

Усиление сверхкоротких лазерных импульсов при вынужденном комптоновском рассеянии в плазме

И.К.Красюк, П.П.Пашинин, А.Ю.Семенов

Проведено теоретическое исследование вынужденного комптоновского рассеяния встречных лазерных пучков в плазме, имеющей направленное движение. Показано, что, используя механизм комптоновского рассеяния, при определенных условиях можно осуществить усиление лазерного импульса пикосекундной или фемтосекундной длительности на два-три порядка.

Ключевые слова: лазерное излучение, вынужденное комптоновское рассеяние, усиление.

1. Введение

Впервые вынужденное комптоновское рассеяние в движущейся плазме двух пучков фотонов с фиксированными частотами ω_1 и ω_2 , произвольно ориентированных относительно друг друга, было рассмотрено в теоретической работе [1].

В настоящей работе получены уравнения, описывающие распространение встречных лазерных пучков в движущейся плазме, и получены их решения в различных приближениях. Показано, что при определенных условиях можно осуществить усиление лазерного импульса пикосекундной или фемтосекундной длительности на два-три порядка. Полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными работы [2], в которой зарегистрировано усиление одного из лазерных импульсов при вынужденном комптоновском рассеянии встречных лазерных пучков в движущейся плазме. Этот эффект может играть существенную роль в увеличении коэффициента отражения интенсивного лазерного излучения от движущейся ему навстречу лазерной плазмы [3].

Вынужденное комптоновское рассеяние рассматривалось ранее как один из возможных механизмов нагрева лазерной плазмы [4–9] (см. также обзор [10] и монографию [11]). Первые экспериментальные наблюдения поглощения лазерного излучения при вынужденном комптоновском рассеянии в лазерной плазме были выполнены в работах [12–14].

2. Общие соотношения

Для описания взаимодействия лазерного излучения с газом свободных электронов, обусловленного вынужденным комптоновским рассеянием, воспользуемся кинетическим уравнением для фотонов, инвариантным относительно выбора системы координат [1, 15]:

$$\frac{dN}{dt} = -c \iint [N(1 + N')f(\mathbf{p})] d\sigma d\mathbf{p}$$

$$+ c \iint [N'(1 + N)f(\mathbf{p}')] d\sigma d\mathbf{p}. \quad (1)$$

Здесь $f(\mathbf{p})$ – функция распределения электронов по векторам их импульсов

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2};$$

m – масса электрона; \mathbf{v} – скорость электрона; \mathbf{p}' – импульс электрона после его взаимодействия с фотоном; c – скорость света; $N \equiv N(\omega, \mathbf{q})$ – функция распределения фотонов по частотам ω с единичными волновыми векторами $\mathbf{q} = \mathbf{k}/k$; $k = \omega/c$ – волновое число; $N' \equiv N(\omega', \mathbf{q}')$; $d\sigma = (1 - \mathbf{v}\mathbf{q}/c)d\sigma_{sp}$ ($d\sigma_{sp}$ – дифференциальное сечение спонтанного комптоновского рассеяния, а множитель в круглых скобках отражает изменение потока фотонов по отношению к движущемуся электрону [16]).

Первое слагаемое в правой части выражения (1) определяет число фотонов с частотой ω , убывающих при рассеянии на электроне с импульсом \mathbf{p} , а второе – число фотонов, приходящих в это состояние.

Связь N и N' со спектральными плотностями потока энергии неполяризованных излучений J и J' в телесные единичные углы, оси которых направлены соответственно вдоль единичных векторов \mathbf{q} и \mathbf{q}' , дается соотношениями

$$N_k = \frac{4\pi^3 c^2}{\hbar\omega^3} J_k, \quad N'_k = \frac{4\pi^3 c^2}{\hbar\omega'^3} J'_k. \quad (2)$$

В частности, если спектральные плотности J_k и J'_k постоянны в частотных интервалах $\Delta\omega$, $\Delta\omega'$ и в элементах телесного угла $\Delta\Omega$, $\Delta\Omega' \ll 1$ (и равны нулю вне них), то

$$N_k = \frac{4\pi c^2}{\hbar\omega^3} \frac{I}{\Delta\omega\Delta\Omega}, \quad N'_k = \frac{4\pi c^3}{\hbar\omega'^3} \frac{I'}{\Delta\omega'\Delta\Omega'}, \quad (3)$$

где I и I' – полные (интегральные) интенсивности соответствующих световых пучков.

Дифференциальное сечение спонтанного комптоновского рассеяния $d\sigma_{sp}$ выражается формулой Клейна – Нишины – Тамма, которая в лабораторной системе координат имеет вид [16]

И.К.Красюк, П.П.Пашинин, А.Ю.Семенов. Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: krasyyuk@kapella.gpi.ru

Поступила в редакцию 30 марта 2006 г., после доработки – 31 мая 2006 г.

$$d\sigma_{sp} = \sigma_0 dq', \quad (4)$$

где

$$\sigma_0 = 2r_0^2 \left(\frac{\hbar\omega'}{mc^2} \right)^2 \frac{u_0}{\chi^2}; \quad (5)$$

$$u_0 = 4 \left(\frac{1}{\chi} + \frac{1}{\chi'} \right)^2 - 4 \left(\frac{1}{\chi} + \frac{1}{\chi'} \right) - \left(\frac{\chi}{\chi'} + \frac{\chi'}{\chi} \right);$$

$$\chi = \frac{2pk}{(mc^2)^2}; \quad \chi' = -\frac{2pk'}{(mc^2)^2};$$

$r_0 = e^2/(mc^2) = 2.8 \times 10^{-13}$ см – классический радиус электрона. Круглые скобки в числителях выражений для χ и χ' означают скалярные произведения 4-импульса электрона

$$\left\{ \mathbf{p}; i \frac{\varepsilon}{c} \right\}$$

и 4-импульсов падающего и рассеянного фотонов

$$\left\{ \hbar \mathbf{k}; i \frac{\hbar\omega}{c} \right\} \quad \text{и} \quad \left\{ \hbar \mathbf{k}'; i \frac{\hbar\omega'}{c} \right\}$$

соответственно. Связь между частотами падающего и рассеянного фотонов ω и ω' по закону сохранения энергии и импульса дается соотношением

$$\omega \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta \right) = \omega' \left[\left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta' \right) + \frac{\hbar\omega}{mc^2} (1 - \cos \vartheta) \right]. \quad (6)$$

Здесь θ и θ' – углы между вектором импульса электрона \mathbf{p} и волновыми векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}' падающего и рассеянного фотонов соответственно; ϑ – угол между \mathbf{k} и \mathbf{k}' (рис.1).

Подставляя в уравнение (1) выражения (2) для $N(\omega, \mathbf{q})$, $N(\omega', \mathbf{q}')$ и учитывая лишь вынужденный эффект, получаем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial J}{\partial t} + \mathbf{q} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{r}} = \iint \left\{ \frac{4\pi^3 c^2}{\hbar\omega'^3} J J' [f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p})] \tilde{\sigma} \right\} d\mathbf{p} dq'. \quad (7)$$

Здесь $J \equiv J(\omega, \mathbf{q})$; $J' \equiv J(\omega', \mathbf{q}')$; $\tilde{\sigma} = (1 - \mathbf{v}\mathbf{q}/c)\sigma_0$. Далее предположим, что в стационарных условиях ($\partial J/\partial t = 0$) навстречу друг другу по оси z распространяются две плоские электромагнитные волны (рис.2):

$$J = J_1(z, \omega) \frac{1}{2\pi} \delta(1 + \cos \theta) + J_2(z, \omega) \frac{1}{2\pi} \delta(1 - \cos \theta). \quad (8)$$

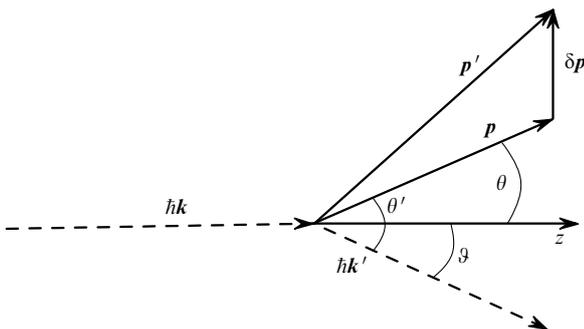


Рис.1. Схема вынужденного комптоновского рассеяния.

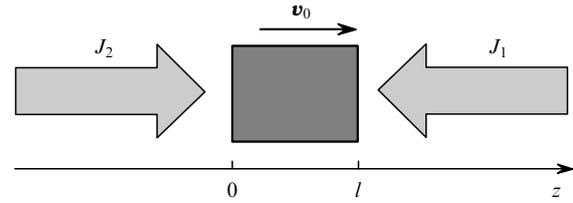


Рис.2. Схема взаимодействия лазерных пучков с движущейся плазмой; l – протяженность плазмы.

Здесь $\delta(\theta)$ – δ -функция Дирака. В этом случае в результате рассеяния происходит изменение только лишь компоненты импульса электрона, направленной вдоль оси z , и поэтому при дальнейшем рассмотрении в качестве функции $f(\mathbf{p})$, входящей в уравнение (7), будем использовать одномерную функцию распределения электронов по импульсам $f(p_z)$, вид которой определен ниже.

После подстановки (8) в уравнение (7) и интегрирования по dq' уравнение (7) распадается на систему из двух уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_1(z, \omega)}{\partial z} = & - \int \left\{ \frac{4\pi^3 c^2}{\hbar\omega'^3} J_1 J_1' [f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p})] \tilde{\sigma}_{1 \rightarrow 1'} \right\} d\mathbf{p} \\ & - \int \left\{ \frac{4\pi^3 c^2}{\hbar\omega'^3} J_1 J_2' [f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p})] \tilde{\sigma}_{1 \rightarrow 2'} \right\} d\mathbf{p}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_2(z, \omega)}{\partial z} = & \int \left\{ \frac{4\pi^3 c^2}{\hbar\omega'^3} J_1' J_2 [f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p})] \tilde{\sigma}_{2 \rightarrow 1'} \right\} d\mathbf{p} \\ & + \int \left\{ \frac{4\pi^3 c^2}{\hbar\omega'^3} J_1' J_2' [f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p})] \tilde{\sigma}_{2 \rightarrow 2'} \right\} d\mathbf{p}. \end{aligned}$$

Первый и четвертый интегралы в уравнениях (9) соответствуют рассеянию в пределах каждого пучка. Второй интеграл соответствует рассеянию фотонов из первого пучка во второй, третий интеграл – рассеянию фотонов из второго пучка в первый. Индексы 1 и 2 относятся к состояниям падающих фотонов соответствующих лучей, те же индексы со штрихами – к состояниям рассеянных фотонов с изменением частоты. Для переходов $1 \rightarrow 1'$ и $2 \rightarrow 2'$ согласно (6) $\omega = \omega'$ и, следовательно, $p' = p$. В результате первый и четвертый интегралы в уравнениях (9) тождественно равны нулю. Таким образом, окончательно приходим к системе из двух уравнений:

$$\frac{\partial J_1(z, \omega)}{\partial z} = - \int \left\{ \frac{4\pi^3 c^2}{\hbar\omega'^3} J_1 J_2' [f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p})] \tilde{\sigma}_{1 \rightarrow 2'} \right\} d\mathbf{p}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial J_2(z, \omega)}{\partial z} = \int \left\{ \frac{4\pi^3 c^2}{\hbar\omega'^3} J_1' J_2 [f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p})] \tilde{\sigma}_{2 \rightarrow 1'} \right\} d\mathbf{p}.$$

В случае нерелятивистских электронов ($v \ll c$) и мягких фотонов ($\hbar\omega \ll mc^2$) с учетом соотношений (4)–(6) параметр $\tilde{\sigma}$ и частота рассеянного фотона ω' могут быть представлены в виде

$$\tilde{\sigma} \approx r_0^2 \left(1 \pm 3 \frac{v}{c} - 4 \frac{\hbar\omega}{mc^2} \right), \quad (11)$$

$$\omega' = \omega + \omega \left(\pm 2 \frac{v}{c} - 2 \frac{\hbar\omega}{mc^2} \right). \quad (12)$$

Соответственно выражение для импульса электрона после его взаимодействия с фотоном имеет следующий вид:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k} - \hbar\mathbf{k}' = \mathbf{p} + \frac{\hbar\omega}{c}(\omega\mathbf{q} - \omega'\mathbf{q}'). \quad (13)$$

В рассматриваемой геометрии рассеяния единичный вектор \mathbf{q} направлен вдоль оси z . Для изменения импульса электрона из (13) с учетом (12) получаем выражение

$$\delta p \simeq \mp 2 \frac{\hbar\omega}{c} \left(1 \pm \frac{v_z}{c} + \frac{\hbar\omega}{mc^2} \right). \quad (14)$$

Верхние знаки в выражениях (11)–(14) соответствуют рассеянию фотона из первого пучка во второй ($1 \rightarrow 2'$), нижние – из второго в первый ($2 \rightarrow 1'$).

3. Вынужденное комптоновское рассеяние в плазме, движущейся навстречу одному из лазерных пучков

В случае встречных лазерных пучков в результате рассеяния происходит изменение лишь проекции импульса электрона на ось z , поэтому при дальнейшем рассмотрении в качестве функции $f(\mathbf{p})$, входящей в уравнения (10), будем использовать одномерную функцию распределения электронов по проекциям импульсов на ось z : $p_z \equiv p$.

В работе [1] содержится указание на то, что в определенных условиях при вынужденном комптоновском рассеянии лазерных пучков в плазме, имеющей направленное движение, в принципе может происходить усиление одного из них. В связи с этим функцию распределения электронов по импульсам $f(p)$ возьмем в виде

$$f(p_z) = \frac{n_e}{m} \left(\frac{m}{2\pi kT_e} \right)^{1/2} \exp \left[- \frac{(p - p_0)^2}{2mkT_e} \right], \quad (15)$$

учитывающем движение плазменного слоя как целого со скоростью $v_0 = p_0/m$ в направлении оси z (см. рис.2). Здесь m – масса электрона; n_e – концентрация электронов в плазме; T_e – электронная температура; k – постоянная Больцмана.

Предположим, что интенсивность одного из лазерных пучков, например первого, значительно превышает интенсивность второго лазерного пучка, т. е. $I_1^0 \equiv I_1(z=l) \gg I_2^0 \equiv I_2(z=0)$. Тогда можно считать, что в процессе вынужденного комптоновского рассеяния влияние второго пучка на первый незначительно и, следовательно, амплитуда и спектральный состав функции $J_1(z, \omega)$ остаются неизменными:

$$J_1(z, \omega) = I_1^0 f_1^0(\omega - \omega_0). \quad (16)$$

Здесь ω_0 – несущая частота лазерного излучения, а $I_1^0 \equiv I_1(z=l)$ – его интегральная интенсивность на входе в плазменный слой толщиной l . Для определенности возьмем функцию $f(\omega - \omega_0)$ в следующем виде:

$$f(\omega - \omega_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\Delta\omega_1} \exp \left[- 2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_1} \right)^2 \right], \quad (17)$$

где $\Delta\omega$ – ширина спектральной функции на уровне 0.6.

С учетом выражений (11), (12), (14), (16) и (17) второе из уравнений (10) после интегрирования можно привести к виду

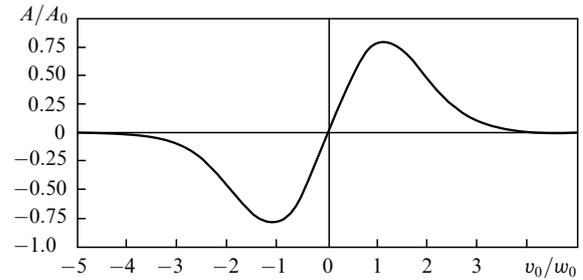


Рис.3. Зависимость коэффициента A/A_0 от относительной скорости плазмы v_0/w_0 при $\omega = \omega_0$, $\Delta\omega_1/\Delta\omega_0 = 1$ и $kT_e = 100$ эВ.

$$\frac{\partial J_2(z, \omega)}{\partial z} = A(v_0, \Delta\omega_1, kT_e) I_1^0 J_2(z, \omega). \quad (18)$$

На рис.3–7 приведены результаты вычисления безразмерного коэффициента $A(v_0, \Delta\omega_1, kT_e)/A_0$ при различных значениях входящих в него параметров. Здесь A_0 – значение коэффициента A при $kT_e = 100$ эВ и $\Delta\omega_0 = 2\omega_0 w_0/c$, где $w_0 = (kT_e/m)^{1/2} = 4.2 \times 10^8$ см/с и $\omega_0 = 1.78 \times 10^{15}$ с⁻¹.

На рис.3 показана зависимость коэффициента A/A_0 от относительной скорости плазмы v_0/w_0 . Из результатов вычислений следует, что при $kT_e = 100$ эВ максимальное значение $A/A_0 = 0.792$ достигается при $v_0/w_0 = 1.12$. При $v_0/w_0 = 0$ коэффициент $A/A_0 = -0.013$, а при $v_0/w_0 = 0.011$ – нулю.

На рис.4 представлена зависимость относительной величины коэффициента A/A_0 от относительной ширины спектра $\Delta\omega_1/\Delta\omega_0$ первого лазерного пучка при $v_0 = w_0$, $\omega = \omega_0$ и $kT_e = 100$ эВ. Видно, что максимальное значение $A/A_0 = 1$ достигается при $\Delta\omega_1 = 0$.

Из зависимости относительной величины коэффициента A/A_0 от относительной частоты лазерного излучения $(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0$ при $\Delta\omega_1 = \Delta\omega_0$ и $kT_e = 100$ эВ (рис.5) следует, что A/A_0 достигает максимального значения, равного 0.795, при $(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0 = -0.15$. Это означает, что наибольшее усиление испытывают спектральные компоненты второго лазерного пучка, расположенные в низкочастотной области спектра. При $\Delta\omega_1 \rightarrow 0$ коэффициент $A/A_0 \rightarrow 1$, а сдвиг максимума усиления стремится к нулю.

Зависимость коэффициента A/A_0 от температуры плазмы при $v_0/w_0 = 1$ и $\Delta\omega_1/\Delta\omega_0 = 0.05$ показана на рис.6. Видно, что при изменении температуры от 100 до 1 эВ величина A/A_0 возрастает почти в 10 раз.

На рис.7 представлена зависимость коэффициента A/A_0 от относительной ширины спектра $\Delta\omega_1/\Delta\omega_0$ пер-

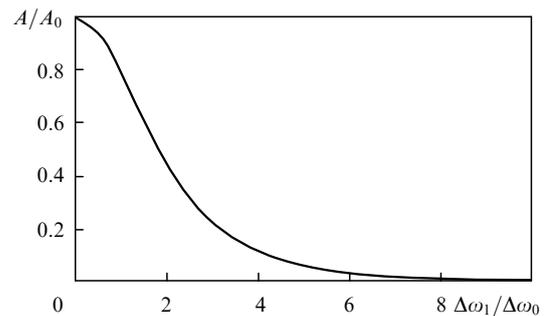


Рис.4. Зависимость коэффициента A/A_0 от относительной ширины спектра $\Delta\omega_1/\Delta\omega_0$ первого лазерного пучка при $v_0 = w_0$, $\omega = \omega_0$ и $kT_e = 100$ эВ.

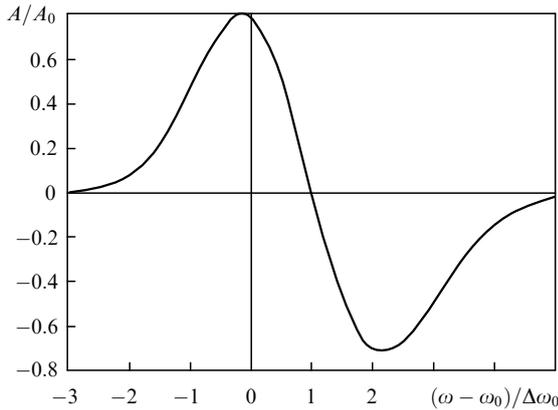


Рис.5. Зависимость коэффициента A/A_0 от относительной частоты лазерного излучения $(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0$ при $\Delta\omega_1 = \Delta\omega_0$ и $kT_e = 100$ эВ.

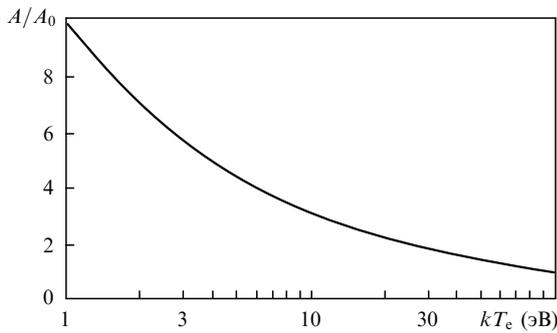


Рис.6. Зависимость коэффициента A/A_0 от температуры плазмы при $\nu_0/\omega_0 = 1$ и $\Delta\omega_1/\Delta\omega_0 = 0.05$.

вого лазерного пучка при $\nu_0 = 0$, $\omega = \omega_0$ и $kT_e = 100$ эВ. Этот случай интересен с точки зрения использования эффекта вынужденного комптоновского рассеяния для нагрева плазмы. Относительная величина коэффициента поглощения, равная -0.027 , достигается при относительной ширине спектра $\Delta\omega_1/\Delta\omega_0$ первого лазерного пучка, равной 2.8.

При выполнении условия

$$\frac{\Delta\omega}{2\omega_0} \ll \frac{\omega_0}{c}, \quad (19)$$

где по-прежнему $\omega_0 = (kT_e/m)^{1/2}$, в окрестности $p = 0$ функцию $f(p') - f(p)$ можно представить в следующем виде:

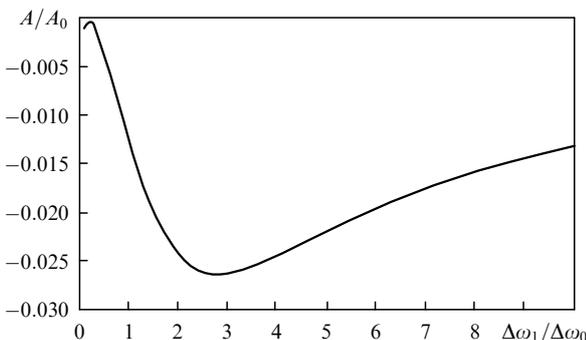


Рис.7. Зависимость коэффициента A/A_0 от относительной ширины спектра $\Delta\omega_1/\Delta\omega_0$ первого лазерного пучка при $\nu_0 = 0$, $\omega = \omega_0$ и $kT_e = 100$ эВ.

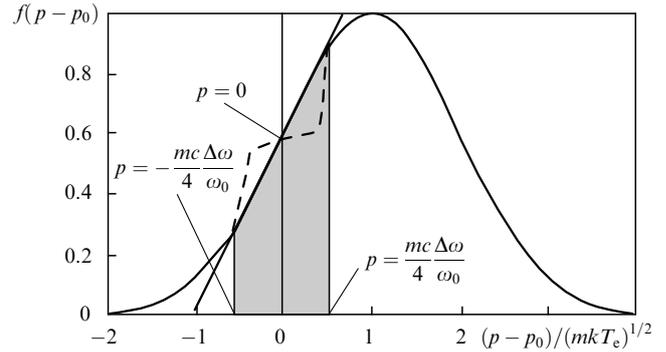


Рис.8. Вид нормированной функции распределения электронов (сплошная кривая). Сплошная жирная линия – касательная к функции распределения в точке $p = 0$, штриховая кривая – результат возможного насыщения функции распределения при большой интенсивности лазерного излучения.

$$f(p') - f(p) = \left. \frac{\partial f}{\partial p_z} \right|_{p=0} \delta p = \frac{n_e}{\sqrt{\pi} m^2 k T_e} \left(\frac{p_0^2}{2mk T_e} \right)^{1/2} \times \exp\left(-\frac{p_0^2}{2mk T_e}\right) \delta p, \quad (20)$$

где δp – изменение импульса электрона в результате рассеяния, выражаемое формулой (14).

Условие (19) определяет те электроны плазмы, величины импульсов которых удовлетворяют возможности вынужденного комптоновского рассеяния (частота рассеянного фотона на электроны с импульсом p должна оказаться в пределах спектральной ширины лазерного излучения $\Delta\omega$, серая область на рис.8).

Предположим, как и прежде, что интенсивность одного из лазерных пучков, например первого, значительно превышает интенсивность второго лазерного пучка, т. е. $I_1^0 = I_1(z=l) \gg I_2^0 = I_2(z=0)$. Тогда можно считать, что в процессе вынужденного комптоновского рассеяния второй пучок влияет на первый незначительно и спектральный состав функции $J_1(z, \omega)$ остается неизменным. В этом случае функцию $J_1(z, \omega)$ можно представить, как и ранее, в виде (17). Тогда с учетом выражений (11), (12), (14), (16) и (17) второе из уравнений (10) после интегрирования в пределах, определяемых условием (19), можно привести к виду

$$\frac{\partial J_2(z, \omega)}{\partial z} = A_0 I_1^0 \left(1 - 2 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right) J_2(z, \omega), \quad (21)$$

где

$$A_0 = \frac{4\pi^3}{\sqrt{\pi}} \frac{c^2 r_0^2 n_e}{\omega_0^2 k T_e} \left(\frac{m v_0^2}{2k T_e} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{m v_0^2}{3k T_e}\right). \quad (22)$$

Решение уравнения (21) таково:

$$J_2(z, \omega) = J_2^0(\omega) \exp(\alpha_1 z). \quad (23)$$

Выражение (23) показывает, что в данном случае усиление более слабого светового импульса происходит по экспоненциальному закону с коэффициентом усиления

$$\alpha_1(\omega) = A_0 I_1^0 \left(1 - 2 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right) = \alpha_1^0 \left(1 - 2 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right),$$

$$\alpha_1^0 = A_0 I_1^0. \quad (24)$$

Полученный результат не зависит от конкретного вида функции $f_1(\omega)$ и ее спектральной ширины при условии, что функция является четной и стремится к нулю при

$$|\omega - \omega_0| \geq \Delta\omega_{\max} = 2\omega_0 \frac{v_0}{c} = 2\omega_0 \left(\frac{kT_e}{mc^2} \right)^{1/2}. \quad (25)$$

Отсюда следует, что второй лазерный пучок, имеющий широкий спектр, ограниченный условием (25), можно усиливать при взаимодействии с лазерным пучком, имеющим узкий спектр. Иными словами, при вынужденном комптоновском рассеянии во встречных пучках короткие лазерные импульсы можно усиливать с помощью лазерных импульсов (импульсов «накачки») значительно большей длительности. При этом коэффициент усиления практически не зависит от длительности импульса «накачки».

В случае, когда спектр функции $J_2^0(\omega)$ является гауссовым,

$$J_2^0(\omega) = I_2^0 \exp \left[-2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_2} \right)^2 \right], \quad (26)$$

можно показать, что

$$I_2^0(z, \omega) = I_2^0 \exp \left\{ -2 \left[\frac{\omega - \omega_0 + \alpha_0 z (\Delta\omega_2)^2 / (2\omega_0)}{\Delta\omega_2} \right]^2 \right\} \times \exp \left\{ \alpha_0 z \left[1 - \alpha_0 z \left(\frac{\Delta\omega_2}{2\omega_0} \right)^2 \right] \right\}. \quad (27)$$

Из выражения (27) видно, что в процессе усиления спектр сдвигается в область меньших частот на относительную величину

$$\frac{\delta\omega}{\Delta\omega_2} = \frac{\Delta\omega_2}{2\omega_0} \alpha_0 z,$$

не изменяя формы. Это означает, что в процессе усиления не происходит изменения временной формы лазерного импульса. В практически важных случаях величина сдвига спектра $\delta\omega$ оказывается много меньшей ширины спектра $\Delta\omega_2$, т. е. можно считать, что в процессе вынужденного рассеяния во встречных пучках спектры взаимодействующих лазерных пучков не изменяются. Следовательно, можно считать, что

$$J_1(z, \omega) = \frac{I_1(z)}{\Delta\omega_1^{\text{eff}}}, \quad J_2(z, \omega) = \frac{I_2(z)}{\Delta\omega_2^{\text{eff}}}, \quad (28)$$

где $I_1(z)$ и $I_2(z)$ – интегральные интенсивности первого и второго лазерных пучков; $\Delta\omega_1^{\text{eff}}$ и $\Delta\omega_2^{\text{eff}}$ – эффективные ширины спектров соответствующих лазерных пучков, определяемые из интегральных соотношений

$$I_1(z) = \int_{-\infty}^{\infty} J_1(z) f_1^0(\omega - \omega_0) d\omega$$

и

$$I_2(z) = \int_{-\infty}^{\infty} J_2(z) f_2^0(\omega - \omega_0) d\omega.$$

Тогда с учетом выражений (11), (12), (14), (15) и (17) уравнения (10) можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{dI_1(z)}{dz} &= A_0 I_1(z) I_2(z), \\ \frac{dI_2(z)}{dz} &= A_0 I_1(z) I_2(z). \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь следует заметить, что вид (29) определяется распространением пучков I_1 и I_2 в противоположных направлениях. Система уравнений (29) и выражение для A_0 (без вывода) были ранее приведены в работе [2].

Сделаем одно замечание. Если в рассеянии участвуют все электроны плазмы, то выполняется условие

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \gg \frac{2v}{c} = \left(\frac{kT_e}{mc^2} \right)^{1/2},$$

обратное условию (19). В этом случае в разложениях в ряды Тейлора функций $J_1'(\omega')$, $J_2'(\omega')$,

$$J_1'(\omega') = J_1(\omega) + \frac{\delta\omega}{1!} \frac{\partial J_1(\omega)}{\partial \omega} + \frac{(\delta\omega)^2}{2!} \frac{\partial^2 J_1(\omega)}{\partial \omega^2} + \dots,$$

$$J_2'(\omega') = J_2(\omega) + \frac{\delta\omega}{1!} \frac{\partial J_2(\omega)}{\partial \omega} + \frac{(\delta\omega)^2}{2!} \frac{\partial^2 J_2(\omega)}{\partial \omega^2} + \dots,$$

можно сохранить лишь по два первых члена. При $v_0 = 0$ в результате интегрирования уравнения (9) можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{\partial J_1(z, \omega)}{\partial z} = -n_e \frac{16\pi^3 r_0^2}{m\omega} \frac{\partial J_2(z, \omega)}{\partial \omega} J_1(z, \omega),$$

$$\frac{\partial J_2(z, \omega)}{\partial z} = n_e \frac{16\pi^3 r_0^2}{m\omega} \frac{\partial J_1(z, \omega)}{\partial \omega} J_2(z, \omega).$$

Эти уравнения впервые приведены и проанализированы в работе [10] (см. также [11]). В частности показано, что в данном случае в первом порядке приближения интенсивности обоих пучков на выходе плазменного слоя уменьшаются, т. е. происходит их поглощение в плазме, что совпадает с полученными в настоящей работе результатами (см. рис.7).

4. Решение уравнений (29) при произвольном соотношении интенсивностей взаимодействующих пучков на входе в плазменный слой

Интегральную связь между $I_1(z)$ и $I_2(z)$ можно получить, разделив первое уравнение на второе и затем проинтегрировав полученное выражение:

$$I_1(z) = I_2(z) + c_1, \quad (30)$$

где c_1 – константа интегрирования.

Используя соотношение (30), можно заменить во втором из уравнений (29) $I_1(z)$ его выражением через $I_2(z)$, а затем это уравнение проинтегрировать:

$$I_2(z) = \frac{c_1}{\exp[-(A_0 z c_1 + c_1 c_2)] - 1}. \quad (31)$$

Введем новую константу $c_0 = \exp(-c_1 c_2)$. Тогда выражение (31) можно представить в виде

$$I_2(z) = \frac{c_1}{c_0 \exp(-A_0 z c_1) - 1}. \quad (32)$$

Константы интегрирования c_0 , c_1 и c_2 определяются из граничных условий

$$I_1(z=l) = I_1^0 \quad \text{и} \quad I_2(z=0) = I_2^0 \quad (33)$$

системой из двух трансцендентных уравнений

$$I_1^0 = I_2(l) + c_1, \quad (34)$$

$$I_2^0 = \frac{c_1}{c_0 - 1}, \quad (35)$$

где

$$I_2(l) = \frac{c_1}{c_0 \exp(-A_0 l c_1) - 1}.$$

Как уже было показано выше (см. выражение (23)), в случае, если $I_2^0/I_1^0 \ll 1$ и соответственно $c_1 \simeq I_1^0$, выражение (31) можно преобразовать к виду

$$I_2(z) = I_2^0 \exp(\alpha_1^0 z). \quad (36)$$

Если выполняется условие $I_2^0/I_1^0 \gg 1$, а значит, $c_1 \simeq I_2^0$, выражение (31) можно преобразовать к следующему виду:

$$I_1(z) = I_1^0 \exp[\alpha_2^0 (z-l)]. \quad (37)$$

Здесь $\alpha_2^0 = A_0 I_2^0$. Выражение (37) показывает, что при сделанных предположениях световой пучок, распространяющийся навстречу плазме, экспоненциально ослабевает.

Таким образом, усиливается тот из лазерных пучков, направление которого совпадает с направлением движения плазмы. В этом случае в окрестности $p=0$ имеет место соотношение $df(p)/dp > 0$. Если изменить направление движения плазмы на противоположное, то первый пучок усиливается, а второй ослабевает. Тогда в окрестности $p=0$ имеем $df(p)/dp < 0$.

Определенный интерес представляет случай, когда выполняется соотношение

$$\frac{I_2^0}{I_1^0} = \frac{1}{1 + A_0 I_1^0 l}. \quad (38)$$

В данном случае $c_1 = 0$, и выражение (29) приобретает вид $I_1(z) = I_2(z)$. Что означает, что при условии (38) в каждом сечении области взаимодействия интенсивности взаимодействующих пучков одинаковы, а решение уравнений (29) приобретает следующий вид:

$$I_1(z) = I_1^0 \frac{1}{1 - A_0 I_1^0 (z-l)}, \quad I_2(z) = I_2^0 \frac{1 + A_0 I_1^0 l}{1 - A_0 I_1^0 (z-l)}.$$

5. Сравнение расчетных величин усиления лазерного импульса с экспериментальными данными работы [2]

В работе [2] было экспериментально зарегистрировано усиление интенсивности лазерного пучка, распространяющегося в направлении движения плазменного слоя. Эксперименты проведены при двух значениях отношения начальных интенсивностей взаимодействующих пучков, $I_2^0/I_1^0 = 0.2$ и $I_2^0/I_1^0 = 0.7$, полученных при $I_1^0 = 3 \times 10^{14}$ Вт/см². Оказалось, что в первом случае усиление составило 1.32 ± 0.03 , а во втором – 1.12 ± 0.03 .

Используя соотношения (32)–(35), найдем зависимость $I_2(l)/I_2^0$ от I_2^0/I_1^0 в диапазоне [$I_2^0/I_1^0 = 0.1$; $I_2^0/I_1^0 = 1$]. Введя безразмерные переменные $\tilde{I}_1^0 = I_1^0/I_1^0 = 1$, $\tilde{I}_2^0 = I_2^0/I_1^0$ и $\tilde{c}_1 = c_1/I_1^0$, уравнения (34) и (35), используемые для вычисления ряда значений константы интегрирования c_1 в зависимости от величин $\tilde{I}_2^0 = I_2^0/I_1^0$, можно преобразовать к виду

$$1 = \frac{\tilde{c}_1}{c_0 \exp(-\alpha_1^0 \tilde{c}_1 l) - 1} + \tilde{c}_1, \quad \tilde{c}_1 = (c_0 - 1) \tilde{I}_2^0, \quad (40)$$

где $\alpha_1^0 = A_0 I_1^0$. Величину коэффициента усиления α_1^0 (см⁻¹) вычислим, исходя из следующих экспериментальных условий, изложенных в работе [2]: $kT_e = 100$ эВ, $n_e = 1.2 \times 10^{19}$ см⁻³, $v_0 = 10^8$ см/с, $l = 5 \times 10^{-2}$ см, $\omega_0 = 2.73 \times 10^{15}$ с⁻¹ (частота излучения рубинового лазера).

Для этого используем выражение (22) для величины A_0 , представленное в виде, удобном для вычислений:

$$\alpha(\text{см}^{-1}) = 3 \times 10^5 \frac{n_e (10^{20} \text{ см}^{-3}) I (10^{14} \text{ Вт/см}^2)}{\omega^3 (10^{15} \text{ с}^{-1}) kT_e (\text{эВ})} \left(\frac{mv_0^2}{2kT_e} \right)^{1/2} \times \exp\left(-\frac{mv_0^2}{2kT_e}\right), \quad (41)$$

$$\frac{mv_0^2}{2kT_e} = 2.85 \frac{v_0^2 (10^8 \text{ см/с})}{kT_e (\text{эВ})}.$$

После подстановки приведенных выше численных значений в выражение (41) получим $\alpha_1^0 = 8.75$ см, $\alpha_1^0 l = 0.44$.

На рис.9 представлена зависимость $I_2(l)/I_2^0 = f(I_2^0/I_1^0)$, вычисленная при $\alpha_1^0 l = 0.44$. Некоторое расхождение вычисленных и измеренных величин усиления связано с тем, что не все необходимые для расчета параметры известны с необходимой точностью. Кроме того, следует иметь в виду, что аналитические выражения получены в предпо-

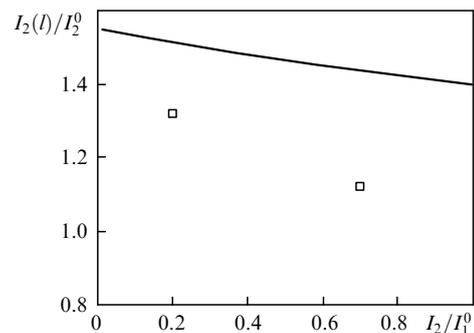


Рис.9. Зависимость усиления $I_2(l)/I_2^0$ второго пучка от величины отношения I_2^0/I_1^0 (сплошная линия). Прямоугольниками обозначены экспериментальные данные из работы [2].

ложении стационарности процесса, а в реальности вынужденное комптоновское рассеяние происходило в нестационарных условиях.

6. Об усилении сверхкоротких лазерных импульсов при вынужденном комптоновском рассеянии

Можно показать, что величина A_0 (см. (22)) достигает своего максимального значения при

$$v_0 = w_0 = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \bar{v} = \sqrt{\frac{kT_e}{m}},$$

где \bar{v} – средняя тепловая скорость электронов в плазме; v_0 измеряется в см/с. В этом случае

$$A_0 = A_{\max} = \frac{4\pi^3}{\sqrt{2}\pi e} \frac{c^2 r_0^2 n_e}{\omega_0^3 kT_e}. \quad (42)$$

Коэффициент усиления $\alpha_1^{\max} = A_{\max} I_1^0$ может быть вычислен по формуле

$$\alpha_1^{\max} (\text{см}^{-1}) = 1.35 \times 10^5 \frac{n_e (10^{20} \text{ см}^{-3}) I (10^{14} \text{ Вт/см}^2)}{\omega_0^3 (10^{15} \text{ с}^{-1}) kT_e (\text{эВ})}. \quad (43)$$

Определим величину коэффициента α_1^{\max} при следующих значениях параметров, входящих в выражение (43): $\omega_0 = 1.78 \times 10^{15} \text{ с}^{-1}$, $I_1^0 = 2 \times 10^{13} \text{ Вт/см}^2$, $\Delta\tau_1 = 10^{-10} \text{ с}$, $\Delta\tau_2 = 10^{-12} \text{ с}$, $kT_e = 100 \text{ эВ}$ ($v_0 = w_0 = 4.2 \times 10^8 \text{ см/с}$), $n_e = 0.4 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$. В данном случае коэффициент $\alpha_1^{\max} = A_{\max} I_1^0$ оказывается равным 96 см^{-1} .

Для того чтобы можно было использовать теоретические результаты, полученные в стационарном приближении, время взаимодействия лазерных пучков с плазменным слоем должно быть меньше длительности усиливаемого лазерного импульса: $l/c \leq \Delta\tau_2$. При этом предполагается, что в рассматриваемом случае длительность импульса «накачки» больше длительности усиливаемого импульса. Это условие накладывает ограничение на толщину плазменного слоя: $l \leq c\Delta\tau_2 = 0.03 \text{ см}$. В результате имеем $\alpha_1^{\max} l = 2.88$.

Используя соотношения (31)–(34), найдем зависимость $I_2(l)/I_2^0$ от I_2^0/I_1^0 в диапазоне [$I_2^0/I_1^0 = 0.1$; $I_2^0/I_1^0 = 1.2$] при указанном значении $\alpha_1^{\max} l$. Результат вычислений приведен на рис.10. Из него следует, что в рассматриваемом случае величина усиления существенно уменьшается, когда исходная интенсивность усиливаемого лазер-

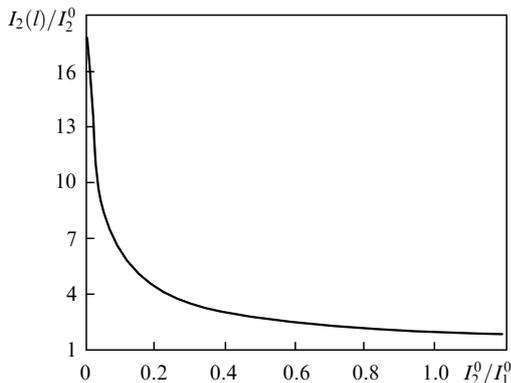


Рис.10. Зависимость величины усиления второго лазерного пучка от его относительной интенсивности.

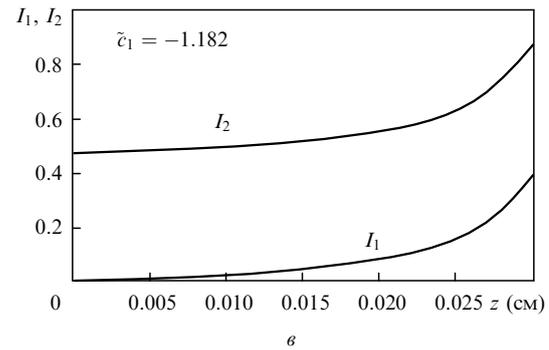
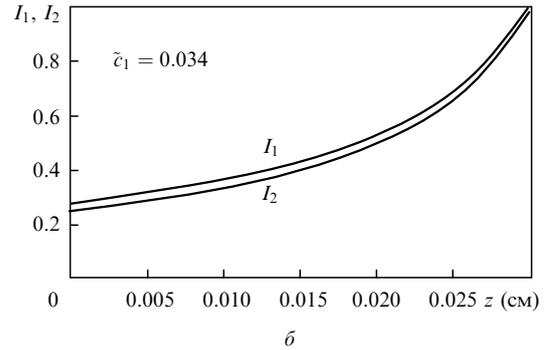
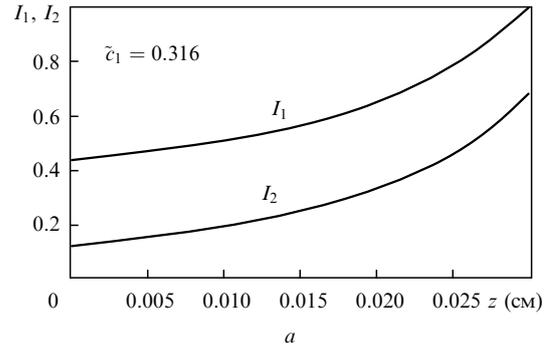


Рис.11. Зависимости изменения интенсивностей усиливаемого лазерного импульса и импульса «накачки» при их распространении по единичному плазменному слою толщиной 0.03 см при $I_2^0/I_1^0 = 0.12$ (а), 0.24 (б) и 1.2 (в) и разных значениях \tilde{z}_1 . Амплитуды импульсов нормированы на $I_1^0 = 10^{14} \text{ Вт/см}^2$.

ного импульсы приближается к интенсивности импульса «накачки». Наибольшее усиление, равное 17.8, достигается при $I_2^0/I_1^0 \ll 1$.

На рис.11 приведены зависимости $I_1(z)/I_1^0$ и $I_2(z)/I_1^0$ при трех значениях отношения I_2^0/I_1^0 .

На рис.12 представлены результаты вычисления изменения амплитуды второго лазерного импульса при прохождении 15 слоев плазмы, каждый из которых имеет толщину 0.03 см (условие стационарности процесса выполнено в каждом из слоев) при трех значениях коэффициента усиления α_1^{\max} . Видно, что при большой величине $\alpha_1^{\max} l$ после прохождения каждого плазменного слоя интенсивность первого лазерного пучка уменьшается до нуля, а амплитуда второго лазерного пучка возрастает на величину I_1^0 . Начиная с этого момента, после прохождения оставшихся слоев плазмы интенсивность усиливаемого импульса может быть вычислена по формуле

$$I_2^m = I_2^n + (m - n) I_1^0. \quad (44)$$

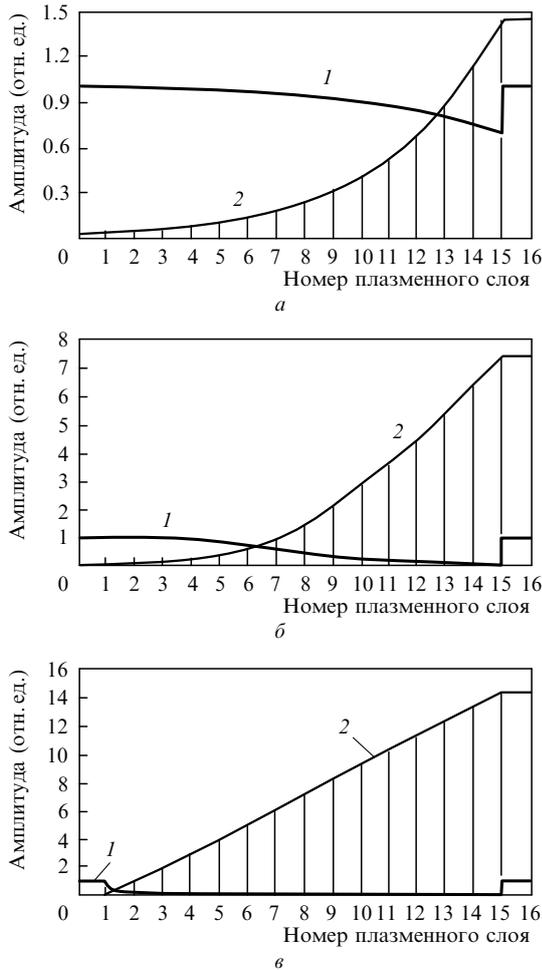


Рис.12. Усиление амплитуды второго лазерного импульса (малой длительности) при последовательном прохождении 15 слоев плазмы (толщина каждого 0.03 см) при $\alpha_1^{\max} = 9.6 \text{ см}^{-1}$, $I_1^0 = 10^{13} \text{ Вт/см}^2$, $I_2^m/I_2^0 = 60.4$ (а), $\alpha_1^{\max} = 19.2 \text{ см}^{-1}$, $I_1^0 = 2 \times 10^{13} \text{ Вт/см}^2$, $I_2^m/I_2^0 = 310$ (б) и $\alpha_1^{\max} = 96 \text{ см}^{-1}$, $I_1^0 = 10^{14} \text{ Вт/см}^2$, $I_2^m/I_2^0 = 600$ (в) (1 – лазерный импульс накачки, 2 – усиливаемый лазерный импульс с начальной амплитудой $I_2^0 = 0.024I_1^0$). Амплитуды импульсов нормированы на I_1^0 .

Здесь n – номер плазменного слоя, начиная с которого $I_1(z=0) \simeq 0$, а m – полное число плазменных слоев. Справедливость формулы (44) наглядно подтверждают данные, представленные на рис.12,в. В указанном случае уже начиная со второго плазменного слоя величина усиления может быть вычислена по формуле (44). Соответствующее значение отличается на 2% от величины, определяемой из рис.12,в.

Отметим, что согласно выражению (30) при $I_2^0 \gg I_1^0$ имеем $c_1 \simeq I_2^0$ и $I_2(l) = I_1^0(1 + I_2^0/I_1^0)$. Это означает, что усиление короткого лазерного импульса происходит при любом соотношении интенсивностей усиливаемого лазерного импульса и импульса «накачки».

Условие (19) накладывает ограничение на длительность усиливаемого лазерного импульса:

$$\frac{\Delta\omega_{\max}}{2\omega_0} = \frac{2}{\omega_0} \frac{1}{\Delta\tau} \leq \frac{w_0}{c},$$

или

$$\Delta\tau \geq \frac{2c}{\omega_0 w_0}. \quad (45)$$

При $kT_e = 100 \text{ эВ}$ и $w = 4.2 \times 10^8 \text{ см/с}$ в случае $\omega_0 = 1.78 \times 10^{15} \text{ с}^{-1}$ из (42) получаем ограничение длительности усиливаемого импульса светового излучения: $\Delta\tau_2 \geq \Delta\tau = 3.2 \times 10^{-13} \text{ с}$. Для усиления более коротких импульсов необходима плазма с более высокой температурой.

Главное достоинство использования плазмы в качестве среды, в которой осуществляется усиление интенсивных лазерных импульсов малой длительности, состоит в том, что плазма является возобновляемой средой, которая в процессе взаимодействия практически не меняет своих свойств. На это обстоятельство указано в работе [17]. Напротив, использование для усиления сверхкоротких лазерных импульсов конденсированных сред осложняется тем, что в них могут возникать оптические повреждения.

Вышеприведенное рассмотрение эффектов усиления при вынужденном комптоновском рассеянии проведено на основе кинетического уравнения для фотонов. При больших числах заполнения фотонов может быть использовано классическое описание обсуждаемого явления. Однако этот метод расчета, требующий статистического подхода, оказывается сложным и менее наглядным, чем квантовомеханическое описание [18]. При взаимодействии излучения с плазмой возможно также проявление и коллективных эффектов [8]. В условиях эксперимента [2] наиболее вероятным могло бы быть проявление вынужденного рассеяния лазерного излучения на ионно-звуковых волнах, поскольку зарегистрированные изменения спектра невелики. Однако, как показывает анализ [19], в условиях проведенных опытов за время действия лазерного излучения ионно-звуковые волны не успевают устанавливаться. Поэтому этот тип рассеяния при трактовке результата экспериментов [2] можно не учитывать. Аналогичный вывод можно сделать и для задачи, рассмотренной в данной работе, в которой предполагается, что электроны плазмы взаимодействуют с лазерным излучением как свободные частицы.

Отметим, что вопрос о возможности усиления сверхкоротких лазерных импульсов в плазме при трехволновом взаимодействии встречных электромагнитных волн и плазменных колебаний рассмотрен в работе [17]. Там же приведен достаточно полный список публикаций, относящихся к затронутой теме.

Есть еще одно обстоятельство, которое следует иметь в виду при исследовании процессов взаимодействия интенсивного лазерного излучения с электронами. Оно состоит в том, что при этом функция распределения электронов по скоростям может деформироваться так, что в интервале скоростей электронов, которые участвуют в рассеянии, может образовываться «полочка» (на рис.8 она показана штриховой линией). Образованию «полочки» препятствуют столкновения электронов с частицами плазмы, в результате чего функция распределения стремится возвратиться к первоначальному виду. Для того чтобы «полочка» не возникала, эффективность второго из указанных процессов должна быть выше. Используя классическое описание вынужденного комптоновского рассеяния, можно показать [19], что «полочка» не будет образовываться при выполнении условия

$$(I_1 I_2)^{1/2} < I_{cr}, \quad (46)$$

где

$$I_{cr} = 0.22 \times 10^{-33} \omega_0^2 \left(\frac{v_{eff}}{\omega_0} \right)^{2/3} \left(\frac{v_{Te}}{v} \right) (v_{Te} c)^{2/3}.$$

Здесь v_{eff} – эффективная частота столкновений электронов с частицами плазмы; v_{Te} – средняя тепловая скорость электронов; v – скорость электронов, участвующих в рассеянии; c – скорость света. В рассмотренных выше примерах $I_{cr} \simeq 1.3 \times 10^{16}$ Вт/см², и условие (46) выполняется. Следовательно, можно сделать вывод, что в данном случае в процессе вынужденного комптоновского рассеяния профиль электронной функции распределения не искажается.

7. Заключение

Результаты настоящей работы показывают, что вынужденное комптоновское рассеяние встречных лазерных пучков в лазерной плазме может быть использовано для эффективного усиления сверхкоротких лазерных импульсов. Пути реализации этой возможности могут быть определены на основе полученных теоретических результатов.

Авторы выражают благодарность П.Никлесу (Институт нелинейной оптики и коротковолновой спектроскопии им. М.Борна, Берлин) за стимулирующие обсуждения ряда вопросов, затронутых в данной статье.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 03-02-16627, 06-02-16573 и 06-02-08039) и гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (№ НШ-8283.2006.2).

1. Dreicer H. *Phys. Fluids*, **7** (5), 735 (1964).
2. Казаков А.Е., Красюк И.К., Пашигин П.П., Прохоров А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **14**, 416 (1971).
3. Красюк И.К., Пашигин П.П., Прохоров А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **17** (2), 130 (1973).
4. Peyraud J. *J. Phys.*, **29**, 88; 306; 872 (1968).
5. Зельдович Я.Б., Левич Е.В. *Письма в ЖЭТФ*, **11**, 57; 497 (1970).
6. Бункин Ф.В., Казаков А.Е. *ЖЭТФ*, **59**, 2233 (1970).
7. Зельдович Я.Б., Стоняев Р.А. *ЖЭТФ*, **62**, 153 (1972).
8. Виноградов А.В., Пустовалов В.В. *ЖЭТФ*, **62**, 980 (1972).
9. Зельдович Я.Б., Левич Е.В., Стоняев Р.А. *ЖЭТФ*, **62**, 1392 (1972).
10. Бункин Ф.В., Казаков А.Е., Федоров М.В. *УФН*, **107** (4), 559 (1972).
11. Федоров М.В. *Электрон в сильном световом поле* (М.: Наука, 1991).
12. Decroissete M., Piar G., Floux F. *Phys. Lett.*, **32A** (4), 249 (1970).
13. Красюк И.К., Пашигин П.П., Прохоров А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **12**, 439 (1970).
14. Decroissete M., Peyraud J., Piar G. *Phys. Rev. A*, **5** (3), 1391 (1972).
15. Babuel-Peyrissac J.P., Rouvillois G. *J. Phys.*, **30**, 301 (1969).
16. Ахизер А.И., Берестецкий В.Б. *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1968).
17. Shvets G., Fish N.J., Pukhov A., Meyer-ter-Ven J. *Phys. Rev. Lett.*, **81** (22), 4879 (1998).
18. Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А. *Курс теоретической физики* (М.: Наука, 1971, т. 2).
19. Красюк И.К. *Канд. дис.* (М.: ФИАН, 1972).