

## Расчеты волоконного усилителя с гексагональной волноводной структурой

Д.В.Высоцкий, Н.Н.Ёлкин, А.П.Напартович, В.Н.Трощьева

*Для моделирования иттербиевого волоконного усилителя с гексагональной структурой из семи волноводов применена численная программа, использующая приближение скалярной параксиальной оптики. Впервые численно исследуется вопрос о влиянии разброса параметров активных сердцевин на процесс спонтанного фазирования, ранее обнаруженный экспериментально. Найден критический разброс параметров сердцевин, при котором сохраняется режим фазовой синхронизации излучения. Показано, что уменьшение числовой апертуры сердцевин способствует стабилизации эффекта синхронизации.*

**Ключевые слова:** волоконный лазер, связанные волноводы, синхронизация излучения, трехмерное моделирование.

### 1. Введение

В последние годы получены впечатляющие результаты по достижению высокой мощности в одномодовом волоконном лазере [1], тем не менее возможность генерации мощного излучения высокого оптического качества на основе волокон с системой активных волноводов с дифракционной связью между ними [2–6] по-прежнему привлекает большое внимание. Идя в этом направлении, можно будет увеличить апертуру лазера с синфазным излучением каналов. Увеличение суммарной площади активных сердцевин волокон приведёт к поглощению накачки на меньшей длине, что уменьшит роль нелинейных эффектов, связанных с развитием вынужденного рассеяния (ВКР и ВРМБ). Кроме того, распределение излучения по площади полной апертуры, превышающей суммарную площадь сердцевин волокон, снизит приходящуюся на них оптическую нагрузку. Всё это приведёт к увеличению максимально достижимой яркости выходного излучения.

Проблема фазовой синхронизации излучения, распространяющегося по системе параллельных волноводов, изучалась ранее применительно к полупроводниковым лазерам [7–9]. Исследование схем как с распределённым обменом излучения, так и с оптической связью во внешних устройствах позволило сделать заключение, что дифракционный обмен между волноводами не может решить этой проблемы. Более перспективной оказалась схема, в которой основное усиление сосредоточено в областях с пониженным коэффициентом преломления [8]; обмен излучением между этими областями при определённой геометрии может быть эффективным.

Между полупроводниковыми лазерными гетероструктурами и волноводными структурами волоконного лазера имеется различие, которое может сыграть принципиальную роль в решении проблемы фазовой синхронизации. А именно, в полупроводниковом лазере техноло-

гически очень сложно создать пространственную модуляцию инверсии, сосредоточенной в квантовых ямах. В волоконном лазере усиливающая среда находится в сердцевинах, форма и расположение которых могут быть легко изменены. В обзорной статье [10] указывалось, что неоднородное пространственное распределение усиления в системе лазеров само по себе играет роль пространственного фильтра, выделяющего определённые оптические моды. Однако до сих пор значение геометрии расположения лазеров в системе изучалась только в схемах с внешней связью.

Чео и др. предложили [3] и экспериментально исследовали волоконный лазер на основе световода с гексагональной структурой из семи дифракционно связанных сердцевин, легированных ионами иттербия. Авторы работы [3] наблюдали генерацию с выходной мощностью более 100 Вт и с распределением в дальней зоне, соответствующим полю синфазной моды. Позднее [11] сообщалось о создании волоконного усилителя, содержащего 19 гексагонально расположенных сердцевин, с коэффициентом усиления 20 дБ и качеством выходного излучения, близким к теоретическому пределу. Следует отметить, что в [3] улучшение качества излучения в дальней зоне наблюдалось только при достаточно большой накачке. Это дало основание авторам [12], используя метод связанных мод [13], объяснить спонтанное выделение синфазной моды зависимостью вклада в показатель преломления стекла, обусловленного переходами между уровнями ионов иттербия, от интенсивностей накачки и генерации. Использовалось также предположение о положительности нелинейной части показателя преломления, что обеспечивало условие самофокусировки. Позднее в [14] также в рамках метода связанных мод было найдено, что резонансная нелинейная зависимость показателя преломления приводит к «пассивной» фазовой синхронизации поля даже в случае отрицательной нелинейной добавки к показателю преломления (экспериментальное свидетельство об отрицательной нелинейности приведено в работе [15]).

Многочисленные исследования проблемы фазовой синхронизации в различных лазерных системах привели к выводу, что технологический разброс свойств отдельных элементов разрушает одномодовый режим уже при

Д.В.Высоцкий, Н.Н.Ёлкин, А.П.Напартович, В.Н.Трощьева. ФГУП «ГНЦ РФ – Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований», Россия, 142190 Троицк, Московская обл.; e-mail: apn@triniti.ru

Поступила в редакцию 6 апреля 2006 г.

малом превышении порога генерации. Только система с сильной связью между элементами может сохранить когерентность суммарного поля при заметном превышении порога генерации. Однако в пределе сильной связи традиционный теоретический анализ при помощи метода связанных волн становится неприменимым. Чтобы корректно рассмотреть предел сильной связи, необходим прямой численный расчёт распространения поля излучения в составной структуре. Нами был разработан комплекс программ для моделирования волноводных структур в скалярном и параксиальном приближении на основе трёхмерного метода расчёта распространения пучков [16]. Этот комплекс был протестирован при сравнении экспериментальных данных и результатов расчёта распространения монохроматического света по волокну большого радиуса, содержащему 38 одномодовых сердцевин с осями, расположенными на одной окружности [17].

В работе [18] комплекс, разработанный в [16], использовался для расчёта распространения монохроматического поля по волоконной структуре [3] с идентичными активными сердцевинами. Было показано, что при начальном разбросе фаз  $\sim 0.3$  рад тенденция к выравниванию относительных фаз излучения в сердцевинах существует лишь при наличии усиления. Нелинейность коэффициента преломления не может быть единственной причиной эффекта спонтанной синхронизации. Кроме того, скорость выравнивания фаз существенно увеличивается при уменьшении скачка коэффициента преломления.

В настоящей работе рассмотрено влияние на эффект синхронизации случайного разброса параметров сердцевин, а именно вариации показателя преломления волноводов. Впервые установлен критический разброс значений показателей преломления, уничтожающий эффект синхронизации. Показано, что уменьшение среднего волноводного параметра активных сердцевин существенно увеличивает допустимый разброс их параметров.

## 2. Математическая модель волоконного усилителя

Используемый метод расчёта был детально описан ранее [16], поэтому здесь мы остановимся на нём вкратце. Программа трёхмерного расчёта основана на методе расщепления [19] на операторы дифракции поля и рефракции/усиления на каждом шаге распространения. При расчёте дифракционных эффектов применяется двумерное быстрое преобразование Фурье. Профиль показателя преломления определяет шаг интегрирования вдоль направления распространения (ось  $z$ ), верхний предел размера шага вдоль этой оси определяется вариацией фазы поля излучения. Для рассматриваемой конструкции шаг сетки был выбран равным 2 мкм. Вычисления осуществлялись в поперечной плоскости на квадратной сетке размером  $512 \times 512$  узлов. Чтобы избежать искусственного искажения поля из-за периодических граничных условий, накладываемых при использовании метода быстрого преобразования Фурье, в узлах сетки вне области накачки, следуя рекомендациям работы [20], вводилось дополнительное поглощение.

Моделируемая структура из работы [3] содержала семь сердцевин в гексагональной решётке. Диаметр каждой сердцевины равен 7 мкм, волноводный параметр  $V = 1.73$  (соответствующий скачок показателя преломления  $\Delta n = 2.57 \times 10^{-3}$ ). Расстояние между осями соседних сер-

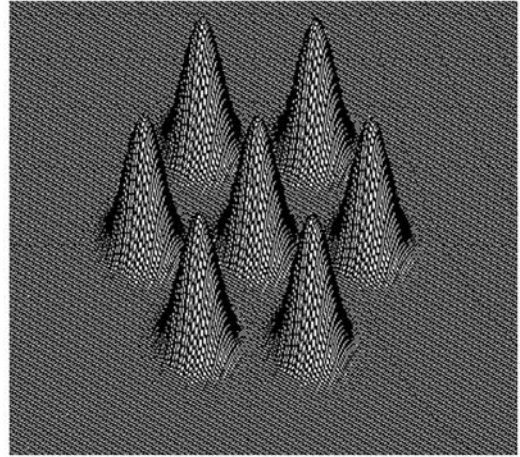


Рис.1. Распределение интенсивности входного лазерного пучка.

дцевин составляло 10.5 мкм. Нелинейный отклик среды обеспечивался простейшей ригродовской моделью усиления [21]  $g = g_0/(1 + I/I_s)$  и нелинейностью показателя преломления, аппроксимируемой зависимостью  $\delta n_{nl} = n_2 I$ . Коэффициент усиления слабого сигнала соответствовал интенсивности излучения накачки  $482 \text{ МВт/см}^2$  [12] и равнялся  $0.26 \text{ см}^{-1}$ , длина волны излучения  $\lambda$  предполагалась равной 1079 нм, коэффициент нелинейности в материале сердцевины  $n_2 = 2 \times 10^{-12} \text{ см}^2/\text{Вт}$ , интенсивность насыщения  $I_s = 64.4 \text{ кВт/см}^2$  [22]. Истощением накачки при распространении пренебрегали. Входное поле представляло собой комбинацию из семи пучков с одинаковыми интенсивностями и фазами, каждый из которых являлся основной модой одиночного волновода (рис.1). Параметры сердцевин варьировались случайным образом и изучалась эволюция усиливаемого излучения по длине волокна.

## 3. Моделирование волоконного усилителя с $V = 1.73$

Технологически трудно изготовить идеальную волоконную структуру, состоящую из семи волноводов. Наиболее распространены её искажения в виде смещения осей и изменения формы сердцевин [17]. Учёт таких возмущений в численной модели усложняется большим количеством случайных параметров. Известно [23], что основную роль в процессах дифракционного обмена между сердцевинами играет перекрытие распределений полей и профилей показателя преломления. Способ изменения этого перекрытия является второстепенным фактором, поэтому мы использовали простейший метод реализации возмущений структуры, введя случайный разброс в значения волноводных инкрементов показателя преломления.

В прямом дифракционном расчёте отсутствуют такие широко используемые в методе связанных мод понятия, как мода одиночного волновода и сила оптической связи. В указанном методе супермоды являются линейными комбинациями мод одиночных волноводов. Поскольку в рамках прямого расчёта можно говорить только об оптических модах всей структуры, то эволюция усиливаемого поля может быть описана с помощью разложения поля по этим модам. В данной работе мы не предполагали найти установившиеся оптические моды (для идеальных гексагональных структур с 7 и 19 волноводами

такие моды найдены в [24]. Её целью является выяснение возможности сохранения эффекта спонтанной синхронизации при искажении параметров волноводной структуры, поэтому основное внимание уделено изучению скорости выравнивания фаз полей в сердцевинах.

Проведённые в [18] расчёты показали, что в системе идентичных сердцевин с реализованным в эксперименте скачком показателя преломления выделяется комбинация двух аксиально-симметричных мод. Усиливаемое поле испытывает пространственные биения, обусловленные различием констант распространения мод. Оказалось, что для обеих мод разность фаз полей в центральной и в боковых сердцевинах невелика. В результате качество пучка по длине изменяется незначительно и сохраняется близким к дифракционному по размеру общей апертуры.

Случайный разброс скачка показателя преломления в каждой из сердцевин вводился с помощью генератора случайных чисел с гауссовой статистикой, выдающего неограниченную последовательность случайных чисел с заданной дисперсией и нулевым математическим ожиданием. Выборка семи чисел из этой последовательности производилась с нормировкой, обеспечивающей желаемый разброс показателей преломления. Небольшое количество элементов выборки обуславливает нерегулярность вариаций среднего значения и дисперсии для различных реализаций. Нами выполнены расчёты как для разных реализаций, так и для фиксированной выборки с регулярным изменением нормировки.

В табл.1 собраны параметры различных выборок с одной и той же нормировкой и приведены результаты моделирования усилителя длиной 1 м с входной мощностью, обеспечивающей заметное насыщение усиления с самого начала распространения излучения. Распределение входного поля в виде синфазной комбинации мод отдельных сердцевин изображено на рис.1. Чтобы охарактеризовать качество излучения, рассчитывался параметр синхронизации  $\Sigma$ , введённый в работе [22]. Он аналогичен числу Штреля и определяется формулой  $\Sigma = 1 - |\sum A_i(z)| / \sum |A_i(z)|$  где  $A_i$  – амплитуда поля излучения на оси  $i$ -й сердцевины. Для синфазного распределения поля  $\Sigma = 0$ . В случае сходимости распределения поля к синфазной моде параметр синхронизации должен стремиться к нулю.

Расчёты продемонстрировали, что из-за разброса параметров сердцевин излучение сразу после входа в волокно приобретает неравные фазовые сдвиги в различных сердцевинах, что приводит к быстрому росту пара-

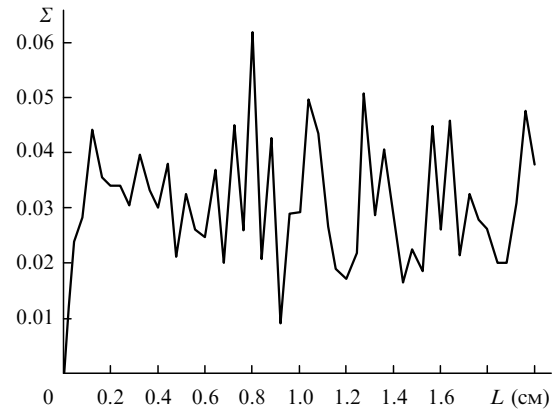


Рис.2. Поведение параметра синхронизации в начале распространения излучения в усилителе;  $\delta n = 1.53 \times 10^{-4}$ ,  $V = 1.73$ .

метра синхронизации (рис.2, реализация № 3). После прохождения расстояния  $\sim 20$  см излучение начинает синхронизоваться, а значение  $\Sigma$  стремится к нулю (рис.3). Спад  $\Sigma$  происходит на фоне осцилляций с периодом примерно 2 мм и в среднем может быть с высокой точностью описан экспоненциальным законом с длиной установления синхронизации  $L_\Sigma$ . Наряду с длиной затухания параметра  $\Sigma$  удобно использовать также параметр  $\alpha$  – скорость синхронизации излучения (величина, обратная  $L_\Sigma$ ). Длина  $L_\Sigma$  и скорость синхронизации  $\alpha$  зависят от конкретных величин отклонений показателя преломления в сердцевинах (см. табл.1).

Осцилляции с периодом порядка 2 мм вызваны биением двух мод. Ранее было найдено [18], что в идеальной конструкции наблюдаются такие же биения двух аксиально-симметричных мод с разностью фаз поля в центральной и боковых сердцевинах  $0$  и  $\pi$  соответственно. Амплитуда биений для параметра синхронизации сравнима с его средним значением. По прохождении большого расстояния распределение поля слабо варьируется на периоде биений, центральный пик при этом максимален. Соответственно распределение выходного излучения в дальней зоне довольно устойчиво (параметры качества пучка по осям  $x$  и  $y$   $M_x^2 = 2.1$ ,  $M_y^2 = 1.8$ ). Были выполнены контрольные расчёты усилителя при изменении величины и знака нелинейной части показателя преломления  $\delta n_{nl}$ . Как и в случае идеальной структуры [18], оказалось, что нелинейность не играет заметной роли в процессе фазовой синхронизации излучения.

С практической точки зрения ключевым вопросом

Табл.1. Характеристики случайных реализаций волоконного усилителя с волноводным параметром сердцевин  $V = 1.73$ .

Номер случайной реализации	$\langle A \rangle (10^{-5})$	$\delta n (10^{-5})$	$L_\Sigma$ (см)	$\alpha$ (см $^{-1}$ )
1	3.316	6.381	41	0.0244
2	-0.7942	8.150	64.8	0.0154
3	-2.603	6.902	49.6	0.0202
4	-3.382	6.573	52.7	0.0190
5	-1.666	7.389	66.6	0.0150
6	2.582	9.239	71.1	0.0141

Примечание.  $\langle A \rangle$  – реализованное среднее по сердцевинам изменение показателя преломления;  $\delta n$  – соответствующий среднеквадратичный разброс;  $L_\Sigma$  – длина установления синхронизации излучения;  $\alpha$  – скорость синхронизации.

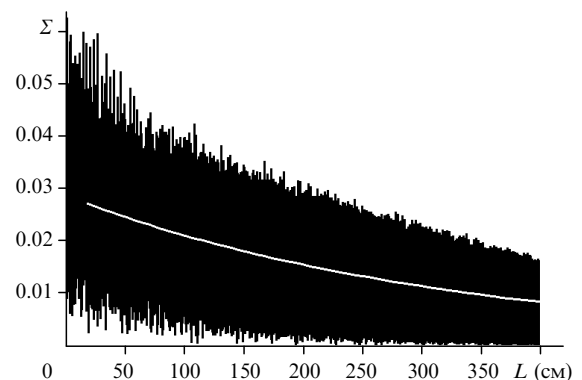


Рис.3. Зависимость параметра синхронизации от длины распространения по усилителю, светлой линией показана аппроксимация экспоненциального затухания  $\Sigma(L)$ ;  $\delta n = 1.53 \times 10^{-4}$ ,  $\Delta n = 2.57 \times 10^{-3}$ .

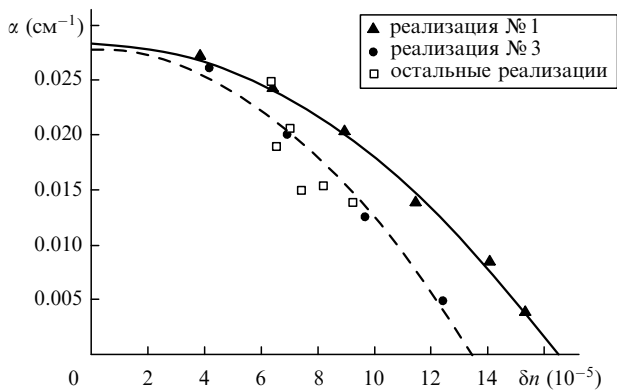


Рис.4. Зависимость декремента затухания параметра синхронизации от варьируемой дисперсии показателя преломления сердцевин;  $\Delta n = 2.57 \times 10^{-3}$ .

является максимально возможный разброс параметров сердцевин, при котором свойство селекции мод сохраняется. Как видно из табл.1, вариация выборок случайных величин позволяет изменить дисперсию  $\delta n$  примерно в полтора раза. Для получения зависимости скорости синхронизации поля от разброса параметров в более широком диапазоне были проведены расчёты для двух фиксированных выборок случайных чисел (реализации № 1 и № 3) при регулярном изменении дисперсии. На рис.4 показана скорость синхронизации излучения как функция  $\delta n$  для реализаций № 1 и № 3, а также для всех остальных реализаций из табл.1. Как и ожидалось, скорость синхронизации  $\alpha$  падает с увеличением разброса показателей преломления сердцевин и для данной реализации хорошо аппроксимируется параболой. Однако для разных выборок случайных чисел скорость сходимости, вообще говоря, разная при одном и том же разбросе, так что невозможно найти какое-то одно критическое значение разброса показателя преломления, с превышением которого эффект синхронизации поля исчезает. При этом стоит отметить, что реализация № 1 оказалась нетипичной. Результаты моделирования показывают, что допустимый разброс значений показателя преломления в конструкции с экспериментальными параметрами [3] лежит в диапазоне  $(1.3 - 1.6) \times 10^{-4}$ . Другими словами, критический относительный разброс показателя преломления  $\delta n / \Delta n \geq 5\% - 6\%$ . Это разумная величина, которая может быть достигнута на практике.

Результат расчёта усилителя с изменениями показателей преломления сердцевин, указанными в табл.2, и с разбросом, близким к критическому значению, демонстрирует перераспределение излучения между сердцевинами и возникновение бокового максимума (рис.5). Это перераспределение объясняется относительным увеличе-

Табл.2. Отстройки показателя преломления сердцевин для случайной реализации № 1;  $\Delta n = 2.57 \times 10^{-3}$ ,  $\delta n = 1.53 \times 10^{-4}$ .

Номер сердцевин	$\delta n_i (10^{-3})$
1	0.394
2	0.0161
3	-0.0851
4	0.174
5	0.114
6	-0.0468
7 (центр)	-0.00948

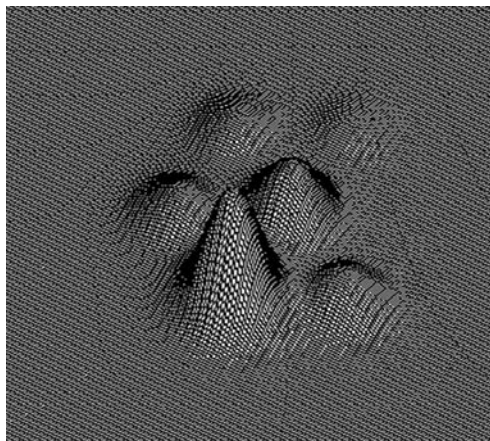


Рис.5. Распределение интенсивности на выходе усилителя с разбросом показателя преломления сердцевин, приведённым в табл.2.

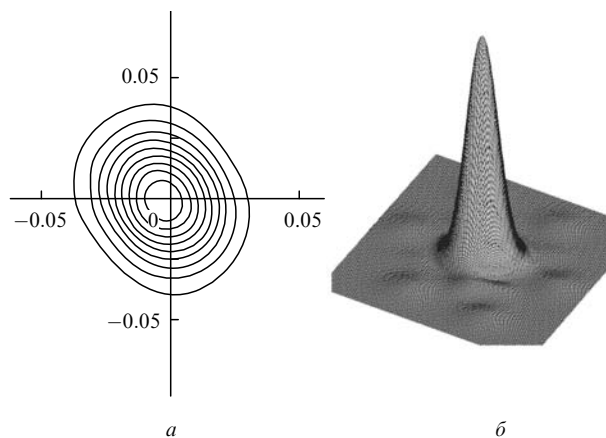


Рис.6. Распределение интенсивности в дальней зоне для выходного пучка волокна с разбросом показателя преломления сердцевин, приведённым в табл.2, в виде контурной карты (а) и в трёхмерном представлении (б).

нием скачка показателя преломления в боковом канале № 1 (см. табл.2). Тем не менее распределение поля в дальней зоне изменяется слабо, практически без ухудшения качества пучка (рис.6).

#### 4. Моделирование волоконного усилителя с $V = 1.22$

В работе [18] нами было показано, что уменьшение скачка показателя преломления приводит к существенному ускорению процесса выравнивания фаз при подаче на вход усилителя набора пучков со случайными фазами. Можно было ожидать, что аналогичный эффект будет наблюдаться и в случае разброса параметров отдельных сердцевин. Для проверки этого предположения нами были выполнены расчёты распространения излучения по усилителю с геометрией, описанной выше, но с уменьшенным вдвое скачком показателя преломления  $\Delta n = 1.27 \times 10^{-3}$ , который соответствует волноводному параметру  $V = 1.22$ .

Расчёты проводились для набора чисел из случайной реализации № 1 при регулярном изменении дисперсии показателя преломления. Найденные значения скорости синхронизации как функции  $\delta n$  показаны на рис.7. Сравнение с результатами, представленными на рис.4, позволяет сделать вывод, что система с уменьшенным волно-

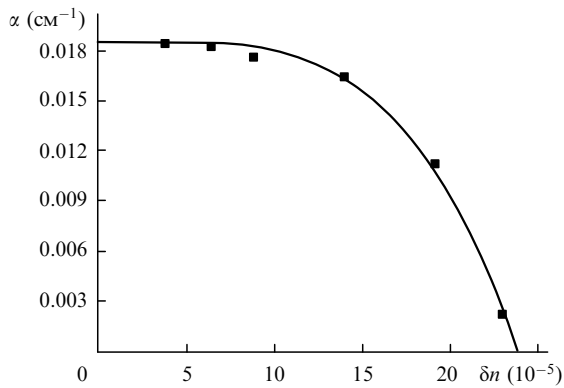


Рис.7. Зависимость декремента затухания параметра синхронизации от выборочной дисперсии показателя преломления сердцевин (точки) и её аппроксимация параболой четвёртого порядка (кривая);  $\Delta n = 1.27 \times 10^{-3}$ .

водным параметром сердцевин ( $V = 1.22$ ) гораздо устойчивее к разбросу параметров, чем система со скачком показателя преломления  $\Delta n = 2.57 \times 10^{-3}$  ( $V = 1.73$ ). Изменяется и характер уменьшения скорости синхронизации с ростом дисперсии  $\delta n$ . Оказывается, что расчётные точки на рис.7 хорошо аппроксимируются параболой 4-го порядка. При этом в системе с уменьшенным волноводным параметром по сравнению с системой, исследовавшейся в эксперименте [3], абсолютное значение допустимого разброса показателя преломления увеличивается в 1.5 раза, а относительное критическое значение дисперсии коэффициента преломления  $\delta n/\Delta n$  составляет 15 %.

Очевидно, что причиной этого эффекта является более интенсивный обмен излучением между сердцевинами. Обнаружено также, что полное усиление в системе с меньшим средним скачком показателя преломления при одинаковых значениях разброса  $\delta n$ , входной интенсивности и длины усилителя оказывается в 1.6 раза меньшим, чем в волокне с волноводным параметром сердцевин  $V = 1.73$ . Это объясняется уменьшением перекрытия поля излучения с сечением активных волноводов. Отметим, что данный эффект играет положительную роль в усилителях с точки зрения как более плавного распределения поля по суммарной апертуре, приводящего к понижению боковых порядков в дальней зоне, так и уменьшения пиковой интенсивности при фиксированной полной мощности излучения.

Результаты численного моделирования усилителя с разбросом показателя преломления в сердцевинах, близким к критическому значению (отклонения показателя преломления даны в табл.3), представлены на рис.8. Несмотря на сильное перераспределение поля по сравнению со случаем идентичных сердцевин, распределение поля в

Табл.3. Отстройки показателя преломления сердцевин для случайной реализации № 1;  $\Delta n = 1.27 \times 10^{-3}$ ,  $\delta n = 1.914 \times 10^{-4}$ .

Номер сердцевин	$\delta n_i$ ( $10^{-3}$ )
1	0.492753
2	0.0201045
3	-0.1063755
4	0.217986
5	0.142266
6	-0.0584535
7 (центр)	-0.011856

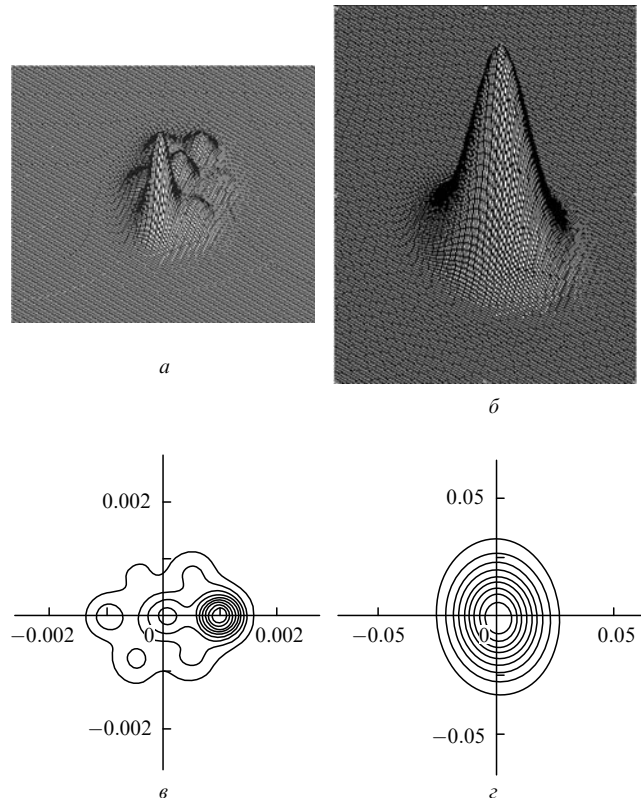


Рис.8. Интенсивность на выходе усилителя с разбросом показателя преломления сердцевин, приведённый в табл.3: трёхмерные распределения интенсивности в ближней (а) и дальней (б) зонах, а также контурные карты распределения интенсивности в ближней (а) и дальней (б) зонах.

дальней зоне соответствует хорошему качеству пучка ( $M_x^2 = 1.76$ ,  $M_y^2 = 1.3$ ); кроме того, пучок эллиптической формы не имеет боковых порядков и несколько уже пучка в случае волокна с большим значением скачка показателя преломления (см. рис.6).

### 5. Заключение

Дифракционный трёхмерный расчёт распространения пучков по волоконному усилителю с гексагональной решёткой из семи неидентичных активных сердцевин, легированных иттербием, продемонстрировал, что эффект выравнивания фаз по сечению сохраняется при малом разбросе параметров сердцевин. Впервые численно изучена роль случайных вариаций скачка показателя преломления сердцевин и найдены допустимые значения дисперсии этого скачка. Показано, что допустимые значения разброса не слишком малы и подобная стабильность значений  $n$ , вероятно, может быть достигнута на практике. Выходное качество пучка в рассматриваемом усилителе остаётся высоким даже при таких значениях разброса параметров сердцевин, которые приводят к сильному перераспределению поля излучения по лазерной апертуре.

Уменьшение удерживающего излучение скачка показателя преломления в сердцевинах существенно улучшает стабильность эффекта фазовой синхронизации по отношению к случайным вариациям постоянных распространения в отдельных сердцевинах. Допустимое относительное значение разброса скачка показателя преломления, как ожидается, может достигать 15 %. Конт-

рольные расчёты при вариации значений и знака нелинейной части показателя преломления показали, что нелинейность не играет значительной роли в процессе выделения синфазного распределения.

1. Babushkin A., Platonov N.S., Gapontsev V.P. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **5709**, 98 (2005).
2. Wrage M., Glas P., Fischer D., Leitner M., Napartovich A.P., Vysotsky D.V. *Opt. Lett.*, **25** (13), 1436 (2000).
3. Cheo P.K., Liu A., King G.G. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **13**, 439 (2001).
4. Beach R.J., Feit M.D., Page R.H., Brasure LeAnn D., Wilcox R., Payne S.A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **19** (7), 1521 (2002).
5. Bouillet J., Sabourdy D., Desfarges-Berthelemot A., Kermene V., Roy P., Pagnoux D., Dussardier B., Blanc W. *Opt. Lett.*, **30** (15), 1962 (2005).
6. Michaille L., Bennet G.R., Taylor D.M., Shepherd T.J., Broeng J., Simonsen H.R., Petersson A. *Opt. Lett.*, **30** (13), 1668 (2005).
7. Голдобин И.С., Евтихийев Н.Н., Плявенек А.Г., Якубович С.Д. *Квантовая электроника*, **16**, 1957 (1989).
8. Botez D., in *Diode Laser Arrays*. Ed. by D.Botez, D.Scifres (Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1994, pp. 1–71).
9. Leger J.R., in *Diode Laser Arrays*. Ed. by D.Botez, D.Scifres (Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1994, pp. 123–179).
10. Лиханский В.В., Напартович А.П. *УФН*, **160**, 101 (1990).
11. Huo Y., Cheo P.K., King G.G. *Opt. Exp.*, **12** (25), 6230 (2004).
12. Vochove E.J., Cheo P.K., King G.G. *Opt. Lett.*, **28** (14), 1200 (2003).
13. Kogelnick H., Shank C.V. *J. Appl. Phys.*, **43**, 2328 (1972).
14. Vochove E.J. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **5708**, 132 (2005).
15. Digonnet J.F., Sadowski R.W., Shaw H.J., Pantell R.H. *J. Lightwave Technol.*, **15**, 299 (1997).
16. Elkin N.N., Napartovich A.P., Sukharev A.G., Troschieva V.N., Vysotsky D.V. *Opt. Commun.*, **177**, 207 (2000).
17. Wrage M., Glas P., Leitner M., Sandrock T., Elkin N.N., Napartovich A.P., Sukharev A.G. *Opt. Commun.*, **175**, 97 (2000).
18. Высоцкий Д.В., Ёлкин Н.Н., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **36** (1), 73 (2006).
19. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D. *Appl. Phys.*, **10**, 129 (1976).
20. Kosloff R., Kosloff D. *J. Comput. Phys.*, **63**, 363 (1986).
21. Rigrod W.W. *J. Appl. Phys.*, **36**, 2487 (1965).
22. Vochove E.J. *Opt. Lett.*, **29** (20), 2414 (2004).
23. Снайдер А., Лав Дж. *Теория оптических воловодов* (М.: Радио и связь, 1987, с. 479).
24. Huo Y., Cheo P. K. *J. Opt. Soc. Am. B*, **22** (11), 2345 (2005).