

Модуляция и корреляции радиального и углового движений ридберговского электрона в резонансном СВЧ поле

П.А.Волков, М.А.Ефремов, М.В.Федоров

Обсуждаются физика и интерпретация эксперимента Маеды и Галлагера (2004 г.), в котором измерялась вероятность ионизации коротким полупериодным импульсом ридберговских атомов Li, возмущенных резонансным СВЧ полем. Обнаружена периодическая зависимость вероятности ионизации w_i от времени задержки полупериодного импульса t_0 по отношению к моменту включения СВЧ поля. Найдено, что период осцилляций функции $w_i(t_0)$ равен кеплеровскому периоду ридберговского электрона. Показано, что авторская интерпретация этого эксперимента в терминах локализованных волновых пакетов не имеет оснований и не учитывает основных процессов, происходящих в СВЧ поле. Предложена альтернативная интерпретация и, в качестве первого шага, изучена структура ридберговской волновой функции, образующейся в резонансном СВЧ поле.

Ключевые слова: ридберговский электрон, ионизация, волновые функции.

1. Введение

Идея формирования локализованных нерасплывающихся квантовомеханических волновых пакетов привлекла внимание исследователей фактически с самого момента создания квантовой механики, начиная с работ Шредингера [1]. Действительно, состояния типа волновых пакетов позволяют обнаружить сходство в поведении квантовомеханических и классических систем. Однако, как правило, волновые пакеты расплываются, что является проявлением волновой природы квантовой механики. Одним из исключений является гармонический осциллятор, в котором удается построить локализованные квантовомеханические состояния, не расплывающиеся с течением времени. Существуют также определенные возможности создания долгоживущих локализованных состояний, поддерживаемых внешним электромагнитным полем. Можно привести несколько примеров такого рода. Это так называемые троянские ридберговские волновые пакеты, формируемые полем с круговой поляризацией и описывающие электронное движение по циркулярной орбите [2]. Нерасплывающиеся ридберговские волновые пакеты иного типа возникают за счет рамановского перезаселения уровней в режиме интерференционной стабилизации [3]. Наконец, в атомной оптике можно также создавать узкие и нерасплывающиеся волновые пакеты волновой функции трансляционного движения атомов, взаимодействующих с полем резонансной стоячей световой волны [4]. Согласно идее Маеды и Галлагера [5] еще один способ формирования узкого и нерасплывающегося электронного волнового пакета – это возбуждение ридберговского атома резонансным СВЧ полем. К сожалению, как нам представляется, эта идея не

адекватна условиям эксперимента [5], хотя сам по себе эксперимент очень интересен, и для его правильной интерпретации требуется самостоятельное теоретическое исследование. Попытка такого анализа и предпринята в настоящей работе.

2. Эксперимент Маеды и Галлагера

В эксперименте [5] сперва осуществлялось возбуждение атомов Li в одно из ридберговских состояний. Возбуждение проводилось тремя последовательными импульсами лазера на красителях длительностью 5 нс каждый по схеме $2s \rightarrow 2p \rightarrow 3s \rightarrow 72p$. Спектральная ширина возбуждающих импульсов была достаточно мала для селективного заселения только одного уровня $72p$. После этого включалось линейно поляризованное резонансное СВЧ поле с напряженностью $\varepsilon_0 = 1$ В/см и угловой частотой $\omega = 2\pi \times 17.258$ ГГц. Частота СВЧ поля была резонансна по отношению к частоте $\omega \approx E_{73} - E_{72} \equiv \omega_K$ перехода $n = 72 \rightarrow n = 73$, где $E_n = -1/(2n^2)$ – энергия n -го уровня водородоподобного атома, $\omega_K = 1/n^3$ – классическая кеплеровская частота. Здесь и далее, если единицы измерения величин не указаны явно, подразумевается, что используется атомная система единиц. Период $T_K = 2\pi/\omega_K$, соответствующий кеплеровской частоте ω_K при $n = 72$, равен 57 пс. По прошествии времени t_0 после включения СВЧ поля атомы ионизировались субпикосекундным полупериодным импульсом (видеоимпульс электрического поля (half-cycle pulse или НСР)). Измерялась зависимость вероятности ионизации w_i от момента включения полупериодного импульса t_0 . Было показано, что эта зависимость является периодической, что явно видно из рис.1 (рис.2 из работы [5]). Измеренный период изменения функции $w_i(t_0)$ оказался равным периоду осцилляций СВЧ поля $2\pi/\omega$, который, в свою очередь, примерно равен кеплеровскому периоду T_K . Такая зависимость функции $w_i(t_0)$ наблюдалась в течение более 900 нс, что соответствует более чем 15000 кеплеровских периодов.

П.А.Волков, М.А.Ефремов, М.В.Федоров. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: fedorov@fan.gpi.ru

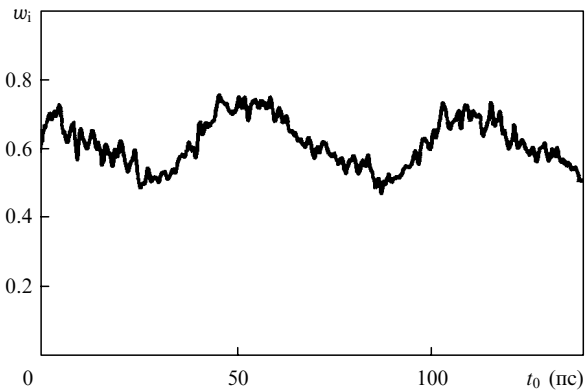


Рис.1. Периодическая зависимость вероятности ионизации w_i от промежутка времени t_0 между моментами включения СВЧ поля и полупериодного импульса. Данные взяты из работы [5].

3. Авторская интерпретация эксперимента Маеды и Галлагера

Для объяснения полученных результатов авторы работы [5] предполагают, что действующее на ридберговский атом СВЧ поле создает долгоживущий нерасплывающийся волновой пакет, движущийся по сильно вытянутой вдоль направления напряженности СВЧ поля классической кепплеровской орбите.

Качественно пространственное распределение плотности вероятности (квадрата модуля волновой функции) в таком состоянии соответствует картине, изображенной на рис.2 (фрагмент рис.1 из статьи [5]). В рамках данной модели роль полупериодного импульса состоит в том, что он добавляет электрону импульс $p_{НСР} = \int \epsilon_{НСР}(t)dt$. Если направления напряженностей СВЧ поля и поля полупериодного импульса совпадают, то импульс $p_{НСР}$ складывается с собственным импульсом электрона на кепплеровской орбите, в результате чего электрон отрывается от иона, т.е. происходит ионизация. Если же импульс электрона в СВЧ поле и импульс $p_{НСР}$ противоположны, то они гасят друг друга, движение электрона замедляется и его отрыв от иона (ионизация) не происходит. Отсюда следует, что вероятность ионизации зависит от того, в какой фазе СВЧ поля включается полупериодный импульс, чем и объясняются наблюдаемые осцилляции вероятности ионизации в зависимости от момента включения полупериодного импульса.

Подчеркнем, что описанная схема относится только к той ситуации, когда имеет место сильная локализация электронного волнового пакета, размеры которого должны быть много меньше размера кепплеровской орбиты. Хорошо известно [6–8], что такая локализация возмож-

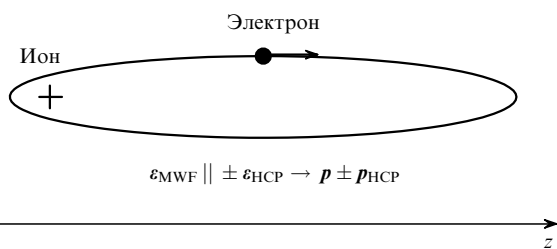


Рис.2. Предполагаемая картина движения локализованного электронного волнового пакета по кепплеровской орбите (фрагмент рис.1 из работы [5]); $\epsilon_{MWF} = \epsilon_0 \cos \omega t$ – напряженность СВЧ поля, p – импульс электрона.

на только при условии когерентного заселения большого числа ($\Delta n \gg 1$) близких ридберговских уровней с различными главными квантовыми числами n (тогда ширина пакета будет в Δn раз меньше размера кепплеровской орбиты). Это требование не могло быть выполнено в условиях эксперимента [5]. При напряженности резонансного СВЧ поля ~ 1 В/см эффективно взаимодействуют (перезаселяются) только уровни с $\Delta n = 1 - 2$, что согласуется с оценками самой работы [5]. В этих условиях локализация волнового пакета невозможна и модель локализованного нерасплывающегося волнового пакета, движущегося по вытянутой кепплеровской орбите, неприменима.

Для поддержки своей интерпретации авторы статьи [5] привлекают теоретические работы по флоке-состояниям одномерного ридберговского атома в резонансном поле [9, 10]. Утверждается, что одно из рассматриваемых флоке-состояний соответствует описанной выше модели локализованного волнового пакета. Утверждается также, что СВЧ поле возбуждает некогерентную суперпозицию примерно четырех наиболее близких флоке-состояний (см. рис.4 из работы [5]). Нам представляется, что все это имеет очень малое отношение к физике процессов, происходящих в ридберговском атоме в СВЧ поле с такой же небольшой напряженностью, как и в эксперименте [5].

В самом деле, ридберговские состояния атома водорода и водородоподобных атомов многократно вырождены (или почти вырождены) по квантовым числам углового момента l . Основной процесс, происходящий в ридберговском атоме в не слишком сильном резонансном поле – это миграция населенностей по l , т.е. по вырожденным подуровням резонансных уровней (рис.3). Этот процесс никак не может быть учтен в рамках одномерной модели, которая, тем самым, ни в какой мере не может описать физику явлений, наблюдавшихся в эксперименте [5]. Можно заметить также, что в реальной ситуации при резонансе на вырожденных уровнях с $n = 72$ и 73 число близких флоке-состояний будет порядка семидесяти, а не четырех. Ввиду того что эти уровни очень близки, практически при любом способе включения резонансного СВЧ поля произойдет их когерентное (а не некогерентное, как предполагалось в [5]) заселение. Ясно, что в такой ситуации описание возникающего состояния ридберговского электрона в терминах флоке-состояний будет очень громоздким, вряд ли реализуемым и нецелесообразным. Поэтому в постановке задачи, описанной ниже, мы не используем теорию флоке-состояний, а находим прямое решение начальной задачи. Иначе говоря, мы находим решение нестационарного уравнения Шредингера, удовлетворяющее правильно заданным началь-

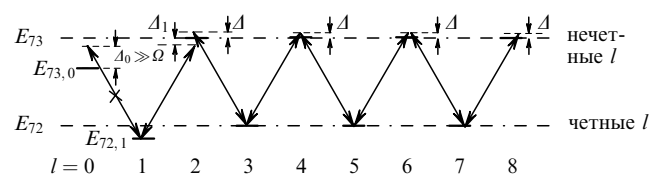


Рис.3. Схема вырожденных или почти вырожденных по l резонансных уровней, перезаселение которых есть основной процесс миграции населенностей в резонансном СВЧ поле. В положениях уровней $E_{73,0}$ и $E_{72,1}$ учтены поправки, обусловленные квантовым дефектом (Ω , A и A_1 – характерная частота Раби и расстройки резонансов, определенные в разд.4).

ным условиям и описывающее эволюцию волновой функции ридберговского электрона в резонансном СВЧ поле.

4. Постановка задачи

Итак, рассмотрим нестационарное уравнение Шредингера для ридберговского электрона в резонансном СВЧ поле

$$i \frac{\partial \Psi(r, \theta, t)}{\partial t} = (H_0 - \mathbf{d} \varepsilon_0 \sin \omega t) \Psi(r, \theta, t), \quad (1)$$

где H_0 – гамильтониан свободного атома; \mathbf{d} – дипольный момент атома; ε_0 – амплитуда напряженности СВЧ поля; r и θ – модуль радиуса-вектора \mathbf{r} ридберговского электрона и угол между \mathbf{r} и $\varepsilon_0 \parallel z$. Примем, что, так же как и в эксперименте [5], угловая частота СВЧ поля $\omega = 2.664 \times 10^{-6}$, что соответствует линейной частоте $\nu = \omega/2\pi = 17.528$ ГГц и периоду изменения поля $T = 2\pi/\omega = 57$ пс. Для резонансных уровней с $n = 72$ и 73 кеплеровская частота $\omega_K = 2.624 \times 10^{-6}$. С учетом квантового дефекта энергии ридберговских уровней $E_{n,l} = -1/[2(n - \delta_l)^2]$. Для атома лития поправки δ_l хорошо известны [11]. Они относительно не малы только для s- и p-состояний, для которых $\delta_0 = 0.4$, $\delta_1 = 0.047$. На самом деле поправка δ_0 обеспечивает столь значительный сдвиг уровней $E_{n,0}$ (по сравнению с водородными уровнями E_n), что переходы на s-уровни и с s-уровней становятся абсолютно нерезонансными и в нашей схеме вычислений исключаются (см. схему уровней с учетом квантового дефекта и схему переходов на рис.3). Поправка δ_1 не столь велика, но и не слишком мала. Определяемый ею сдвиг уровня $E_{72,1}$ равен $\delta E_p = -1.26 \times 10^{-7}$ и должен учитываться в расчетах. Что касается поправок δ_l с $l \geq 2$, то они настолько малы, что ими можно пренебречь, т.е. можно считать $E_{n,l} = E_n \approx -1/(2n^2)$ при всех $l \geq 2$.

В силу правил отбора для дипольных переходов $\Delta l = \pm 1$ и с учетом начального заселения уровня с $l = 1$ ($n = 72$) в процессе взаимодействия с СВЧ полем заселяются только уровни $E_{72,l}$ с нечетными l и $E_{73,l'}$ с четными l' . Для переходов между этими уровнями ($72, l \rightleftharpoons 73, l \pm 1$) расстройка резонанса

$$\begin{aligned} \Delta_l &= \omega + E_{72,l} - E_{73} \\ &= \begin{cases} \omega - \omega_K \equiv \Delta = 4.1 \times 10^{-8}, l \geq 2, \\ \omega - \omega_K - \delta E_p = \Delta - \delta E_p \approx \Delta_1 = -8.5 \times 10^{-8}, l = 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Различие между Δ и Δ_1 хорошо видно на схеме рис.3. Переходы между ридберговскими уровнями с $n < 72$ и $n > 73$ будем считать нерезонансными, т.к. соответствующие расстройки меньше частоты Раби (оценки приведены ниже).

Уравнение Шредингера (1) решаем методом разложения волновой функции Ψ по собственным функциям гамильтониана свободного атома:

$$\psi_{n,l,m_l=0}(\mathbf{r}) \equiv \psi_{n,l} = \left(\frac{2l+1}{2} \right)^{1/2} P_l(\cos \theta) R_{n,l}(r), \quad (3)$$

где $P_l(\cos \theta)$ – полиномы Лежандра; $R_{n,l}(r)$ – радиальная часть волновой функции $\psi_{n,l}$. В соответствии с сформулированными выше приближениями учитываем в разло-

жении Ψ по $\psi_{n,l}$ только резонансные слагаемые, т.е. слагаемые с $n = 72$ и 73 :

$$\begin{aligned} \Psi(r, \theta, t) &= \sum_{\text{odd } l \geq 1} \exp(-iE_{72,l}t) C_l(t) \psi_{72,l}(r, \theta) \\ &+ \exp(-iE_{73}t) \sum_{\text{even } l \geq 2} D_l(t) \psi_{73,l}(r, \theta), \end{aligned} \quad (4)$$

где C_l и D_l – амплитуды вероятности нахождения атома соответственно в состояниях $|72, l\rangle$ и $|73, l\rangle$.

Матричные элементы дипольных переходов между состояниями $|72, l\rangle$ и $|73, l'\rangle$ могут быть аппроксимированы квазиклассическими выражениями, найденными в [12]. Удобно ввести приведенные матричные элементы дипольного момента с помощью соотношений

$$\begin{aligned} V_l^- &= \frac{\langle n+1, l-1 | d_z | n, l \rangle}{n(n+1)} \\ &= \frac{l}{(4l^2 - 1)^{1/2}} [J_1'(\epsilon_l) - J_1(\epsilon_l)(\epsilon_l^{-2} - 1)^{1/2}], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} V_l^+ &= \frac{\langle n+1, l | d_z | n, l-1 \rangle}{n(n+1)} \\ &= \frac{l}{(4l^2 - 1)^{1/2}} [J_1'(\epsilon_{l-1}) + J_1(\epsilon_{l-1})(\epsilon_{l-1}^{-2} - 1)^{1/2}], \end{aligned} \quad (6)$$

где $J_1(x)$ – функция Бесселя первого порядка; $J_1'(x) \equiv dJ_1(x)/dx$ – ее производная; $\epsilon_l = \{1 - (l + \frac{1}{2})^2/[n(n+1)]\}^{1/2}$; $l \geq 1$; в рассматриваемом случае $n = 72$.

Зависимость от l матричных элементов $V_l^\pm(l)$ представлена на рис.4. Хорошо видно, что при всех $l \geq 1$ имеем $V_l^+ \geq V_l^-$, т.е. выполняется правило Бете для кулоновских дипольных матричных элементов: при изменении главного квантового числа n орбитальный момент l изменяется с большей вероятностью в ту же сторону, что и n . Как видно из рис.4, значения V_l^\pm при малых l примерно равны 0.2, что соответствует характерной частоте Раби $\Omega \approx 0.1n(n+1)\varepsilon_0 \sim 10^{-7}$. Это значение больше, чем расстройка резонанса (2) для всех рассматриваемых состояний, т.е. $\Omega > |\Delta_l|$. Следовательно, все подуровни $E_{n,l}$ ридберговских уровней с $n = 72$ и 73 сильно связаны между собой. С другой стороны, расстройка резонанса для переходов $n \rightleftharpoons n+1$ с $n \neq 72$ может быть оценена как $\Delta^{(n)} \sim -3(n-72)/n^4 \sim (n-72) \times 10^{-7} > \Omega$. Данное нера-

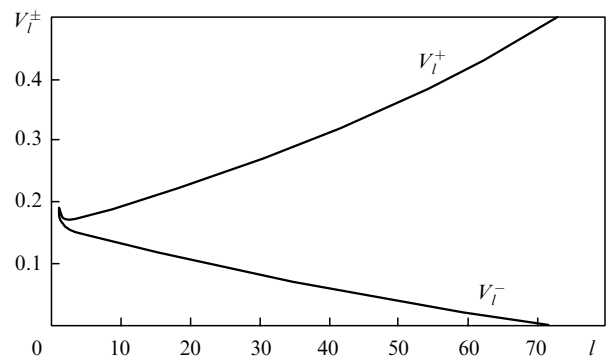


Рис.4. Дипольные матричные элементы V_l^- (5) и V_l^+ (6) в зависимости от l .

венство оправдывает наше допущение, что переходами на уровни с $n > 73$ и $n < 72$ приближенно можно пренебречь. Правда, в какой-то степени уровни, ближайšie к резонансным (с $n = 74$ и 71), все же могут заселяться даже в поле с напряженностью ~ 1 В/см. Учет этих процессов будет описан отдельно. Однако мы уверены, что такое расширение базиса для разложения волновой функции Ψ не приведет к качественному изменению результатов и выводов данной работы.

Наконец, заметим, что уменьшение матричного элемента V_l^- с ростом l (рис.4) приводит к ограничению роста углового момента при миграции населенности в направлении больших значений l .

В приближении вращающейся волны мы приводим уравнение Шредингера (1) для волновой функции $\Psi(r, \theta, t)$ (4) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
 i \frac{dC_l}{dt} &= \frac{1}{2} n(n+1) \varepsilon_0 [\exp(it\Delta) V_l^- D_{l-1} + \exp(it\Delta_l) V_{l+1}^+ D_{l+1}], \quad l \geq 1, \\
 i \frac{dD_l}{dt} &= \frac{1}{2} n(n+1) \varepsilon_0 [\exp(-it\Delta_{l-1}) V_l^+ C_{l-1} + \exp(-it\Delta) V_{l+1}^- C_{l+1}], \quad l \geq 2
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

с начальными условиями

$$C_l(t=0) = \delta_{l,1}, \quad D_l(t=0) = 0. \tag{8}$$

Для исключения нерезонансного перехода $72p \rightarrow 73s$ (зачеркнутого на рис.3) в первом из уравнений (7) следует положить $V_1^- = 0$.

Решая систему уравнений (7) численно, мы находим функции $C_l(t)$ и $D_l(t)$, которые определяют все характеристики ридберговского состояния электрона в резонансном СВЧ поле. В частности, выражение для зависящей от времени плотности вероятности ρ нахождения электрона в окрестности точки (r, θ) имеет вид

$$\begin{aligned}
 \rho(r, \theta, t) &= \frac{dw}{dr d\theta} = r^2 \sin \theta |\Psi(r, \theta, t)|^2 \\
 &= r^2 \sin \theta \left\{ \left| \sum_{\text{even } l} D_l(t) P_l(\cos \theta) R_{n+1,l}(r) \right|^2 + \left| \exp(-i\delta E_p t) C_1(t) P_1(\cos \theta) R_{n,1}(r) + \sum_{\text{odd } l > 1} C_l(t) P_l(\cos \theta) R_{n,l}(r) \right|^2 + \left[\exp(i\omega t) \sum_{\substack{\text{odd } l \\ \text{even } l'}} \exp(-it\Delta_l) C_l(t) D_{l'}^*(t) \right. \right. \\
 &\times \left. \left. P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) R_{n,l}(r) R_{n+1,l'}(r) + \text{компл. сопр.} \right] \right\}. \tag{9}
 \end{aligned}$$

Основные результаты анализа этой функции, а также ряда характерных величин, определяющих эволюцию состояния ридберговского электрона в резонансном СВЧ

поле, приведены в следующем разделе. Здесь же отметим лишь, что, во-первых, в рассматриваемых условиях осцилляции с частотой поля, примерно равной кеплеровской частоте ($\omega \approx \omega_K$), являются самыми быстрыми, в том числе и по сравнению с характерными временами изменения функций $C_l(t)$ и $D_l(t)$. Поэтому в плотности вероятности (9) быстрые осцилляции с частотой $\omega \approx \omega_K$ возникают только в интерференционном слагаемом (в квадратных скобках). Если по каким-либо причинам это слагаемое не дает вклада в средние величины каких-либо операторов, то эти величины не испытывают осцилляций с периодом поля. Подобные примеры приводятся ниже. Во-вторых, в дальнейшем мы не будем делать различия между осцилляциями с частотой поля и кеплеровской частотой. Тем более, что, как показывает детальный анализ, сама по себе частота этих быстрых осцилляций не совсем строго определена: она слегка «плавает», т. е. подвержена малым и медленным изменениям. В детали этого анализа мы здесь также не будем вдаваться.

5. Результаты расчетов

5.1. Заселение подуровней $E_{n,l}$ резонансных состояний

На рис.5 представлена зависимость от времени среднего значения квантового числа углового момента

$$\bar{l}(t) = \sum_{\text{odd } l} l |C_l(t)|^2 + \sum_{\text{even } l} l |D_l(t)|^2. \tag{10}$$

Этот рисунок позволяет выделить три стадии эволюции электронного состояния: начальный переходный период, когда $\bar{l}(t)$ более или менее монотонно растет; период некоторого спада $\bar{l}(t)$ и длительный период более или менее стационарного поведения функции $\bar{l}(t)$. Осцилляции функции $\bar{l}(t)$ на второй и третьей стадиях аналогичны рабиевским осцилляциям. Однако, ввиду того что рассматриваемая система – многоуровневая, характер осцилляций является более сложным, чем простые синусоидальные колебания населенности двухуровневой системы. Осцилляциям с кеплеровской частотой функция $\bar{l}(t)$ не испытывает, что ясно видно уже из ее определения (10).

Хотя зависимость от времени среднего значения углового момента весьма информативна, все же она не описывает всех особенностей миграции населенностей по уровням $E_{72,l}$ и $E_{73,l}$. Такие данные могут быть получены из прямого анализа распределения вероятностей заселе-

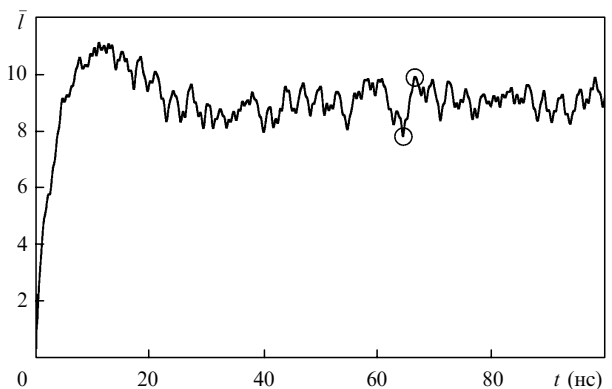


Рис.5. Эволюция во времени среднего значения квантового числа углового момента $\bar{l}(t)$. Кружками отмечены моменты времени, для которых построены кривые на рис.6.

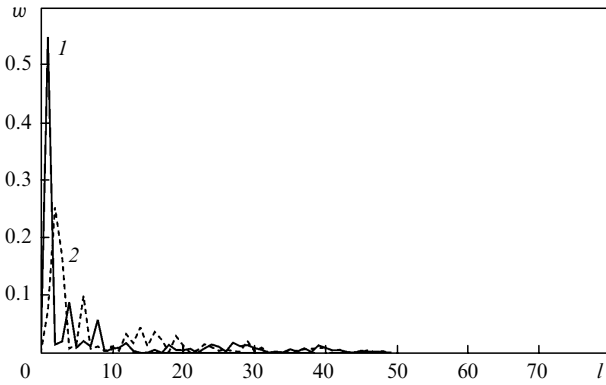


Рис.6. Распределения вероятностей $w(l)$ заселения уровней $E_{72,l}$ и $E_{73,l}$ при $t = 64.451$ (1) и 66.559 нс (2).

ния подуровней системы с различными значениями l . Вероятности $w(l)$ определяются как $|C_l|^2$ при нечетных l и как $|D_l|^2$ при четных l . Два примера таких распределений приведены на рис.6. Кривые относятся к моментам времени $t = 64.451$ и 66.559 нс. На рис.5 эти моменты указаны кружками. Они соответствуют локальным минимуму при $t = 64.451$ нс и максимуму при $t = 66.559$ нс функции $\bar{l}(t)$. Обращает на себя внимание тот факт, что, во-первых, распределения $w(l)$ являются достаточно широкими и, во-вторых, в них с довольно большим весом представлены малые значения углового момента. Так же как и $\bar{l}(t)$, вероятности $w(l, t)$ не осциллируют с кеплеровской частотой, но испытывают квазирабиевские осцилляции.

5.2. Корреляция радиального и углового движений

Следующий параметр, который был рассчитан и который представляет интерес, – это параметр Шмидта K [13], характеризующий степень корреляции радиального и вращательного движений электрона. В двухчастичных системах он используется как характеристика степени перепутывания переменных частиц в волновой функции или степени перепутывания квантовых состояний [14]. В случае одной частицы с двумя степенями свободы более разумно, наверное, говорить о степени корреляции движений по этим двум степеням свободы. Однако независимо от терминологии в любом случае параметр Шмидта указывает на то, в какой мере волновая функция двух переменных далека от факторизованной волновой функции, имеющей вид произведения двух функций, каждая из которых зависит только от одной из двух переменных. В случае факторизованной волновой функции ни корреляций, ни перепутывания нет, и параметр Шмидта равен единице. Чем он больше, тем выше степень корреляции (перепутывания). В случае систем с двумя непрерывными переменными существует следующее удобное определение параметра Шмидта [15]:

$$K = \left\{ \int r^2 dr \sin \theta d\theta r'^2 dr' \sin \theta' d\theta' \times \Psi(r, \theta) \Psi^*(r', \theta) \Psi^*(r, \theta') \Psi(r', \theta') \right\}^{-1}. \quad (11)$$

Рассчитанная зависимость параметра K от времени представлена на рис.7. В целом, по структуре, зависимость $K(t)$ подобна зависимости $\bar{l}(t)$ (рис.5), хотя в коэффициенте корреляции квазирабиевские осцилляции заметно

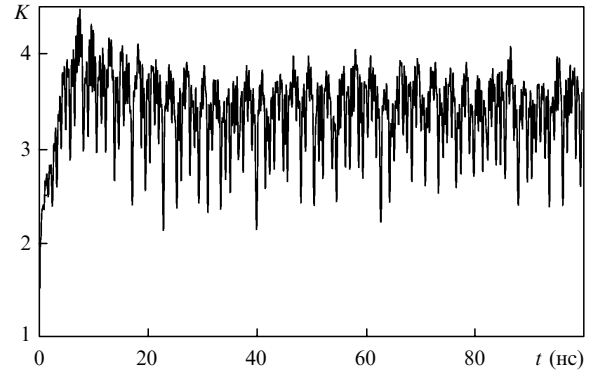


Рис.7. Зависимость от времени параметра Шмидта K , характеризующего степень корреляции радиального и углового движений электрона.

более выражены, чем в среднем значении квантового числа углового момента. В начальный момент времени $K(0) = 1$, т.к. начальная волновая функция имеет вид произведения радиальной ($R_{72,1}(r)$) и угловой ($P_1(\cos \theta)$) волновых функций, и корреляции между ними нет. В СВЧ поле происходит перепутывание радиальной и угловой переменных, полная волновая функция $\Psi(r, \theta, t)$ (4) не факторизуется, и коэффициент корреляции возрастает в среднем до ~ 3.5 , что указывает на весьма высокую скоррелированность, или взаимосвязанность, радиального и углового движений в ридберговском атоме, находящемся в резонансном СВЧ поле.

5.3. Радиальное распределение плотности вероятности

На рис.8 показана зависимость от радиуса r плотности вероятности $\rho(r, \theta, t)$ (9) при некотором фиксированном значении угла θ ($\theta = 0.7$ рад) в моменты времени $t = 22.935$ и 22.962 нс, различающиеся на половину кеплеровского периода. Хорошо видно, что распределение плотности вероятности по радиусу r в заданном направлении θ заметно меняется через половину периода поля. Повторяя расчеты на интервале порядка нескольких периодов поля, можно убедиться в том, что в изменениях со временем плотности вероятности $\rho(r, \theta, t)$ при заданном θ присутствуют как медленно меняющаяся компонента, так и компонента, имеющая характер осцилляций с кеплеровским периодом. Интересно отметить, однако, что проинтегрированная по всем направлениям радиальная плотность вероятности

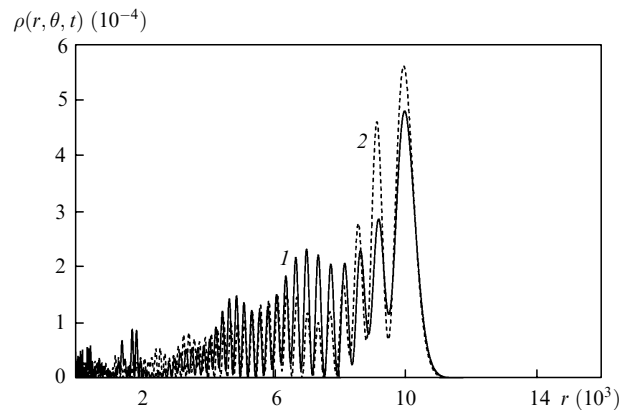


Рис.8. Плотность вероятности $\rho(r, \theta, t)$ (9) при $\theta = 0.7$ рад, $t = 22.935$ (1) и 22.962 нс (2).

$$\rho(r; t) = \int_0^\pi d\theta \rho(r, \theta, t) \tag{12}$$

осцилляций с кеплеровским периодом не имеет. Этот вывод следует непосредственно из общего выражения для плотности вероятности $\rho(r, \theta, t)$ (9). Ввиду ортогональности полиномов Лежандра P_l и $P_{l'}$ с разными l и l' интерференционное слагаемое в выражении для $\rho(r, \theta, t)$ (слагаемое в квадратных скобках в уравнении (9)) зануляется при интегрировании по θ . Отсюда следует, что и средние значения любых операторов, не зависящих от θ , также не содержат компонент, осциллирующих с кеплеровской частотой. В частности, это относится и к зависящему от времени среднему радиусу волновой функции электрона $\bar{r}(t)$. Фрагмент зависимости от времени этой функции показан на рис.9,а. Хорошо видно, что на интервале порядка пяти кеплеровских периодов функция $\bar{r}(t)$ является монотонной и не имеет каких-либо осцилляций.

Хотя формально отсутствие осцилляций с кеплеровским периодом в средних значениях операторов, не зависящих от θ , и объясняется ортогональностью полиномов Лежандра, все же достаточно интересно попытаться проследить, каким именно образом осцилляции с кеплеровским периодом исчезают, когда проводится усреднение по углам. В какой-то мере этот механизм иллюстрируется зависимостью от угла θ радиуса r , усредненного только по самому r , но не по углу θ (рис.10):

$$\bar{r}(\theta, t) = \int_0^\infty r^3 dr |\Psi(r, \theta, t)|^2. \tag{13}$$

Три кривые на рис.10 соответствуют трем различным стадиям эволюции системы: до включения СВЧ поля ($t = 0$), стадии, соответствующей росту $\bar{l}(t)$ на рис.5 ($t = 10$ пс), и стадии квазистационарного режима ($t = 15$ нс). Исчезновение осцилляций при усреднении $\bar{r}(\theta, t)$ по θ объясняется очень просто и наглядно в переходном режиме. Избыток площади под кривой 2 в области максимума (слева от точки $\theta = \pi/2$) в значительной мере

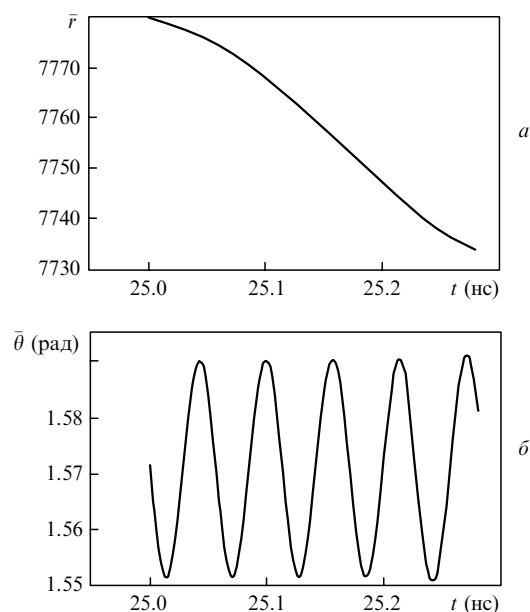


Рис.9. Зависимости от времени среднего расстояния от электрона до ионного кора $\bar{r}(t) = \langle \Psi(t) | r | \Psi(t) \rangle$ (а) и среднего угла $\bar{\theta}(t) = \langle \Psi(t) | \theta | \Psi(t) \rangle$ (б).

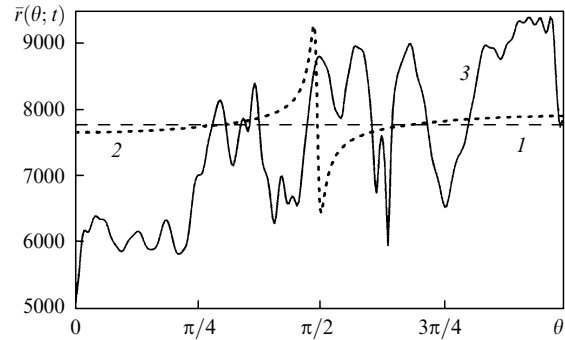


Рис.10. Средний радиус электрон-ионного расстояния в зависимости от угла θ при $t = 0$ (1), 10 пс (2) и 15 нс (3).

компенсируется недостатком площади под кривой в области минимума (справа от точки $\theta = \pi/2$), и сумма этих вкладов в интеграл по θ оказывается примерно такой же, как и при $t = 0$. Через половину кеплеровского периода максимум и минимум кривой 2 меняются местами и интегральный эффект остается почти неизменным, т. е. осцилляции отсутствуют. Таким образом, в данном случае исчезновение осцилляций с кеплеровским периодом при усреднении по θ оказывается прямо связанным со структурой кривой $\bar{r}(\theta; t)$. Осцилляции среднего радиуса $\bar{r}(\theta; t)$ наиболее выражены в окрестности точки $\theta = \pi/2$. Осцилляции $\bar{r}(\theta; t)$ слева и справа от точки $\theta = \pi/2$ происходят в противофазе и гасят друг друга при интегрировании по θ .

К сожалению, в квазистационарном режиме функция $\bar{r}(\theta; t)$ сильно усложняется и ее поведение не допускает описанного выше наглядного объяснения. В этом случае остается лишь общее формальное объяснение, связанное с ортогональностью полиномов Лежандра.

5.4. Угловое распределение плотности вероятности

Из рис.9,б видно, что поведение среднего угла $\bar{\theta}(t)$ существенно отличается от поведения среднего радиуса $\bar{r}(t)$: функция $\bar{\theta}(t)$ осциллирует с кеплеровской частотой, тогда как $\bar{r}(t)$ изменяется монотонно (за время порядка нескольких кеплеровских периодов). Это связано с тем, что в отличие от полиномов Лежандра радиальные волновые функции $R_{n,l}$ и $R_{n',l'}$ не ортогональны друг другу при разных l и l' . По этой причине интерференционное слагаемое в выражении (9) для плотности вероятности $\rho(r, \theta, t)$ не зануляется при интегрировании по r .

Приведем, наконец, данные об угловом распределении плотности вероятности. На рис.11 угловая плотность вероятности

$$\rho(\theta; t) = \int_0^\infty dr \rho(r, \theta, t) \tag{14}$$

изображена в полярных координатах. Это значит, что угол θ отсчитывается от положительного направления оси z в направлении как по часовой стрелке, так и против. Расстояние от начала координат до точек на кривых равно $\rho(\theta; t)$. Две кривые соответствуют двум моментам времени, отстоящим друг от друга на половину кеплеровского периода.

Из рис.11 видно, что угловое распределение плотности вероятности нахождения электрона в окрестности направлений, определяемых углом θ , весьма изрезано. В принципе, можно говорить об образовании в СВЧ поле серии волновых пакетов, локализованных по углу. Четко

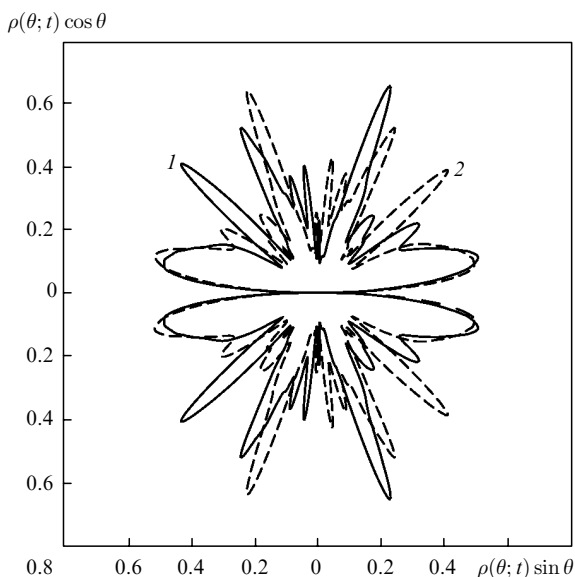


Рис.11. Угловая плотность вероятности $\rho(\theta; t)$ при $t = 22.935$ (1) и 22.962 нс (2).

видны изменения распределения при сдвиге по времени на половину периода поля. Эти изменения повторяются через период, т. е. в угловом распределении плотности вероятности имеют место осцилляции с кеплеровским периодом.

6. Заключение

Резюмируя, повторим, что в условиях эксперимента [5] при взаимодействии ридберговского атома с резонансным СВЧ полем не происходит формирования электронного волнового пакета, локализованного по радиальной переменной и движущегося по кеплеровской орбите как классическая частица. Отсутствие подобной локализации связано с тем, что в относительно слабом резонансном СВЧ поле большое число ридберговских уровней, различающихся значениями главного квантового числа n , не заселяется. С другой стороны, резонансное поле способно осуществить эффективное перезаселение подуровней резонансных состояний, различающихся значениями квантового числа углового момента l . Нам представляется, что именно этот процесс является основным во взаимодействии ридберговского атома с относительно слабым, но резонансным полем. Задача описания перезаселения подуровней резонансных состояний, различающихся значениями квантового числа углового момента l , принципиально исключает использование каких-либо одномерных моделей атома.

Хотя резонансное СВЧ поле с умеренной интенсивностью и не обеспечивает радиальной локализации волновой функции, оно вызывает модуляцию (на частоте поля) как радиального, так и углового движения электрона.

Несомненно, что именно эта модуляция ответственна за наблюдавшуюся в работе [5] периодическую зависимость вероятности ионизации атома от времени включения ионизирующего полупериодного импульса. В будущем мы надеемся вернуться к описанию процесса ионизации и получению явных зависимостей вероятности ионизации от параметров полупериодного импульса и СВЧ поля.

В настоящей работе мы детально исследовали радиальную и угловую структуру распределения плотности вероятности. Показано, что радиальное и угловое движения в большой степени коррелированы друг с другом. Одно из обнаруженных различий между модуляцией углового и радиального движений электрона в резонансном СВЧ поле состоит в том, что проинтегрированное по углам радиальное распределение плотности вероятности не осциллирует с кеплеровской частотой, в то время как в угловом распределении, проинтегрированном по радиусу, такие осцилляции присутствуют.

Исследованная угловая структура волновой функции электрона в СВЧ поле оказывается весьма сложной, изрезанной и содержащей серию сравнительно узких пиков. В принципе, такая структура может интерпретироваться как совокупность поддерживаемых СВЧ полем сравнительно узких угловых волновых пакетов, локализованных по углу θ . Однако эти образования не имеют никакой локализации в радиальном направлении и никак не соотносятся с образом классической частицы, движущейся по кеплеровской орбите.

Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-16469) и гранта Президента РФ № МК 1283.2005.2.

1. Schrödinger E. *Naturwissenschaften*, **14**, 664 (1926).
2. Bialynicki-Birula I., Kalinski M., Eberly J.H. *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 1777 (1994); Kalinski M. et al. *Phys. Rev. A*, **67**, 032503 (2003).
3. Fedorov M.V., Fedorov S.M. *Opt. Express*, **3**, 271 (1998).
4. Chudesnikov D.O., Yakovlev V.P. *Laser Phys.*, **1**, 110 (1991); Oberthaler M.K. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 4980 (1996); Berry M.V., O'Dell D.H.J. *J. Phys. A*, **31**, 2093 (1998); Stutzle R. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 110405 (2005).
5. Maeda H., Gallagher T.F. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 133004 (2004).
6. Fedorov M.V. *Atomic and Free Electrons in a Strong Light Field* (Singapore: World Scientific, 1997).
7. Ten Wolde A., Noordam L.D., Lagendijk A., van Linden van den Heuvell H.B. *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 2099 (1988).
8. Yeasell J.A. *Phys. Rev. A*, **40**, 5040 (1989).
9. Buchleitner A., Delande D. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 1487 (1995).
10. Jensen R.V., Susskind S.M., Sanders M.M. *Phys. Rep.*, **201**, 1 (1991).
11. Radzic A.A., Smirnov V.M., in *Dissociation Energies (Reference on Atoms and Ions)* (Berlin: Springer-Verlag, 1985, Springer Series in Chemical Physics, Vol. 31).
12. Буреева Л.А. *Астрономический журн.*, **45**, 1215 (1968).
13. Grobe R., Rzazewski K., Eberly J.H. *J. Phys. B*, **27**, L503 (1994).
14. Fedorov M.V., Efremov M.A., Kazakov A.E., Chan K.W., Law C.K., Eberly J.H. *Phys. Rev. A*, **69**, 052117; **72**, 032110 (2005).
15. Fedorov M.V., Efremov M.A., Volkov P.A., Eberly J.H. *J. Phys. B* (2006) (to be published).