

# Амплитудно-фазовое распределение моды астигматичного гауссова пучка в кольцевых лазерах с непланарным четырехзеркальным резонатором и диафрагмой

Ю.Ю.Брославец, Т.Э.Зайцева, А.А.Казаков, А.А.Фомичев

*Определено распределение поля основной моды в непланарном кольцевом четырехзеркальном резонаторе с диафрагмой при учете вращения амплитудного и фазового распределений астигматичного гауссова пучка. Вычислены углы поворота осей этих распределений при изменении как характерного размера диафрагмы, так и угла излома (неплоскостности) резонатора. Изучено влияние диафрагмы и неплоскостности резонатора на распределение интенсивности в интерференционной картине за смесителем. Показано, что интерференционные полосы имеют наклон, зависящий от ориентации амплитудного и фазового распределений моды.*

**Ключевые слова:** кольцевой непланарный резонатор, астигматичный гауссов пучок, кольцевой лазер.

## 1. Введение

Кольцевые резонаторы широко используются в различных приборах лазерной техники, включая гироскопы. Наиболее изученными на сегодняшний день являются планарные кольцевые резонаторы. Определить характеристики мод в таких резонаторах существенно проще, чем в непланарных, благодаря симметрии и возможности раздельного описания модовой структуры излучения в плоскости резонатора и в перпендикулярной плоскости. В непланарных резонаторах происходит поворот поперечной структуры поля пучка вокруг оптической оси резонатора и формирование более сложной структуры моды [1]. На участках свободного пространства в таких резонаторах может иметь место вращение амплитудного и фазового распределений в сечении пучка на разные углы, что может быть использовано для получения более однородной структуры поля [2, 3]. Одним из наиболее значимых результатов использования непланарных резонаторов стало их применение в мультисоставных гироскопах, имеющих на сегодняшний день наилучшую точность [4, 5].

Теория кольцевых непланарных резонаторов рассмотрена во многих работах [2, 5–10]. В исследовании [6] определены пространственное распределение поля, поляризация, спектр частот объемного резонатора. В работе [7] рассмотрены резонаторы с селективирующими элементами, в которых формируются пучки со сложным астигматизмом. Расчет неплоских резонаторов лучевым методом проведен в работе [8]. Поляризационным свойствам твердотельного неплоского резонатора посвящена работа [9]. Один из наиболее удобных подходов для прак-

тических расчетов непланарных резонаторов предложен в [10], где изложены результаты систематического анализа, позволяющего определить необходимые параметры моды в непланарном резонаторе. Ряд важных расчетов для кольцевых лазеров выполнен в работах [11–14].

Несмотря на большое число работ по непланарным кольцевым резонаторам, вопросы, связанные с влиянием поворота изображения пучка на интерференционную картину в смесителе гироскопов с таким резонатором, а также с оптимизацией и выбором оптической схемы непланарного резонатора, обеспечивающего наиболее стабильную интерференционную картину и, в конечном итоге, точность гироскопа, на сегодняшний день изучены недостаточно. Представляют интерес и анализ различных конфигураций резонатора – как с вращением изображения в свободном пространстве, так и без вращения, но с 90°-ным поворотом поля в поперечном сечении за обход резонатора, а также рассмотрение влияния диафрагмы в резонаторе на распределение интенсивности в интерференционной картине за смесителем.

В настоящей работе рассмотрен непланарный четырехзеркальный резонатор с симметричной оптической схемой, в котором все углы падения на зеркала являются одинаковыми и определяются углом излома резонатора (неплоскостностью), выбранным таким образом, чтобы поворот плоскости падения пучка моды при переходе от одного зеркала к другому составлял 22.5°. Стороны резонатора имели одинаковую длину. Сферическое зеркало, обеспечивающее устойчивость резонатора, было установлено напротив выходного. Такой резонатор, благодаря высокой степени симметрии и повороту поля в сечении пучка на 90° за обход резонатора, обладает хорошей стабильностью и в то же время не имеет дополнительных внутрирезонаторных элементов, обеспечивающих работу гироскопа, но создающих дополнительные погрешности. В непланарном резонаторе генерируются встречные пучки с круговой поляризацией, что позволяет использовать эффект Зеемана для создания частотной подставки.

В настоящей работе исследовано влияние изменений

Ю.Ю.Брославец, Т.Э.Зайцева, А.А.Фомичев. Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Институтский пер., 9; e-mail: laser@pop3.mipt.ru  
А.А.Казаков. ФГУП «НИИ "Полус" им. М.Ф.Стельмаха», Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3

конфигурации резонатора на его модовую структуру и на распределение интенсивности в интерференционной картине на выходе смесителя с учетом вращения амплитудного и фазового распределений астигматичного гауссового пучка. Получены уравнения, позволяющие рассчитать параметры пучка при его распространении в непланарном резонаторе и определить модовую структуру излучения. В работе рассмотрена скалярная модель без учета поляризации излучения. Все вычисления проводились в предположении, что в резонаторе генерируется только основная поперечная мода.

## 2. Теоретическое описание непланарного четырехзеркального резонатора

В астигматичном гауссовом пучке, в системе координат, связанной с осями его поперечного распределения, поле можно описать согласно [10, 15–17] выражением

$$U = \frac{G}{[q_1 q_2]^{1/2}} \exp \left[ -\frac{ik}{2} \left( \frac{x^2}{q_1} + \frac{y^2}{q_2} \right) - ikz + i\phi \right], \quad (1)$$

где

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{R_1} - i \frac{\lambda}{\pi \omega_1^2}; \quad \frac{1}{q_2} = \frac{1}{R_2} - i \frac{\lambda}{\pi \omega_2^2};$$

$q_1, q_2$  – комплексные параметры пучка;  $x, y, z$  – поперечные и продольная координаты;  $G$  – амплитуда поля;  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $R_1, R_2$  – радиусы кривизны фронтов;  $\omega_1, \omega_2$  – поперечные сечения пучков во взаимно перпендикулярных направлениях;  $\phi$  – начальная фаза. В пучке, определенном таким образом, главные оси распределения амплитуды и фазы совпадают и направлены по осям системы координат, а пучок описывается комплексными параметрами  $q_1(z)$  и  $q_2(z)$ , определяющими поперечный размер и кривизну фронта пучка в плоскостях  $xz$  и  $yz$  соответственно. Различие между комплексными параметрами в перпендикулярных плоскостях определяет астигматизм пучка. В случае их равенства пучок становится обычным неастигматичным гауссовым пучком.

Рассмотрим форму записи астигматичного пучка в системе координат, развернутой на некий угол вокруг продольной оси; в этом случае для новых координат можно записать:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$F = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

– матрица поворота новой системы координат  $(x', y')$  относительно старой  $(x, y)$  на угол  $\varphi$ . Первый член суммы в показателе экспоненты (опускаем  $-ik/2$ ) описывающего поле выражения (1), представляющий собой квадратичную форму, можно записать в матричном виде:

$$\frac{x^2}{q_1} + \frac{y^2}{q_2} = (x, y) P \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{q_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{q_2} \end{pmatrix}.$$

В этом случае при развороте системы координат на угол  $\varphi$  квадратичную форму можно представить в виде

$$\frac{x^2}{q_1} + \frac{y^2}{q_2} = (x, y) F^{-1} P F F^{-1} F \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (x', y') T \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где

$$F^{-1}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$T = F P F^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$a = \frac{\cos^2 \varphi}{q_1} + \frac{\sin^2 \varphi}{q_2}; \quad b = \left( \frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2} \right) \sin \varphi \cos \varphi;$$

$$c = \frac{\sin^2 \varphi}{q_1} + \frac{\cos^2 \varphi}{q_2}. \quad (7)$$

Таким образом, поле астигматичного гауссова пучка в системе координат, развернутой на угол  $\varphi$  относительно осей системы, в которой квадратичная форма имеет канонический вид, можно представить в виде

$$U = \frac{G}{(q_1 q_2)^{1/2}} \exp \left[ -\frac{ik}{2} (ax'^2 + 2bx'y' + cy'^2) - ikz + i\phi \right]. \quad (8)$$

В этом случае пучок определяется коэффициентами матрицы

$$T = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Если угол поворота  $\varphi = \varphi_r + i\varphi_i$  системы координат в матричном преобразовании взять комплексным, считая поворот системы на комплексный угол неким матричным преобразованием (4)–(7), то полученное представление астигматичного пучка будет описывать пучки, в которых амплитудное и фазовое распределения развернуты относительно друг друга и относительно системы координат. В этом случае элементы матрицы  $T$  будут комплексными. При таком представлении для нахождения комплексных параметров пучка необходимо перейти в систему координат, в которой мнимая или действительная часть квадратичной формы не будет иметь диагонального члена, т. е.  $\text{Im}b = 0$  или  $\text{Re}b = 0$ . В этом случае из коэффициентов квадратичной формы, приведенной к каноническому виду, определяются радиусы кривизны волнового фронта или поперечное сечение пучка.

Для определения  $\xi$  – угла разворота фазового распределения и  $\eta$  – угла разворота амплитудного распределения системы координат, в которой квадратичная форма будет иметь канонический вид соответствующего распределения относительно начальной системы координат, можно воспользоваться следующими соотношениями:

$$\xi = \frac{1}{2} \arctan \frac{2b'}{a' - c'}, \quad (10)$$

$$\eta = \frac{1}{2} \arctan \frac{2b''}{a'' - c''}. \quad (11)$$

В окрестности точек, где  $a' = c'$  или  $a'' = c''$ ,

$$\xi = \delta \frac{1}{2} \arccos \left\{ \delta \frac{a' - c'}{[(a' - c')^2 + 4b'^2]^{1/2}} \right\} \text{sign } b', \quad (12)$$

$$\eta = \varepsilon \frac{1}{2} \arccos \left\{ \varepsilon \frac{a'' - c''}{[(a'' - c'')^2 + 4b''^2]^{1/2}} \right\} \text{sign } b''.$$

Здесь  $a = a' + ia''$ ,  $b = b' + ib''$ ,  $c = c' + ic''$  – коэффициенты квадратичной формы матрицы  $T$ , представленные в виде мнимой и действительной частей;  $\delta = \pm 1$ ;  $\varepsilon = \pm 1$ . Знаки  $\delta$  и  $\varepsilon$  определяются начальной ориентацией осей распределений относительно осей координат, поскольку существует некая неоднозначность при нахождении углов поворота кривой второго порядка. Приводя эту кривую к каноническому виду, ее можно повернуть на некоторый угол с точностью до  $\pm\pi/2$ , что не позволяет однозначно определить направление большой и малой полуосей. Для устранения этой неоднозначности необходима информация о начальном направлении осей.

Таким образом, зная матрицу  $T$ , задающую астигматичный гауссов пучок, и приводя ее мнимую или действительную часть к диагональному виду поворотом системы координат на угол  $-\xi$  (для действительной части) или угол  $-\eta$  (для мнимой части), определяем поперечные размеры пучка или кривизну фронта для данного сечения пучка:

$$T_r = F^{-1}(-\xi) \text{Re}TF(-\xi) = \begin{pmatrix} A_r & 0 \\ 0 & B_r \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$T_i = F^{-1}(-\eta) \text{Im}TF(-\eta) = \begin{pmatrix} A_i & 0 \\ 0 & B_i \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\omega_1 = \left( -\frac{\lambda}{\pi A_i} \right)^{1/2}, \quad \omega_2 = \left( -\frac{\lambda}{\pi B_i} \right)^{1/2},$$

$$R_1 = \frac{1}{A_r}, \quad R_2 = \frac{1}{B_r}. \quad (15)$$

Рассмотрим преобразование матрицы  $T$  на отдельных элементах резонатора – зеркалах, участках свободного пространства и диафрагме. При прохождении пучком участка свободного пространства длиной  $z$  это преобразование можно представить в следующем виде:

$$T' = (E + zT)^{-1}T,$$

где

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

– единичная матрица.

Преобразование матрицы  $T$  при переходе в систему координат, связанную с плоскостью падения пучка на следующее зеркало, получаем путем поворота системы координат на угол  $\varphi$ , соответствующий углу между плоскостями падения пучка на последовательно расположен-

ные рядом зеркала. При этом направление поворота должно быть противоположным направлению разворота плоскостей падения пучка:

$$T' = F^{-1}(\varphi)TF(\varphi). \quad (17)$$

Преобразование матрицы  $T$ , происходящее при отражении пучка от зеркала и связанное с необходимостью выбора правой ориентации направляющих векторов системы координат, определяется следующим образом:

$$T' = MTM,$$

где

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Прохождение гауссова астигматичного пучка через квадратичный корректор в общем виде описывается умножением функции распределения поля на множитель:

$$U'(x, y, z) = U(x, y, z)S(x, y), \quad (19)$$

где

$$S(x, y) = \exp \left[ \frac{ik}{2}(Ax^2 + 2Bxy + Cy^2) \right]; \quad (20)$$

$A, B, C$  – коэффициенты, которые в общем виде являются комплексными и могут описывать как фазовую, так и амплитудную коррекцию, эквивалентную создаваемой астигматичной линзой, сферическим зеркалом или астигматичной диафрагмой. Матрица, описывающая квадратичный корректор, в общем случае имеет вид

$$K = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix},$$

а преобразование матрицы  $T$ , соответствующей астигматичному пучку в квадратичном корректоре, таково:

$$T' = T + K. \quad (21)$$

Преобразованию пучка при его падении и отражении под углом  $\gamma/2$  от сферического зеркала с радиусом кривизны  $R$  будет соответствовать соотношение

$$T' = T + K_1, \quad (22)$$

где

$$K_1 = \begin{pmatrix} -\frac{2}{R \cos(\gamma/2)} & 0 \\ 0 & -\frac{2 \cos(\gamma/2)}{R} \end{pmatrix}, \quad (23)$$

а преобразование матрицы пучка  $T$  при прохождении гауссовой диафрагмы можно представить в виде

$$T' = T + K_2, \quad (24)$$

где  $K_2$  – матрица, описывающая квадратичную коррекцию пучка при его прохождении через гауссову эллиптическую диафрагму. Поскольку в рассматриваемом резонаторе использовалась круглая диафрагма, то ее размеры  $\Delta_a$  по оси  $x$  и  $\Delta_c$  по оси  $y$  одинаковы. В этом случае  $K_2$  определяется следующим образом:

$$K_2 = \begin{pmatrix} -\frac{i\lambda}{\pi A_a^2} & 0 \\ 0 & -\frac{i\lambda}{\pi A_c^2} \end{pmatrix}, \tag{25}$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения;  $A_a = A_c = A$  – размер диафрагмы.

Рассмотрим непланарный четырехзеркальный резонатор (рис.1) с одним сферическим и тремя плоскими зеркалами. Выходное зеркало 31 расположено напротив сферического зеркала 33. Диафрагма Д находится у выходного зеркала. Будем считать, что оптический контур является симметричным, т. е. все плечи резонатора равны:  $AB = BC = CD = DA = L$ . Углы падения пучка на зеркала и углы между плоскостями  $BAD, ADC, DCB$  и  $CBA$ , равные по модулю  $\varphi$ , так же одинаковы и определяются углом неплоскостности резонатора  $\beta$ .

Для симметричного непланарного резонатора с равными сторонами и углами падения пучка на зеркала выполняется следующее соотношение между углом неплоскостности  $\beta$  и углом поворота  $\varphi$  плоскости падения пучка от одного зеркала к другому:

$$\cos^2(\beta/2) = \cos \varphi. \tag{26}$$

Соотношение между углом падения  $\gamma/2$  и углом  $\varphi$  имеет следующий вид:

$$\tan^2(\gamma/2) = \cos \varphi. \tag{27}$$

Для несимметричного резонатора, если углы падения на зеркала разные, т. е.  $\gamma/2 \neq \alpha/2$ , выполняются соотношения

$$\cos \varphi = \tan(\gamma/2) \tan(\alpha/2), \tag{28}$$

$$\sin \varphi \sin \alpha = \cos(\gamma/2) \sin \beta. \tag{29}$$

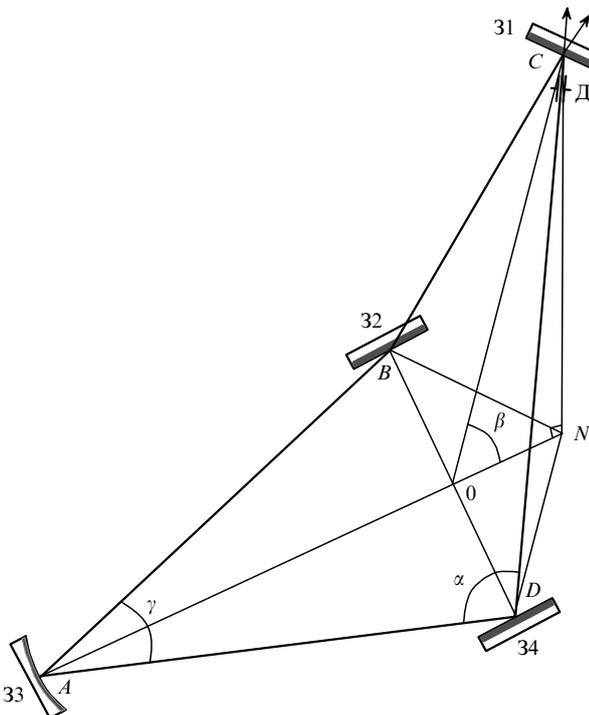


Рис.1. Оптическая схема непланарного резонатора лазерного гироскопа.

Найдем преобразование матрицы пучка  $T$  в каждом плече резонатора с учетом поворота плоскости падения от одного зеркала к другому и такой переориентации системы координат, в результате которой выбранный направляющий базис после отражения от зеркала становится правоориентированным. При этом необходимо принять во внимание, что угол  $\varphi$  между плоскостями падения на зеркала меняет свой знак при переходе от одного зеркала к другому. В качестве начальной плоскости сечения пучка выберем плоскость за зеркалом 31 и направление обхода пучком резонатора против часовой стрелки. Для системы координат  $x', y', z$  ось  $x'$  расположена в начальной плоскости, ось  $z$  – вдоль пучка и ось  $y'$  – в направлении, перпендикулярном начальной плоскости и обеспечивающем правую ориентацию системы координат. В результате получим следующее матричное преобразование исходного пучка, описываемого матрицей  $T_1$ , при обходе пучком резонатора:

$$\begin{aligned} T_2 &= MF^{-1}(-\varphi) [(E + z T_1)^{-1} T_1] F(-\varphi) M, \\ T_3 &= MF^{-1}(\varphi) [(E + z T_2)^{-1} T_2 + K_1] F(\varphi) M, \\ T_4 &= MF^{-1}(-\varphi) [(E + z T_3)^{-1} T_3] F(-\varphi) M, \\ T_5 &= MF^{-1}(\varphi) [(E + z T_4)^{-1} T_4 + K_2] F(\varphi) M, \\ T_1 &= T_5, \end{aligned} \tag{30}$$

где  $T_2$  – матрица, описывающая астигматичный гауссов пучок после прохождения свободного участка  $CB$  и отражения от зеркала 32;  $T_3$  – матрица пучка после прохождения свободного участка  $BA$  и отражения от сферического зеркала 33;  $T_4$  – матрица пучка после прохождения свободного участка  $AD$  и отражения от зеркала 34;  $T_5$  – матрица пучка после прохождения свободного участка  $DC$ , диафрагмы и отражения от зеркала 31;  $z$  – координата, отсчитываемая от точки падения пучка на зеркало до рассматриваемого сечения в пучке на участках плеч резонатора либо равная  $L$  при прохождении плеча полностью.

Для пучка, распространяющегося в противоположном направлении, можно получить аналогичные преобразования. Считая, что после однократного прохождения резонатора пучок попадает в исходную плоскость сечения и затем, после многократных проходов, в резонаторе устанавливается стационарное распределение поля, можно найти как стационарные параметры пучка, так и их изменение в процессе установления. Для этого присваиваем значения матрицы  $T_5$ , полученные в результате преобразования в уравнениях для всего резонатора, исходной матрице  $T_1$ .

### 3. Численный расчет непланарного резонатора с одним сферическим зеркалом

Полученные матричные рекуррентные уравнения решались численными методами. Для этого в качестве начального приближения было сформировано семейство матриц  $T_1$ , определяющих ряд астигматичных пучков, которые в общем виде имеют амплитудное и фазовое распределения, развернутые в соответствии с (2) на разные углы относительно системы координат. В качестве начального приближения комплексные параметры  $q_1, q_2$

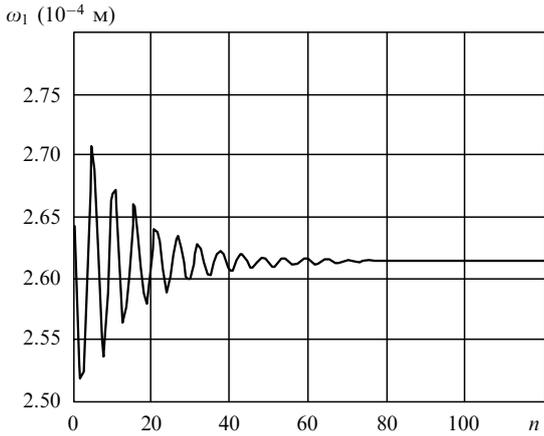


Рис.2. Размер поперечного сечения пучка  $\omega_1$  в направлении оси  $x$  в зависимости от числа проходов  $n$  резонатора при диафрагме  $\Delta = 0.001$  м (за выходным зеркалом).

были рассчитаны для аналогичного, но планарного резонатора. Сформированные исходные матрицы  $T_1$  после многократного преобразования в рекуррентных уравнениях (30) сходились к стационарным матрицам, определяющим распределения поля моды для заданных параметров резонатора.

Характерные времена установления стационарной моды определялись величиной диафрагмы. На рис.2 показана зависимость установления поперечного размера пучка от числа проходов резонатора. При длине периметра резонатора  $4L = 0.2092$  м и диафрагме  $\Delta = 0.00053$  м время установления моды составило 15 нс, а при диафрагме  $\Delta = 0.001$  м – около 50 нс.

В работе были проведены расчеты для непланарного резонатора гелий-неонового зеемановского лазерного гироскопа со следующими параметрами: резонатор полностью симметричен по углам и длине плеч, длина волны излучения  $\lambda = 0.6328$  мкм, длина плеча резонатора  $L = 0.0523$  м, размер диафрагмы  $\Delta = 0.00053$  м, радиус кривизны сферического зеркала  $R = 1.36$  м, угол неплоскостности  $\beta = 32.03124^\circ$  соответствует углу  $\varphi = 22.5^\circ$ , угол падения пучка на зеркала  $\gamma/2 = 43.86622^\circ$ .

Полученные в результате расчетов зависимости поперечных размеров пучка в ортогональных направлениях по осям  $x$  и  $y$  в сечении резонатора перед выходным

зеркалом и после отражения от него показаны на рис.3, а, б. На расстоянии от выходного зеркала в 10 см размер пучка  $\omega_1 = 281.5$  мкм,  $\omega_2 = 265.6$  мкм, на выходном зеркале  $\omega_1 = 248.5$  мкм,  $\omega_2 = 247.4$  мкм. Здесь  $\omega_1$  – размер пучка по оси  $x$ , а  $\omega_2$  – по оси  $y$ . Поскольку в резонаторе диафрагма установлена перед выходным зеркалом, размер пучка для каждого из ортогональных направлений отображается двумя зависимостями: верхней, соответствующей размеру пучка до диафрагмы на отрезке  $[-0.1; 0]$  (в отсутствие диафрагмы зависимость продолжилась бы на отрезке  $[0; 0.1]$ ), и нижней, соответствующей размеру пучка после диафрагмы на отрезке  $[0; 0.1]$  и продолжению зависимости размера этого пучка на отрезке  $[-0.1; 0]$ . Таким образом, в точке  $z = 0$  происходит скачок размеров пучка, связанный с его прохождением через диафрагму. Размеры поперечного сечения пучков показаны в системе координат, связанной с главными осями амплитудного распределения. Полученные зависимости демонстрируют, что перетяжки пучка в ортогональных направлениях смещены от выходного зеркала к сферическому и расположены несимметрично. Аналогичным образом на рис.3, в, г показаны зависимости кривизны волнового фронта пучка в координатах  $1/R$ , где  $R$  – радиус кривизны пучка, а расстояния отсчитываются от выходного зеркала. На отрезке  $[-0.1; 0]$  (рис.3, в, г) необходимо принимать во внимание верхнюю зависимость, на отрезке  $[0; 0.1]$  – тоже верхнюю. Для удобства рассмотрения зависимости продолжены за пределы начала отсчета.

При численном моделировании оказалось, что после установления модовой структуры в резонаторе параметры моды не зависели от начальных параметров семейства пучков, взятых с разными углами между амплитудным и фазовым распределениями. Таким образом, независимо от начальных параметров пучка установившееся распределение поля определялось параметрами резонатора; для фазового распределения оно показано на рис.4. Амплитудное распределение поля в поперечном сечении пучка на выходном зеркале хорошо описывалось гауссовым распределением. Наблюдается заметный астигматизм в фазовом распределении и достаточно малый – в амплитудном. Это является результатом поворота изображения пучка при обходе резонатора на  $90^\circ$ . В резонаторе, в области пространства между перетяжками, кривизна фронта по разным осям имеет разные знаки, вслед-

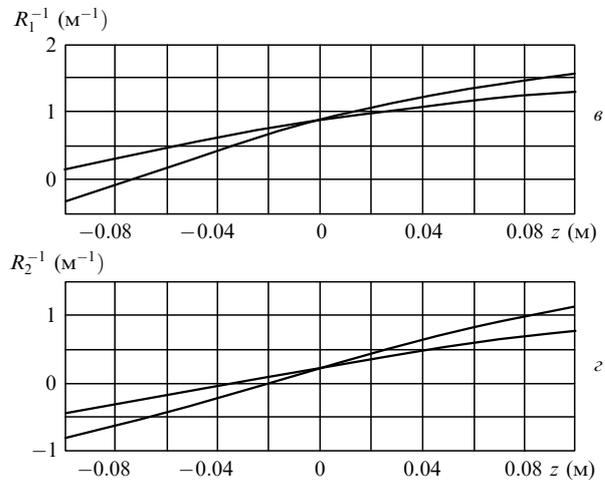
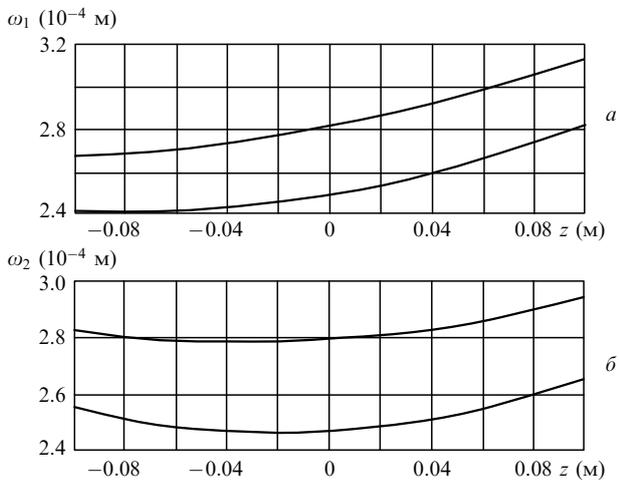


Рис.3. Зависимости поперечных размеров пучка  $\omega_1$  и  $\omega_2$  от расстояния  $z$ , отсчитываемого от выходного зеркала при  $\Delta = 0.00053$  м в направлениях  $x$  (а) и  $y$  (б), а также зависимости кривизны фронта пучка  $R_1^{-1}$  и  $R_2^{-1}$  до выходного зеркала и после отражения от него в направлениях  $x$  (в) и  $y$  (г).

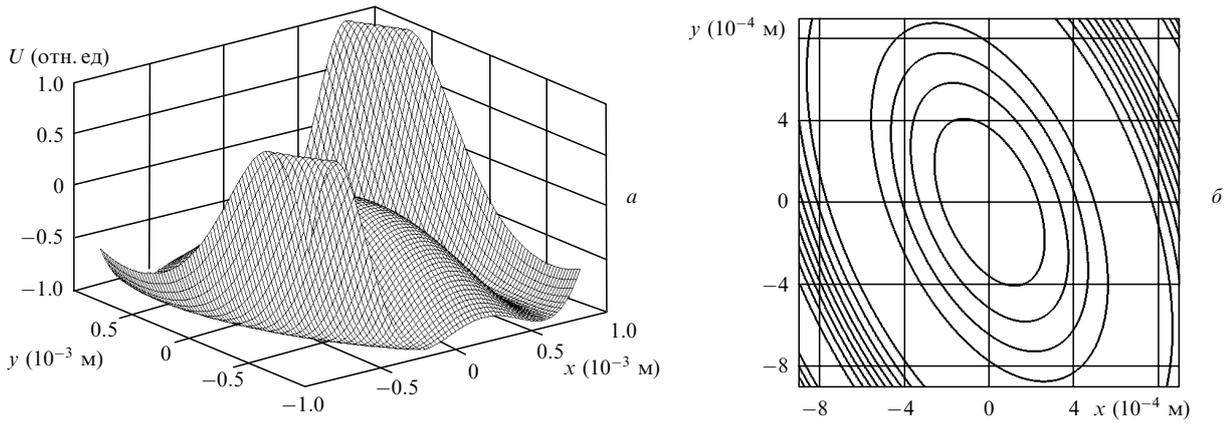


Рис.4. Зависимости фазового множителя поля в поперечном сечении пучка (а) и сечения равной фазы в фазовом распределении пучка (б) на выходном зеркале.

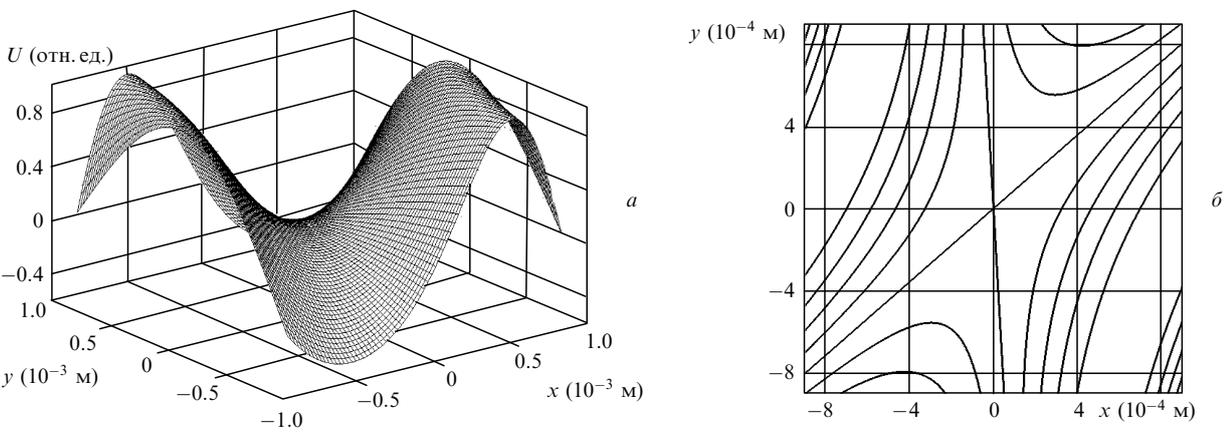


Рис.5. Зависимости фазового множителя поля в поперечном сечении пучка (а) и сечения равной фазы в фазовом распределении пучка (б) за сферическим зеркалом.

ствие чего фазовое распределение поперечной структуры – поверхность второго порядка вблизи оси пучка – представляет собой гиперболический параболоид. Поэтому распределение фазового множителя поперечного сечения пучка за сферическим зеркалом имеет вид, показанный на рис.5, а амплитудное распределение обладает заметным астигматизмом.

Одним из факторов, влияющих на точностные параметры гироскопа, является поперечная модовая структура излучения. В большинстве гироскопов стараются создать условия для генерации нулевой моды гауссова распределения, хотя в ряде работ получены интересные результаты [18], продемонстрировавшие возможность устранения захвата частоты при генерации мод более высокого порядка. В нашей работе численное моделирование показало, что при изменении размеров диафрагмы астигматичный пучок существенно меняет свою структуру в резонаторе и его перетяжки в ортогональных направлениях смещаются в сторону сферического зеркала при уменьшении размеров диафрагмы. В случае отсутствия диафрагмы собственная мода резонатора представляет собой астигматичный пучок, у которого перетяжки во взаимно ортогональных направлениях расположены симметрично и на равном расстоянии от выходного зеркала, одна – до отражения (рис.6.а, кривая 1), другая – после (рис.6.б, кривая 2). Уменьшение размера диафрагмы приводит к перемещению положения перетяжек от выходного зеркала к сферическому (рис.7, 8). В резуль-

тате обе перетяжки оказываются в области сферического зеркала, а их размер при уменьшении диафрагмы вначале увеличивается, а затем, достигнув максимума, начинает сильно уменьшаться (рис.8). Необходимо также отметить, что поскольку диафрагма расположена на выходном зеркале, то показанные на рис.7 зависимости

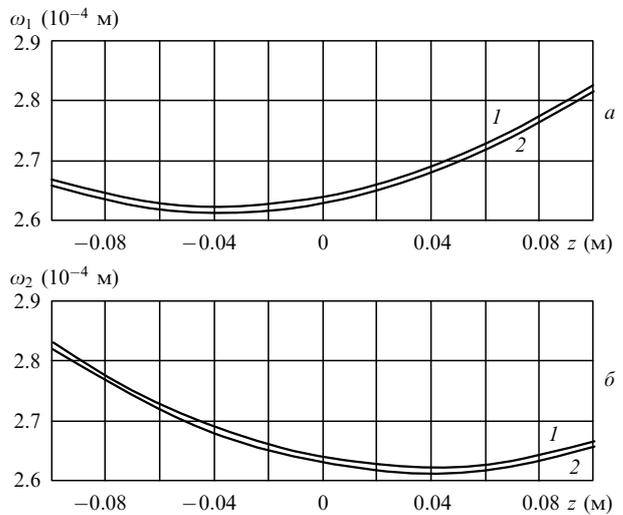


Рис.6. Зависимости поперечных размеров пучков в направлениях  $x$  (а) и  $y$  (б) от расстояния, отсчитываемого от выходного зеркала, при диафрагме  $\Delta = 0.003$  м.

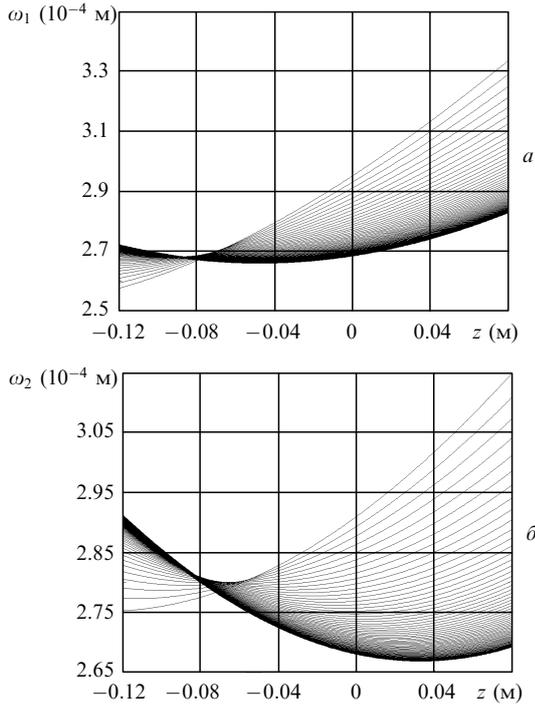


Рис.7. Семейство кривых, описывающих поперечный размер пучка  $\omega_1(z)$  в направлении оси  $x$  (а) и в направлении оси  $y$   $\omega_2(z)$  (б) в различных сечениях резонатора при изменении размеров диафрагмы. Расстояние отсчитывается от выходного зеркала, отрицательные значения соответствуют расстояниям до зеркала, а положительные – после него. Большей диафрагме соответствуют кривые перетяжками, расположенными ближе к нулю.

при положительных значениях расстояния носят качественный характер. В действительности же имеет место скачок размеров пучка при прохождении диафрагмы.

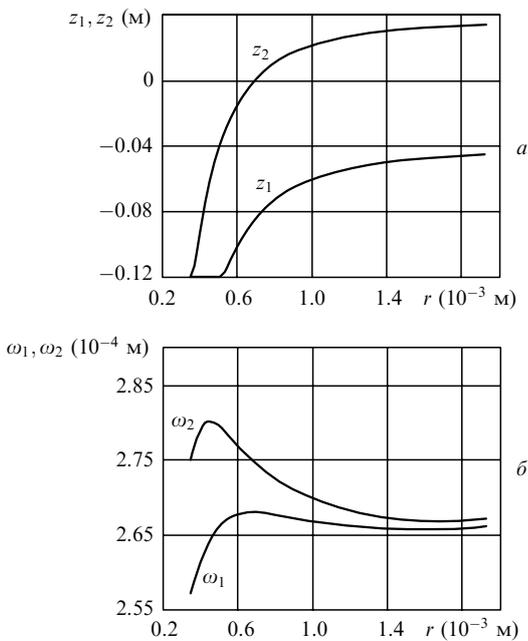


Рис.8. Зависимости, отражающие смещение положения перетяжек  $z_1, z_2$  (а) и их величины  $\omega_1, \omega_2$  (б) в резонаторе при изменении радиуса  $r$  диафрагмы. Нижние кривые – зависимости в направлении оси  $x$ , верхние – оси  $y$ . Расстояния  $z_1, z_2$  отсчитываются от выходного зеркала (отрицательные значения – расстояния до зеркала, положительные – за ним).

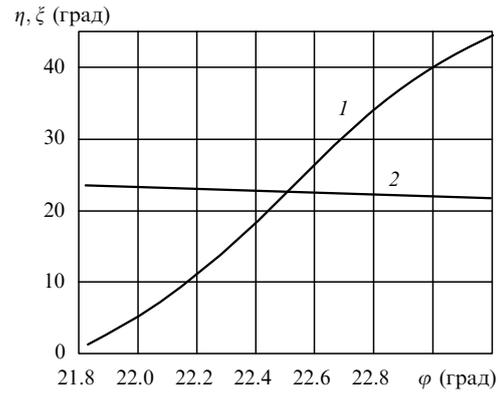


Рис.9. Зависимости угла наклона  $\eta$  осей амплитудного распределения (1) и угла наклона  $\xi$  осей фазового распределения (2) в сечении на выходном зеркале от изменения угла поворота  $\phi$  плоскости падения пучка.

Таким образом, введение диафрагмы и уменьшение ее размера приводят к увеличению астигматизма пучка (рис.7, 8). Следовательно, для уменьшения астигматизма пучка размер диафрагмы должен быть таким, чтобы размеры перетяжек не достигли максимума.

Расчет зависимостей углов наклона осей амплитудного и фазового распределений при изменении угла неплоскостности резонатора показал наличие значительного изменения угла наклона амплитудного распределения (рис.9). Рассмотрены малые отклонения от угла неплоскостности, обеспечивающего при переходе к следующему плечу резонатора поворот плоскости падения на угол  $\phi = 22.5^\circ$ .

Результаты расчета зависимостей поворота амплитудного ( $\eta(z)$ ) и фазового ( $\xi(z)$ ) распределений пучка в резонаторе при его распространении после выходного зеркала показаны на рис.10. Каждой кривой соответствует определенный угол неплоскостности резонатора. Наблюдается значительный поворот осей амплитудного

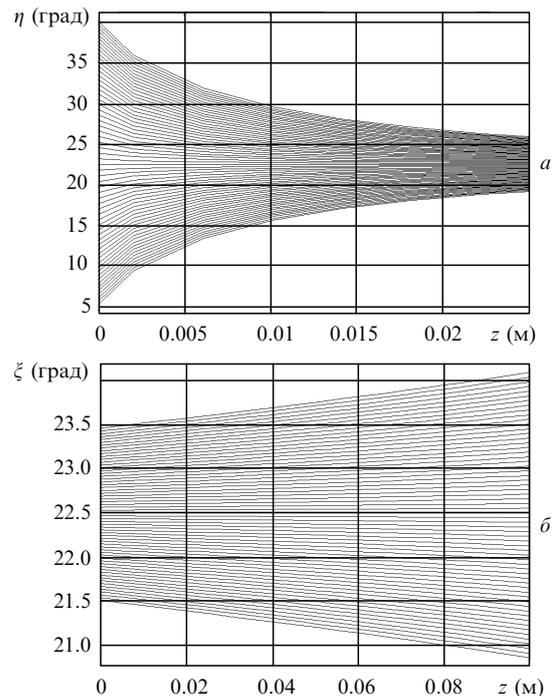


Рис.10. Семейство кривых  $\eta$  (а) и  $\xi$  (б) при распространении пучка за выходным зеркалом в свободном пространстве.

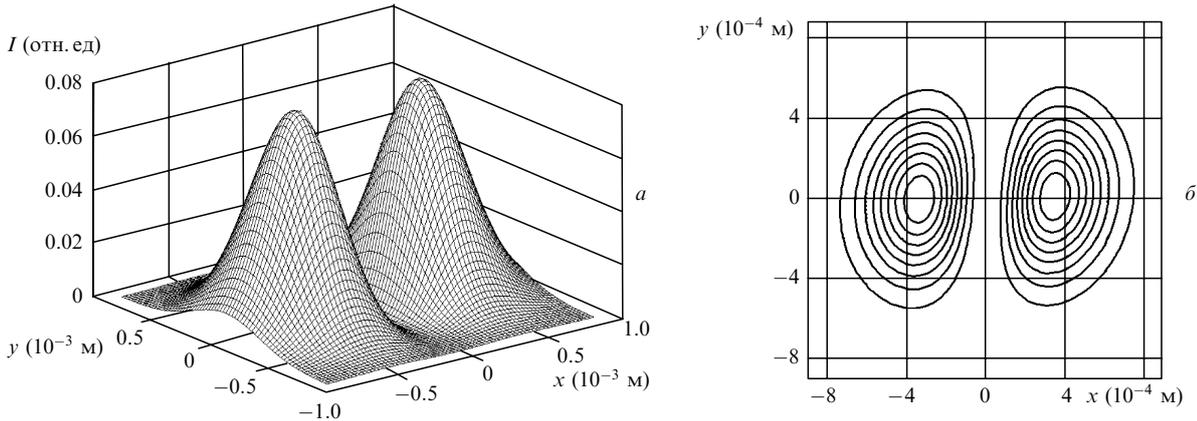


Рис.11. Распределение интенсивности (а) и линии равной интенсивности (б) в интерференционной картине на выходе смесителя.

распределения, и в то же время существует угол неплоскостности, при котором не происходит поворота осей при распространении пучка. Кривым амплитудного распределения, расположенным снизу вверх, соответствует увеличение угла неплоскостности, а кривым фазового распределения, расположенным в том же порядке – его уменьшение.

Распределение интенсивности в интерференционной картине на выходе смесителя лазерного гироскопа, вычисленное для рассматриваемого резонатора, приведено на рис.11. Наблюдаемый провал между пучками является областью минимума интенсивности интерференционной полосы. Пучки сведены так, что область их перекрытия соответствует примерно одной трети интенсивности каждого пучка.

#### 4. Расчет непланарного резонатора с двумя сферическими зеркалами

Пучки с вращением амплитудного и фазового распределений при распространении на участках свободного пространства резонатора могут формироваться в нем не только при отклонении угла неплоскостности от величины, обеспечивающей существование моды с астигматичным пучком без вращения поля, но и при использовании более одного сферического зеркала. Если их два и они расположены в противоположных плечах резонатора, то формируется мода, в которой на участках сво-

бодного пространства происходит вращение амплитудного и фазового распределений. Поворот осей при распространении пучка в свободном пространстве в плече резонатора для амплитудного и фазового распределений показан на рис. 12. Радиус кривизны сферических зеркал в расчетах брался в два раза большим, чем в резонаторе с одним зеркалом. На рис.13 показаны зависимости положения и величины перетяжки от радиуса кривизны зеркала. Таким образом, изменение кривизны плоских зеркал, например при их выгибании вследствие воздействия пьезокерамического двигателя системы регулирования периметра, может, в конечном итоге, приводить к повороту фазового и амплитудного распределений пучка.

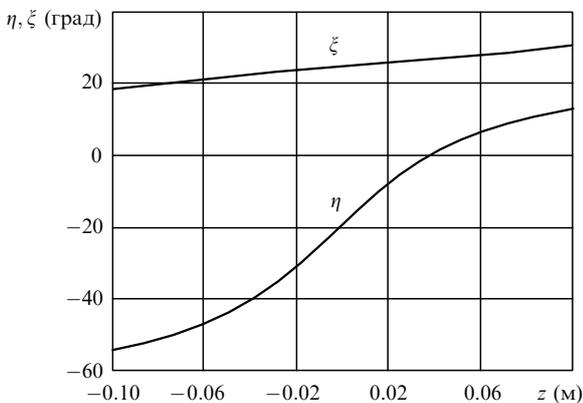


Рис.12. Зависимости угла поворота амплитудного ( $\eta$ ) и фазового ( $\xi$ ) распределений пучка от расстояния в резонаторе относительно выходного плоского зеркала.

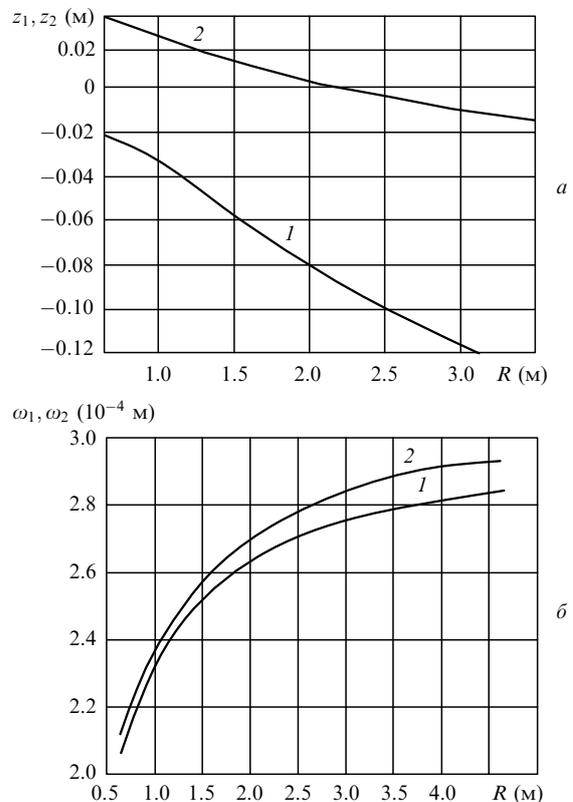


Рис.13. Зависимости положения перетяжек пучка по оси  $z$  относительно выходного зеркала (а) и размера перетяжек пучка (б) в направлениях  $x$  (1) и  $y$  (2) от радиуса кривизны сферического зеркала, изменяемого одновременно для двух сферических зеркал резонатора.

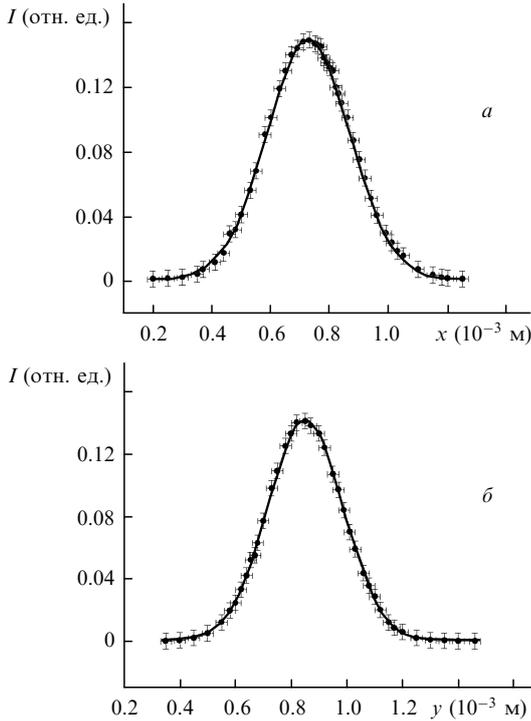


Рис.14. Зависимости интенсивности в пучке от поперечных координат в направлении  $x$  ( $\omega_1 = 287$  мкм) (а) и  $y$  ( $\omega_2 = 271$  мкм) (б), измеренные за выходным зеркалом.

### 5. Экспериментальное определение параметров астигматичного гауссова пучка

В работе было измерено поперечное распределение поля на выходе зеемановского лазерного гироскопа ЛГК-200 с непланарным резонатором, параметры которого определены выше. Распределение интенсивности поперечного сечения выходного пучка показало, что пучок не обладает астигматизмом и является практически круглым. Снятые зависимости поперечного распределения интенсивности в ортогональных направлениях и на расстоянии 10 см от выходного зеркала (за ним) показали (рис. 14), что в пределах точности измерений различие в размерах перетяжек составляет менее 10 мкм. Сечения пучка  $\omega_1 = 287$  мкм и  $\omega_2 = 271$  мкм согласуются с расчетными данными (см. рис.3), где  $\omega_1 = 281.5$  мкм,  $\omega_2 = 265.6$  мкм.

Распределение интенсивности в интерференционной картине, показанное на рис. 15, измерялось в дальней зоне на выходе смесителя, обеспечивающего сведение лучей под необходимым углом. Угол схождения  $\theta$  (рис.16) был выбран таким, чтобы в области перекрытия пучков наблюдался только один интерференционный максимум или минимум. Полученные распределения показали наличие наклона интерференционных полос (рис.15). При численном моделировании было определено, что наклон интерференционных полос (см. рис.11) определяется поворотом осей фазового распределения (см. рис.4). Если угол разворота фазового распределения равен нулю, то интерференционные полосы оказываются перпендикулярными линии, соединяющей оси пучков.

Таким образом, поворот фазового распределения в сечении пучка приводит к наклону интерференционных полос. И это необходимо принимать во внимание при ориентации фотоприемного устройства.

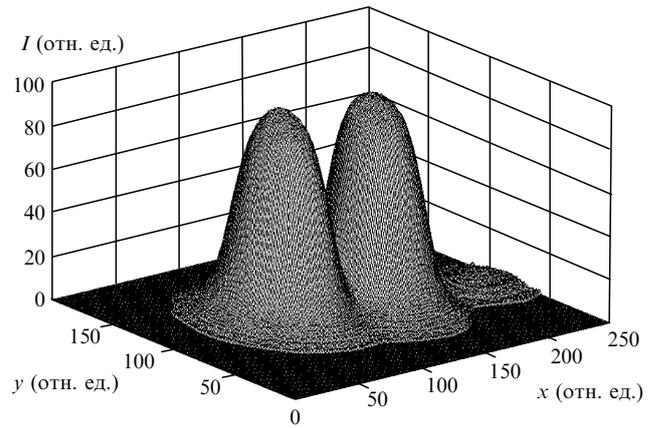
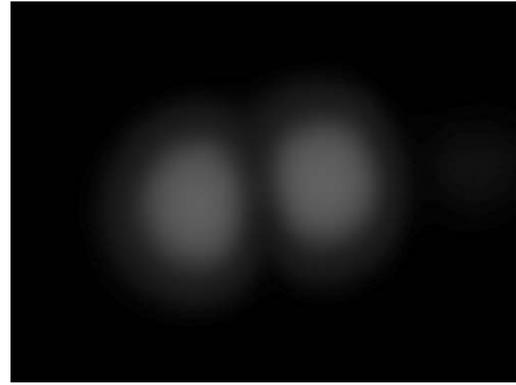


Рис.15. Распределение интенсивности при пересечении двух пучков на выходе смесителя. Темная полоса между пучками является результатом их интерференции.

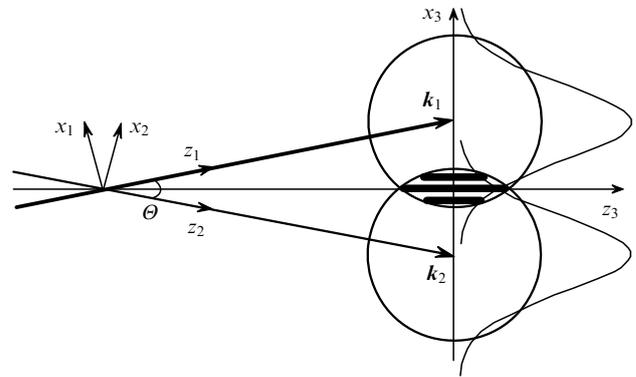


Рис.16. Направление астигматичных гауссовых пучков на выходе смесителя при интерференции ( $\theta$  – угол между пучками).

### 6. Заключение

Использованный в работе подход к описанию непланарных резонаторов на основе матриц квадратичной формы, определяющих астигматичный гауссов пучок, позволяет, несмотря на простоту, описать распределение поля в резонаторе и рассчитать основные параметры моды: поперечное сечение пучка, кривизну фронта и углы поворота амплитудного и фазового распределений.

Численные расчеты показали, что в неплоском четырехзеркальном резонаторе с одним сферическим зеркалом при выборе угла неплоскостности, равного  $32.031236^\circ$ ,

модой является астигматичный гауссов пучок без вращения поля при распространении на свободных участках. В то же время наличие углов между плоскостями падения на зеркала резонатора, задаваемых углом неплоскостности резонатора, приводит к повороту амплитудного и фазового распределений пучка на  $90^\circ$  за обход резонатора. Такая конфигурация позволяет существенно выравнивать величины полуосей амплитудного распределения на выходном зеркале, и в то же время для фазового распределения пучок остается астигматичным.

В неплоском резонаторе со сферическим зеркалом и без диафрагмы в формирующейся моде существуют две перетяжки во взаимно ортогональных направлениях, расположенные симметрично на равном расстоянии от выходного зеркала, которое находится напротив сферического. Введение ограничивающей апертуры на выходном зеркале приводит к смещению перетяжек в сторону сферического зеркала, тем больше, чем меньше диаметр диафрагмы.

Полученный в ходе численных расчетов поворот интерференционных полос в плоскости наблюдения интерференционной картины, происходящий при изменении угла разворота полуосей фазового распределения, был зафиксирован и в ходе экспериментов с зеemanовским лазерным гироскопом ЛГК-200 при измерении распределения интенсивности в интерференционной картине двух встречных пучков гироскопа.

В резонаторах с неплоскостностью, при которой сформированная мода характеризуется вращением амплитудного и фазового распределений, необходимо учитывать наклон осей этих распределений в смесителе. Отклонения угла неплоскостности резонатора от величины, обеспечивающей вращение амплитудного и фазового распределений на  $90^\circ$  за обход резонатора, приводит к формированию пучков, в сечениях которых на определенных участках резонатора наблюдается значительный поворот осей амплитудного и фазового распределений.

Распределение поля, рассчитанное для непланарного резонатора с двумя сферическими зеркалами, выявило наличие моды с вращением амплитудного и фазовых рас-

пределений на участках свободного пространства резонатора.

Выполненные исследования показали, что модой непланарного четырехзеркального резонатора с одним сферическим зеркалом является астигматичный гауссов пучок, в котором в общем случае наблюдается поворот осей амплитудного и фазового распределений на различные углы, что приводит к перераспределению структуры интерференционной картины и к повороту интерференционных полос. Для повышения точности и стабильности работы лазерного гироскопа необходимо принимать во внимание этот поворот в смесителе гироскопа.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 05-02-08113).

1. Ананьев Ю.А. *Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного резонатора* (М.: Наука, 1979).
2. Голяев Ю.Д., Евтюхов К.Н., Капцов Л.Н., Смышляев С.П. *Квантовая электроника*, **8**, 2321 (1981).
3. Ананьев Ю.А. *Оптические резонаторы и лазерные пучки* (М.: Наука, 1990).
4. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 96 (2000).
5. Dorschner T.A. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **412**, April (1983).
6. Савельев И.И., Хромых А.М. *Квантовая электроника*, **3**, 1517 (1976).
7. Кудашов В.Н., Плаченев А.Б., Радин А.М. *ЖТФ*, **73**, 111 (2003).
8. Головин И.В., Ковригин А.И., Коновалов А.Н., Лаптев Г.Д. *Квантовая электроника*, **22**, 461 (1995).
9. Бойко Д.Л., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **25**, 880 (1998).
10. Быков В.П., Силичев О.О. *Лазерные резонаторы* (М.: Физматлит, 2003).
11. Радина Т.В. *Оптика и спектроскопия*, **80**, 862 (1996).
12. Rudloff R. *IEEE J. Quantum Electron.*, **23**, 438 (1987).
13. Черненький В.И. *Квантовая электроника*, № 5, 53 (1971).
14. Аронович Ф. В сб.: *Применения лазеров* (М.: Мир, 1974, с. 182).
15. Силичев О.О. *Основы оптики гауссовых пучков* (М.: изд-е МФТИ, 1991).
16. Гончаренко А.М. *Гауссовы пучки света* (М.: КомКнига, 2005).
17. Джеррард А., Бёрч Дж. М. *Введение в матричную оптику* (М.: Мир, 1978).
18. Anderson D.Z., Chow W.W., Scully M.O. *Opt. Lett.*, **5**, 413 (1980).