

О перепутывании электронных состояний примесных атомов в наночастицах

А.М.Башаров, В.Н.Горбачев, Н.В.Знаменский

На основе полученного кинетического уравнения показано, что релаксация электронных состояний примесей в нанокристалле носит коллективный характер. Построены многочастичные перепутанные состояния примесных атомов, которые оказываются нечувствительными к релаксационным процессам и могут быть использованы в квантовых информационных процессах.

Ключевые слова: нанокристалл, электронные состояния примеси, локализованная фононная мода, дисперсионный предел, коллективная релаксация, перепутывание квантовых состояний.

1. Введение

Активированные редкоземельными ионами нанокристаллы и стекла могут применяться (и применяются) в сцинтилляционной технике как люминофоры и в биомедицинских задачах – как флуоресцентные метки [1, 2]. В настоящей работе обсуждается новая возможность использования нанокристаллов с примесными атомами или ионами в качестве «кирпичиков» элементной базы устройств квантовой информации. Эта возможность обусловлена особенностями динамики электронных состояний примесных ионов вследствие своеобразия электрон-фононного взаимодействия в нанокристаллах.

Основным элементом квантовой информации является кубит, или квантовая частица с двумя уровнями [3]. Физические реализации кубитов вместе с основными операциями над ними активно исследуются уже свыше десяти лет [3, 4]. Главными элементами квантовых информационных процессов, включающих квантовые вычисления и квантовые коммуникации, являются суперпозиционные и перепутанные состояния кубитов.

О запутанных квантовых состояниях говорят также как о состояниях с квантовыми корреляциями. Процессы создания квантово-коррелированных систем, равно как и сохранение их под действием необратимой релаксации (декогеренции), являются предметом многочисленных теоретических и экспериментальных изысканий. В настоящее время перепутанные состояния, нечувствительные к процессам декогеренции, экспериментально реализованы только в системе фотонов [5]. Так что поиск ситуаций, в которых возможны перепутанные состояния, свободные от декогеренции, является весьма актуальным. Кроме того, с практической точки зрения реализации кубитов и операций перепутывания в твердотель-

ной или даже полупроводниковой матрице важны для целей их дальнейшей интеграции с другими полупроводниковыми устройствами. Одним из примеров такой реализации являются квантовые точки [6], другим – активированные нанокристаллы.

Согласно экспериментальным данным, примесные атомы или ионы в наночастицах, например ионы редких земель (Pr^{3+} , Eu^{3+} , Ce^{3+}) в нанокристаллах оксиортосиликатов (Y_2SiO_5 , Lu_2SiO_5 , Gd_2SiO_5), испытывают ярко выраженное электрон-фононное взаимодействие с локализованной фононной модой [7, 8]. Это отличает нанокристаллы от макроскопического кристалла. Частота локализованной моды примерно равна обратному времени прохождения характерного размера нанокристалла звуковым сигналом в макроскопическом кристалле. В популярной модели [9], согласующейся с экспериментальными [7, 8], рассматриваются два квантовых уровня примеси, взаимодействующих с локализованной фононной модой аналогично двухуровневому атому в резонаторе.

В нашей работе мы обобщаем модель [9] на случай нескольких примесей и связи локализованной моды с фононами матрицы на границе нанокристалла и далее рассматриваем динамику электронных состояний примесей. В простейшем случае, в дисперсионном пределе, когда отстройка от резонанса превышает характерную частоту взаимодействия примеси с локализованными фононами, показано, что для электронных состояний примесей в нанокристаллах возможны перепутанные состояния, свободные от декогеренции. Таким образом, показана перспективность использования активированных нанокристаллов в устройствах квантовой информации.

Для исследования динамики примесей в нанокристалле мы используем популярную модель атомов в микрорезонаторе с потерями на зеркалах [10], имеющую, однако, некоторые отличия.

Прежде всего следует отметить, что дисперсионный предел для атомов в микрорезонаторе с потерями на зеркалах недавно рассматривался в работе [11]. Однако предложенный в ней вывод кинетического уравнения является не вполне корректным, поскольку переход к дисперсионному пределу сделан в кинетических уравнениях для системы атомы + фотоны микрорезонатора. Между

А.М.Башаров, Н.В.Знаменский. РНЦ «Курчатовский институт», Россия, 123182 Москва, пл. Акад. Курчатова, 1; e-mail: bash@online.ru, basharov@gmail.com

В.Н.Горбачев. Северо-западный Институт печати Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна, Россия, 1911180 С.-Петербург, пер. Джамбула, 13; e-mail: vn@vg3025.spb.edu

Поступила в редакцию 27 апреля 2006 г.

тем, следовало бы сначала получить эффективный гамильтониан в дисперсионном пределе системы атомы + фотоны микрорезонатора + фотоны термостата, а затем осуществить дальнейший вывод кинетических уравнений с использованием полученного эффективного гамильтониана [12]. Различие может состоять как в величинах параметров модели, так и в появлении новых каналов релаксации. В работе [13] описан случай, когда такой корректный подход приводит к появлению двухквантовых механизмов релаксации эффективных в среде со спектральными особенностями.

В настоящей работе указанным выше образом получено кинетическое уравнение для атомов в нанокристалле в дисперсионном пределе и показана справедливость модели коллективной релаксации. Получено корректное выражение для параметров кинетического уравнения, отличное от кинетического уравнения работы [11]. В нашем случае вывод кинетического уравнения проведен для исходного гамильтониана без приближения медленно меняющихся амплитуд. Заметим, что в работе [14] для задачи взаимодействия ультракоротких электромагнитных импульсов с двухуровневой системой в дисперсионном пределе (там он называется приближением адиабатического следования) показано, как корректно полученный дисперсионный предел отличается от результатов, выведенных из исходного гамильтониана, взятого в приближении медленно меняющихся амплитуд.

В нашей статье в результате решения полученного кинетического уравнения для примесей в нанокристалле установлено, что в зависимости от исходных состояний примесей возможна ситуация, когда возникают стационарные запутанные состояния примесей, нечувствительные к процессам декогеренции. При этом основную роль в создании таких состояний играют звуковые волны в матрице, куда внедрен нанокристалл с примесными ионами.

2. Модель

Рассмотрим сферический нанокристалл диаметром L , в который имплантировано несколько примесных атомов. Согласно модели Саймона и Геллера [9] каждый атом взаимодействует с локализованной фононной модой с частотой $\omega_0 \sim 2\pi\nu/L$, где ν – характерная скорость звука в макроскопическом кристалле. Полагая, что электронные состояния примесей одинаковы, запишем гамильтониан указанного взаимодействия в виде

$$H = H_a + H_{ph} + V, \quad H_a = \sum_{\alpha i} \varepsilon_{\alpha} c_{\alpha i}^{\dagger} c_{\alpha i},$$

$$V = \sum_{\alpha \alpha' i} g_{\alpha \alpha'} c_{\alpha i}^{\dagger} c_{\alpha' i} (a + a^{\dagger}), \quad H_{ph} = \omega_0 a^{\dagger} a. \quad (1)$$

Здесь индекс $\alpha = 1, 2$ нумерует пару электронных состояний атомов с энергией ε_1 и ε_2 , а операторы $c_{\alpha i}$ и $c_{\alpha i}^{\dagger}$ суть операторы уничтожения и рождения электронов в этих состояниях у i -й примеси. Электрон-фононное взаимодействие определяется величинами $g_{21} = g_{12} = g$, $g_{11} = g_{22} = 0$; a и a^{\dagger} – операторы уничтожения и рождения локализованной фононной моды.

Дальнейшее обобщение модели Саймона и Геллера состоит в учете возбуждения локализованной моды за счет взаимодействия с термостатными фононами на границе нанокристалла. Простейший оператор такого взаимодействия

$$V_{\text{loss}} = \sum_{\omega} \Gamma_{\omega} (a^{\dagger} b_{\omega} + a b_{\omega}^{\dagger}), \quad (2)$$

где операторы b_{ω} и b_{ω}^{\dagger} описывают уничтожение и рождение термостатных фононов. Полагаем, что исходное состояние $|\Phi_0\rangle$ термостатных фононов δ -коррелировано:

$$\langle \Phi_0 | b_{\omega}^{\dagger} b_{\omega'} | \Phi_0 \rangle = N(\omega) \delta(\omega - \omega'), \quad (3)$$

$$\langle \Phi_0 | b_{\omega} b_{\omega'}^{\dagger} | \Phi_0 \rangle = (1 + N(\omega)) \delta(\omega - \omega'),$$

где $N(\omega) = (e^{\omega/kT} - 1)^{-1}$. Поскольку основную роль играют фононы, частоты которых близки к частоте локализованной моды, то предположение о δ -коррелированности является оправданным в свете дальнейшего использования марковского приближения при выводе кинетического уравнения.

Основным приближением модели Саймона и Геллера, равно как и предложенного обобщения, является пренебрежение различием между поперечными и продольными фононами. Считается также, что дипольный момент электронного перехода $\varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_1$ весьма мал, так что взаимодействием атомов между собой и с вакуумным электромагнитным полем пренебрегаем. Принята система единиц, в которой $\hbar = 1$.

Таким образом, исходным гамильтонианом задачи о динамике электронных состояний примесей в нанокристалле с учетом связи локализованной фононной моды с термостатными фононами является

$$H_{\text{loss}} = H_a + H_{ph} + H_{\text{bath}} + V + V_{\text{loss}}, \quad (4)$$

$$H_{\text{bath}} = \sum_{\omega} \omega b_{\omega}^{\dagger} b_{\omega},$$

где H_{bath} – гамильтониан термостатных фононов матрицы, в которую имплантирован нанокристалл.

Вектор состояния $|\Psi\rangle$ всей системы удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = H_{\text{loss}} |\Psi\rangle. \quad (5)$$

Видно, что гамильтониан (4) формально совпадает с гамильтонианом, описывающим динамику атомов в одномодовом резонаторе с потерями на зеркалах [10]. Чтобы наиболее просто продемонстрировать возможности перепутывания электронных состояний примесей и реализации перепутанных состояний, свободных от декогеренции, рассмотрим дисперсионный предел для гамильтониана (4). В этом случае наши уравнения уже не совпадают с известными кинетическими уравнениями для дисперсионного предела, приведенными в работе [11].

3. Дисперсионный предел

Рассмотрим нанокристалл с такими размерами, при которых для частоты локализованной моды и частоты перехода между обсуждаемыми электронными состояниями примесей выполнены условия

$$|\Delta| \gg g^2 \bar{n}, \quad |\Delta| \ll |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|, \quad \Delta \equiv \omega_0 - \varepsilon_2 - \varepsilon_1, \quad (6)$$

т.е. будем считать, что отстройка от резонанса Δ превышает характерную энергию взаимодействия с локали-

зованной модой (\bar{n} – среднее число фононов в локализованной моде), но много меньше всех отстроек от других электронных состояний примесей и частот переходов между заселенными уровнями примеси.

Условие (6) свидетельствует о слабости переходов между уровнями ε_1 и ε_2 примесей за счет электрон-фонного взаимодействия. Поэтому попробуем преобразовать гамильтониан H_{loss} так, чтобы его недиссипативная часть стала диагональной. Для этого совершим унитарное преобразование вектора состояния $|\Psi\rangle$ всей системы:

$$|\tilde{\Psi}\rangle = U|\Psi\rangle. \quad (7)$$

Переход от вектора $|\Psi\rangle$ к новому вектору (4) сопровождается изменением гамильтониана,

$$\tilde{H}_{\text{loss}} = UH_{\text{loss}}U^+ - i\hbar U \frac{\partial}{\partial t} U^+, \quad (8)$$

так что теперь квантовая система описывается уравнением Шредингера с гамильтонианом (8):

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\tilde{\Psi}\rangle = \tilde{H}_{\text{loss}} |\tilde{\Psi}\rangle. \quad (9)$$

Если выразить унитарный оператор через эрмитовый оператор,

$$U = e^{-iS}, \quad S^+ = S, \quad (10)$$

и разложить преобразованный гамильтониан (5) и S в ряды по константам взаимодействия с атомами и фотонами термостата,

$$S = S^{(10)} + S^{(01)} + S^{(11)} + \dots,$$

$$\tilde{H}_{\text{loss}} = \tilde{H}^{(00)} + \tilde{H}^{(10)} + \tilde{H}^{(01)} + \tilde{H}^{(11)} + \tilde{H}^{(20)} + \dots, \quad (11)$$

то получим следующие равенства для разных порядков разложения преобразованного гамильтониана (левая цифра в каждой паре верхних индексов указывает порядок разложения по константе связи с локализованной фононной модой, а правая – по константе связи с термостатными фононами):

$$\tilde{H}^{(00)} = H_a + H_{\text{ph}} + H_{\text{bath}}, \quad (12a)$$

$$\tilde{H}^{(10)} = V - i[S^{(10)}, \tilde{H}^{(00)}] + \hbar \frac{\partial S^{(10)}}{\partial t}, \quad (12б)$$

$$\tilde{H}^{(01)} = V_{\text{loss}} - i[S^{(01)}, \tilde{H}^{(00)}] + \hbar \frac{\partial S^{(01)}}{\partial t}, \quad (12в)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}^{(11)} = & -\frac{i}{2}[S^{(01)}, V] - \frac{i}{2}[S^{(10)}, V_{\text{loss}}] - \frac{i}{2}[S^{(01)}, \tilde{H}^{(10)}] \\ & - \frac{i}{2}[S^{(10)}, \tilde{H}^{(01)}] - i[S^{(11)}, \tilde{H}^{(00)}] + \hbar \frac{\partial S^{(11)}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (12г)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}^{(20)} = & -\frac{i}{2}[S^{(10)}, V] - \frac{i}{2}[S^{(10)}, \tilde{H}^{(10)}] \\ & - i[S^{(20)}, \tilde{H}^{(00)}] + \hbar \frac{\partial S^{(20)}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (12д)$$

.....

Для получения эффективного гамильтониана необходимо избавиться от слагаемого, описывающего в линейном порядке взаимодействие атомов и локализованной фононной моды, поскольку в адиабатическом приближении именно это слагаемое должно отсутствовать в силу достаточной величины отстройки от резонанса. Потребуем, чтобы

$$\tilde{H}^{(10)} = 0. \quad (13)$$

Это достигается при помощи оператора

$$S^{(10)} = i \frac{g(a^+ R_- - a R_+)}{\Delta} + i \frac{g(a^+ R_+ - a R_-)}{\omega_0 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1}. \quad (14)$$

При этом

$$\tilde{H}^{(20)} = -\frac{i}{2}[S^{(10)}, V] = -\frac{g^2}{\Delta}(R_- R_+ + cc^+ 2R_3), \quad (15)$$

$$\tilde{H}^{(01)} = V_{\text{loss}}, \quad (16)$$

$$\tilde{H}^{(11)} = -\frac{g}{\Delta} \sum_{\omega} \Gamma_{\omega}(R_+ b_{\omega} + R_- b_{\omega}^+), \quad (17)$$

$$S^{(20)} = 0, \quad S^{(01)} = 0, \quad S^{(11)} = 0. \quad (18)$$

Выше мы использовали следующие обозначения коллективных операторов для электронных состояний примесей:

$$R_3 = \frac{1}{2} \sum_i (c_{2i}^+ c_{2i} - c_{1i}^+ c_{1i}), \quad R_+ = \sum_i c_{2i}^+ c_{1i}, \quad R_- = \sum_i c_{1i}^+ c_{2i},$$

причем

$$[R_3, R_{\pm}] = \pm R_{\pm}, \quad [R_+, R_-] = 2R_3, \quad R_- R_+ = R^2 - R_3^2 - R_3.$$

Кроме того, из гамильтониана исключено слагаемое, пропорциональное числу примесей, заселяющих рассматриваемые уровни,

$$\frac{1}{2}(\varepsilon_2 + \varepsilon_1) \sum_i (c_{2i}^+ c_{2i} + c_{1i}^+ c_{1i}),$$

т. к. оно коммутирует со всеми другими слагаемыми.

Таким образом, эффективный гамильтониан нанокристалла с примесями

$$H^{\text{eff}} = \tilde{H}^{(00)} + \tilde{H}^{(01)} + \tilde{H}^{(11)} + \tilde{H}^{(20)}$$

в дисперсионном пределе приобретает вид

$$\begin{aligned} H^{\text{eff}} = & (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)R_3 + \omega_0 a^+ a \\ & + \sum_{\omega} \omega b_{\omega}^+ b_{\omega} - \frac{g^2}{\Delta}(R_- R_+ + cc^+ 2R_3) \\ & + \sum_{\omega} \Gamma_{\omega}(a^+ b_{\omega} + a b_{\omega}^+) - \frac{g}{\Delta} \sum_{\omega} \Gamma_{\omega}(R_+ b_{\omega} + R_- b_{\omega}^+), \end{aligned} \quad (19)$$

в котором основную роль играют эффективный гамильтониан примесей нанокристалла H_a^{eff} и оператор связи примесей с термостатным полем $V_{a \text{ loss}}^{\text{eff}}$:

$$H_a^{\text{eff}} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)R_3 - \frac{g^2}{\Delta}(R_-R_+ + cc^+2R_3),$$

$$V_{a\text{loss}}^{\text{eff}} = -\frac{g}{\Delta} \sum_{\omega} \Gamma_{\omega}(R_+b_{\omega} + R_-b_{\omega}^+).$$

Из гамильтониана (19) и начального состояния (3) для фононов матрицы стандартными методами в марковском приближении [15, 16] нетрудно получить кинетическое уравнение для матрицы плотности примесей нанокристалла

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\rho_a, \bar{H}_a^{\text{eff}}] - \hat{\Gamma}\rho_a, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}\rho_a = & |\chi|^2(N+1)(\rho_a R_+R_- + R_+R_-\rho_a - 2R_-\rho_a R_+) \\ & + |\chi|^2 N(\rho_a R_-R_+ + R_-R_+\rho_a - 2R_+\rho_a R_-) \end{aligned} \quad (21)$$

– релаксационный оператор; $\chi = g\Gamma_{\varepsilon_2-\varepsilon_1}\Delta^{-1}\sqrt{2\pi}$; $N = N(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$.

Одновременно предполагается, что динамика фононной моды нанокристалла в дисперсионном пределе определяется, главным образом, взаимодействием с термостатными фононами на границе нанокристалла, так что в гамильтониане \bar{H}_a^{eff} вместо фононных операторов появилось среднее число \bar{a}^+a фононов нанокристалла:

$$\bar{H}_a^{\text{eff}} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)R_3 - \frac{g^2}{\Delta}[R_-R_+ + (1 + \bar{a}^+a)2R_3]. \quad (22)$$

Уравнения (20) и (21) описывают релаксацию электронных состояний примесей в нанокристалле в дисперсионном пределе (6). В отличие от работы [11] коэффициенты релаксационного оператора не зависят от операторов рождения и уничтожения бозонов в нанокристалле. Отсутствует также слагаемое, содержащее операторы R_3 (см. уравнение (5.8) из работы [11]).

В заключение запишем уравнение для матрицы плотности примесей нанокристалла в представлении взаимодействия $\tilde{\rho}_a$:

$$\tilde{\rho}_a = \exp(i\bar{H}_a^{\text{eff}}t/\hbar)\rho_a \exp(-i\bar{H}_a^{\text{eff}}t/\hbar), \quad (23)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_a = -\hat{\Gamma}\tilde{\rho}_a,$$

где релаксационный оператор будет также определяться уравнением (21) (в пренебрежении отличием \bar{H}_a^{eff} от $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)R_3$).

4. Следствия коллективной динамики примесей

Важно отметить, что релаксационный оператор (21) с точностью до значений параметров совпал с моделью коллективной релаксации атомов в трехмерном электромагнитном поле при расположении атомов в одной пространственной точке и с моделью для однонаправленного термостата [17]. Более того, при медленно меняющихся компонентах матрицы плотности с моделью коллективной релаксации совпадают и кинетические уравнения

(23). Это позволяет применить результаты наших работ [17–19] для описания динамики примесей в нанокристалле. Отметим основные особенности динамики примесей.

В случае двух примесей наибольший интерес для процессов релаксации представляет чистое состояние с одной возбужденной частицей

$$\Psi = \alpha|01\rangle + \beta|10\rangle, \quad (24)$$

где $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$; $|0\rangle$ и $|1\rangle$ – волновые функции примесей с энергиями ε_1 и ε_2 ; $|01\rangle$ ($|10\rangle$) – состояния двух примесей, в которых первая (вторая) примесь заселяет электронное состояние с ε_1 , а вторая (первая) – электронное состояние с ε_2 . Волновая функция Ψ не факторизуется, поэтому атомы могут быть перепутанными. В данном случае мерой перепутанности служит энтропия одной из примесей, скажем, первой: $S = -\text{Tr}(\rho \ln \rho)$, где $\rho = \text{Tr}_2|\Psi\rangle\langle\Psi|$, а шпур берется по состояниям второй примеси. Для нашего случая $S = -p \ln p - (1-p) \ln(1-p)$, где $p = |\alpha|^2$. При $p = 0$ или 1 величина $S = 0$, что отвечает случаю непереупутанного состояния, для которого волновая функция факторизуется. При $p = 1/\sqrt{2}$ возникает максимально перепутанное состояние, которое может быть антисимметричным относительно перестановки частиц,

$$\Psi^- = (|01\rangle - |10\rangle)/\sqrt{2}. \quad (25)$$

Благодаря симметрии это состояние аннигилируется всеми двухчастичными коллективными операторами и поэтому сохраняется в коллективных процессах. В частности, если исходно две примеси были приготовлены в состоянии Ψ^- , то в условиях коллективного распада, определяемого уравнением (23), их состояние будет сохраняться, поскольку $\Gamma|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| = 0$. Это означает, что максимально перепутанное антисимметричное состояние пары атомов оказывается нечувствительным к процессу коллективной релаксации. Если теперь рассмотреть произвольные состояния двух примесей, то мы увидим, что коллективная релаксация выделяет антисимметричные состояния, приводя к формированию стационарных перепутанных состояний [17].

Для приложений интерес представляют многочастичные перепутанные состояния. Используя рассмотренный пример, можно построить тривиальное обобщение для четного числа примесей $2n$, рассматривая состояние $|\Psi^-\rangle \otimes |\Psi^-\rangle \dots$. Оно описывает случай n возбужденных примесей. Однако можно указать и состояния с одной возбужденной частицей, которые также будут нечувствительными к коллективной релаксации. Такие состояния оказываются естественными для многочастичных систем и могут быть приготовлены с помощью простых схем. Рассмотрим волновую функцию, описывающую ансамбль из n примесей внутри одного нанокристалла, когда только одна примесь возбуждена. Воспользуемся результатами работы [18]:

$$\eta_n(1) = q_1|10\dots 0\rangle + q_2|01\dots 0\rangle + \dots + q_n|00\dots 1\rangle, \quad (26)$$

где $\sum_k |q_k|^2 = 1$. Если все коэффициенты q_k одинаковы, то возникает симметричное состояние, известное в квантовой теории информации как W -состояние:

$$W_n = (|10\dots 0\rangle + |01\dots 0\rangle + \dots + |00\dots 1\rangle)/\sqrt{n}, \quad (27)$$

Состояния типа $\eta_n(1)$ могут возникать в процессе дополнительного резонансного взаимодействия примесей с достаточно мощной электромагнитной волной. В силу малости дипольных моментов переходов между рассматриваемыми электронными уровнями с энергиями ε_1 и ε_2 , можно подобрать такую интенсивность электромагнитной волны, при которой только один из n примесных атомов может поглотить фотон. В результате одно возбуждение перераспределяется между всеми примесями нанокристалла и возникает суперпозиция (26).

Рассмотрим динамику $\eta_n(1)$ в вакуумном термостате, полагая в (21) $N = 0$. Для этого случая уравнение (23) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_a &= -|\chi|^2 \mathcal{L} \tilde{\rho}_a, \\ \mathcal{L} \tilde{\rho}_a &= \tilde{\rho}_a R_+ R_- - R_- \tilde{\rho}_a R_+ + \text{эрмит. сопр.} \end{aligned} \quad (28)$$

С помощью этого уравнения найдем, что эволюция матрицы плотности $\tilde{\rho}(0) \rightarrow \tilde{\rho}(t)$ для $\eta_n(1)$ -состояния определяется выражением

$$\begin{aligned} |\eta_n\rangle\langle\eta_n| &\rightarrow (Q/\sqrt{n})[\exp(-n|\chi|^2 t) - 1] |W_n\rangle\langle\eta_n| \\ &+ \text{эрмит. сопр.} + (|Q|^2/n)[\exp(-n|\chi|^2 t) - 1]^2 \\ &\times |W_n\rangle\langle W_n| + (|Q|^2/n)[1 - \exp(-2n|\chi|^2 t)] \\ &\times |0\rangle\langle 0| + |\eta_n\rangle\langle\eta_n|, \end{aligned}$$

где $Q = \sum_k q_k$. Отсюда следует, что при условии

$$\sum_k q_k = 0 \quad (29)$$

состояния $\eta_n(1)$ не распадаются, в отличие от деградирующих состояний W_n : $W_n \rightarrow |00\dots 0\rangle$. Объяснить такое поведение можно исходя из соображений симметрии. Дело в том, что в условиях (7) векторы $\eta_n(1)$ сводятся к состояниям Дике, поэтому их пространство разбивается на неприводимые подпространства, различающиеся типом симметрии. При этом $\eta_n(1)$ и W_n принадлежат разным подпространствам. Для коллективных процессов релаксации, которые описываются уравнением (23), оператор перестановки частиц коммутирует с Γ . Поэтому симметрия состояния относительно перестановки частиц сохраняется и разные подпространства не перемешиваются. Это означает, что возможен распад $W_n \rightarrow |00\dots 0\rangle$, поскольку оба состояния полностью симметричны и принадлежат одному подпространству; в то же время распад $\eta_n(1)$ в состоянии $|00\dots 0\rangle$ невозможен. Нечувствительность $\eta_n(1)$ к коллективному распаду представляет интерес для задач, в которых важной оказывается целостность квантового состояния. Так, кодируя информацию с помощью состояний $\eta_n(1)$, их можно хранить без разрушения в коллективном термостате. Это может быть использовано с целью реализации схемы для квантовой памяти на основе примесных ионов или атомов в нанокристалле.

Обсудим факторы, которыми мы пренебрегли в рассмотренной нами модели и которые могут повлиять на время жизни состояния (26), приведя к его разрушению с течением времени. Всюду при выводе основного кинетического уравнения мы полагали, что рассматриваемые

электронные состояния примесных атомов характеризуются одной и той же частотой перехода. Для этого необходимо, чтобы примесные атомы располагались в нанокристалле симметричным образом – тогда примеси будут одинаково взаимодействовать с окружением, что и обеспечит требуемое равенство частот переходов. В противном случае частоты переходов примесных атомов будут слегка различаться, что разрушит свойства симметрии состояния (26) и приведет к его распаду. О скорости распада состояния (26) можно судить, по-видимому, на основании результатов работы [20], в которой изучалась временная динамика перепутывания возбужденного и невозбужденного атомов в коллективном термостате. Было показано, что стационарное состояние для небольших отстроек весьма медленно разрушается по сравнению с временем достижения стационарного перепутывания первоначально факторизованных состояний. Аналогичной картины можно ожидать и для большего числа примесных атомов в нанокристалле.

Другим фактором является диполь-дипольное взаимодействие примесных атомов. С одной стороны, мы пренебрегли им, полагая, что дипольные моменты переходов между штарковскими подуровнями весьма малы. С другой стороны, поскольку свойство нечувствительности к декогеренции состояний (26) обусловлено различной квантовой динамикой подпространств состояний атомной системы, симметричных и антисимметричных по отношению к перестановке частиц, а оператор диполь-дипольного взаимодействия симметричен по отношению к перестановкам частиц (как и основные коллективные операторы рассмотренной нами модели), то возникающие при этом стационарные перепутанные состояния должны быть устойчивыми (в определенном в [20] смысле) и по отношению к диполь-дипольному взаимодействию атомов. Однако если существенным окажется диполь-дипольное взаимодействие примесных атомов и атомов нанокристалла или матрицы, то это обусловит независимый одночастичный канал релаксации, который разрушит свойства коллективного термостата и будет определять время жизни квантовых корреляций (26). Тогда о нечувствительности к декогеренции можно будет говорить только в пределах временного интервала, меньшего, чем характерное время распада в этом независимом канале релаксации.

5. Заключение

Таким образом, проведенное исследование свидетельствует о возможности реализации в наночастицах механизма коллективной релаксации для электронных состояний примесных атомов. Построенные перепутанные состояния примесных атомов, нечувствительные к процессам декогеренции, могут быть использованы в различных задачах квантовой информации, что говорит о перспективности подобных нанокристаллов для квантово-информационных устройств.

Авторы выражают благодарность Ю.В. Малюкину за стимулирующее обсуждение. Работа выполнена при частичной поддержке государственного контракта № 02.434.11.7102 от 07.11.05 и Delzell Foundation Inc.

1. Bruchez M., Moronne M., Gin P., Alivisatos A.P. *Science*, **281**, 2013 (1998).
2. Warren C.W., Shuming N. *Science*, **281**, 2016 (1998).

3. Бауместер Д., Экерт А., Цайлингер А. *Физика квантовой информации* (М.: Постмаркет, 2002).
4. Alber G., Beth T., Horodecki M., Horodecki P., Horodecki R., Rotteler M., Weinfurter H., Werner R., Zeilinger A. *Quantum Information. An Introduction to Basic Theoretical Concepts and Experiments* (Berlin: Springer, 2001).
5. Bourennane M., Eibl M., Gaertner S., Kurtsiefer C., Cabello A., Weifurter H. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 107901 (2004).
6. Biolatti E., Iotti R.C., Zanardi P., Rossi F. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 5647 (2000); Biolatti E., D'Amico I., Zanardi P., Rossi F. *Phys. Rev. B*, **65**, 075306 (2002).
7. Yang H.S., Feofilov S.P., Williams D.K., Milora J.C., Tissue B.M., Meltzer R.S., Dennis W.M. *Physica B*, **263**, 476 (1999).
8. Yang H.-S., Hong K.S., Feofilov S.P., Tissue B.M., Meltzer R.S., Dennis W.M. *J. Lumin.*, **83-84**, 139 (1999).
9. Simon D.T., Geller M.R. *Phys. Rev. B*, **64**, 115412 (2001).
10. Мандель Л., Вольф Э. *Оптическая когерентность и квантовая оптика* (М.: Наука, 2000).
11. Klimov A.B., Romero J.L., Delgado J., Sanchez-Soto L.L. *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, **5**, 34 (2003).
12. Accardi L., Lu Y.G., Volovich I. *Quantum Theory and its Stochastic Limit* (Berlin: Springer-Verlag, 2002).
13. Башаров А.М. *ЖЭТФ*, **102**, 1126 (1992).
14. Башаров А.М., Маймистов А.И. *Квантовая электроника*, **30**, 1014 (2000).
15. Gardiner C.W., Zoller P. *Quantum Noise* (Berlin: Springer-Verlag, 2000).
16. Maimistov A.I., Basharov A.M. *Nonlinear Optical Waves* (Dordrecht: Kluwer Acad., 1999).
17. Башаров А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **75**, 151 (2002); *ЖЭТФ*, **121**, 1249 (2002).
18. Горбачев В.Н., Трубилко А.И. *ЖЭТФ*, **128**, 42 (2005).
19. Gorbachev V.N., Trubilko A.I. *Laser Phys. Lett.* **3**, 59 (2006).
20. Башаров А.М., Башкеев А.А. *Оптика и спектроскопия*, **96**, 716 (2004).

ПОПРАВКИ

Ю.Ю.Брославец, Т.Э.Зайцева, А.А.Казаков, А.А.Фомичев. Амплитудно-фазовое распределение моды астигматичного гауссова пучка в кольцевых лазерах с непланарным четырехзеркальным резонатором и диафрагмой («Квантовая электроника», 2006, т. 36, № 5, с. 447 – 456).

В статье допущена опечатка. На с. 453 рис.10 должен выглядеть так:

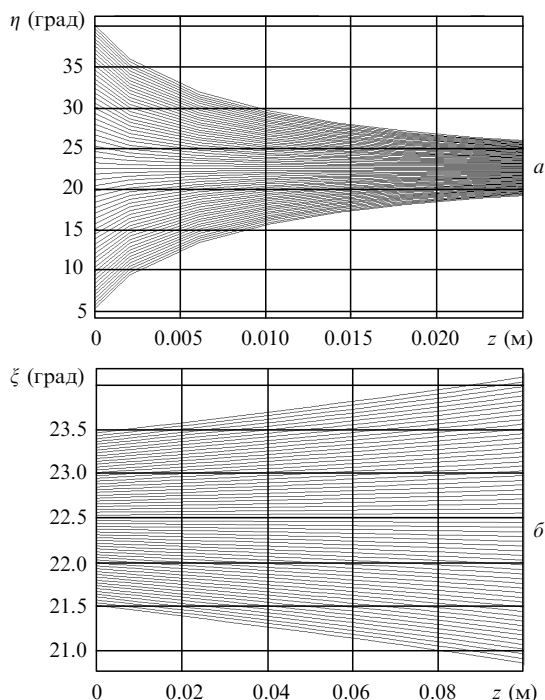


Рис.10. Семейство кривых η (а) и ζ (б) при распространении пучка за выходным зеркалом в свободном пространстве.

А.Ф.Бункин, С.И.Лебеденко, А.А.Нурматов, С.М.Першин. Четырехфотонная спектроскопия крыла Рэля водного раствора белка α -химотрипсин («Квантовая электроника», 2006, т. 36, № 7, с. 612 – 615).

В статье допущены следующие опечатки:

1. На с. 612 в аннотации (5-я строка сверху) вместо «переходе от воды к водным растворам и увеличивается при дальнейшем разбавлении.» следует читать «переходе от воды к водным растворам.»
2. На с. 614 в подписи к рис.4 (2-я строка сверху) вместо «... в концентрации 10 мг/мл...» следует читать «... в концентрации 17 мг/мл...».