АКТИВНЫЕ СРЕДЫ

PACS 78.45.+h; 32.80.Pj; 03.75.Nt

Об индуцированном ВУФ излучении атомарного гелия в бозе-эйнштейновском конденсате. 2

Л.А.Ривлин

Продолжено рассмотрение сценария эксперимента по наблюдению стимулированного ВУФ излучения с длиной волны 62 нм метастабильными состояниями атомов гелия, которые входят в состав бозе-эйнштейновского конденсата, перемещающегося вдоль протяженной квантовой ямы-ловушки, с учетом асимптотического поведения текущего значения сечения стимулированного излучения. Представлены количественные оценки.

***Ключевые слова**: бозе-эйнштейновский конденсат, стимулированное излучение, метастабильные состояния.*

1. Введение

В разд.10 первой части настоящей работы [1], где даны сценарий и конфигурация возможного эксперимента по наблюдению стимулированного ВУФ излучения метастабильного состояния атомарного гелия, входящего в состав бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК), отмечаются существенные особенности стартового переходного процесса. К ним в первую очередь относятся относительно низкий уровень спонтанного фотонного фона, служащего в резонаторной схеме затравкой в начале самовозбуждения, а также асимптотическое поведение текущего значения сечения стимулированного излучения, состоящее в его постепенном возрастании от нуля в начальный момент до стационарной величины за время порядка естественного радиационного времени жизни метастабильного состояния. Ниже представлены краткие оценки роли указанных особенностей с использованием сценария, всех обозначений и данных численных примеров, взятых из работы [1].

2. Уровень спонтанного фотонного фона

На начальном этапе процесса самовозбуждения, когда в силу асимптотического поведения сечения стимулированного излучения вкладом последнего можно пренебречь, плотность потока $\Phi_{\rm sp}$ фотонов спонтанного происхождения определяется конкуренцией между их притоком в моды усиливающей среды и потерями в ней (главным образом из-за фотоэлектрического эффекта на атомах в метастабильном состоянии).

Изотропный спонтанный распад метастабильных состояний порождает в интервале объема $z + {\rm d}z$ среды с единичным поперечным сечением элементарный поток спонтанных фотонов с плотностью

$$\frac{{\rm d}\Phi_{\rm sp}(z)}{{\rm d}z} = \frac{n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})}{\tau}\frac{\Delta\Omega}{4\pi}\exp\left[-\frac{z - z_{\rm BEC}}{V(z_{\rm BEC})\tau}\right], \qquad (1)$$

где τ – радиационное время жизни метастабильного состояния; $\Delta\Omega$ – телесный угол, охватывающий моды среды; $n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})$ – концентрация метастабильных атомов в БЭК на входе в зону усиления (зона IV в [1]) с координатой $z_{\rm BEC}$; $V(z_{\rm BEC})$ – транспортная скорость потока атомов гелия; экспонента учитывает падение концентрации метастабильных атомов из-за спонтанного распада по мере их распространения в положительном направлении оси z (см. сценарную схему в [1]). При распространении в среде в том же направлении до координаты $z_x = z + x$ на удалении x от места рождения плотность элементарного потока фотонов экспоненциально затухает до

$$\frac{{\rm d}\Phi_{\rm sp}(z_x)}{{\rm d}z} = \frac{n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})}{\tau}\frac{\Delta\Omega}{4\pi}$$

$$\times\exp\left[-\frac{z - z_{\rm BEC}}{V(z_{\rm BEC})\tau}\right]\exp[-\chi n(z_x - z)], \qquad (2)$$

где n – полная концентрация атомов; χ – суммарное сечение потерь фотонов. При этом $z_x - z_{\rm BEC} \leqslant L$ (L – длина участка взаимодействия атомов с фотонным полем зоны IV).

Полная плотность потока фотонов спонтанного происхождения в модах усиливающей среды в точке z_x получается интегрированием всех элементарных потоков от $z - z_{\rm BEC} = 0$ до $z - z_{\rm BEC} = z_x$:

$$\Phi_{\rm sp}(z_x) = \frac{n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})V(z_{\rm BEC})}{1 - V(z_{\rm BEC})\tau\chi n}\frac{\Delta\Omega}{4\pi}\{\exp[-\chi n(z_x - z_{\rm BEC})]$$

$$-\exp[-(V(z_{\rm BEC})\tau)^{-1}(z_x - z_{\rm BEC})]\}. \qquad (3)$$

При $z_x - z_{\rm BEC} = L$ это выражение дает выходной поток фотонов спонтанного происхождения

Л.А.Ривлин. Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет), Лаборатория прикладной физики, Россия, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78; e-mail: rivlin140322@mccinet.ru

Поступила в редакцию 24 ноября 2005 г., после доработки – 10 февраля 2006 г.

$$\Phi_{\rm sp}(L) = \frac{n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})V(z_{\rm BEC})}{1 - V(z_{\rm BEC})\tau\chi n}\frac{\Delta\Omega}{4\pi}$$

$$\times\{\exp(-\chi nL) - \exp[-(V(z_{\rm BEC})\tau)^{-1}L]\}. \quad (4)$$

Поскольку обычно $V(z_{\rm BEC})\tau\chi n \ll 1$, выражения (3), (4) можно заменить на приближенные:

$$\Phi_{\rm sp}(z_x) \approx n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})V(z_{\rm BEC})\frac{\Delta\Omega}{4\pi}\exp[-\chi n(z_x - z_{\rm BEC})], \quad (5)$$

$$\Phi_{\rm sp}(L) \approx n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})V(z_{\rm BEC})\frac{\Delta\Omega}{4\pi}\exp(-\chi nL). \quad (6)$$

Стоит обратить внимание на независимость соотношений (5), (6) от времени жизни возбужденных состояний τ в принятой схеме транспортировки метастабильных атомов и для принятых численных значений параметров. Далее поскольку потери фотонов определяются в основном фотоэлектрическим эффектом на метастабильных атомах с сечением $\sigma_{\rm ph}$, то $\chi n \approx \sigma_{\rm ph}n^* \ll 1$ (где $\sigma_{\rm ph} < 10^{-17}$см^2, n^*– полная концентрация метастабильных атомов), и экспоненциальные множители в (5), (6) практически равны единице. Поэтому для оценки уровня спонтанного фона в модах среды достаточно воспользоваться простым выражением

$$\Phi_{\rm sp} \sim n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})V(z_{\rm BEC})\frac{\Delta\Omega}{4\pi}. \quad (7)$$

Например, для $n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC}) = 10^{11}$ см$^{-3}$, $V(z_{\rm BEC}) = 145$ см/с и $\Delta\Omega/4\pi = 10^{-5}$ (данные примера из разд.9 работы [1]) оценка по формуле (7) дает $\Phi_{\rm sp} \sim 1.5 \times 10^8$ см$^{-2}$·с$^{-1}$, что на много порядков меньше того начального уровня спонтанного фона в типичных лазерах оптического диапазона, который оказывается достаточным для их стабильного самовозбуждения. Подобная же оценка получается для потока фотонов спонтанного происхождения, распространяющегося в отрицательном направлении оси z, с частотой, отличающейся на двойное доплеровское смещение от частоты фотонов, распространяющихся в положительном направлении оси z [1].

Таким образом, в резонаторном варианте начальную фотонную затравку ввиду установленной малости спонтанного фона и его недостаточности для эффективного самовозбуждения следует, по-видимому, дополнить сторонней инжекцией резонансных фотонов в моды среды.

3. Временная эволюция сечения стимулированного излучения

Воздействие резонансного фотонного поля на атом включатся мгновенно в момент его проникновения в зону IV, занятую полем, и тогда при условно равномерном распределении поля вдоль траектории атомов [1] эволюция текущего значения сечения стимулированного излучения $\sigma(t)$, определяющая эффект так называемой лазерной летаргии [2 – 5], может быть представлена в виде

$$\sigma(t) \approx \sigma\left[1 - \exp\left(-\alpha\frac{t}{\tau}\right)\right], \quad (8)$$

где $\sigma = \lambda^2/2\pi$. Начальный этап этого процесса протекает приблизительно по линейному закону:

$$\sigma(t) \approx \sigma\alpha\frac{t}{\tau}. \quad (9)$$

Здесь $\alpha = {\rm const}$ и предполагается, что избыточное уширение линии радиационного перехода сверх ее естественной ширины полностью отсутствует.

4. Взаимодействие метастабильных атомов с фотонным полем

С учетом эволюции текущего значения $\sigma(t)$, а также уменьшения концентрации метастабильных состояний из-за спонтанного распада, увеличение плотности фотонного потока Φ в зоне IV описывается уравнением

$$\pm\frac{1}{\Phi}\frac{{\rm d}\Phi}{{\rm d}z} = \sigma n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})\left\{1 - \exp\left[-\alpha\frac{z - z_{\rm BEC}}{V(z_{\rm BEC})\tau}\right]\right.$$

$$\left. - \frac{\sigma_{\rm ph}n^*(z_{\rm BEC})}{\sigma n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})}\right\}\exp\left[-\frac{z - z_{\rm BEC}}{V(z_{\rm BEC})\tau}\right] - \chi n(z_{\rm BEC}), \quad (10)$$

где знаки перед производной относятся к направлению распространения фотонного потока вдоль положительной и отрицательной осей z, т.е. параллельно и антипараллельно скорости пучка атомов.

Величина $\Phi^{-1}|{\rm d}\Phi/{\rm d}z|$ из (10) достигает максимума

$$\frac{1}{\Phi}\left|\frac{{\rm d}\Phi}{{\rm d}z}\right|_{\rm max} = \sigma n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})$$

$$\times\alpha\left\{\frac{1 - \sigma_{\rm ph}n^*(z_{\rm BEC})/[\sigma n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})]}{1 + \alpha}\right\}^{1/\alpha+1} - \chi n(z_{\rm BEC}) \quad (11)$$

при

$$z_0 = z_{\rm BEC} + \frac{V(z_{\rm BEC})\tau}{\alpha}\ln\frac{1 + \alpha}{1 - \sigma_{\rm ph}n^*(z_{\rm BEC})/[\sigma n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})]}. \quad (12)$$

Условием возникновения усиления является неравенство

$$\frac{1}{\Phi}\left|\frac{{\rm d}\Phi}{{\rm d}z}\right|_{\rm max} \geqslant 0, \quad (13)$$

задающее критическую концентрацию метастабильных состояний

$$\left[\frac{n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})}{n(z_{\rm BEC})}\right]_{\rm cr} = \frac{\chi}{\sigma\alpha}$$

$$\times\left\{\frac{1 + \alpha}{1 - \sigma_{\rm ph}n^*(z_{\rm BEC})/[\alpha n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})]}\right\}^{1/\alpha+1}, \quad (14)$$

ниже которой даже локальное усиление невозможно вовсе. Кроме того, из (10) следуют два ограничения на длину L участка взаимодействия зоны IV. Поскольку в начальный момент поступления атомов в зону IV при $z = z_{\rm BEC}$ текущее значение сечения стимулированного излучения $\sigma(t)$ (8) равно нулю, то и при

$$\frac{n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})}{n} > \left[\frac{n^*_{\rm BEC}(z_{\rm BEC})}{n}\right]_{\rm cr}$$

увеличение потока фотонов на этой стадии отсутствует и изменение знака производной происходит лишь при координате $z_1 = z_{\text{BEC}} + V(z_{\text{BEC}})t_1$, где достигается равенство между притоком фотонов стимулированного происхождения и их потерями, причем t_1 и $z_1 < z_0$ имеют смысл времени задержки усиления и пороговой координаты.

Координата z_1 и вторая характерная координата $z_2 > z_0 > z_1$, возникновение которой обусловлено опустошением метастабильных состояний из-за спонтанного распада, определяются как два корня правой части (10) при условии

$$\frac{n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}{n(z_{\text{BEC}})} > \left[\frac{n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}{n(z_{\text{BEC}})}\right]_{\text{cr}}$$

из уравнения

$$\frac{1}{\alpha}\exp\left[-\frac{z_{1,2}-z_0}{V(z_{\text{BEC}})\tau}\right]\left\{\alpha+1-\exp\left[-\alpha\frac{z_{1,2}-z_0}{V(z_{\text{BEC}})\tau}\right]\right\}$$

$$= \left[\frac{n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}{n(z_{\text{BEC}})}\right]^{-1}\left[\frac{n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}{n(z_{\text{BEC}})}\right]_{\text{cr}}, \tag{15}$$

которое в случае малости модулей показателей экспонент дает приблизительные значения корней:

$$z_{1,2} - z_0 \approx \mp V(z_{\text{BEC}})\tau\left\{1-\left[\frac{n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}{n(z_{\text{BEC}})}\right]^{-1}\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}{n(z_{\text{BEC}})}\right]_{\text{cr}}\right\}^{1/2}. \tag{16}$$

Отсюда следует, что разумно ограничить длину L участка взаимодействия атомов с полем в зоне IV неравенствами

$$z_1 \leqslant L + z_{\text{BEC}} \leqslant z_2, \tag{17}$$

из которых левое указывает на то, что длина L должна, по меньшей мере, превышать пороговую координату $z_1 - z_{\text{BEC}}$, отсчитываемую от начала зоны IV, а правое – на то, что участок взаимодействия не следует распространять на отрезок, где концентрация метастабильных состояний уже исчерпана.

Выражение для полного усиления G потока фотонов на всей длине L участка взаимодействия зоны IV получается при интегрировании уравнения (10):

$$\ln G = \sigma n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})V(z_{\text{BEC}})\tau\left[1-\frac{\sigma_{\text{ph}}n^*(z_{\text{BEC}})}{\sigma n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}\right]$$

$$\times\left\{1-\exp\left[-\frac{L}{V(z_{\text{BEC}})\tau}\right]\right\} - \frac{\sigma n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})V(z_{\text{BEC}})\tau}{1+\alpha}$$

$$\times\left\{1-\exp\left[-\frac{1+\alpha}{V(z_{\text{BEC}})\tau}L\right]\right\} - \chi n(z_{\text{BEC}})L. \tag{18}$$

Условием порогового однопроходного усиления с $G \geqslant 1$ является неравенство

$$\left.\frac{n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}{n(z_{\text{BEC}})}\right|_{\text{th}} \geqslant \frac{\chi L}{\sigma V(z_{\text{BEC}})\tau}$$

$$\times\left\{\left\{1-\exp\left[-\frac{L}{V(z_{\text{BEC}})\tau}\right]\right\}\left[1-\frac{\sigma_{\text{ph}}n^*(z_{\text{BEC}})}{\sigma n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}\right]\right.$$

$$\left.-\frac{1}{1+\alpha}\left\{1-\exp\left[-L\frac{1+\alpha}{V(z_{\text{BEC}})\tau}\right]\right\}\right\}^{-1}. \tag{19}$$

Максимальное значение полного усиления G получается из (18) при $L = L_{\max}$, определяемом как корень уравнения

$$\left\{1-\frac{\sigma_{\text{ph}}n^*(z_{\text{BEC}})}{\sigma n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})} - \exp\left[-\frac{\alpha L_{\max}}{V(z_{\text{BEC}})\tau}\right]\right\}$$

$$\times\exp\left[-\frac{L_{\max}}{V(z_{\text{BEC}})\tau}\right] = \frac{\chi n(z_{\text{BEC}})}{\sigma n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})}. \tag{20}$$

5. Количественные оценки

Для численных оценок взяты $\alpha = 1$, а также данные примера из разд.9 работы [1]:

$\sigma = 6.1 \times 10^{-12}$ см^2, $\chi/\sigma = 10^{-3}$, $\sigma_{\text{ph}}/\sigma \approx 10^{-4}$,

$n(z_{\text{BEC}}) = 10^{13}$ см$^{-3}$, $n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})/n(z_{\text{BEC}}) \approx 0.01$,

$V(z_{\text{BEC}}) \approx 145$ см/с, $V(z_{\text{BEC}})\tau \approx 0.435$ см.

Тогда $[n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})/n(z_{\text{BEC}})]_{\text{cr}} \approx 4 \times 10^{-3}$ (из формулы (14)), $[n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}})/n(z_{\text{BEC}})]_{\text{th}} \approx 5.6 \times 10^{-3}$ (из (19)), $L_{\max} = 1$ см (из (20)) ($L_{\max}/V(z_{\text{BEC}})\tau = 2.3 > 1$, что удовлетворяет критерию (7) из [1]), $z_0 - z_{\text{BEC}} \approx 0.3$ см (из (12)), $z_1 - z_{\text{BEC}} \approx 0.05$ см и $z_2 - z_{\text{BEC}} \approx 1$ см (из (16)), $G_{\max} \approx 1.05$ (из (18)).

6. Заключение

В результате анализа явлений, которые возникают при стимулированном ВУФ излучении метастабильных состояний атомов гелия, входящих в состав бозе-эйнштейновского конденсата, оказывается, что исключительно низкий уровень спонтанного фотонного фона в модах среды может привести к необходимости сторонней инжекции резонансных фотонов для повышения эффективности самовозбуждения в резонаторном варианте наблюдения стимулированного излучения.

Постепенное асимптотическое возрастание текущего значения $\sigma(t)$ сечения стимулированного излучения от $\sigma(t=0) = 0$ вплоть до стационарной величины $\sigma(t \to \infty) = \lambda^2/2\pi$ является причиной задержки времени начала усиления (лазерная летаргия) и соответственного уменьшения протяженности усиливающей среды, однако это возрастание не является абсолютным препятствием для наблюдения полного усиления с $G > 1$, хотя и заметно снижает $G_{\max}$ по сравнению с оценками для случая $\sigma = \text{const}$ при тех же исходных параметрах среды. Это снижение может быть компенсировано увеличением параметров усиления, например за счет некоторого повышения концентрации атомов.

Предельное значение плотности выходной мощности P усиленного слабого сигнала определяется соотношением скоростей поступления метастабильных атомов в зону IV и их спонтанного распада:

$$P \leqslant \hbar\omega V(z_{\text{BEC}}) n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}}) \exp\left[-\frac{L}{V(z_{\text{BEC}})\tau}\right]. \quad (21)$$

Для сильного сигнала в режиме глубокого насыщения, когда стимулированное излучение превалирует над спонтанным, аналогично получаем

$$P \leqslant \hbar\omega V(z_{\text{BEC}}) n^*_{\text{BEC}}(z_{\text{BEC}}). \quad (22)$$

Оценки для данных численного примера из разд.9 работы [1] таковы: $P \leqslant 5 \times 10^{-6}$ Вт/см^2 (21) и $P \leqslant 5 \times 10^{-5}$ Вт/см^2 (22).

Следует отметить, что при численных оценках было принято $\alpha = 1$; вариация этого значения, в частности связанная с различной мультипольностью перехода, может повлечь за собой количественное изменение оценок при сохранении неизменного качественного результата.

И наконец, успешный эксперимент с ВУФ излучением метастабильных атомов гелия по рассмотренному сценарию мог бы послужить основанием подобного же подхода к наблюдению стимулированного гамма-излучения при прямых переходах из метастабильных состояний ядер, входящих в состав атомарного БЭК.

Работа выполнена при частичной поддержке грантом МНТЦ № 2651р.

1. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **36**, 95 (2006).
2. Чириков Б.В. *ЖЭТФ*, **44**, 2017 (1963).
3. Hopf F., Meistre P., Scully M., Seely J. *Phys. Rev. Lett.*, **35**, 511 (1975).
4. Solem J.C., Baldwin G.C. *Nuovo Cimento D*, **17**, 1131 (1995).
5. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **35**, 474 (2005).