

Восстановление пространственно-временного распределения эффективного коэффициента отражения ОВФ-зеркала по осциллограммам падающего и отраженного импульсов

В.И.Кисленко, А.Д.Ломакин

Рассмотрены пространственно-временные характеристики нелинейно-оптических адаптивных процессов с использованием эффективного коэффициента отражения ОВФ-зеркала на основе вынужденного рассеяния света или трехволнового взаимодействия. На примере ОВФ для магнитостатических волн показана эффективность применения этого физического параметра при изучении характеристик ОВФ-зеркал в случае безынерционной нелинейности. Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с результатами исследований других авторов.

Ключевые слова: ОВФ-зеркало, эффективный коэффициент отражения.

1. Введение

Обращение волнового фронта (ОВФ) [1], приводящее к формированию волны, комплексно-сопряженной падающей, практически не имеет частотных ограничений и зарегистрировано в широком спектральном диапазоне [2]. Одним из последних подтверждений универсальности данного эффекта является создание ОВФ-зеркала при параметрическом взаимодействии магнитостатических волн с нестационарной локальной накачкой [3]. На этом примере в настоящей работе рассмотрены пространственно-временные распределения эффективного коэффициента отражения ОВФ-зеркала [4], типичные для вынужденного рассеяния (ВР) и трехволнового взаимодействия как в оптическом, так и в других частотных диапазонах и различающиеся лишь материальными параметрами нелинейно-активной среды.

2. Постановка обратной задачи для ОВФ-зеркала на основе ВР или трехволнового взаимодействия

Пусть в слое нелинейно-активной среды, ограниченном плоскостями $z = 0$ и $z = L$, вдоль оси z распространяется плоская сигнальная электромагнитная волна $E_1 = a_1(z, t) \exp[i(\omega t - k_1 z)] + \text{компл. сопр.}$, а во встречном направлении – отраженная волна $E_2^* = a_2^*(z, t) \exp[i(\omega t - k_2 z)] + \text{компл. сопр.}$ Временные зависимости интенсивностей сигнальной и отраженной волн в плоскости $z = 0$ считаются заданными (они определяются осциллограммами соответствующих импульсов). Формирование отраженной волны можно описать с помощью эффективного коэффициента отражения. Такой подход приводит к необходимости решения обратной задачи рассеяния, а использование (в качестве исходных) экспериментальных данных, имеющих погрешности, делает постановку этой

задачи некорректной [5]. Решение подобных задач возможно только численными методами.

Рассмотрение обратной задачи для ОВФ-зеркала проведем на примере трехволнового параметрического взаимодействия. В подавляющем большинстве таких экспериментов характерная длина L параметрического взаимодействия волн существенно больше их собственных длин λ_i ($L \gg \lambda_i$, где $i = 1, 2, 3$), что позволяет воспользоваться системой укороченных уравнений для амплитуд сигнальной ($i = 1$) и отраженной ($i = 2$) волн при их взаимодействии в поле волны накачки с амплитудой $a_3(z, t)$ ($i = 3$) [3]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma_1 + v_1 \frac{\partial}{\partial z} \right) a_1(z, t) = a_3(z, t) V_{12} a_2^*(z, t), \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma_2 - v_2 \frac{\partial}{\partial z} \right) a_2^*(z, t) = a_3^*(z, t) V_{12}^* a_1(z, t), \quad (2)$$

где $a_i(z, t)$ – амплитуды соответствующих волн; v_i – групповые скорости волн; Γ_i – параметры затухания; V_{12} – коэффициент параметрического взаимодействия волн. Для вырожденного случая ($\omega_1 = \omega_2 \equiv \omega$), групповые скорости волн и их параметры затухания одинаковы ($v_1 = v_2 \equiv v$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 \equiv \Gamma$).

Следует добавить, что система уравнений (1), (2) не является полной для прямой задачи рассеяния. Так, для ВРМБ-зеркал она должна быть дополнена укороченным уравнением Навье – Стокса, а для ОВФ-зеркал на основе других типов ВР – аналогичными уравнениями [6]. Для обратной же задачи рассеяния, в которой предполагаются известными временные зависимости (осциллограммы) падающего и отраженного импульсов на входной грани ОВФ-зеркала, третье уравнение отсутствует. Обратная задача определения эффективного коэффициента отражения решается безотносительно к конкретному типу рассеяния или трехволнового взаимодействия.

Дальнейшее рассмотрение общего случая параметрического взаимодействия волн, описываемого уравнениями (1) и (2), проведем с учетом ОВФ, приводящего к формированию отраженной волны, комплексно-сопряженной падающей:

В.И.Кисленко, А.Д.Ломакин. Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, радиофизический факультет, Украина, 01033 Киев, ул. Владимирская, 64; http://www.univ.kiev.ua, e-mail: vikami@univ.kiev.ua, alex_lom@univ.kiev.ua

$$a_2^*(z, t) = r(z, t)a_1(z, t), \tag{3}$$

где $r(z, t)$ – амплитудный эффективный коэффициент отражения. Переходя в уравнениях (1), (2) к интенсивностям $I_i(z, t) \sim |a_i^2|$, с учетом (3) можно записать

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{2\Gamma}{v} + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t}\right) I_1(z, t) = -R(z, t)I_1(z, t), \tag{4}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{2\Gamma}{v} - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t}\right) I_2(z, t) = R(z, t)I_2(z, t), \tag{5}$$

где

$$R(z, t) = -2 \operatorname{Im} \left(r a_3 \frac{V_{12}}{v} \right) \tag{6}$$

– эффективный (с учетом фактора распространения и усиления) коэффициент отражения для интенсивностей волн, который и будет интересовать нас в дальнейшем.

Зная осциллограммы импульсов сигнальной и комплексно-сопряженной ей отраженной волн, можно сформулировать начальные условия для интенсивностей этих волн:

$$I_1(z = 0, t) = I_1^0(t), I_2(z = 0, t) = I_2^0(t), I_2(z = L, t) = 0. \tag{7}$$

Интегрируя уравнения (4) и (5) с учетом (7), получаем следующие общие решения в предположении малого затухания ($\Gamma \approx 0$):

$$I_1(z, t) = I_1^0 \left(t - \frac{z}{v} \right) \exp \left[\int_z^0 R \left(\eta, t + \frac{\eta - z}{v} \right) d\eta \right], \tag{8}$$

$$I_2(z, t) = \int_L^z R \left(\mu, t + \frac{z - \mu}{v} \right) I_1 \left(\mu, t + \frac{z - \mu}{v} \right) d\mu. \tag{9}$$

Нестационарность режима локальной накачки, использованной в работе [3], определяется малостью времени действия волны накачки τ_3 по сравнению с характерными длительностями импульсов сигнальной (τ_1) и отраженной (τ_2) волн: $\tau_3 \ll \tau_{1,2}$. Такое условие локального взаимодействия позволяет существенно упростить систему уравнений (8), (9). Для входной плоскости ($z = 0$) можно записать

$$I_2^0(t) = \int_L^0 I_1^0 \left(t - \frac{2z}{v} \right) R \left(z, t - \frac{z}{v} \right) \times \exp \left[\int_z^0 R \left(\eta, t + \frac{\eta - 2z}{v} \right) d\eta \right] dz. \tag{10}$$

Уравнение (10) на N отдельных интервалах $t_j - t_{j-1} = \Delta t \ll \tau_{1,2}$ ($N = \tau_2/\Delta t$, $L = v\tau_2$, $j = 1, \dots, N$), для которых $R(z, t) \approx R(z, t_j)$, эквивалентно уравнениям Фредгольма 1-го рода на соответствующих интервалах:

$$I_{2j}^0(t) = \int_L^0 K(z, t) F_j(z) dz, \tag{11}$$

где ядро $K(z, t) = I_1^0(t - 2z/v)$, а

$$F_j(z) = R_j(z) \exp \left[\int_z^0 R_j(2z - \eta) d\eta \right]$$

– j -е компоненты неизвестной функции $F(z)$ уравнений (11), из которых находятся соответствующие компоненты $R_j(z) = R(z, t_j - z/v)$ искомой функции. Их сумма

$$R(z, t) = \sum_{j=1}^N R_j(z, t_j) \tag{12}$$

– кусочно-непрерывное приближение эффективного коэффициента отражения. Таким образом, можно поставить и решить обратную задачу рассеяния о нахождении приближенного значения эффективного коэффициента отражения $R(z, t)$ (12), удовлетворяющего уравнению Фредгольма 1-го рода (11) с граничными условиями, определяемыми из осциллограмм сигнального и отраженного импульсов.

Следовательно, располагая только двумя экспериментальными осциллограммами – падающего на ОВФ-зеркало сигнального импульса ($I_1^0(t)$), и отраженного от этого зеркала импульса ($I_2^0(t)$), можно определить с достаточной точностью пространственно-временное распределение эффективного коэффициента отражения (12), решив некорректную задачу рассеяния (11) с граничными условиями (7).

3. Сравнительный анализ прямой и обратной задач для ОВФ-зеркала

Для решения обратной задачи применялся регуляризирующий алгоритм Тихонова. Он позволяет найти однозначное решение некорректно поставленной задачи с использованием априорно известных свойств реальных импульсов – гладкости и положительности их временной формы. Модернизированный вариант программ, реализующих этот алгоритм [5], написан на Delphi – языке высокого уровня с целью упрощения интеграции с существующими пакетами программ для автоматизации научных исследований.

Для проверки правильности предложенного метода определения эффективного коэффициента отражения был выполнен сравнительный анализ решения прямой и обратной задач рассеяния для широкого класса модельных экспериментов. Результат этих численных экспериментов подтвердил устойчивость и однозначность решения обратной задачи при случайном разбросе входных параметров до 7% от максимального значения $I_1^0(t)$. Один из вариантов сравнительного анализа представлен на рис.1. Условия, при которых он выполнен, аналогичны условиям инвертирования во времени импульсов при их отражении от трехволнового ОВФ-зеркала [3]. Отличительная особенность экспериментальных результатов работы [3] – это возможность их одновременного сравнения с решениями как прямой, так и обратной задачи для ОВФ-зеркала благодаря наличию осциллограмм всех трех импульсов и тому, что в течение времени τ_3 вся область взаимодействия ($0 \leq z \leq L$) равномерно заполнена импульсом накачки (I_3) (рис.1). Для ВРМБ же, например, пространственно-временное распределение интенсивности гиперзвуковой волны в наносекундном диапазоне экспериментально зарегистрировать практически невозможно.

В рассмотренном численном примере для прямой задачи исходными являются уравнения (1), (2) и заданное пространственно-временное распределение интенсивности импульса накачки I_3 (заштрихованная область на рис.1), а искомой величиной служит форма отраженного импульса (I_2).

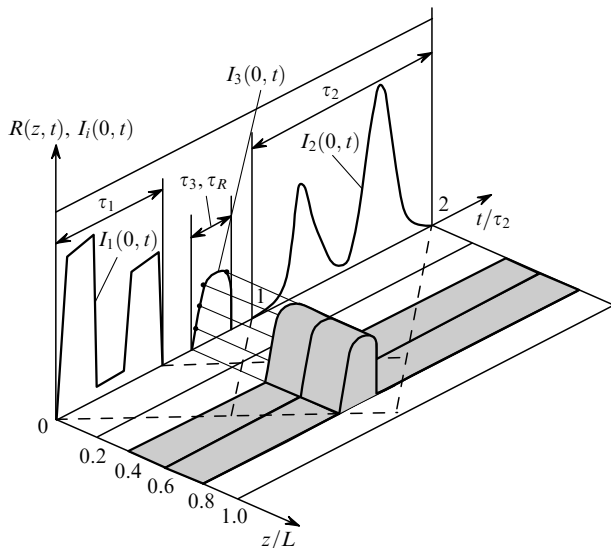


Рис.1. Пример одного из вариантов численного сравнительного анализа решения прямой и обратной задач параметрического взаимодействия сигнальной волны (I_1), отраженной волны (I_2) и волны накачки ($I_3(z, t)$; заштрихованная область), пространственно-временное распределение интенсивности которой в прямой задаче совпадает с таковым для $R(z, t)$ в обратной задаче (с точностью до нормирующего множителя). Параметр τ_R – характерное время действия эффективного коэффициента отражения $R(z, t)$.

Для обратной задачи исходными являются уравнения (1), (2) и заданные в плоскости $z = 0$ осциллограммы падающего и отраженного импульсов, а искомым служит распределение эффективного коэффициента отражения $R(z, t)$. В случае безынерционного формирования ОВФ-зеркала, отсутствия насыщения или наличия необращенной компоненты в отраженном импульсе решения прямой ($I_3(z, t)$) и обратной ($R(z, t)$) задач должны совпадать с точностью до нормирующего множителя (заштрихованная область на рис.1). Нарушение этих условий усложняет физическую интерпретацию эффективного коэффициента отражения.

4. Определение $R(z, t)$ для параметрического взаимодействия магнитостатических волн в случае безынерционной нелинейности

После однозначного решения обратной модельной задачи (см. разд.3) было определено пространственно-временное распределение эффективного коэффициента отражения для реального эксперимента по параметрическому взаимодействию магнитостатических волн с нестационарной локальной накачкой, выполненного в работе [3]. На рис.2 представлено рассчитанное распределение эффективного коэффициента отражения $R(z, t)$ в сечении $z = \text{const}$ (сплошная кривая), которое хорошо согласуется с экспериментальными значениями интенсивности импульса накачки I_3 , взятыми из работы [3] (точки). Такое соответствие временных зависимостей двух физических величин свидетельствует о безынерционном (в рамках длительности импульса накачки) процессе нелинейного параметрического взаимодействия волн, а также об отсутствии насыщения. Если характерное время дей-

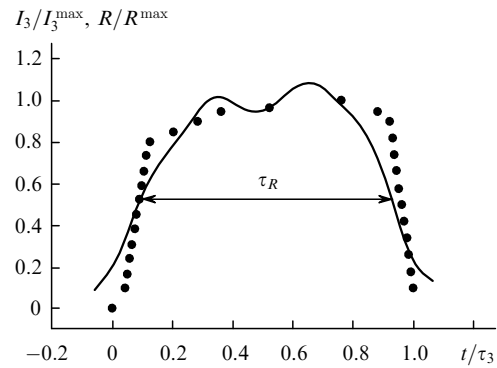


Рис.2. Распределение эффективного коэффициента отражения $R(z, t)$ в сечении $z = \text{const}$ (сплошная кривая), рассчитанное по экспериментальным осциллограммам импульсов, приведенным в работе [3], а также экспериментально зарегистрированный в [3] импульс накачки (I_3) (точки).

ствия τ_R эффективного коэффициента отражения $R(z, t)$ устремить к нулю, то качество обращения волнового фронта (воспроизведение инвертированных во времени форм сигнального (I_1) и отраженного (I_2) импульсов) будет идеальным. Анализ этих процессов легко провести с помощью распределения $R(z, t)$. Равномерность распределения $R(z, t)$ вдоль оси z также соответствует сделанному в работе [3] утверждению о равномерности распределения интенсивности накачки I_3 вдоль всей области взаимодействия.

5. Выводы

В данной работе рассмотрена важная характеристика ОВФ-зеркала – эффективный коэффициент отражения, позволяющий количественно и качественно характеризовать свойства таких зеркал. Возможность его использования продемонстрирована на примере анализа результатов исследования ОВФ-зеркала при параметрическом взаимодействии магнитостатических волн [3]. Такой коэффициент следует учитывать при формировании отраженных от ОВФ-зеркала импульсов с требуемой временной формой, отличной от временной формы падающего импульса, что имеет место, например, при компрессии импульсов.

При решении подобных обратных задач следует обратить внимание на проблемы устойчивости полученных решений и физическую интерпретацию их с учетом нестационарного характера и качества ОВФ.

Авторы выражают признательность Г.А.Мелкову за плодотворное обсуждение полученных результатов.

1. Зельдович Б.Я., Поповичев В.И., Рагульский В.В., Файзуллоев Ф.С. *Письма в ЖЭТФ*, **15** (3), 160 (1972).
2. Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В. *Обращение волнового фронта* (М.: Наука, 1985, с. 198).
3. Melkov G.A., Serga A.A., Tiberkevich V.S., Oliynyk A.N., Slavin A.N. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 3438 (2000).
4. Винниченко А.П., Кисленко В.И. *Укр. физ. журн.*, **35**, 525 (1990).
5. Гончарский А.В., Черепашук А.М., Ягола А.Г. *Некорректные задачи астрофизики* (М.: Наука, 1985).
6. Беспалов В.И., Пасманик Г.А. *Нелинейная оптика и адаптивные лазерные системы* (М.: Наука, 1986, с. 14).