоя через ограничивающие поверхности.

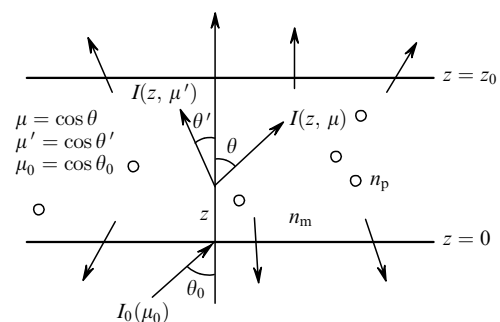


Рис.1. Схематическое строение светорассеивающего слоя.

**В.В.Бердник.** Институт космического приборостроения, Россия, 420075 Казань, ул. Липатова, 2; e-mail: vvberdник@mail.ru

**В.А.Лойко.** Институт физики им. В.И.Степанова НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Ф.Скорины, 68; e-mail: loiko@dragon.bas-net.by

Поступила в редакцию 30 июня 2006 г., после доработки – 27 августа 2006 г.

Для описания распространения излучения в слое воспользуемся уравнением переноса излучения (УПИ) [13–17], которое для усредненной по азимуту интенсивности рассеянного излучения при освещении слоя параллельным пучком излучения имеет следующий вид:

$$\mu \frac{\partial I(z, \mu)}{\partial z} + \varepsilon I(z, \mu) = \sigma \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') I(z, \mu') d\mu' + I_{1n}^+ \sigma p(\mu, \mu_0) \times \exp\left(-\frac{\varepsilon z}{\mu_0}\right) + I_{2n}^- \sigma p(-\mu, \mu_0) \exp\left[-\frac{\varepsilon(z_0 - z)}{\mu_0}\right], \quad (1)$$

где  $I(z, \mu)$  – усредненная по азимуту интенсивность рассеянного излучения, распространяющегося на глубине  $z$  под аксиальным углом  $\theta = \arccos \mu$  к направлению падающего света;  $\sigma$  и  $\varepsilon$  – показатели рассеяния и ослабления;  $\mu_0 = \cos \theta_0$ ;  $p(\mu, \mu')$  – усредненная по азимуту индикатриса рассеяния (функция перераспределения);  $p(\cos \gamma)$  – индикатриса рассеяния элементарного объема, нормированная условием  $\int_{-1}^1 p(\cos \gamma) d\cos \gamma = 1$ ;  $\cos \gamma = \mu\mu' + (1 - \mu^2)^{1/2} (1 - \mu'^2)^{1/2} \cos \varphi$ ;  $\gamma$  – угол рассеяния;  $\mu = \cos \theta$ ;  $\mu' = \cos \theta'$ ;  $\varphi$  – азимутальный угол рассеяния;  $I_{1n}^+$  и  $I_{2n}^-$  – интенсивности направленного излучения на верхней и нижней границах, распространяющегося внутрь слоя.

Мы решаем УПИ со следующими граничными условиями:

$$I(z = 0, \mu > 0) = I(z = 0, \mu < 0), \quad (2)$$

$$I(z = z_0, \mu < 0) = I(z = z_0, \mu > 0).$$

### 3. Расчет характеристик элементарного объема

Моделирование характеристик плотноупакованных сред начинается с их расчета в пределе малых концентраций. При расчете характеристик элементарного объема в этом пределе мы использовали теорию Ми для сферических частиц [18–20].

Для расчета показателя ослабления и индикатрисы рассеяния среды с высокой концентрацией частиц необходимо решить задачу о дифракции света на системе многих тел. Строгого решения этой задачи пока не найдено, поэтому в настоящее время при расчете показателя ослабления и индикатрисы рассеяния используются разные приближенные методы. Наиболее удобным для случая слабоссеивающих частиц является интерференционное приближение [7–10, 21–24], в соответствии с которым выражения для дифференциального показателя рассеяния  $\sigma_h(\gamma)$ , показателя рассеяния  $\sigma_h$  и показателя ослабления среды  $\varepsilon_h$  из одинаковых сферических частиц можно записать в следующем виде:

$$\sigma_h(\gamma) = w \sigma_{0l} p_l(\gamma) S_3(\gamma, w), \quad (3)$$

$$\sigma_h = w \sigma_{0l} u, \quad (4)$$

$$\varepsilon_h = w(\varepsilon_{0l} - \sigma_{0l} + \sigma_{0l} u), \quad (5)$$

где

$$u = \int_0^\pi p_l(\gamma) S_3(\gamma, w) \sin \gamma d\gamma; \quad (6)$$

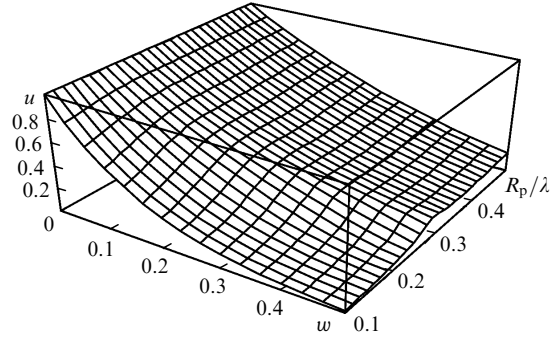


Рис.2. Зависимость  $u$  от  $w$  и  $R_p/\lambda$  для частиц с  $n_p = 1.05$ .

$w = Nv/V$  – объемная концентрация частиц;  $N$  – число частиц с объемом  $v$ , содержащихся в объеме среды  $V$ ;  $\sigma_h(\gamma)$  – дифференциальный показатель рассеяния среды с объемной концентрацией частиц  $w$ ;  $\sigma_h$  и  $\varepsilon_h$  – показатели рассеяния и ослабления среды с объемной концентрацией частиц  $w$ ;  $\sigma_{0l} = \Sigma_s/v$ ;  $\varepsilon_{0l} = \alpha_{0l} + \sigma_{0l} = \Sigma_e/v$ ;  $\alpha_{0l} = \Sigma_a/v$ ;  $\Sigma_s$  и  $\Sigma_e$  – сечения поглощения, рассеяния и ослабления отдельной частицы;  $p_l(\gamma)$  – индикатриса рассеяния отдельной частицы, нормированная условием  $\int_0^\pi p_l(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 1$ .

Параметр  $u$  характеризует степень оптического взаимодействия частиц. При независимом рассеянии он равен единице. Чем сильнее коррелированы частицы в пространстве, тем больше отличие  $u$  от единицы. На рис.2 показано, как меняется величина  $u$  в зависимости от радиуса и концентрации однородных сферических частиц при  $n_p = 1.05$ . С увеличением концентрации величина  $u$  монотонно уменьшается. Зависимость от радиуса не монотонная. На рис. 3 показана зависимость  $u$  от показателя преломления и радиуса частиц при  $w = 0.5$ . Видно, что с уменьшением показателя преломления величина максимума  $u$  растет.

Структурный фактор  $S_3(\gamma, w)$  учитывает влияние процессов интерференции света, которые имеют место в системе коррелированных рассеивателей. Для системы жестких шаров структурный фактор рассчитывается в приближении Перкуса – Йевики [7–10, 21, 22]:

$$S_3(y, w) = \left(1 - 24w \int_0^1 c_3(x, w) \frac{\sin yx}{yx} x^2 dx\right)^{-1}, \quad (7)$$

где  $x = r/2R_p$ ;  $r$  – расстояние между двумя частицами;

$$y = \frac{8\pi R_p}{\lambda} \sin \frac{\gamma}{2}; \quad (8)$$

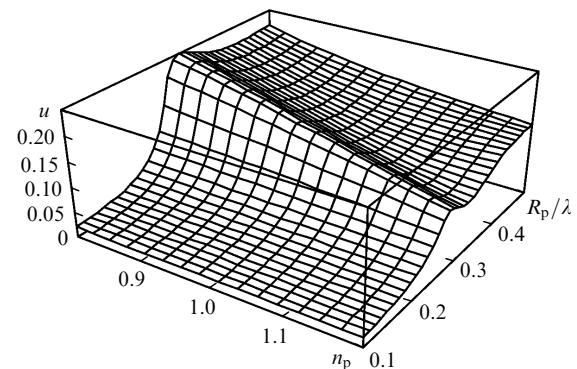


Рис.3. Зависимость  $u$  от  $n_p$  и  $R_p/\lambda$  при  $w = 0.5$ .

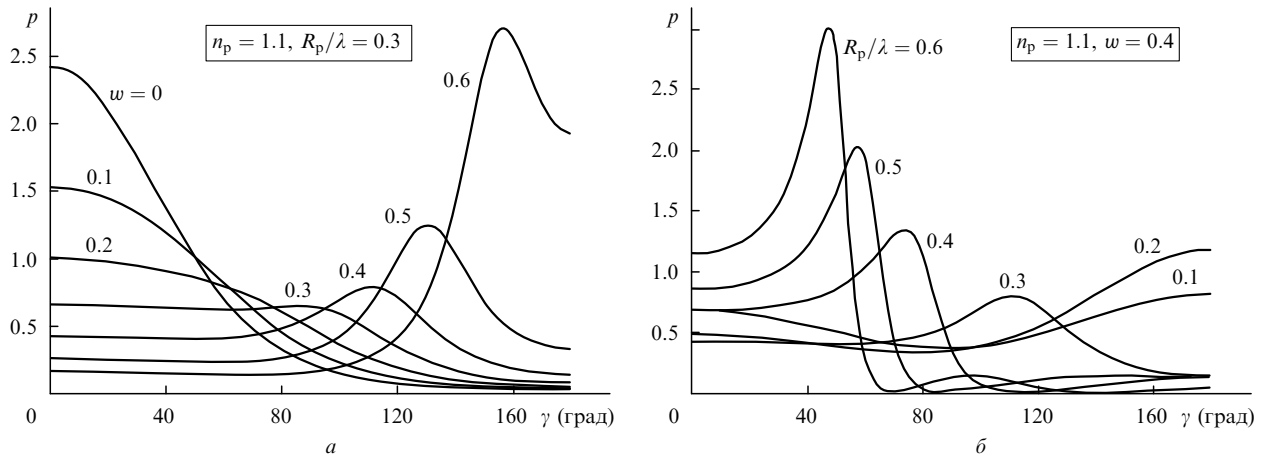


Рис.4. Зависимости индикатрисы рассеяния элементарного объема от концентрации  $w$  частиц (а) и их радиуса  $R_p$  (б).

$$c_3(x, w) = -a - bx - cx^3; \tag{9}$$

$$a = \frac{(1 + 2w)^2}{(1 - w)^4}; \tag{10}$$

$$b = -6w \frac{(1 + 0.5w)^2}{(1 - w)^4}; \tag{11}$$

$$c = 0.5w \frac{(1 + 2w)^2}{(1 - w)^4}. \tag{12}$$

Данные рис.4 иллюстрируют изменение индикатрисы рассеяния при изменении концентрации и размера частиц. Интенсивность рассеянного вперед излучения уменьшается при увеличении  $w$ , и при достаточно больших концентрациях индикатриса приобретает характерный максимум при ненулевом угле рассеяния. Его положение смещается в сторону больших углов с увеличением  $w$  и в сторону малых углов – с увеличением размера частиц. Обратим внимание, что при некоторых значениях радиуса и концентрации частиц асимметрия индикатрисы  $g = \int_{-1}^1 p(\mu)\mu d\mu$  может быть равна нулю, а также может принимать отрицательные значения (рис.5 и 6).

Из формул (4) и (5) следует, что в интерференционном приближении показатель поглощения  $\alpha_h$  пропорционален концентрации ( $\alpha_h = \epsilon_h - \sigma_h = w\alpha_{0l}$ ). Оптическая толщина слоя  $\tau_0$ , вероятность выживания фотона  $L$  и индикатриса рассеяния элементарного объема  $p(\gamma)$  определяются по формулам

$$\tau_0 = \tau_{0l}[1 - A_l(1 - u)], \tag{13}$$

$$L = \frac{A_l u}{1 - A_l(1 - u)}, \tag{14}$$

$$p(\gamma) = \frac{p_l(\gamma)S_3(\gamma)}{u}, \tag{15}$$

где  $\tau_{0l}$ ,  $A_l$  – оптическая толщина слоя и вероятность выживания фотона в приближении независимого рассеяния.

Для решения УПИ найдем функцию перераспределения

$$p(\mu, \mu') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(\mu\mu' + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \mu'^2} \cos \varphi) d\varphi. \tag{16}$$

Обычно её вычисляют, используя разложение в ряд по полиномам Лежандра [14, 16]. Однако для индикатрисы рассеяния, имеющих участки с резко выраженными максимумами, число членов разложения, которые необходимо учитывать, достигает нескольких сотен, и задача вычисления коэффициентов разложения  $p_l$  становится сложной. Если ограничиться недостаточно большим количеством членов разложения, то в найденной по этим коэффициентам функции  $p(\mu, \mu')$  появится «рябь», возникающая вследствие некорректности задачи суммирования рядов Фурье с неточно заданными коэффициентами. При этом функция перераспределения может принимать отрицательные значения.

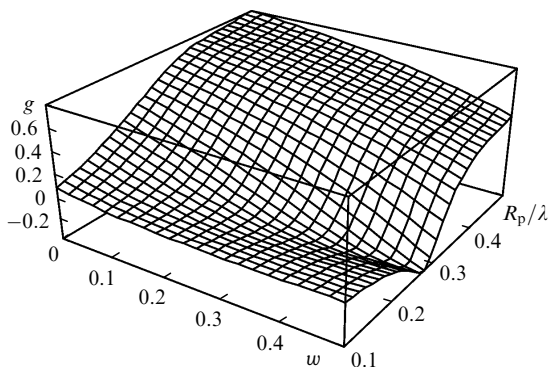


Рис.5. Зависимость параметра асимметрии  $g$  от концентрации  $w$  и радиуса  $R_p$  частиц с  $n_p = 1.1$ .

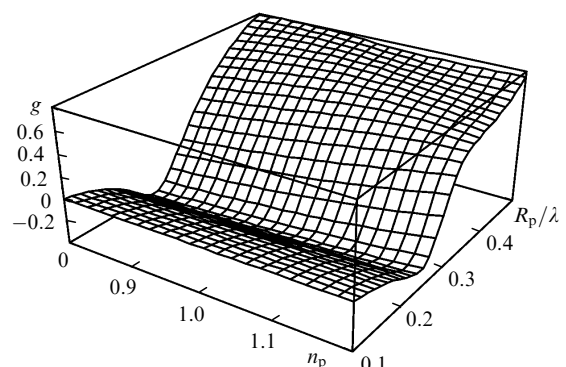


Рис.6. Зависимость параметра асимметрии  $g$  от показателя преломления  $n_p$  и радиуса  $R_p$  частиц при  $w = 0.4$ .

Чтобы избежать этих трудностей, для вычисления  $p(\mu, \mu')$  воспользуемся методом сплайн-аппроксимации [25, 26]. Использование сплайнов обеспечивает уменьшение ряби благодаря их экстремальным свойствам (см. [27], с.147).

Введем на интервале  $[-1, 1]$  сетку узлов  $q_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) и аппроксимируем индикатрису линейной комбинацией базисных сплайнов порядка  $n$  и дефекта  $\Delta = 1$  [27]:

$$p(x) = \sum_{\alpha=1}^{N+n-1} B_{\alpha}(x) S_{\alpha}, \quad (17)$$

где  $x = \cos \gamma$ ;  $B_{\alpha}(x)$  – базисные сплайны;  $S_{\alpha}$  – вектор сплайна.

Сгущая узлы в области быстрого изменения индикатрисы, можно получить хорошее приближение, не увеличивая чрезмерно количество узлов. Подставляя (17) в (16), получаем следующее выражение для функции перераспределения:

$$p(\mu, \mu') = \sum_{\alpha=1}^{N+n-1} B_{\alpha}(\mu, \mu') S_{\alpha}, \quad (18)$$

где

$$B_{\alpha}(\mu, \mu') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} B_{\alpha}(\mu\mu' + \sqrt{1-\mu^2} \times \sqrt{1-\mu'^2} \cos \varphi) d\varphi. \quad (19)$$

При вычислении  $B_{\alpha}(\mu, \mu')$  сделали замену переменных:

$$x = \mu\mu' + \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2} \cos \varphi.$$

Тогда

$$B_{\alpha}(\mu, \mu') = \frac{1}{\pi} \int_{N(\mu, \mu')}^{M(\mu, \mu')} \frac{B_{\alpha}(x)}{\{[M(\mu, \mu') - x][x - N(\mu, \mu')]\}^{1/2}} dx, \quad (20)$$

где

$$M(\mu, \mu') = \mu\mu' + \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2};$$

$$N(\mu, \mu') = \mu\mu' - \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2}.$$

Для вычисления интегралов (20) мы использовали квадратуру Гаусса [28], введя на интервале  $[M, N]$  гауссову сетку

$$x_k = \mu v + \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2} \cos \frac{k-0.5}{N_x} \pi, \quad (21)$$

$$k = 1, 2, \dots, N_x,$$

и заменили интеграл суммой:

$$B_{\alpha}(\mu, \mu') = \frac{1}{N_x} \sum_{k=1}^{N_x} B_{\alpha}(x_k(\mu, \mu')). \quad (22)$$

Точность этого метода аппроксимации была проверена на примере среды с индикатрисой Хеньи–Гринштейна, для которой функция перераспределения выра-

жается через эллиптический интеграл второго рода. Погрешность расчета функций  $B_{\alpha}(\mu, \mu')$  зависит от числа узлов  $N_x$  в сетке  $x_k$  и проявляется в ошибках аппроксимации индикатрисы рассеяния. Погрешность аппроксимации максимальна, когда  $\mu = \mu'$ , и быстро уменьшается при удалении от этой точки. С уменьшением  $\mu'$  погрешность увеличивается. При среднем косинусе угла рассеяния  $g < 0.96$  максимальная относительная погрешность не превышает 2% [25]. Наибольшая устойчивость к вариациям параметров среды достигается, если использовать сплайны первого порядка, т. е. если аппроксимировать индикатрису ломаной линией.

#### 4. Угловая структура рассеянного излучения

Однородный слой рассеивающей и поглощающей свет среды с неотражающими границами характеризуется коэффициентами яркости излучения, диффузно рассеянного назад ( $\rho(\mu, \mu')$ ) и вперед ( $\sigma(\mu, \mu')$ ), которые определяются соотношениями

$$I^-(z=0, \mu) = \int_0^1 2\rho(\mu, \mu') \mu' I_0(\mu') d\mu', \quad (23)$$

$$I^+(z=z_0, \mu) = \exp\left(-\frac{\tau_0}{\mu}\right) I_0(\mu) + \int_0^1 2\sigma(\mu, \mu') \mu' I_0(\mu') d\mu'. \quad (24)$$

Здесь  $I_0(\mu)$  – интенсивность падающего на слой излучения;  $I^+(z, \mu) = I(z, \mu > 0)$  и  $I^-(z, \mu) = I(z, \mu < 0)$  – интенсивности излучения, выходящего из слоя вперед и назад.

Использование в теоретическом анализе и расчетной практике коэффициентов яркости обусловлено их свойствами симметрии:  $\sigma(\mu, \mu') = \sigma(\mu', \mu)$ ,  $\rho(\mu, \mu') = \rho(\mu', \mu)$ .

Для определения коэффициентов яркости  $\rho(\mu, \mu')$  и  $\sigma(\mu, \mu')$  мы воспользовались способом расчета, основанным на методе удвоения слоев [14, 16, 29–31]. В этом методе расчеты начинают с выбора слоя достаточно малой оптической толщины  $\tau_m$ , такой, что  $\tau_0 = \tau_m 2^K$ , где  $K$  – целое число. Для слоя с оптической толщиной  $\tau_m$  коэффициенты яркости находят приближенно. Способы задания приближенных значений  $\rho(\mu, \mu')$  и  $\sigma(\mu, \mu')$  (инициализации) для изотропных сред описаны в [30]. В настоящей работе мы использовали инициализацию однократного рассеяния. Коэффициенты яркости слоя удвоенной толщины находили с помощью известных соотношений удвоения слоев, полученных из уравнений баланса на границах слоя [8, 10, 23, 24]. Начальную оптическую толщину выбирали равной  $\tau_m \sim 10^{-6}$ , что позволяло обеспечивать достаточно высокую точность расчетов.

Исходя из (23), (24), можно записать выражения для коэффициентов отражения ( $R$ ) и пропускания ( $T$ ) в зависимости от косинуса  $\mu_0$  угла падения на слой излучения:

$$R(\mu_0) = 2 \int_0^1 \rho(\mu, \mu_0) \mu d\mu, \quad (25)$$

$$T(\mu_0) = \exp\left(-\frac{\tau_0}{\mu_0}\right) + 2 \int_0^1 \sigma(\mu, \mu_0) \mu d\mu. \quad (26)$$

При использовании неравномерных сеток узлов, применяемых для дискретизации уравнений сложения слоев,

сложно установить погрешности расчетов как для индикатрис рассеяния, имеющих участки с резко выраженными максимумами, так и для сред с сильно вытянутыми индикатрисами рассеяния. Мы оценили погрешность по отклонению от единицы суммы коэффициентов отражения ( $R(\mu_0)$ ) и пропускания ( $T(\mu_0)$ ) излучения для слоя с непоглощающими частицами. Была применена 150-точечная гауссова квадратура на интервале  $[0, 1]$ . Расчеты показали, что это отклонение мало. В частности, для среды с показателем преломления частиц  $n_p = 1.01$  и средним радиусом  $\bar{R}_p = 3.41$  мкм, рассматриваемой в [5], отклонение от единицы не превышает 0.001.

Рассмотрим ряд результатов численного анализа. Практика изучения светорассеивающих свойств дисперсных слоев в плотноупакованном состоянии показывает, что наиболее интересные изменения светорассеивающих свойств возникают для малых частиц при  $R_p/\lambda = 0.05 - 0.5$ . Показатель рассеяния при этом меняется в широких пределах, в особенности при учете концентрационных эффектов. Поэтому для изучения закономерностей многократного рассеяния излучения необходимо в широких пределах менять поверхностную концентрацию частиц.

На рис. 7 приведены индикатрисы рассеяния сферических частиц с  $R_p = 0.3$  мкм и  $n_p = 1.1$  при  $\lambda = 0.5$  мкм для  $w = 0.001$  (практически независимое рассеяние, кривая 1) и  $w = 0.5$  (кривая 2). Угловые зависимости коэффициентов яркости для слоев с разными коэффициентами перекрытия  $\eta$  (коэффициент перекрытия равен отношению площади проекции сечений частиц к площади поверхности  $S$ , на которой они находятся:  $\eta = N\pi(R_p)^2/S$ ) при нормальном падении излучения показаны на рис.8 и 9. С ростом  $\eta$  и, соответственно, оптической толщины слоя (оптическая толщина  $\tau_0$  пропорциональна коэффициенту перекрытия  $\eta$ ) многократное рассеяние приводит к сглаживанию особенностей индикатрисы рассеяния (максимум на угловой структуре, наблюдаемый при малых коэффициентах перекрытия, исчезает), и при достаточно больших  $\tau_0$  угловая структура рассеянного излучения не меняется, что говорит о переходе к толщинному режиму.

Из рис.9 видно, что в угловых зависимостях рассеянного вперед излучения при увеличении  $\eta$  имеет место пик, который увеличивается, достигает максимума, а затем исчезает при больших  $\eta$  и переходе к толщинному режиму. Такое поведение является следствием характерного максимума в индикатрисе рассеяния плотноупакованной среды. Заметим, что такие же особенности могут реализовываться на индикатрисе рассеяния отдельных капель жидкого кристалла с биполярной и радиальной

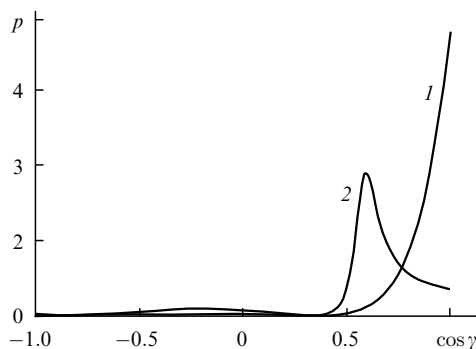


Рис.7. Индикатрисы рассеяния элементарного объема среды из частиц с  $R_p = 0.3$  мкм,  $n_p = 1.1$  ( $\lambda = 0.5$  мкм) при  $w = 0.001$  (1) и 0.5 (2).

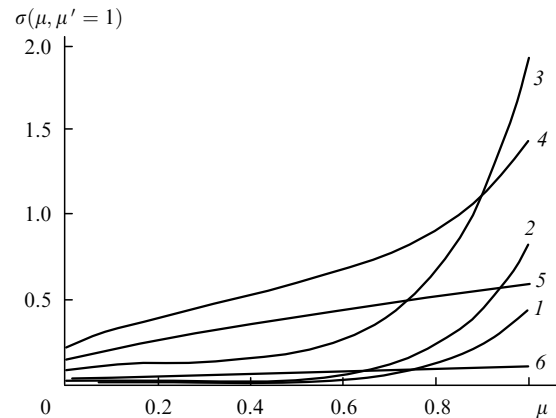


Рис.8. Коэффициенты яркости слоя, содержащего частицы с  $R_p = 0.3$  мкм,  $n_p = 1.1$  ( $\lambda = 0.5$  мкм) и  $w = 0.001$ , при  $\eta = 0.49$  (1), 0.98 (2), 3.91 (3), 15.63 (4), 62.5 (5), 500 (6);  $u = 0.16161$ ,  $\tau_{0l} = 131.26$ .

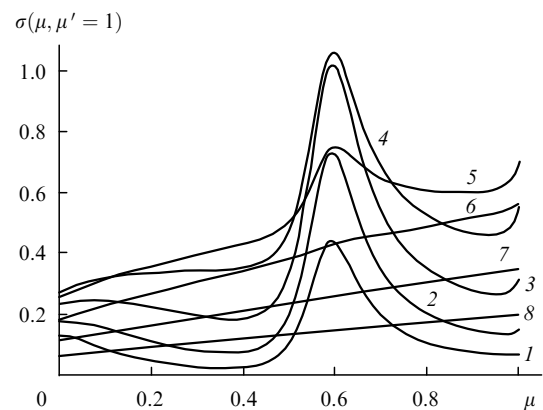


Рис.9. Коэффициенты яркости слоя, содержащего частицы с  $R_p = 0.3$  мкм,  $n_p = 1.1$  ( $\lambda = 0.5$  мкм) и  $w = 0.5$ , при  $\eta = 3.91$  (1), 7.81 (2), 15.63 (3), 31.25 (4), 62.5 (5), 125 (6), 250 (7), 500 (8);  $u = 0.16161$ ,  $\tau_0 = 21.5477$ .

структурами [32]. Часть падающего на слой излучения рассеивается под углом  $\theta = \gamma_m$  ( $\gamma_m$  – угол, при котором образуется максимум индикатрисы рассеяния), часть этого излучения, рассеиваясь вторично под углом  $\gamma_m$ , распространяется в направлении падающего света. По-видимому, образование пика рассеянного вперед излучения имеет место в случае, когда вклад двукратного рассеяния в общую интенсивность рассеянного излучения достаточно велик. Максимум интенсивности в области малых углов рассеяния при росте концентрации частиц наблюдается экспериментально [5].

Угловые зависимости коэффициентов яркости  $\sigma(\mu, \mu')$  при разных углах падения иллюстрируются на рис.10. При увеличении угла падения (уменьшении  $\mu'$ ) характерный максимум в угловой зависимости рассеянного излучения расплывается. Могут образовываться два максимума, расстояние между которыми увеличивается с уменьшением  $\mu'$ . Аналогичный максимум, но только в направлении строго назад, может образоваться, если в индикатрисе рассеяния элементарного объема есть максимум под углом  $90^\circ$ . На рис.11 показана индикатриса рассеяния элементарного объема такой среды. В рассматриваемом примере среда содержит частицы с  $R_p = 0.199$  мкм и  $n_p = 1.05$  ( $\lambda = 0.5$  мкм), объемная концентрация частиц  $w = 0.5$ . На рис.11 для сравнения показана также индикатриса рассеяния элементарного объема в пределе малой концентрации ( $w = 0.001$ ). Угловые зависимости коэффициентов яркости таких слоев при увели-

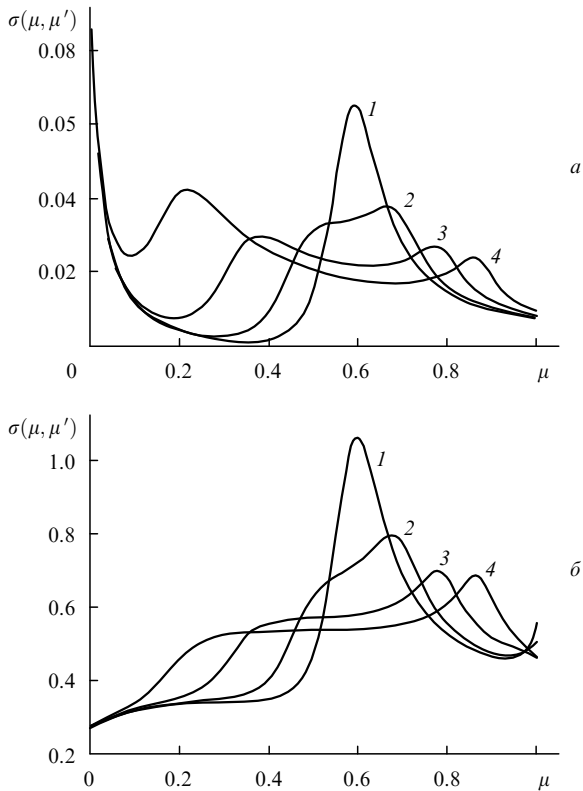


Рис.10. Угловые зависимости коэффициентов яркости  $\sigma(\mu, \mu')$  слоя, содержащего частицы с  $R_p = 0.3$  мкм,  $n_p = 1.1$  ( $\lambda = 0.5$  мкм) и  $w = 0.5$ , при  $\mu' = 1$  (1), 0.99 (2), 0.96 (3) и 0.91 (4);  $u = 0.16161$ ,  $\tau_{0l} = 131.26$ ,  $\eta = 0.488$  (а) и 31.25 (б).

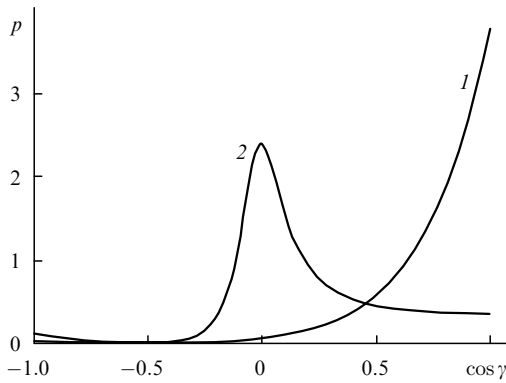


Рис.11. Индикатрисы рассеяния элементарного объема среды из частиц с  $R_p = 0.199$  мкм,  $n_p = 1.05$  ( $\lambda = 0.5$  мкм) при  $w = 0.001$  (1) и 0.5 (2).

чений их толщины приведены на рис.12. Из сравнения рис.12,а и б видно, что для слоев с концентрацией  $w = 0.5$  характерно образование максимума в направлении строго назад, который отсутствует в случае малой концентрации частиц. На рис.13 показаны угловые зависимости коэффициентов яркости рассеянного назад излучения  $\rho(\mu, \mu')$  при разных  $\mu'$  для тех же сред. В случае малой концентрации частиц зависимости гладкие, приближающиеся к линейным при  $\mu > 0.5$ . При больших концентрациях наличие интерференционных максимумов приводит к резким провалам в угловой зависимости рассеянного назад излучения. В том случае, когда максимум в индикатрисе рассеяния направлен не строго под углом  $90^\circ$  (рис.14), максимум в коэффициентах яркости смещен (рис.15) от направления строго назад.

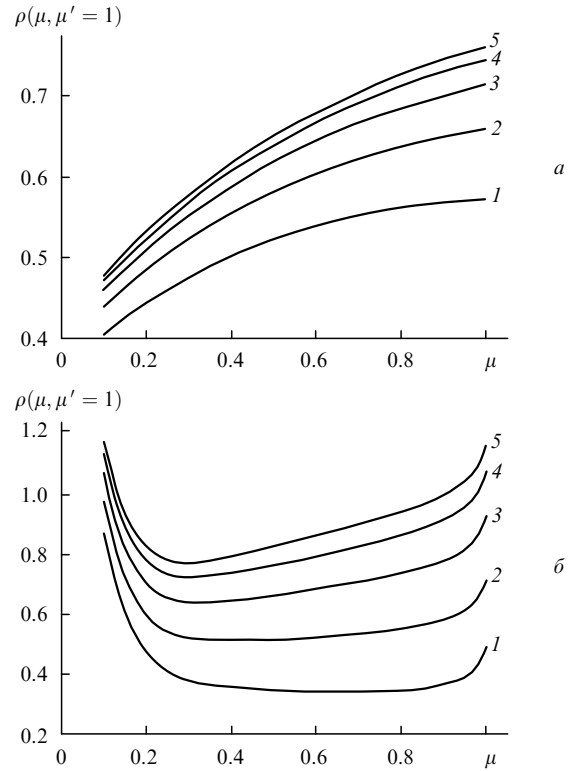


Рис.12. Коэффициенты яркости  $\rho(\mu, \mu' = 1)$  слоя, содержащего частицы с  $R_p = 0.199$  мкм и  $n_p = 1.05$  ( $\lambda = 0.5$  мкм), при  $\eta = 625$  (1), 1250 (2), 2500 (3), 5000 (4), 10000 (5);  $u = 0.0985$ ,  $\tau_0 = 23.94$ ,  $w = 0.001$  (а) и 0.5 (б).

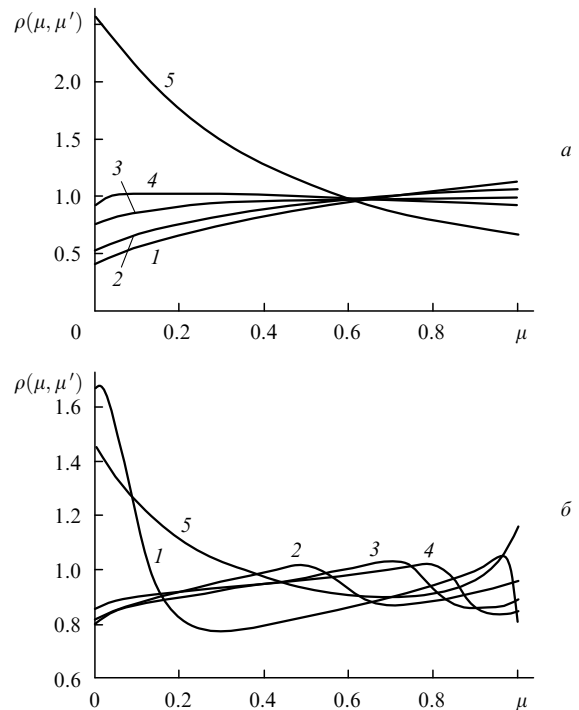


Рис.13. Угловые зависимости коэффициентов яркости  $\rho(\mu, \mu')$  слоя, содержащего частицы с  $R_p = 0.199$  мкм,  $n_p = 1.05$  ( $\lambda = 0.5$  мкм) и  $\eta = 10000$ , при  $\mu' = 1$  (1), 0.838 (2), 0.659 (3), 0.557 (4), 0.211 (5);  $u = 0.0985$ ,  $\tau_{0l} = 239.4$ ,  $\eta = 10000$ ,  $w = 0.001$  (а) и 0.5 (б).

### 5. Заключение

Разработан метод описания распространения излучения в слоях плотноупакованной среды, состоящей из

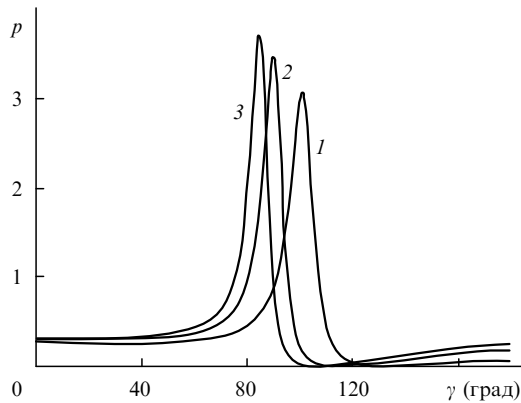


Рис. 14. Индикатрисы рассеяния элементарного объема среды из частиц с  $n_p = 1.05$  ( $\lambda = 0.5$  мкм) и  $w = 0.6$  при  $R_p = 0.19$  (1), 0.2072 (2) и 0.2172 мкм (3).

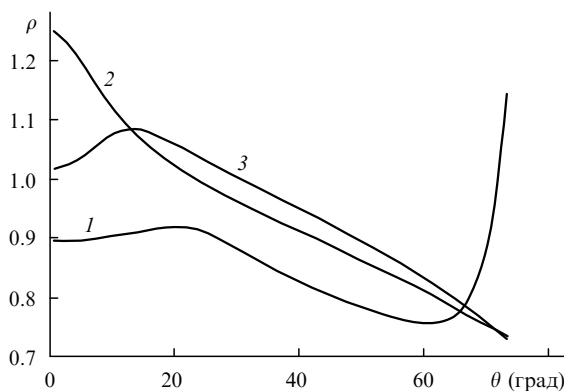


Рис. 15. Угловые зависимости коэффициентов яркости  $\rho(\theta, \theta' = 0)$  слоя, содержащего частицы с  $n_p = 1.05$  ( $\lambda = 0.5$  мкм),  $w = 0.6$  и  $\eta = 10000$ , при  $R_p = 0.19$  (1), 0.2072 (2) и 0.2172 мкм (3).

оптически мягких частиц. Он включает теорию Ми (для описания характеристик однократного рассеяния), интерференционное приближение (для описания коллективных эффектов рассеяния) и теорию переноса излучения (для описания светового поля в режиме многократного рассеяния).

Для решения уравнения переноса излучения в высококонцентрированном слое предложен численный метод расчета, основанный на методе удвоения слоев и сплайн-аппроксимации индикатрисы рассеяния.

Проведен анализ изменения угловой структуры рассеянного излучения при азимутально-симметричном освещении слоя в широком диапазоне оптических толщин. Выявлены специфические особенности угловой структуры интенсивности излучения, рассеянного в переднюю и заднюю полусферы в дисперсных слоях, индикатриса рассеяния элементарного объема которых имеет характерный интерференционный максимум в углах рассеяния, отличных от нулевого. При нормальном освещении с увеличением оптической толщины слоя он приводит к образованию максимума в угловой структуре рассеянного слоя излучения в направлении строго вперед. Последний сглаживается по мере перехода к толщинному режиму. При наклонном освещении максимум расплыв-

вается. Возможно образование двух максимумов, расстояние между которыми увеличивается с ростом угла падения. Для сред, у которых индикатриса рассеяния элементарного объема имеет максимум при угле  $90^\circ$ , при нормальном падении излучения на слой, кроме максимума в направлении строго вперед, образуется максимум в направлении строго назад. Этот максимум сохраняется при увеличении оптической толщины слоя.

1. Tiggelen B.A., Skipetrov S.E. (Eds). *Wave Scattering in Complex Media: From Theory to Applications* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2003).
2. Twersky V. *J. Opt. Soc. Am.*, **52**, 145 (1962).
3. Ishimaru A. *Propagation and Scattering of Light in a Random Media* (New York: Academic Press, 1981).
4. Tsang L., Kong J.A., Shin R.T. *Theory of Microwave Remote Sensing* (New York: Wiley, 1985).
5. Иванов А.П., Лойко В.А., Дик В.П. *Распространение света в плотноупакованных дисперсных средах* (Минск: Наука и техника, 1988).
6. Dick V.P., Loiko V.A. *Liquid Crystals*, **28**, 1193 (2001).
7. Лойко В.А. Бердник В.В. *Оптика и спектроскопия*, **100**, 1002 (2006).
8. Mischenko M.I. *J. Quantum Spectrosc. Radiat. Transfer*, **52**, 95 (1994).
9. Tsang L., Ishimaru A. *J. Opt. Soc. Am. A*, **2**, 1131 (1985).
10. Tsang L., Ding K.H., Shih S.E., Kong J.A. *J. Opt. Soc. Am. A*, **15**, 2660 (1998).
11. Loiko V.A., Berdник V.V., Tiggelen B.A., Skipetrov S.E. (Eds). *Wave Scattering in Complex Media: From Theory to Applications* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2003, p. 535).
12. Berdник V.V., Loiko V.A. *J. Quantum Spectrosc. Radiat. Transfer*, **88**, 111 (2004).
13. Чандрасекер Ш. *Перенос лучистой энергии* (М.: ИЛ, 1953).
14. Van de Hulst H.C. *Multiple Light Scattering Tables, Formulas and Applications. V.1* (New York: Wiley, 1980).
15. Соболев В.В. *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет* (М.: Гостехиздат, 1956).
16. Ленобль Ж. *Перенос радиации в рассеивающих и поглощающих атмосферах: стандартные методы расчета* (Л.: Гидрометеиздат, 1989).
17. Минин И. Н. *Теория переноса излучения в атмосферах планет* (М.: Наука, 1983).
18. Борен К., Хафмен Д. *Поглощение и рассеяние света малыми частицами* (М.: Наука, 1986).
19. Дейрменджан Д. *Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами* (М.: Наука, 1971).
20. Babenko V.A., Astafyeva L.G., Kuzmin V.N. *Electromagnetic Scattering in Disperse Media* (Berlin: Springer Praxis Publ., 2003).
21. Percus J.K., Yevick G.Y. *Phys. Rev.*, **110**, 1 (1958).
22. Ziman J.M. *Models of Disorder* (Cambridge: University Press, 1979).
23. Кузьмин В.Л., Романов В.П., Образцов Е.П. *Оптика и спектроскопия*, **91**, 972 (2001).
24. Ishimaru A., Kuga Y. *J. Opt. Soc. Am.*, **72**, 1317 (1982).
25. Berdник V.V., Loiko V.A. *J. Quantum Spectrosc. Radiat. Transfer*, **61**, 49 (1999).
26. Бердник В.В., Мухамедьяров Р.Д. *Оптика и спектроскопия*, **90**, 652 (2001).
27. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. *Методы сплайн-функций* (М.: Наука, 1980).
28. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченкова Н.В. *Вычислительные методы для инженеров* (М.: Высшая школа, 1994).
29. Plass G.N., Kattawar G.W., Catchings F.F. *Appl. Opt.*, **12**, 314 (1973).
30. Wiscombe W.J. *J. Quantum Spectrosc. Radiat. Transfer*, **16**, 636 (1976).
31. Hunt G.E. *J. Quantum Spectrosc. Radiat. Transfer*, **11**, 309 (1971).
32. Loiko V.A. Molochko V.I. *Liquid Crystals*, **25**, 603 (1998).