

Особенности распространения фемтосекундного импульса в воздухе

А.Д.Балашов, А.Х.Пергамент

Численными методами исследованы особенности распространения фемтосекундных лазерных импульсов в атмосфере. Характер этого явления определяется соотношением между процессами многофотонной ионизации и множественной мелкомасштабной самофокусировки (филаментации). Установлен ступенчатый характер развития процесса, при котором до достижения пороговых значений интенсивности филаментация развивается без потери энергии импульса. При достижении порога происходит потеря энергии на ионизацию, сопровождаемая дефокусирующим воздействием электронной плазмы, что приводит к потере интенсивности. При падении интенсивности ниже порогового значения могут возникать условия для повторного зарождения самофокусировки. Характерные особенности завершающей стадии процесса филаментации могут быть объяснены на основе теории В.И.Беспалова и В.И.Таланова. С использованием усреднения уравнений по времени и параллельных методов создан программный комплекс для качественного моделирования распространения мощных лазерных импульсов на дальние расстояния.

Ключевые слова: фемтосекундные импульсы, филаментация, взаимодействие мощного излучения со средой.

1. Введение

Среди всевозможных режимов распространения лазерного излучения в нелинейной среде режим распространения мощного фемтосекундного импульса в воздухе представляет в настоящий момент значительный научный интерес и может применяться при дистанционном зондировании, в микрофотонике, при дистанционном управлении электрическим разрядом [1]. Впервые эксперименты по дальнему распространению фемтосекундных лазерных импульсов были выполнены в середине 1990-х гг. [2–4]. В этих экспериментах использовался ИК лазер с длительностью импульса около 100 фс и мощностью, превышающей критическую, т. е. мощностью, достаточной для самофокусировки импульса [5]. В экспериментах наблюдался распад начального пучка на узкие нити длиной несколько метров. Число возникающих нитей зависело от мощности импульса.

В настоящей работе подробно описывается процесс филаментации: причины его возникновения, развитие и влияние на характеристики профиля лазерного импульса. Рассматриваемая модель учитывает влияние ионизации, что позволяет ограничить характерный пространственный масштаб. В процессе самофокусировки растет интенсивность импульса и уменьшается его длительность, но схлопывания не происходит из-за дефокусирующего воздействия электронной плазмы, возникшей в результате многофотонной ионизации молекул воздуха. В результате максимальная интенсивность в филаменте

не превышает 10^{14} Вт/см² для ИК импульсов. В зоне максимальной интенсивности регистрируется движущийся вдоль оси распространения импульса фокус, след которого принято называть филаментом, а процесс образования таких структур – филаментацией.

Особенность полученных в работе [6] результатов – монотонное убывание мощности уединенного импульса вплоть до критического значения. Потеря энергии (и падение мощности импульса) происходит за счет многофотонной ионизации, при этом первоначальная форма импульса такова, что пиковая интенсивность выше пороговой сохраняется вплоть до достижения критической мощности.

Характерные особенности филаментации обусловлены неустойчивостью Беспалова–Таланова, которая порождает мелкомасштабную самофокусировку, и дефокусирующим влиянием электронной плазмы, созданной за счет многофотонной ионизации. Самофокусировка начинается, если мощность в пучке выше критической [5], в то время как многофотонная ионизация начинается при интенсивности выше пороговой. Данное исследование показало, что до тех пор, пока максимальная интенсивность импульса не достигнет пороговых значений, потери энергии не происходит – мощность импульса не меняется. Только после достижения порогового значения интенсивности возникает многофотонная ионизация и уменьшаются как мощность, так и интенсивность импульса, после чего многофотонная ионизация прекращается. В итоге процесс филаментации завершается, хотя общая мощность импульса остается выше критической. Это обстоятельство указывает на влияние спектрального распределения импульса, рассмотренного в теории Беспалова–Таланова, на характер развития филаментации. Таким образом, характер процесса существенным образом зависит от особенностей пространственного распределения интенсивности в импульсе. Отличительной чер-

А.Д.Балашов, А.Х.Пергамент. Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Россия, 125047 Москва, Миусская пл., 4; e-mail: anbal@yandex.ru

Поступила в редакцию 24 января 2006 г., после доработки – 18 мая 2006 г.

той настоящей работы является учет спектрального состава излучения и влияния спектра на характер эволюции филаментов. В частности, подробно исследованы особенности эволюции уединенного импульса на начальной стадии процесса.

В настоящее время четырьмя институтами Франции и Германии выполняется проект «Tegamobile» по экспериментальному и численному исследованию распространения мощных фемтосекундных импульсов. В экспериментах по распространению тераватных импульсов наблюдалось несколько десятков филаментов, которые упорядочивались в группы (кластеры) протяженностью более десяти метров. Численное моделирование реальной экспериментальной задачи возможно только с помощью привлечения параллельных методов вычислений.

Существует значительное число работ разных авторов, посвященных математическому моделированию процесса филаментации [6–9]. Обычно рассматривается нестационарная трехмерная система уравнений для медленно меняющейся амплитуды светового поля. Для того чтобы иметь возможность сравнить экспериментальные данные с результатами расчетов при учете мелкомасштабных возмущений, необходимо порядка 10^{16} счетных ячеек. Это требует значительного времени для численного решения уравнений при больших расстояниях. Для качественного исследования образования филаментов и их упорядочивания в кластеры применяется упрощенная физическая модель, которая в совокупности с использованием технологий параллельных вычислений позволяет провести расчеты распространения мощного лазерного импульса на дальние расстояния в обозримое время.

2. Физическая модель и ее усреднение

Для описания процесса распространения коротких импульсов в среде с кубической нелинейностью обычно используется следующая система уравнений [6]: нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) для огибающей электрического поля $E(X, Y, Z, t)$, движущейся с групповой скоростью v_g (здесь Z – переменная, вдоль которой распространяется импульс, XY – поперечная направлению распространения импульса плоскость),

$$\frac{\partial E}{\partial Z} = \frac{i}{2k_0} \nabla_{\perp}^2 E - i \frac{k''}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + ik_0 n_2 R(t) E - \left(\frac{\sigma}{2} + i \frac{k_0}{2\rho_{cr}} \right) \rho E - \frac{\beta^{(K)}}{2} |E|^{2K-2} E, \quad (1a)$$

где

$$R(t) = (1 - \theta) |E|^2 + \frac{\theta}{\tau_K} \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_K}\right) |E(t')|^2 dt', \quad (1b)$$

и уравнение, описывающее модель Друда [10] для локальной плотности плазмы $\rho(X, Y, Z, t)$,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \sigma_K \rho_{nt} |E|^{2K} + \frac{\sigma}{U_i} \rho |E|^2, \quad (1b)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – центральное волновое число ($\lambda_0 = 800$ нм – центральная длина волны); $n_2 = 3.1 \times 10^{-19}$ см²/Вт – нелинейный коэффициент преломления, обусловленный эффектом Керра; $k'' = 0.2$ фс²/см – коэффициент диспер-

сии групповой скорости; $\tau_K = 70$ фс – время релаксации; $\rho_{cr} = 1.8 \times 10^{21}$ см⁻³ – критическая плотность плазмы; $\beta^{(K)} = 4.25 \times 10^{-98}$ см¹³/Вт⁷ – коэффициент многофотонного поглощения; $K = 8$ – число фотонов, необходимое для ионизации молекул кислорода, обладающих большим потенциалом ионизации, чем молекулы азота, для которых $K = 10$; $\sigma = 5.44 \times 10^{-20}$ см² – коэффициент каскадной ионизации и плазменного поглощения в поперечном сечении для обратного тормозного излучения; $\sigma_K = 2.88 \times 10^{-99}$ см¹⁶·с⁻¹·Вт⁻⁸ – коэффициент многофотонной ионизации; $U_i = 12.1$ эВ – потенциал ионизации молекул кислорода; $\rho_{nt} = 5.4 \times 10^{18}$ см⁻³ – эффективная плотность нейтральных молекул, равная 20 % от стандартной плотности $\rho_{at} = 2.7 \times 10^{19}$ см⁻³. Параметр θ для моделирования фемтосекундных импульсов полагается равным 0.5, что позволяет учесть слагаемое, отвечающее за поляризацию молекул.

В целях уменьшения времени счета для качественного исследования распространения мощных импульсов в реальных лазерных системах можно применить алгоритм упрощения данной модели, реализованный в [6]. Во-первых, поскольку влияние обратного тормозного излучения при длительностях импульса менее пикосекунды пренебрежимо мало, положим $\sigma = 0$ (в кинетическом уравнении для локальной плотности плазмы рекомбинация электронов не учитывается). Также не будем учитывать изменение второй производной по времени $\partial^2 E / \partial t^2$, т. к. комплексная амплитуда световой волны медленно меняется со временем. Во-вторых, в предположении, что в области высокой интенсивности излучения световые поля имеют гауссовы профили по временной координате, будем искать решение системы в виде произведения:

$$E(X, Y, Z, t) = \psi(X, Y, Z) \exp\left[-\frac{(t-t_c)^2}{T^2}\right],$$

где $t_c(Z)$ – временной слой, где формируется максимальный по интенсивности пик с полушириной T , сохраняющийся в течение всего времени распространения [6].

С учетом сделанных выше предположений найдем сначала ρ из уравнения (1b):

$$\rho \simeq \left(\frac{\pi}{8K}\right)^{1/2} T \sigma_K \rho_{nt} |\psi|^{2K} \left[1 + \operatorname{erfc}\left(\frac{(2K)^{1/2}[t-t_c(Z)]}{T}\right)\right], \quad (2)$$

где

$$\operatorname{erfc} u = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-s^2) ds.$$

Далее в уравнение (1a) подставим найденное ρ и выражение (1b), затем умножим получившееся уравнение на $\exp[-(t-t_c)^2/T^2]$ и проинтегрируем по всему временному домену, т. е. от $-\infty$ до $+\infty$. После упрощений получим

$$\frac{\partial \psi}{\partial Z} = \frac{i}{2k_0} \nabla_{\perp}^2 \psi + ik_0 n_2 \alpha |\psi|^2 \psi - i\gamma |\psi|^{2K} \psi - \frac{\beta^{(K)}}{2\sqrt{K}} |\psi|^{2K-2} \psi, \quad (3)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \theta + \frac{\theta D}{\sqrt{2}\tau_K}\right); \quad \gamma = \left(\frac{\pi}{8K}\right)^{1/2} \frac{k_0 T \sigma_K \rho_{nt}}{2\rho_{cr}};$$

$$D = \int \exp\left(-\frac{T^2}{8\tau_K} - \frac{u}{\tau_K} - \frac{2u^2}{T^2}\right) \times \left[1 + \operatorname{erfc}\left(\frac{u\sqrt{2}}{T} - \frac{T}{\sqrt{8\tau_K}}\right)\right] du.$$

В работе [11] было продемонстрировано влияние комбинационного рассеяния на нелинейный отклик в воздухе при $\theta = 1/2$. Положим, что $T = 0.1t_p$ (где t_p – длительность импульса) для процесса филаментации при наличии многофотонной ионизации, которая приводит к уменьшению длительности импульса. Чтобы «обезразмерить» уравнение (3), вводим переменные

$$z = Z \left[\frac{(\alpha k_0 n_2)^K}{\gamma} \right]^{1/(K-1)}, \quad x = X(2k_0)^{1/2} \left[\frac{(\alpha k_0 n_2)^K}{\gamma} \right]^{1/(2K-2)},$$

$$y = Y(2k_0)^{1/2} \left[\frac{(\alpha k_0 n_2)^K}{\gamma} \right]^{1/(2K-2)},$$

поле

$$A = \psi \left(\frac{\gamma}{\alpha k_0 n_2} \right)^{1/(2K-2)}$$

и параметр

$$v = \frac{\beta^{(K)}}{2\sqrt{K}} (\alpha k_0 n_2 \gamma^{K-2})^{1/(K-1)}.$$

После подстановки в (3) и упрощения получим

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\nabla_{\perp}^2 A + i|A|^2 A - i|A|^{2K} A - v|A|^{2K-2} A, \quad (4)$$

где $v = 0.154$ при выбранных выше параметрах t_p и T .

Для численного моделирования уравнений данного типа (НУШ) применяются разные методы, призванные уменьшить необходимое для счета время и сохранить требуемую точность расчетов.

Спектральный метод позволяет эффективно использовать алгоритм быстрого преобразования Фурье, но реализуется он только на равномерных сетках. Преимущество спектрального подхода бесспорно лишь для простых решений типа движущегося солитона.

Расщепление по процессам происходит по следующей схеме: решение уравнения (4) на интервале Δz заменяется последовательным решением двумерных задач дифракции в линейной среде сначала в плоскостях, параллельных xz , затем в плоскостях, параллельных yz , после чего вычисляется нелинейный набег фазы светового поля на том же интервале Δz в отсутствие дифракции. Для схем расщепления по процессам существенна проблема консервативности, которая требует отдельного обсуждения.

В данной работе использован прямой метод решения уравнения (4), т. е. построена неявная консервативная разностная схема и затем применен метод Ньютона. При математическом моделировании распространения лазерного импульса в качестве начальных условий обычно выбирается профиль

$$A(z=0) = \sqrt{I_0} \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)^N}{w_0^{2N}}\right], \quad (5)$$

где w_0 и $\sqrt{I_0}$ – безразмерные начальная ширина и амплитуда импульса. Степень N обычно берут равной единице (гауссов импульс) или двум (супергауссов импульс).

3. Исследование нелинейной стадии неустойчивости Беспалова – Таланова

Впервые теория образования нитевидной структуры светового пучка в результате самофокусировки была представлена Беспаловым и Талановым в 1966 г. Было показано, что в нелинейном диэлектрике амплитудно-фазовые возмущения плоской электромагнитной волны приводят к ее распаду на отдельные пучки, имеющие разные длины самофокусировки в зависимости от масштаба первоначального возмущения [12]. Для нахождения данной зависимости исследуем решение НУШ типа плоской волны, т. е.

$$A = (A_0 + a) \exp(i|A_0|^2 z),$$

где $A_0 = \text{const}$ – амплитуда невозмущенной волны и $|a| \ll A_0$. При исследовании проблемы устойчивости в линейном приближении имеем

$$a \sim \exp(-i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - ihz),$$

где \mathbf{k}_{\perp} и \mathbf{r}_{\perp} – проекции волнового вектора \mathbf{k} и радиуса-вектора \mathbf{r} на плоскость $xу$. Далее в зависимости от значений k_{\perp} можно определить характер развития возмущений (рис. 1).

Численное моделирование результатов исследования Беспалова и Таланова не представляет большой вычислительной сложности, но имеет важное теоретическое значение для обоснования некоторых особенностей распространения импульса. Принимая во внимание фундаментальность данных исследований, еще раз подробно остановимся на численном моделировании неустойчивости Беспалова и Таланова, в том числе на моделировании развитой (нелинейной) стадии процесса.

Рассмотрим одномерный случай уравнения (4) без учета эффектов ионизации. Начальное возмущение зададим в виде

$$A(x, 0) = 20 + 2 \cos(k_{\perp} x),$$

т. е. $A_0 = 20$. Расчеты проводились для разных значений k_{\perp} и полностью подтвердили изложенную выше теорию. На рис. 2 показано поведение максимального значения модуля решения $\max_x |A(x, z)|$ для разных режимов. Если модуль волнового вектора $|\mathbf{k}_{\perp}| \equiv k_{\perp}$ достаточно велик (т. е. $k_{\perp} > \sqrt{2}A_0$), то решение устойчиво и периодически изменяется (кривая 1 на рис. 2). Значение $k_{\perp} = \sqrt{2}A_0$ – это граница устойчивости, и решение для таких k_{\perp} не меняется по z (кривая 2). Если $k_{\perp} < \sqrt{2}A_0$, то решение экспоненциально растет с увеличением z . При этом в началь-

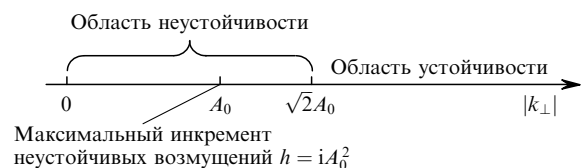


Рис. 1. Зависимость характера возмущений от значений k_{\perp} .

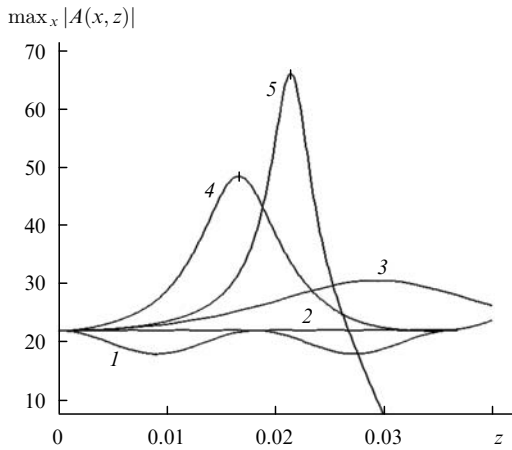


Рис.2. Зависимости максимального значения модуля решения $\max_x |A(x, z)|$ от расстояния z при $k_{\perp} = \sqrt{3}A_0 > \sqrt{2}A_0$ (1), $\sqrt{2}A_0$ (2), $(1 + \sqrt{3}/2)^{1/2}A_0 < \sqrt{2}A_0$ (3), A_0 (4), $(1 - \sqrt{3}/2)^{1/2}A_0 < A_0$ (5). Вертикальные отметки на кривых 4 и 5 соответствуют расстояниям z , для которых приведены распределения $|A(x, z)|$ на рис.3,а и б соответственно.

ной стадии оно остается гармоническим по x . Далее с ростом z решение перестает быть гармоническим по x (рис.3,а и б). Таким образом, как и следовало ожидать,

только начальные этапы развития неустойчивости соответствуют экспоненциальному росту (кривые 3–5 на рис.2). Случаю наискорейшего развития неустойчивости, когда инкремент неустойчивых возмущений максимален ($h = iA_0^2$), соответствует кривая 4 на рис.2.

На рис.3,а, б показаны распределения возмущений в начальном состоянии при $z = 0$ и при других $z > 0$, которые соответствуют вертикальным отметкам на кривых 4 и 5 на рис.2. Для рис.3,а минимальное расстояние, на котором развивается неустойчивость, равно 0.016, а для рис.3,б оно составляет 0.021 (возмущения развиваются не так быстро).

Описанная выше картина развития периодических возмущений в целом сохраняется и в двумерном случае [13]. Стоит отметить, что теория Беспалова и Таланова относится только к начальной стадии развития возмущений. При моделировании рассматриваемых устойчивых периодических возмущений на больших расстояниях также происходит значительное увеличение амплитуды. На рис.3,в приведено распределение устойчивых возмущений по теории Беспалова–Таланова ($k_{\perp} = \sqrt{3}A_0 > \sqrt{2}A_0$), но моделирование в отличие от рис.3,а проводилось на больших расстояниях. Характер решения существенно меняется и образуются многочисленные быстро растущие максимумы, т.е. устойчивые моды на нелинейной

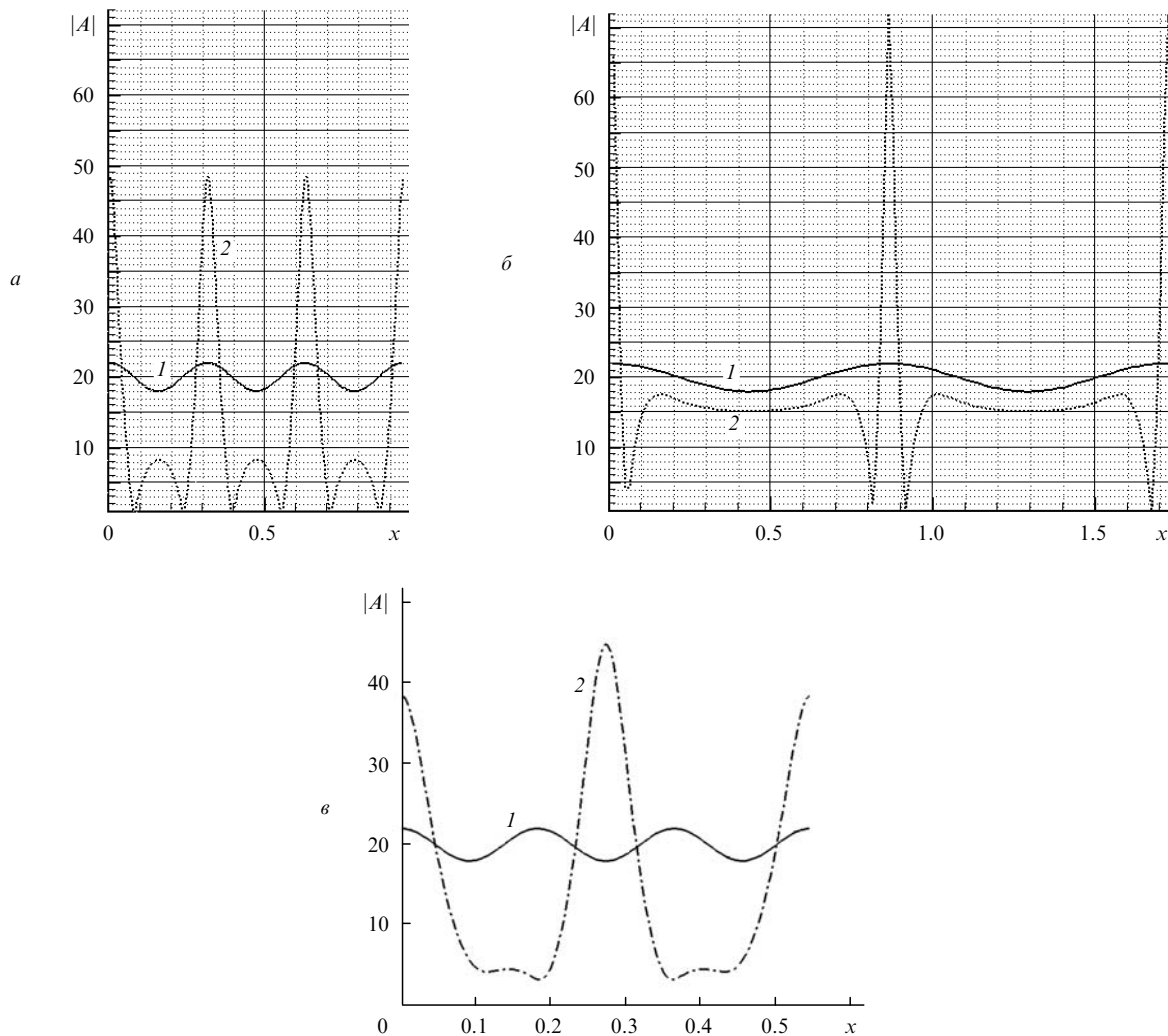


Рис.3. Распределения амплитуд $|A|$ при $z = 0$ (1) и $z > 0$ (2) для $k_{\perp} = A_0$ (соответствует максимальному инкременту развития возмущений) (а), $k_{\perp} = (1 - \sqrt{3}/2)^{1/2}A_0 < A_0$ (б) и $k_{\perp} = \sqrt{3}A_0 > \sqrt{2}A_0$ (в). На рис.3,в развитие неустойчивости происходит в нелинейной фазе.

стадии могут порождать неустойчивые структуры (филаменты).

Помимо гармонического возмущения была также рассмотрена эволюция одиночного возмущения. Известно [5], что при определенной мощности пучка развивается процесс филаментации. Однако в большинстве работ динамика этого процесса не рассматривалась. В настоящей работе показано, что характер процесса существенным образом зависит не только от мощности импульса, но и от его спектрального состава. Возмущение описывалось гауссовым пучком, т. е. начальное условие задачи имело следующий вид:

$$A(r, 0) = A_0 + a_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right).$$

При этом до определенного расстояния z решение представляет собой уединенный максимум: процессы последующего распада максимума не рассматриваются. Если ширина импульса w_0 мала, то это означает, что пучок обладает широким спектром, и если доля низкочастотных составляющих (которые согласно теории Беспалова–Таланова экспоненциально возрастают) мала, то амплитуда такого пучка на линейной стадии неустойчивости не будет возрастать. При таких начальных условиях сперва происходит уширение пучка, сопровождающееся падением его амплитуды. Действительно, ширины пучков с $w_0 = 0.05, 0.08$ и 0.11 сначала растут (рис.4,б) при одновременном уменьшении их амплитуд (рис.4,а).

Для исследования уединенного максимума напишем преобразование Фурье для функции $A(r, 0) = A_0 \times \exp(-r^2/w_0^2)$:

$$\exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k}_x d\mathbf{k}_y,$$

где

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{k}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) dx dy \\ &= \pi w_0^2 \exp\left[-\frac{w_0^2}{4}(k_x^2 + k_y^2)\right], \end{aligned}$$

т. е.

$$\begin{aligned} A(r, 0) &= A_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) = \frac{A_0 w_0^2}{4\pi} \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{w_0^2}{4}(k_x^2 + k_y^2)\right] \exp[i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y \end{aligned}$$

– разложение первоначального возмущения в суперпозицию рассмотренных волн. Чем меньше w_0 , тем шире спектр сигнала и тем меньшая доля его приходится на область малых k (здесь $k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$), т. е. для малых w_0 сигнал будет расти медленнее, чем для больших. Однако в целом такое начальное возмущение неустойчиво, т. к. всегда существуют k , удовлетворяющие условию Беспалова–Таланова.

Если начальная ширина пучка достаточно велика, то в силу того, что доля низкочастотных растущих компонент спектра велика, амплитуда такого пучка возрастает, а его ширина уменьшается. Для гауссовых пучков спектральное распределение является также гауссовым, при этом большая часть спектра сосредоточена в области $k \leq 2/w_0$. Для того чтобы эта часть спектра удовлетворяла условиям Беспалова–Таланова, необходимо выполнение неравенства $2/w_0 \leq \sqrt{2}A_0$, т. е. $w_0 \geq \sqrt{2}/A_0$. В данном случае $w_0 > 0.14$, т. к. $A_0 = 10$. Вычисления показывают, что вплоть до $w_0 \approx 0.17$ амплитуда пучка сначала падает и одновременно растет ширина его профиля. В дальнейшем на нелинейной стадии такие пучки будут себя вести так же, как и более широкие, но при больших z .

По мере развития неустойчивости подавляются те части спектра, где $k > \sqrt{2}A_0$, и происходит уширение пучка, т. е. сужение спектра к малым k (рис.4, $w_0 < 0.2$). Таким образом, при уширении пучка высокочастотные составляющие, удовлетворяющие условию устойчивости, затухают, увеличивая тем самым вклад в затухание низкочастотных (неустойчивых) составляющих (это происходит из-за сохранения первого интеграла – суммарной мощности пучка).

Однако имеет значение зависимость спектра не только от границы неустойчивости, но и от области максимального инкремента. При дальнейшем увеличении w_0 спектр продолжает сужаться, а следовательно, все большее число волновых чисел k будет меньше A_0 , что соответствует более медленному развитию неустойчивости (рис.4, $w_0 = 0.2$ и 0.4). В этом случае устойчивые составляющие отсутствуют, вследствие чего уширения пучка

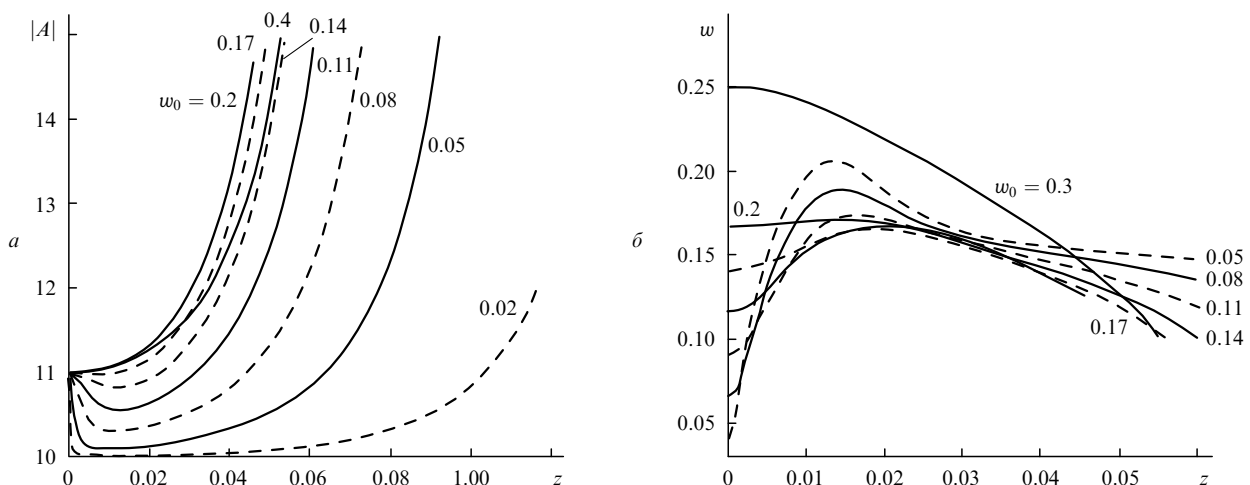


Рис.4. Изменение амплитуды поля $|A|$ на оси (а) и ширины профиля пучка w (б) при $A_0 = 10$, $a_0 = 1$ и различных значениях w_0 .

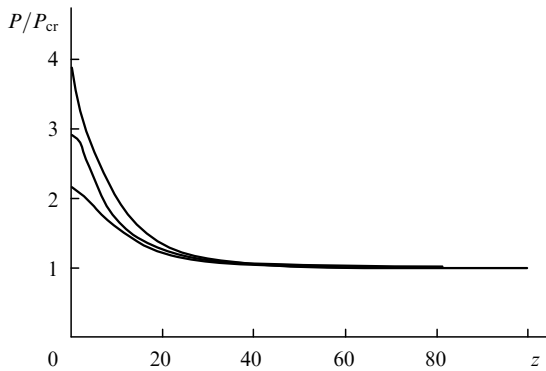


Рис.5. Изменение мощности P в зависимости от расстояния z при разных начальных мощностях пучка.

не происходит.

4. Результаты расчета для одиночного гауссова импульса

Далее рассмотрим решения уравнения (4) с учетом эффектов многофотонной ионизации. Интерпретация результатов зачастую будет проводиться с использованием безразмерных параметров.

На рис.5 показан характер изменения мощности P при использовании начального гауссова профиля пучка с высокой, близкой к пороговой (или максимальной) интенсивностью и мощностью, ненамного превышающей критическую (P_{cr}). Стоит отметить, что при численном моделировании распространения лазерных импульсов во многих работах часто ориентируются лишь на мощность импульсов, как на параметр, определяющий характер их распространения. Иногда этого бывает недостаточно для выявления тех или иных тенденций с необходимой полнотой. Следует принимать во внимание такие начальные параметры, как ширина и максимальная интенсивность профиля. Сочетание этих параметров при одной и той же критической мощности может существенно повлиять на характер распространения лазерного импульса.

На рис.6 приведены зависимости от координаты распространения z мощности и максимальной амплитуды $\sqrt{I_{max}}$ для гауссовых профилей с одинаковой начальной амплитудой $\sqrt{I_0} = 0.25$ и разными начальными ширинами

ми w_0 . Хорошо видно (рис.6,б), что на скорость возрастания пиковой интенсивности влияет не только мощность импульса (при $P < P_{cr}$ имеет место дефокусировка), но и его ширина.

Рост интенсивности в рассматриваемой задаче ограничен плазменными эффектами и, как видно из рис.6, максимальное значение интенсивности не превышает единицы. Размерная максимальная интенсивность составляет $\sim 7 \times 10^{13}$ Вт/см², что согласуется с экспериментальными данными. При возрастании интенсивности все большую роль начинает играть последний член в уравнении (4), ответственный за многофотонное поглощение. Таким образом, как видно из рис.6,а, наблюдается резкое уменьшение мощности импульса. В то же время усиливается влияние другого члена уравнения, ответственного за многофотонную ионизацию, благодаря которому уменьшается действие эффекта Керра. В результате поглощения излучения в процессах многофотонной ионизации и дефокусировки падает пиковая интенсивность импульса, что приводит к прекращению многофотонной ионизации и постоянству интеграла мощности вплоть до следующего момента возрастания интенсивности.

Гамильтониан

$$H = \iint \left(|\nabla_{\perp} A|^2 - \frac{|A|^4}{2} \right) dx dy$$

к моменту установления постоянного уровня мощности (рис.6,а) меняет знак на положительный, что, как известно [14], является необходимым условием расходимости пучка в среднем. Однако наличие расходимости не противоречит тому, что некоторая внутренняя часть пучка может сфокусироваться. Проанализировать дальнейшее развитие профиля пучка можно с помощью теории Беспалова – Таланова. Для этого рассмотрим спектральный состав пространственного распределения поля A на достаточно большом расстоянии z (рис.7).

Напомним [12], что инкремент неустойчивости играет существенную роль только в том случае, если в спектре импульса присутствуют гармоники, меньшие среднего значения распределения $\text{Re } \psi$, которое для рассматриваемого z почти равно нулю. Поэтому с точки зрения неустойчивости Беспалова – Таланова дальнейшее развитие неустойчивых возмущений невозможно.

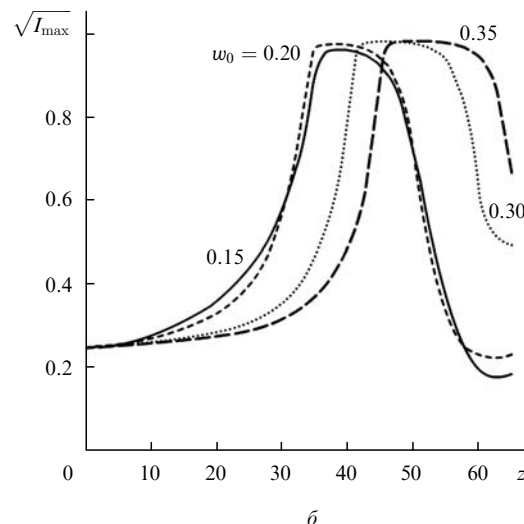
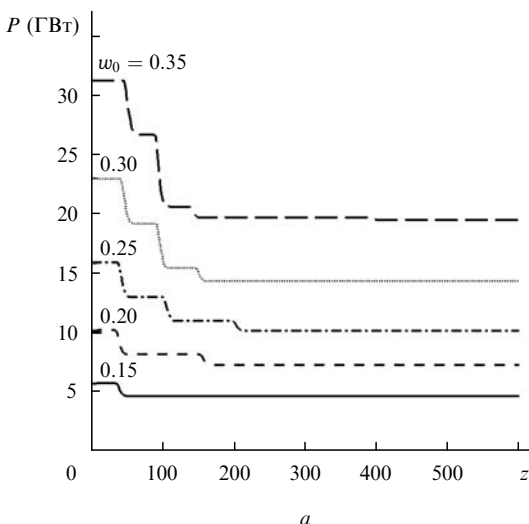


Рис.6. Зависимости мощности (а) и пиковой интенсивности (б) от расстояния z при $\sqrt{I_0} = 0.25$ для различных начальных ширины импульса w_0 .

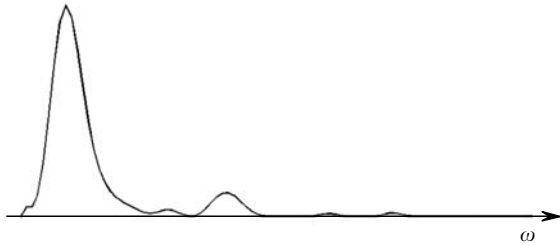


Рис.7. Спектр пространственного распределения поля A .

Чтобы объяснить ступенчатый характер падения мощности, рассмотрим подробнее этапы самофокусировки гауссова импульса, описанные в [13]. Как было сказано выше, для самофокусировки гауссова импульса необходима концентрация низких частот спектра. Если ширина пучка велика, то также велика доля низкочастотных компонент и происходит самофокусировка без начального уширения импульса, в отличие от того, как это бывает с менее широкими импульсами. В итоге образуется довольно крутой «столб» интенсивности с фоном вокруг него из дефокусирующей части начального импульса (рис.8,*a*). Однако при достижении пиковой интенсивностью порогового значения начинается падение интенсивности за счет потери энергии на ионизацию, так и дефокусирующего воздействия электронной плазмы, возникшей в результате многофотонной ионизации. Первые участки, на которые оказывается воздействие, являются зонами больших градиентов. В рассматриваемом случае интенсивность падает быстрее на краю «столба» (рис.8,*б*).

При дальнейшем уменьшении интенсивности отток мощности от центра встречается с областями подпитки и образуется квазистационарная кольцевая структура (рис.8,*в*). На рис.9 (который соответствует рис.8,*б*) показаны потоки мощности, определяемые градиентом фазы $\varphi(x, y) = \arctan(\operatorname{Re} A / \operatorname{Im} A)$. На нем можно выделить три структуры: центральный приосевой профиль и две кольцевые структуры. Внутри этих структур поток мощности направлен к центру. Структуры можно отделить друг от друга областями с минимальной интенсивностью (темные области), где поток мощности направлен от центра.

При концентрации определенной мощности в кольцевой структуре после уменьшения всего «столба» интенсивности создаются условия для повторного его роста. Таким условием в рассмотренном случае является форма распределения (рис.8,*г*) – гауссов профиль с мощностью, превышающей критическую, и полушириной, достаточной для развития самофокусировки. Таким образом, происходит первоначальный рост интенсивности, образование кольцевой структуры и формирование после падения интенсивности такого профиля, который вновь самофокусируется. В итоге получается ступенчатое падение мощности импульса (рис.6,*a*).

Характер изменения мощности на рис.5 можно объяснить отсутствием вокруг импульса фона низкочастотных компонент спектра. Поэтому моделирование распространения импульсов необходимо начинать с момента входа лазерного импульса в нелинейную среду, а не со стадии развитой самофокусировки. Также стоит отметить, что под установлением постоянного уровня мощности (рис.6,*a*) понимается лишь сохранение ее до какого-

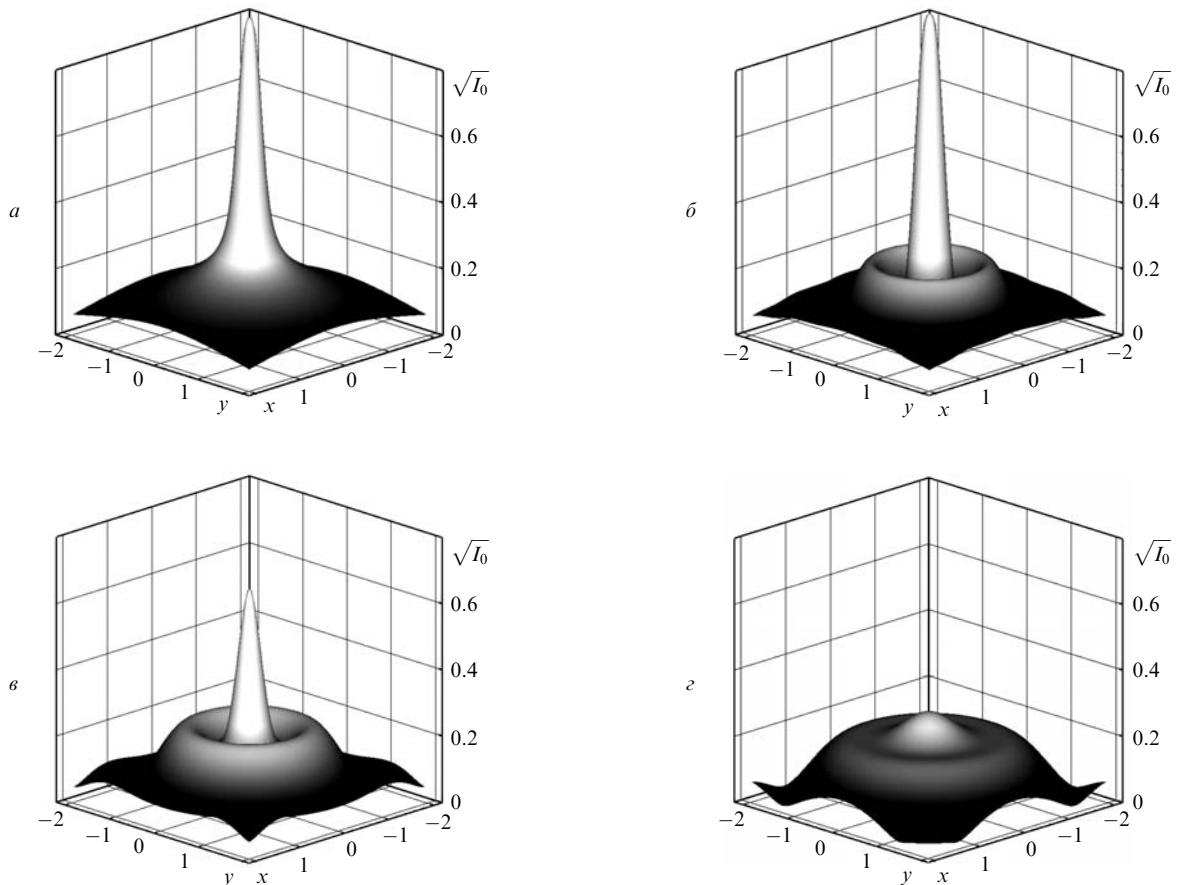


Рис.8. Распределения амплитуды $\sqrt{I_0}$ при $z = 37.6$ (*a*), 45.4 (*б*), 54.7 (*в*) и 85.9 (*г*).

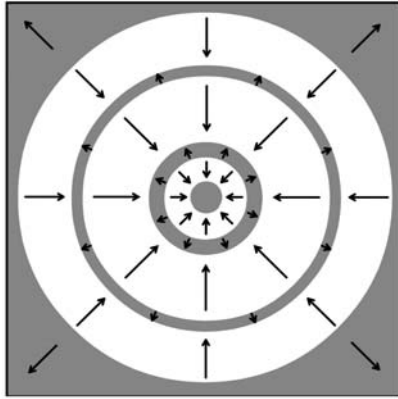


Рис.9. Градиент фазы комплексной величины $A(x, y)$. Направления потоков мощности указаны стрелками.

то z , потому что, как обсуждалось ранее, и в случае устойчивых возмущений возможен процесс филаментации на больших расстояниях (рис.3,б).

На рис.10 показаны падение мощности импульса P и возрастание его пиковой интенсивности I_{\max} на длине распространения импульса z . Можно заметить, что поглощение начинается при пороговой интенсивности $I_{\text{th}} \approx 0.7$. По оценке [15] ионизация воздуха становится существенной при интенсивности 4.5×10^{13} Вт/см², что и соответствует найденному безразмерному пороговому значению. По мере уменьшения мощности импульса уменьшаются теряемая мощность и длина, на которой наблюдается поглощение.

Напишем уравнение для изменения мощности по координате z . Для этого умножим уравнение (4) на A^* и сложим с комплексно-сопряженным уравнением для (4), умноженным на A . Проинтегрировав по всей поперечной плоскости x, y , получим

$$\frac{\partial P}{\partial z} \equiv \frac{\partial}{\partial z} \int |A|^2 dx dy = -2v \int |A|^{2K} dx dy \approx -2vK^{-1/N} P,$$

$$P_{\text{cr}} \approx P_0 \exp(-2vK^{-1/N} \Delta z_d) \approx P_0(1 - 2vK^{-1/N} \Delta z_d).$$

Для получения примерного равенства использовалось выражение для формы начального профиля импульса. Таким образом, можно оценить длину диссипативного участка:

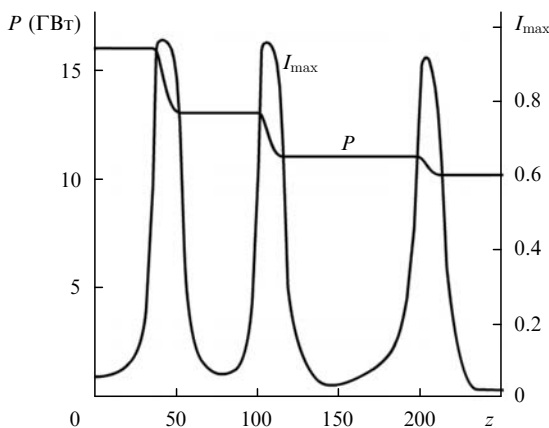


Рис.10. Зависимости интенсивности I_{\max} и мощности P от расстояния z .

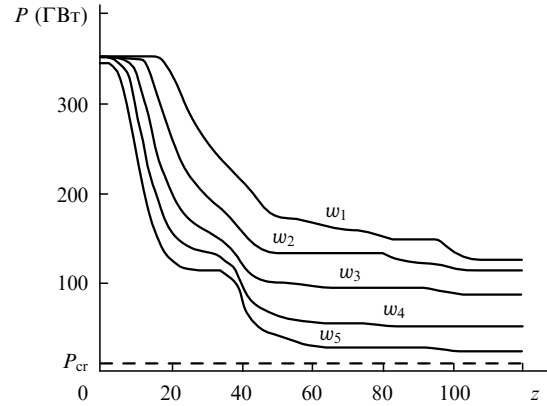


Рис.11. Изменение мощности при различных начальных ширинах импульсов ($w_1 > w_2 > w_3 > w_4 > w_5$) и одинаковой начальной мощности.

$$\Delta z_d = \frac{K^{1/N}}{2v} \left(1 - \frac{P_{\text{cr}}}{P_0} \right),$$

которая при $N \rightarrow 1$ и $P_0 \gg P_{\text{cr}}$ стремится к значению ~ 0.25 , что и подтверждается приведенными выше результатами вычислений. В размерных единицах $\Delta z_d \approx 0.35$ м.

Характер ступенчатого изменения мощности импульса также зависит от его первоначальной ширины. На рис.11 показано изменение мощности для импульсов с одинаковой начальной мощностью.

5. Результаты расчета для двух гауссовых импульсов

В работе [13] нами уже было рассмотрено взаимное влияние двух гауссовых импульсов. При наличии многофотонной ионизации оно становится более заметным. Моделирование взаимного влияния двух импульсов проводилось группой исследователей под руководством В.П.Кандидова и было описано в [16], где приведены условия, ограничивающие мощность импульсов и расстояние между ними, при которых возможно взаимодействие импульсов. Однако, как и во многих других работах, в [16] не уделено должного внимания влиянию соотношения между ширинами импульсов и их интенсивностями на особенности рассмотренного явления, хотя при одинаковых мощностях эти соотношения могут сильно изменяться. Кроме того, наглядно не показан характер взаимодействия областей высокой интенсивности импульсов и не рассмотрен вопрос о точке начала взаимодействия [16].

Приведем два показательных примера расчета двух гауссовых профилей, демонстрирующих, как наличие диссипации влияет на характер изменения областей высокой интенсивности. Были рассмотрены два одинаковых гауссовых возмущения с начальными шириной $w_0 = 5$ и амплитудой $\sqrt{I_0} = 0.9$ при расстоянии между их центрами $d = 15$ (рис.12). Видно, что в консервативном случае (рис.12,а), т.е. при $v = 0$ в формуле (4), мощность импульса концентрируется и остается постоянной в середине между двумя возмущениями. При наличии диссипации ($v = 0.154$, рис.12,б) каждый из двух импульсов начинает терять мощность, сужаясь при этом, а момент их слияния находится намного дальше по z , чем в консервативном случае.

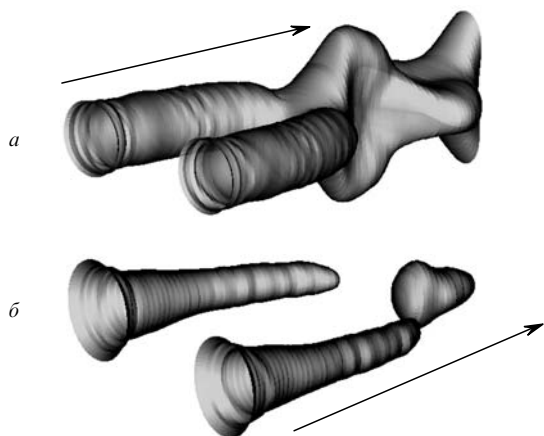


Рис.12. Области высокой интенсивности для двух одинаковых гауссовых возмущений с $w_0 = 5$ и $\sqrt{I_0} = 0.9$ при расстоянии между их центрами $d = 15$ в отсутствие диссипации ($v = 0$) (а) и при ее наличии ($v = 0.154$) (б). Стрелками показано направление распространения импульса.

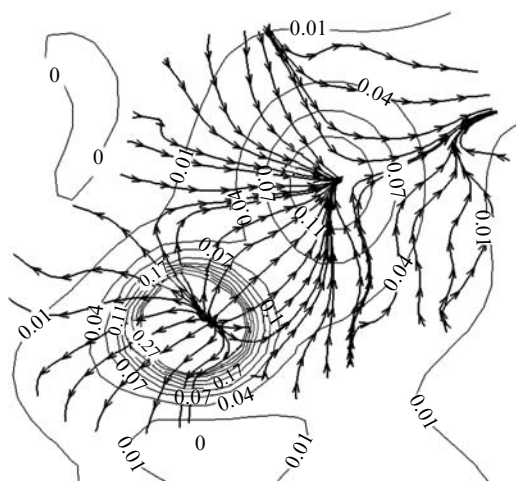


Рис.13. Переток мощности в широком пучке между филаментами (линии уровня интенсивности).

Взаимодействие между филаментами в широком импульсе с мощностью, намного превышающей критическую, более сложно. Переток мощности из развитого филамента с максимальной интенсивностью в область, где зарождается новый филамент, качественно показан на рис.13.

6. Результаты расчета мощного лазерного импульса

Развитие параллельных вычислительных методов [17], как правило, ведет к возможности расчета реальных физических систем. В случае распространения лазерного импульса на большие расстояния применение параллельных технологий также обосновано. Целью данной работы является доказательство возможности такого расчета.

Мощность реального лазерного импульса достигает нескольких тераватт, а ширина импульса – нескольких сантиметров. Профиль импульса реальных лазерных систем обычно задают в виде супергауссовой функции, т. е. показатель степени $N = 2$ в формуле (5). Особенностью реального лазерного пучка также является наличие шума

во входном профиле. Для воспроизведения случайного поля флуктуаций амплитуды использовался спектральный метод [18], основанный на суммировании фурье-гармоник пространственного спектра.

Развитие мелкомасштабной самофокусировки [12], приводящей к распаду симметрии профиля, классически объясняется наличием амплитудных флуктуаций начального распределения. Вследствие мелкомасштабной самофокусировки и достижения амплитудами отдельных флуктуаций порога многофотонной ионизации в мощном лазерном импульсе начинает развиваться множественная филаментация. При наблюдении этого процесса вырисовывается картина множественных связей отдельных филаментов между собой, вследствие чего происходят поглощение и зарождение новых филаментов. В процессе такого хаотического развития в лазерных импульсах можно выделить области, где филаментация продолжается непрерывно за счет поглощения энергии соседних участков. Такие области называют кластерами [1], и именно их наличие объясняет характер экспериментальных данных (рис.14).

Чтобы оценить необходимые размеры расчетной сетки, воспользуемся следующими условиями и результатами экспериментов (проект «Teramobile» [6]):

- для изучения процесса филаментации используется мощный (100 ГВт – 3 ТВт) лазерный импульс, начальная ширина которого может достигать 2 см;
- ширина образующихся филаментов как мелкомасштабного эффекта постоянна и достигает 100 – 150 мкм, а интенсивность в фокусе филамента может превышать интенсивность фона в десятки раз;
- наблюдаемая длина распространения импульса составляет от десятков до сотен метров.

Таким образом, длина ребра квадрата расчетной сетки может достигать 10 см, чтобы избежать существенного влияния границ сетки. Длина же ребра одной ячейки должна быть не более 10 – 15 мкм для удовлетворительного описания характера мелкомасштабных эффектов. Следовательно, число ячеек в расчетной области (плоскость $xу$) может достигать $10^4 \times 10^4 = 10^8$. Шаг по z уменьшается обратно пропорционально максимальной интенсивности I_{max} . Тем самым обеспечивается не только устойчивость, но и точность решения. Ввиду большой размерности решаемой системы линейных уравнений и необходимости численного моделирования процесса распространения фемтосекундного импульса на большие расстояния использовался параллельный вычислительный комплекс.

В качестве примера приведем расчет для импульса со средней мощностью $62P_{cr}$ и начальной шириной 6 мм. Расчетная область представляет собой квадрат с длиной стороны 2 м. На начальном профиле задан гауссов шум по описанному выше алгоритму. Расчет проводился с использованием сетки размером 2048×2048 на параллель-

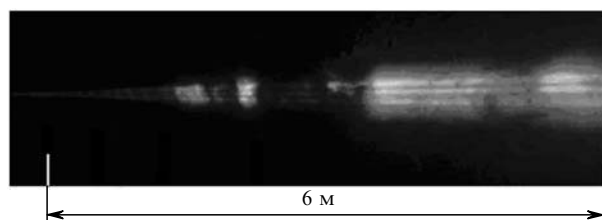


Рис.14. Эксперимент по распространению лазерного пучка.

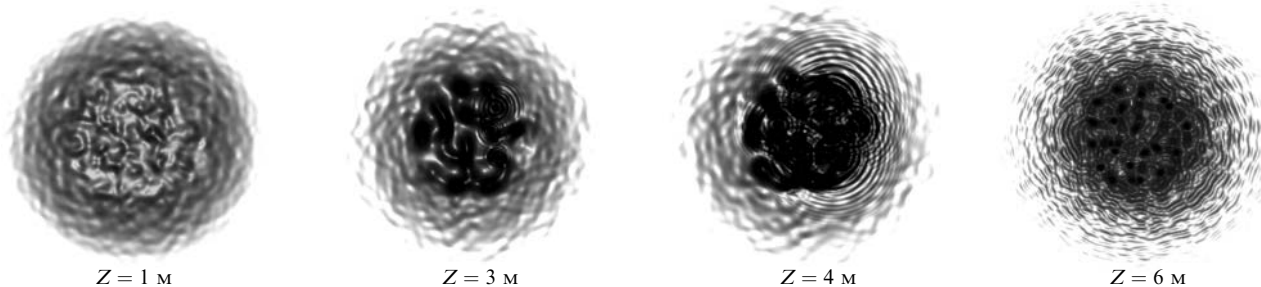
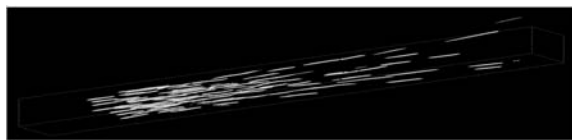
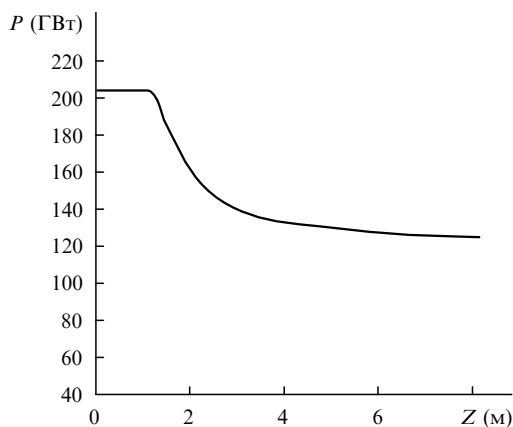
Рис.15. Распределение интенсивности при различных Z .

Рис.16. Области высокой интенсивности при распространении импульса на расстояние около 9 м.

Рис.17. Зависимости мощности P от расстояния Z .

ном вычислительном комплексе ИПМ им. М.В.Келдыша РАН.

Результаты расчета интенсивности (рис.15 и 16) и мощности (рис.17) импульса совпадают с полученными в проекте «Teramobile» [6]. Более того, скорости счета созданного для данной работы параллельного программного комплекса по проекту «Teramobile» также сопоставимы с полученными в [6], несмотря на коренное различие с работой [6] в подходах к численному решению задачи. Подробное обсуждение используемых методов аппроксимации и характеристик параллельного алгоритма приводится в [19]. Как правило, для большей кучности филаментов на практике применяется эллиптическое распределение начального профиля импульса.

7. Заключение

Таким образом, в настоящей работе численными методами исследован процесс филаментации и разработаны эффективные алгоритмы его расчета в реальных экспериментальных лазерных системах. Использовались симметричные разностные схемы, обладающие свойством консервативности, созданы распараллеленные программы для расчета таких задач.

Показан ступенчатый характер развития нелинейности, определяемый пороговым значением интенсивности 5×10^{13} Вт/см², при котором ионизация воздуха стано-

вится существенной. Характер процесса определяется соотношением между многофотонной ионизацией и мелкомасштабной самофокусировкой. До тех пор пока интенсивность не достигает пороговых значений, световой пучок не теряет энергии и имеет место самофокусировка. При достижении порога происходит потеря энергии на ионизацию и дефокусирующее воздействие электронной плазмы, что приводит к потере интенсивности. Когда интенсивность падает ниже порогового значения, вновь может начаться самофокусировка. Таким образом, процесс имеет ступенчатый характер. Процесс прекращается, когда спектральный состав импульса становится таким, что дальнейшее развитие неустойчивости в линейном приближении невозможно, т. к. выполняется условие устойчивости согласно критерию Беспалова–Таланова. Однако не доказана возможность возобновления этого процесса при распространении импульсов на большие расстояния.

При использовании начального гауссова профиля пучка с высокой, близкой к пороговой (или максимальной) интенсивностью и мощностью, ненамного превышающей критическую, ступенчатый характер изменения интенсивности при распространении импульса не наблюдается.

1. Kasparian J., Rodrigues M., Mejean G., Yu J., Salmon E., Wille H., Bourayou R., Frey S., Andre Y.-B., Mysyrowicz A., Sauerbrey R., Wolf J.-P., Woste L. *Science*, **61**, 301 (2003).
2. Braun A. et al. *Opt. Lett.*, **20**, 73 (1995); Nibbering E.T.J. et al. *Opt. Lett.*, **21**, 62 (1996).
3. Brodeur A. et al. *Opt. Lett.*, **22**, 304 (1997).
4. LaFontaine B. et al. *Phys. Plasmas*, **6**, 1615 (1999).
5. Chiao R.Y. *Phys. Rev. Lett.*, **13**, 5 (1964).
6. Skupin S., Berge L., et al. *Phys. Rev. E*, **70**, 046602 (2004).
7. Fibich G., Ilan B. *Physica D*, **157**, 113 (2001).
8. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П., Трофимов В.А. *Математическое моделирование в нелинейной оптике* (М.: Изд-во МГУ, 1989).
9. Волков В.М. *Дифференциальные уравнения*, **29**, 7 (1993).
10. Feit M.D., Fleck J.A. *Appl. Phys. Lett.*, **24**, 169 (1974).
11. Nibbering E.T.J., Grillon G., Franco M.A., et al. *J. Opt. Soc. Am. B*, **14**, 650 (1997).
12. Беспалов В.И., Таланов В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **3**, 471 (1966).
13. Балашов А.Д., Пергамент А.Х. *Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН № 40* (М., 2004).
14. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1959).
15. Kasparian J., Sauerbrey R., Chin S.L. *Appl. Phys. B*, **71**, 877 (2000).
16. Кандидов В.П., Косарева О.Г., Шленов С.А. и др. *Квантовая электроника*, **35**, 59 (2005).
17. Букатов А.А., Дацюк В.Н., Жегуло А.И. *Программирование многопроцессорных вычислительных систем* (Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовского государственного ун-та, 2003).
18. Миркин Л.И., Рабинович М.А., Ярославский Л.П. *Журн. выч. мат. и мат. физ.*, **5**, 1353 (1972).
19. Балашов А.Д., Пергамент А.Х. *Математическое моделирование*, **18**, 4 (2006).