

Автоколебательные возмущения в быстропроточном лазере с неустойчивым резонатором

А.И.Одинцов, Н.Э.Саркаров, А.И.Федосеев

С помощью численного моделирования показано, что в неустойчивом резонаторе с поперечным потоком активной среды и неоднородной внутренней накачкой существуют различные механизмы автоколебательной неустойчивости и могут возникать автоколебательные возмущения разных типов. Исследовано взаимодействие различных автоколебательных возмущений, проявляющееся в затягивании и захвате частот колебаний и в изменении их инкрементов. Приведены аналитические соотношения, описывающие пространственную структуру мод возмущений и позволяющие находить их частоты и инкременты по характеристикам стационарной генерации.

Ключевые слова: быстропроточный лазер, неустойчивый резонатор, автоколебательная неустойчивость.

1. Введение

Автоколебательная неустойчивость стационарной генерации в неустойчивом резонаторе (НР) с поперечным потоком активной среды обусловлена обратной связью между осевой и периферийной зонами резонатора, создаваемой движением среды [1]. В быстропроточных лазерах (БПЛ) к развитию неустойчивости приводит неоднородность поля в НР, в то время как наличие однородной накачки внутри резонатора, процессы обмена энергией в активной среде, а также разброс скоростей потока способствуют стабилизации стационарной генерации [2–5]. Вместе с тем при неоднородном профиле скорости накачки, спадающем к оси НР, стационарная генерация становится неустойчивой и лазер переходит в режим автомодулированной генерации [6]. Изменяя профиль накачки, можно осуществлять переключение режимов генерации.

В литературе имеются экспериментальные данные, указывающие на неустойчивость стационарной генерации в БПЛ с НР [7, 8]. В большинстве работ исследовались «пролетные» автоколебания, частоты которых определяются временем пролёта τ_f среды через резонатор. Ниже показано, что возможно возбуждение колебаний и с более высокой основной частотой, соответствующей времени пролёта среды через отдельную зону внутри НР. Эти автоколебания мы будем называть внутренними пролетными. В приближении квазистационарной генерации, которое использовалось в большинстве расчетов, из рассмотрения выпадает целый класс автоколебательных возмущений, связанных с развитием в НР релаксационных колебаний (РК). Они были обнаружены в работе [9], в которой использовалась более общая нестационарная

модель НР. Для типичных параметров CO_2 -БПЛ частота РК намного превышает частоту пролетных колебаний.

Целью настоящей работы является анализ механизмов неустойчивости и условий возбуждения различных видов автоколебаний, расчёт характеристик мод возмущений (частот, инкрементов, пространственной структуры) и исследование взаимного влияния различных автоколебаний.

2. Расчетная модель и основные уравнения

В расчетах использовалась одномерная геометрическая модель НР с цилиндрическими зеркалами, целиком заполненного активной средой. Предполагалось, что диссипативные потери в резонаторе отсутствуют, а потери на увеличение $\theta = \ln M/2L$ равномерно распределены по длине резонатора L (M – коэффициент увеличения на двойной проход). Среда описывалась простейшим кинетическим уравнением с одной релаксационной константой.

Исходная система уравнений для коэффициента усиления среды $G(x, t)$ и интенсивности поля в резонаторе $W(x, t)$ в нормированных величинах имела вид

$$\frac{\partial G}{\partial t} - \frac{\partial G}{\partial x} = -(W + \tau_r^{-1})G + q, \quad (1)$$

$$\tau_c \frac{\partial W}{\partial t} + x \frac{\partial W}{\partial x} = (G - 1)W. \quad (2)$$

Здесь $G = \alpha/\theta$; α – коэффициент усиления среды; $W = \sigma I \tau_f$; I – интенсивность поля; σ – оптическое сечение перехода; $\tau_f = h/v$ – время пролета среды до оптической оси резонатора; h – апертура резонатора; v – скорость потока; τ_r – нормированное на τ_f время релаксации инверсии среды; $q = \sigma S \tau_f / \theta$ – нормированная накачка; S – скорость накачки; $\tau_c = 2L/(c \tau_f \ln M)$ – нормированное время затухания поля в НР. Переменные t и x нормированы на τ_f и h соответственно. Стационарные решения системы (1), (2)

А.И.Одинцов, Н.Э.Саркаров, А.И.Федосеев. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: spekl@phys.msu.ru; nsark@trinit.ru

Поступила в редакцию 28 ноября 2005 г., после доработки – 8 июня 2006 г.

дают распределения $G_s(x)$ и $W_s(x)$ в непрерывном режиме генерации.

В соответствии со стандартной процедурой исследования устойчивости из (1), (2) находились линеаризованные уравнения для малых относительных возмущений стационарных решений $\tilde{g} = \delta g(x, t)/G_s(x)$, $\tilde{w} = \delta w(x, t)/W_s(x)$. Подстановкой в эти уравнения $\tilde{g}(x, t) = \bar{g}(x) \exp(\bar{\Gamma}t)$ и $\tilde{w}(x, t) = \bar{w}(x) \exp(\bar{\Gamma}t)$ были получены уравнения для комплексных амплитуд $\bar{g}(x)$ и $\bar{w}(x)$ мод возмущений с комплексным инкрементом $\bar{\Gamma}$ (чертой сверху здесь и далее обозначаются комплексные величины):

$$\frac{d\bar{g}}{dx} = \left(\bar{\Gamma} + \frac{q}{G_s} \right) \bar{g} + W_s \bar{w}, \quad (3)$$

$$x \frac{d\bar{w}}{dx} = G_s \bar{g} - \bar{\Gamma} \tau_c \bar{w}. \quad (4)$$

Эти уравнения нужно решать со следующим граничным условием на входе потока в резонатор ($x = 1$): $\bar{g}(1) = 0$. На оптической оси НР ($x = 0$), как следует из (4) (с учётом $G_s(0) = 1$), должно выполняться условие

$$\frac{\bar{g}(0)}{\bar{w}(0)} = \bar{\Gamma} \tau_c. \quad (5)$$

Система уравнений (3), (4) с указанными граничными условиями представляет собой краевую задачу для нахождения собственных функций (мод возмущений) $\bar{g}(x)$, $\bar{w}(x)$ и собственных значений $\bar{\Gamma}$. В численных расчетах решались уравнения для модулей $g = |\bar{g}|$, $w = |\bar{w}|$ и фаз Φ_g , Φ_w мод возмущений, которые имеют следующий вид:

$$\frac{dg}{dx} = \left(\Gamma + \frac{q}{G_s} \right) g + W_s w \cos \Phi, \quad (6)$$

$$\frac{d\Phi_g}{dx} = \Omega - W_s \frac{w}{g} \sin \Phi, \quad (7)$$

$$x \frac{dw}{dx} = -\Gamma \tau_c w + G_s g \cos \Phi, \quad (8)$$

$$x \frac{d\Phi_w}{dx} = -\Omega \tau_c + G_s \frac{g}{w} \sin \Phi, \quad (9)$$

где $\Phi = \Phi_g - \Phi_w$; $\Gamma = \text{Re } \bar{\Gamma}$; $\Omega = \text{Im } \bar{\Gamma}$. Граничные условия для этой системы на входе потока в резонатор брались в виде

$$g(1) = 0, \quad \Phi(1) = \pi. \quad (10)$$

На оси резонатора при $x = 0$ должны выполняться соотношения

$$\frac{g(0)}{w(0)} = |\bar{\Gamma}| \tau_c, \quad \Phi(0) = \arctan \frac{\Omega}{\Gamma}. \quad (11)$$

Система (6)–(9) может быть сведена к системе двух уравнений для отношения модулей $R = g/w$ и разности фаз Φ . В частном случае $\tau_c = 0$ приведенные уравнения переходят в уравнения квазистационарной модели. При этом граничные условия для уравнений (3), (4) принимают вид $\bar{g}(0) = \bar{g}(1)$, а для уравнений (6)–(9)

$$g(0) = 0, \quad \Phi(0) = 0, \quad g(1) = 0, \quad \Phi(1) = \pi. \quad (12)$$

Спадающий к оси НР профиль накачки задавался выражением

$$q(x) = q_m \left[1 - p \exp \left(-\frac{x^n}{h_0^n} \right) \right], \quad (13)$$

где h_0 – ширина зоны неоднородности накачки ($h_0 \ll h$); q_m – параметр накачки; $p = 1 - q(0)/q_m$ – относительная глубина провала профиля накачки на оси НР; показатель n характеризует крутизну профиля (в большинстве расчетов $n = 2, 4$). Соотношение между параметром накачки q_m и временем релаксации τ_r , как правило, соответствовало приблизительно четырехкратному превышению порога генерации, $q_m \tau_r \approx 4$, в однородной среде ($p = 0$). Коэффициент $G_s(1)$ усиления среды на входе потока в резонатор выбирался равным $q(1)\tau_r$, что соответствует одинаковой скорости накачки внутри и вне резонатора.

3. Аналитическая модель для слабонеоднородной системы

Если пространственные характеристики системы, определяемые стационарными распределениями $G_s(x)$, $W_s(x)$ и $q(x)$, медленно меняются на масштабе пространственного периода автоколебаний $\Lambda \approx 2\pi/\Omega$, может быть получена полезная аналитическая аппроксимация численных решений для мод возмущений. Условие применимости данного приближения слабой неоднородности (ПСН) имеет вид $\Lambda \ll \Delta$, где Δ – характерный масштаб пространственной неоднородности системы. Это условие практически всегда выполняется для релаксационных колебаний с $\Omega \sim 10^2$ и для пролетных мод высокого порядка ($m > 5$).

Анализ уравнений (3), (4) показывает, что в условиях выполнимости ПСН величина $\bar{g}(x)$ должна быть приблизительно пропорциональной $W_s(x)$. Поэтому целесообразно ввести медленную переменную $\bar{\eta} = \bar{g}/W_s$. Уравнение для $\bar{\eta}$ имеет вид

$$\frac{d\bar{\eta}}{dx} = (\bar{\Gamma} + \chi)\bar{\eta} + \bar{w}, \quad (14)$$

где

$$\chi(x) = \frac{q}{G_s} - \frac{1}{W_s} \frac{dW_s}{dx}. \quad (15)$$

Стандартные решения уравнений типа (3) и (14), выражаемые в квадратурах, не позволяют в явном виде установить связь функции $\bar{g}(x)$ или $\bar{\eta}(x)$ с $\bar{w}(x)$. Более удобной для этого является операторная форма решения, представляемая в виде ряда. Из уравнения (14) имеем

$$\bar{\eta}(x) = - \left(1 - \frac{1}{\bar{\Gamma}} \frac{d}{dx} \right)^{-1} \left(\frac{\bar{w}}{\bar{\Gamma}} \right) = - \sum_0^{\infty} \left(\frac{1}{\bar{\Gamma}} \frac{d}{dx} \right)^n \frac{\bar{w}}{\bar{\Gamma}}, \quad (16)$$

где $\tilde{\Gamma}(x) = \bar{\Gamma} + \chi(x)$. Ряд (16) соответствует итерационному решению уравнения (14), получаемому с использованием малого параметра $1/\bar{\Gamma}$. При достаточно больших частотах колебаний члены ряда быстро убывают. Для медленной переменной $\bar{\eta}(x)$ удовлетворительная точность достигается уже при использовании только первого члена ряда:

$$\bar{\eta}(x) = -\frac{\bar{w}}{\bar{\Gamma} + \chi} + V(x), \tag{17}$$

где

$$V(x) = -\frac{\bar{w}}{\bar{\Gamma}^2} \left(\frac{d}{dx} \ln \bar{w} - \frac{1}{\bar{\Gamma}} \frac{d\chi}{dx} \right) + \dots \tag{18}$$

– поправочные члены более высокого порядка малости. Ряд (16) и формула (17) описывают «квазиоднородное» частное решение уравнения (14), не содержащее осцилляций. Обозначив в этом случае возмущение усиления $\bar{g}_a(x)$, запишем его в следующем виде:

$$\bar{g}_a(x) \approx -\frac{W_s \bar{w}}{\bar{\Gamma} + \chi}. \tag{19}$$

Выражение (19) приводит к следующему виду общего решения уравнения (3), удовлетворяющего граничному условию $\bar{g}(1) = 0$:

$$\bar{g}(x) = \bar{g}_a(x) + \bar{g}_b(x) = -\frac{W_s(x)\bar{w}(x)}{\bar{\Gamma} + \chi(x)} + \frac{W_s(1)\bar{w}(1)}{\bar{\Gamma} + \chi(1)} \exp \left[-\int_x^1 \left(\bar{\Gamma} + \frac{q}{G_s} \right) dx \right]. \tag{20}$$

Член $\bar{g}_b(x)$, представляющий собой решение однородного уравнения, пропорционален $\exp(i\Omega x)$ и описывает пространственные осцилляции усиления.

Анализ уравнений (6)–(9) и их численных решений показывает, что в типичных случаях нормированная амплитуда колебаний интенсивности $w(x)$ остается почти неизменной по всей апертуре резонатора (рис.1). С хорошим приближением ее можно считать не зависящей от x и, например, положить $w = 1$ (в уравнениях (3), (4) величины \bar{g} и \bar{w} определены с точностью до общего постоянного множителя). Относительно медленным является и изменение фазы колебаний поля Φ_w . Для достаточно высокочастотных возмущений ($\Omega \gg 1$) изменения Φ_w на пространственном периоде Λ незначительны и фаза колебаний усиления Φ_g успевает «отслеживать» медленный дрейф фазы колебаний поля. В этих условиях конкретный вид функции $\Phi_w(x)$ практически не влияет на величину разности фаз $\Phi = \Phi_g - \Phi_w$, которая входит в правые части уравнений (6)–(9). Сдвиг фазы Φ_w на апертуре резонатора приводит лишь к небольшому изменению частоты

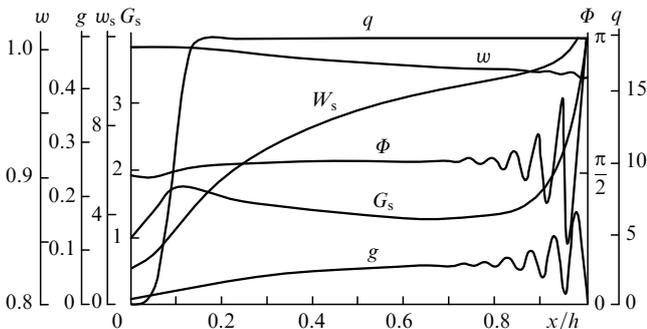


Рис.1. Структура релаксационной моды ($\Omega_R = 125.89$, $\Gamma_R = 3.23$): стационарные профили усиления G_s , интенсивности W_s и накачки q , а также амплитуды колебаний усиления g и интенсивности w ; Φ – разность фаз. Условия расчета: $\tau_r = 0.2$, $q_m = 19$, $\tau_c = 10^{-4}$.

Ω . Указанные особенности поведения амплитуды и фазы возмущения поля позволяют в модели ПСН решать краевую задачу для мод возмущений усиления $\bar{g}(x)$ в заданном поле $\bar{w} = w \exp(i\Phi_w)$ на основе соотношения (20) с граничным условием (5).

4. Релаксационные автоколебания

Релаксационные автоколебания «в чистом виде», не возмущенные пролетными резонансами, могут возбуждаться в БПЛ с достаточно высокими скоростями накачки и релаксации. На рис.1 показана типичная для этого случая пространственная структура релаксационной моды возмущения. Возникающая на резком градиенте поля на входе потока в резонатор пространственная модуляция усиления («краевая модуляция») быстро затухает и не достигает оптической оси резонатора. Условие затухания осцилляций усиления (см. (20))

$$\int_0^1 \left(\Gamma + \frac{q}{G_s} \right) dx \gg 1 \tag{21}$$

в данном случае выполняется с большим запасом, поэтому в приосевой области можно положить $\bar{g}(x) = \bar{g}_a(x)$. Учет граничного условия на оси резонатора (5) приводит к квадратному уравнению для комплексных собственных значений $\bar{\Gamma}$:

$$\bar{\Gamma} = -\frac{\chi(0)}{2} + i \left\{ \Omega_0^2 - \left[\frac{\chi(0)}{2} \right]^2 \right\}^{1/2}. \tag{22}$$

Здесь $\Omega_0 = [W_s(0)/\tau_c]^{1/2}$ – релаксационная частота [10]. Заметим, что, как следует из уравнений (1), (2), величина $W_s(0) = q(0) + (dG_s/dx)_{x=0} - \tau_r^{-1}$ представляет собой скорость формирования инверсии и усиления на оси НР за счет процессов накачки, притока возбужденных молекул и релаксации. Вследствие малости величины $\tau_c \sim 10^{-5}$ частота РК $\Omega_R = \text{Im } \bar{\Gamma} \approx \Omega_0$. Для инкремента РК $\Gamma_R = \text{Re } \bar{\Gamma}$ имеем

$$\Gamma_R = -\frac{\chi(0)}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{W_s(0)} \left(\frac{dW_s}{dx} \right)_{x=0} - q(0) \right]. \tag{23}$$

Как следует из (2), на оси НР имеет место соотношение $[1/W_s(0)][dW_s/dx]_{x=0} = (dG_s/dx)_{x=0}$. Поэтому условие возникновения неустойчивости $[1/W_s(0)][dW_s/dx]_{x=0} > q(0)$ можно записать также в виде $(dG_s/dx)_{x=0} > q(0)$. Последнее означает, что релаксационная неустойчивость возникает в том случае, когда в механизме образования инверсии на оси НР перенос возбужденных молекул потоком превалирует над внутренней накачкой. Для условий рис.1, когда накачка на оси отсутствует, а распределения $G_s(x)$ и $W_s(x)$ характеризуются значительными градиентами в осевой области, численный расчет дает $\Gamma = 3.23$, расчет по формуле (23) – $\Gamma = 3.4$. Значения частоты Ω_R в обоих случаях близки к $\Omega_0 = 126.23$.

Заметим, что спад к оси НР стационарных распределений $W_s(x)$ и $G_s(x)$ характерен практически для всех лазеров с поперечным потоком среды. Если накачка на оси резонатора отсутствует, то согласно (23) в резонаторе всегда будет происходить возбуждение релаксационных автоколебаний. Такой несколько парадоксальный вывод является следствием применения в расчетах упрощенной (одноуровневой) модели активной среды, в которой не

рассматриваются процессы обмена энергией между уровнями и компонентами рабочей смеси. В реальных лазерах, например в БПЛ на смеси CO₂-N₂, эти процессы создают подкачку рабочего перехода на оси НР.

Механизм релаксационной неустойчивости в НР с профилем накачки типа (13) связан с происходящим в зоне неоднородности изменением разности фаз Φ колебаний поля и усиления, в результате которого соотношение фаз на оси НР становится благоприятным для раскачки колебаний. Качественное рассмотрение показывает, что при движении активной среды через область поля с убывающей интенсивностью возникает задержка фазы колебаний усиления по отношению к колебаниям поля. Спад скорости накачки в зоне неоднородности, со своей стороны, также приводит к аналогичному сдвигу фаз. Распределение $\Phi(x)$ описывается приближенным соотношением, следующим из (19),

$$\Phi(x) = \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{\Gamma + \chi(x)}{\Omega} \tag{24}$$

В периферийной части НР, где скорость накачки велика, а градиент поля незначителен, величина $\chi(x)$, как правило, оказывается положительной, при этом для моды с $\Gamma > 0$ разность фаз $\Phi(x) > \pi/2$. В то же время, как видно из (11), неустойчивость возникает при разности фаз на оси НР $\Phi(0) < \pi/2$. Падение разности фаз в зоне неоднородности ниже уровня $\Phi = \pi/2$ видно на рис.1. Уравнение (6) дает связь $\Phi(0)$ с градиентом амплитуды РК $(dg/dx)_{x=0}$ на оси НР: $\cos \Phi(0) = (1/2\Omega_0)[(d \ln g/dx)_{x=0} - q(0)]$. Таким образом, неустойчивость возникает при условии $(d \ln g/dx)_{x=0} > q(0)$. Для РК величина $(d \ln g/dx)_{x=0}$ однозначно определяется градиентами стационарных распределений поля и усиления $(d \ln g/dx)_{x=0} = [1/W_s(0)](dW_s/dx)_{x=0} = (dG_s/dx)_{x=0}$.

Рассмотренный механизм обратной связи для РК колебаний по своей природе является нерезонансным. Частота колебаний $\Omega_R \approx \Omega_0$ определяется параметрами стационарной генерации на оси НР и может плавно перестраиваться при их изменении. В случае активных сред с невысоким уровнем накачки, когда условие (21) не выполняется, на характеристики мод РК начинают оказывать влияние резонансы пролетных колебаний (ПК). На рис.2 приведены значения Ω и Γ в зависимости от Ω_0 (значения Ω_0 варьировались путем изменения параметра τ_r). Период кривых близок к 2π , что соответствует частотно-

му интервалу между пролетными резонансами. Максимальные значения Γ достигаются на частотах $\Omega = \Omega_R \approx \Omega_0$ (различие между Ω_R и Ω_0 проявляется в сдвиге вниз кривой Γ на рис.2,а).

Как будет показано ниже, при этом релаксационная частота совпадает с частотой одного из пролетных резонансов Ω_m , смещенной из-за эффекта затягивания. Таким образом, в этом случае для автоколебаний реализуется «двойной резонанс» $\Omega = \Omega_R = \Omega_m$. На рис.2,а скорость накачки в 2.4 раза меньше, чем на рис.1, при этом влияние пролетных резонансов еще достаточно мало. Для случая слабого возмущения релаксационной моды пролетными резонансами из соотношения (20) с граничным условием (5) можно найти приближенные выражения для частоты и инкремента:

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{\Omega_0}{2} \exp \left[\frac{\chi(0)}{2} - \int_0^1 \chi dx \right] \cos(\Omega_0 - \Delta\Phi_w), \tag{25}$$

$$\Gamma = -\frac{\chi(0)}{2} - \frac{\Omega_0}{2} \exp \left[\frac{\chi(0)}{2} - \int_0^1 \chi dx \right] \sin(\Omega_0 - \Delta\Phi_w), \tag{26}$$

где $\Delta\Phi_w$ – набег фазы колебаний поля на апертуре резонатора. Абсолютная глубина модуляции Ω и Γ при изменении Ω_0 оказывается одинаковой, что подтверждается и численным расчетом (рис.2,а и б). Данный факт получит наглядное объяснение, если рассмотреть сложение величин $\bar{g}_a(0)$ и $\bar{g}_b(0)$ в (20) на комплексной плоскости. При дальнейшем снижении скорости накачки влияние пролетных резонансов усиливается. Наблюдаются перекоски частоты (рис.2,б) и захват частоты пролетными резонансами (рис.2,в). В последнем случае частоты Ω оказываются локализованными в достаточно узких интервалах вблизи Ω_m . В условиях сильного взаимодействия автоколебаний их разделение на релаксационные и пролетные теряет смысл. В таком случае правильнее говорить о колебаниях смешанного типа.

5. Краевые пролётные автоколебания

Резонансные свойства обратной связи, поддерживающей ПК, обусловлены пространственной модуляцией усиления, возникающей из-за скачка поля на крае зеркала при входе потока в резонатор. Поэтому эти автоколебания могут быть названы краевыми пролетными колебаниями. Такого рода обратная связь эффективна только в

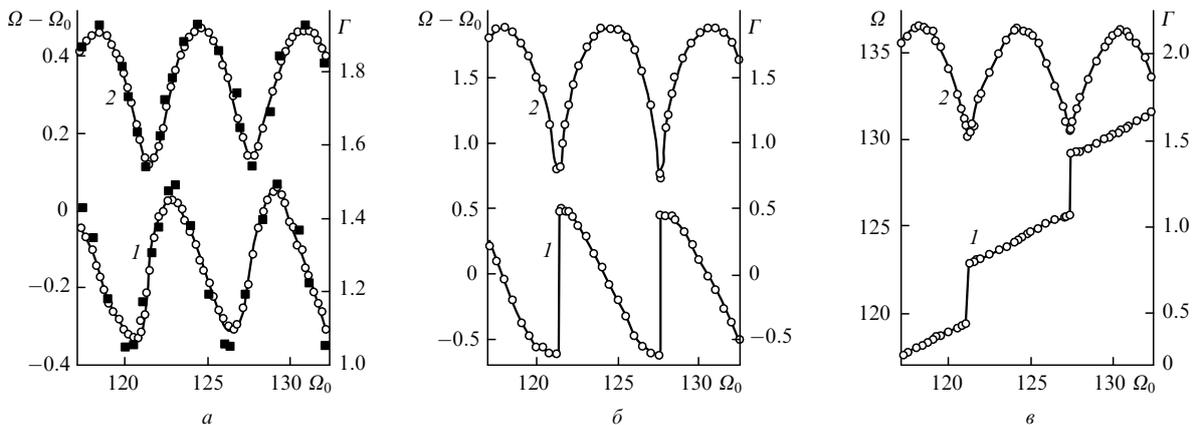


Рис.2. Влияние пролетных резонансов на частоту Ω (1) и инкремент Γ (2) релаксационной моды при $\tau_r = 0.5$, $q_m = 8$ (темные точки – расчет по формулам (25), (26)) (а), $\tau_r = 0.65$, $q_m = 6.15$ (б) и $\tau_r = 1$, $q_m = 4$ (в).

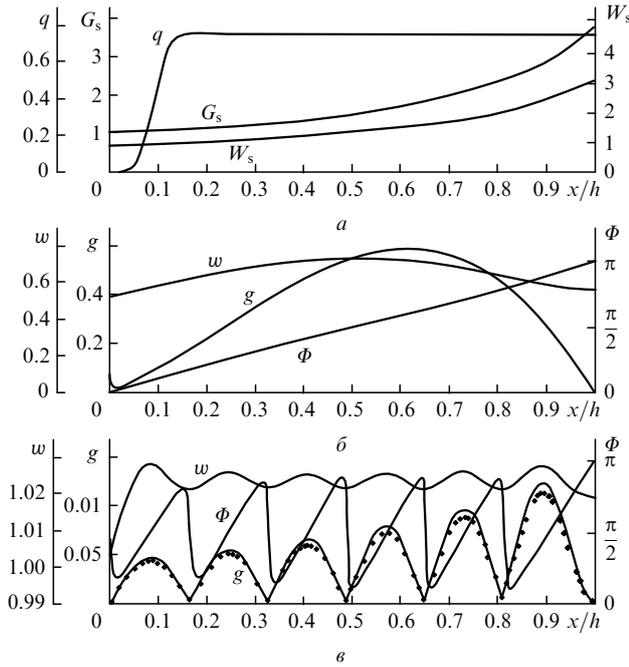


Рис.3. Структура краевых пролетных мод: стационарные профили усиления G_s , интенсивности W_s и накачки q (а), а также структуры первой ($\Omega_m = 7.45, \Gamma_m = 0.63$) (б) и шестой ($\Omega_m = 37.68, \Gamma_m = 0.86$) (в) пролетных мод – амплитуды усиления g и интенсивности w ; Φ – разность фаз. Условия расчета: $\tau_r = 5, q_m = 0.8, \tau_c = 10^{-4}$; темные точки – аналитический расчет.

среде с достаточно медленной релаксацией ($\tau_r \leq \tau_f$) и не слишком высоким уровнем накачки ($q_m < 1$). В этом случае краевая модуляция распространяется до оси НР, благодаря чему на оси выполняется граничное условие для \bar{g} . Расчет мод ПК в большинстве случаев может быть проведен с граничными условиями (12). Характерными чертами пространственной структуры пролетных мод (ПМ) являются ее квазипериодичность, пилообразное распределение разности фаз Φ и наличие узловых точек, в которых $g \approx 0$ (рис.3). В этих точках приблизительно воспроизводится начальное невозмущенное состояние среды на входе в резонатор.

На рис.4 показана пространственно-временная структура возмущения усиления $\bar{g}(x, t) \text{Re}[\bar{g}(x) \exp(\bar{\Gamma}t)]$ краевой пролетной моды с $m = 5$. Возмущение $\bar{g}(x, t)$ может быть представлено как суперпозиция затухающей бегущей волны, распространяющейся к оси НР, и колеблющейся во времени квазиоднородной «подставки». В выражении (20)

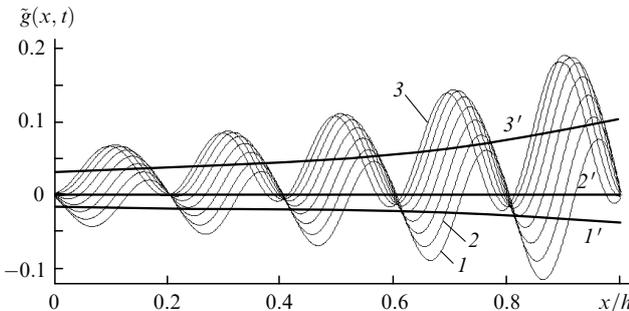


Рис.4. Волна возмущения усиления (пятая краевая пролетная мода, $\Omega_m = 31.86, \Gamma_m = 0.82$). Профили усиления $\bar{g}(x, t)$ показаны в разные промежутки времени с интервалом $0.01\tau_f$ (кривая 1 соответствует начальному моменту времени); кривые 1', 2', 3' – квазиоднородные «подставки», соответствующие кривым 1, 2 и 3.

этим составляющим соответствуют члены $\bar{g}_b(x)$ и $\bar{g}_a(x)$. Такой своеобразный тип волнового движения характеризуется наличием стационарных узлов, интервал между которыми, в отличие от обычной стоячей волны, равен пространственному периоду бегущей волны $L_m \approx 2\pi/\Omega_m$.

Соотношение (20) с квазистационарным граничным условием $\bar{g}(0) = 0$ позволяет получить уравнение для комплексного инкремента $\bar{\Gamma}$:

$$\frac{\bar{\Gamma} + \chi(1)}{\bar{\Gamma} + \chi(0)} = \frac{W_s(1)}{W_s(0)} \exp\left[-\bar{\Gamma} + i\Delta\Phi_w - \int_0^1 \frac{q}{G_s} dx\right]. \quad (27)$$

Для ПМ достаточно высокого порядка, принимая $\Omega_m \gg |\chi|$, из (27) находим:

$$\Omega_m = 2\pi m + \Delta\Phi_w + \frac{\Delta\chi}{2\pi m}, \quad (28)$$

$$\Gamma_f = \ln \frac{W_s(1)}{W_s(0)} - \int_0^1 \frac{q}{G_s} dx, \quad (29)$$

где $\Delta\chi = \chi(1) - \chi(0)$. Последний член в (28) может быть опущен. Набег фазы $\Delta\Phi_w \sim 1$ приводит к тому, что частота Ω_m не строго кратна 2π . Формула (29) была получена в [4] для частного вида НР. Эта формула отражает тот факт, что, как следует из (19), (20), отношение амплитуд пространственных осцилляций усиления на входе в резонатор и на его оси, $g_b(1)/g_b(0)$, должно быть равно отношению амплитуд колебаний интенсивности, примерно равному $W_s(1)/W_s(0)$. Спад поля к оси НР является необходимым условием неустойчивости. Накачка вызывает затухание пространственной модуляции и тем самым препятствует неустойчивости. Как показывает сравнение с численными расчетами, формула (29) хорошо описывает инкременты ПМ с $m > 5$ вдали от релаксационного резонанса ($\Omega_m \ll \Omega_0$). Так, для моды с $m = 6$ (рис.3,б) расчет по формуле (29) дает $\Gamma_m = 0.82$, а численный расчет – $\Gamma_m = 0.86$. Пространственная структура моды также достаточно хорошо аппроксимируется соотношением (20). Для мод более низкого порядка точность аналитических расчетов снижается.

Формула (29) относится к НР с резким краем зеркал. В реальных условиях градиент поля на входе в резонатор оказывается сглаженным [11], что приводит к ослаблению краевой модуляции и, как следствие, к снижению инкрементов ПМ. Это видно из сравнения рис.5,а и б. (Сглаживание моделировалось путем введения дополни-

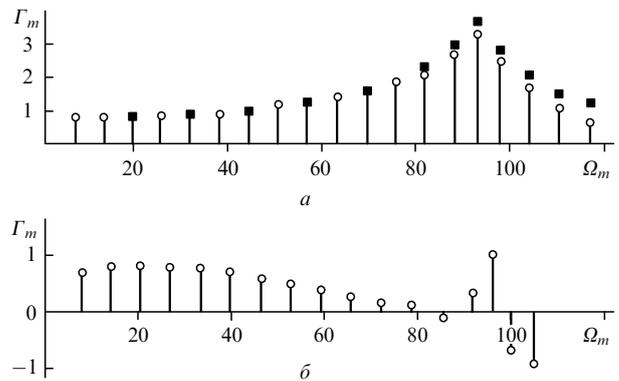


Рис.5. Частоты Ω_m и инкременты Γ_m краевых пролетных мод при $\tau_r = 5, q_m = 0.8$ и $\tau_c = 10^{-4}$ в случае НР с резким краем зеркала (а) и со сглаженным краем (б); темные точки – расчет по формуле (30).

тельных потерь в узкую ($\delta = 0.05$) зону на краю апертуры НР.) Сильнее подавляются моды высокого порядка, для которых квазипериод A_m становится сравнимым с величиной δ . Эти данные подчеркивают важную роль краевой модуляции в механизме возбуждения пролетных автоколебаний. Заметим, что полное подавление краевой модуляции возможно в том случае, когда на вход НР поступает возмущенный поток, колебания усиления в котором согласованы с колебаниями поля таким образом, что на входе выполняется граничное условие $\bar{g}_{in} = \bar{g}_a(1)$. Это возможно в системе, состоящей из НР и расположенной выше по потоку многоходовой усилительной юветы. В реальных БПЛ сглаживание квазипериодической пространственной структуры ПМ может происходить также за счет турбулентного перемешивания газа в потоке активной среды. Возникающее вследствие этого снижение инкрементов мод зависит от соотношения между пространственным периодом A_m и характерным размером турбулентных вихрей в потоке. Уменьшение инкрементов наиболее значительно для мод высоких порядков, что согласуется с результатами работы [5], в которой был выполнен расчет влияния разброса скоростей в потоке на инкременты автоколебаний.

Влияние релаксационного резонанса на характеристики ПМ иллюстрирует рис.5,а. Здесь приведены частоты и инкременты мод для случая, когда Ω_0 совпадает с частотой моды с $m = 15$. Для мод с $m > 5$, по мере приближения частоты моды к Ω_0 , наблюдается увеличение инкрементов. Максимальное значение Γ_m достигается при совпадении частот Ω_m и Ω_0 . В области $\Omega_m > \Omega_0$ инкременты мод быстро падают. Обращает на себя внимание уменьшение частотных интервалов между модами, соседними с Ω_0 , которое является результатом затягивания частот ПМ релаксационным резонансом. Аналитическая модель дает приближенное соотношение, связывающее частоты и инкременты взаимодействующих мод:

$$\exp[-2(\Gamma_m - \Gamma_f)] = \left[\frac{2(\Gamma_m - \Gamma_R)}{\Omega_0} \right]^2 + \left(1 - \frac{\Omega_m^2}{\Omega_0^2} \right)^2, \quad (30)$$

где Γ_R и Γ_f – инкременты невозмущенных релаксационных и пролетных мод, даваемые (23) и (29). Найденная из (30) зависимость $\Gamma_m(\Omega_m)$ хорошо согласуется с численным расчетом (рис.5,а). В области резонанса частот ($\Omega_m = \Omega_0$) инкременты значительно увеличиваются. Из (30) следует, что при резонансе положительные инкременты Γ_m возможны и в том случае, когда оба значения (Γ_R и Γ_f) отрицательны.

Рис.6 иллюстрирует изменение частоты и инкремента фиксированной ПМ с $m = 11$ при перестройке Ω_0 . Эти данные, как и данные рис.5, показывают, что область взаимодействия релаксационной и пролетной мод достаточно широка и охватывает ~ 10 частотных интервалов между ПМ. Из рис.6 видно, что под влиянием релаксационного резонанса частота ПМ испытывает затягивание в сторону уменьшения. Максимальная величина сдвига частоты близка к π , т.е. составляет половину интервала между модами. При резонансе частот ($\Omega_m = \Omega_0$) сдвиг частоты Ω_m составляет половину от максимального, т.е. $\sim \pi/2$. Инкремент моды Γ_m при этом достигает своего максимального значения. В пределе $\Omega_0 \rightarrow \infty$ величина Γ_m приближается к значению $\Gamma_f = 0.86$, рассчитанному для невозмущенной ПМ. Такое же значение достигается для $\Omega_0 \approx \Omega_m/\sqrt{2} \approx 48$. В этой точке обнаруживается излом

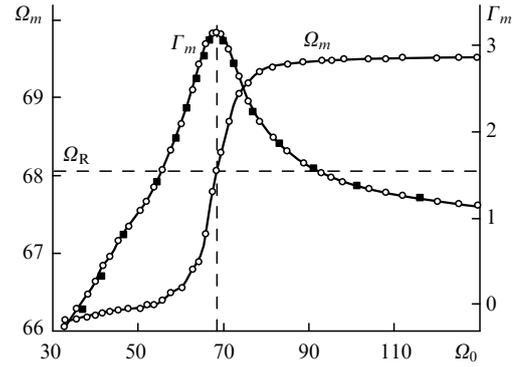


Рис.6. Влияние релаксационного резонанса на частоту Ω_m и инкремент Γ_m 11-й краевой пролетной моды при $\tau_r = 5$, $q_m = 0.8$; темные точки – расчет по формуле (30).

кривой $\Gamma_m(\Omega_0)$; при дальнейшем уменьшении Ω_0 инкременты быстро падают и вскоре становятся отрицательными. Указанные особенности поведения кривых на рис.6 связаны с изменениями пространственной структуры моды, происходящими при перестройке частоты релаксационного резонанса. Эти изменения получают количественное описание в аналитической модели, которое здесь не приводится.

6. Внутренние пролетные автоколебания

В лазерах с высокими скоростями накачки и релаксации механизм обратной связи из-за эффекта краевой модуляции становится неэффективным. Однако при наличии достаточно больших внутренних градиентов параметров системы в области, прилегающей к оси НР, в ней также может возникать пространственная модуляция усиления. Поскольку время пролета через данную область $\tau'_f \ll \tau_f$, то эти осцилляции могут достигать оси НР и обеспечивать механизм положительной обратной связи. Как и в случае краевых пролетных колебаний, данная обратная связь также является резонансной. Частота нижней внутренней пролетной моды $\Omega \approx 2\pi/\tau'_f$. Поскольку внутренние градиенты поля не столь велики, как краевой градиент, модуляция усиления по сравнению с краевой модуляцией является значительно более слабой. На рис.7 показана структура нижней внутренней пролетной моды с частотой $\Omega = 27.5$. Скорость накачки увеличена и соответствует приблизительно восьмикратному превышению порогового значения. Несмотря на малую глубину пространственной модуляции, инкремент данной моды достаточно высок ($\Gamma = 4.47$).

Области частот внутренних и краевых пролетных мод перекрываются, и эти виды колебаний могут взаимодей-

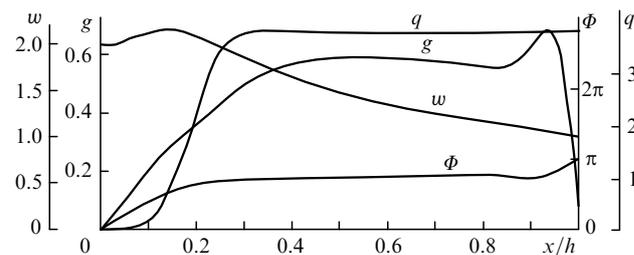


Рис.7. Структура первой внутренней пролетной моды ($\Omega = 27.5$, $\Gamma = 4.47$): амплитуды усиления g и интенсивности w , а также разность фаз Φ и профиль накачки q при $\tau_r = 0.2$, $q_m = 37$, $\tau_c = 0$.

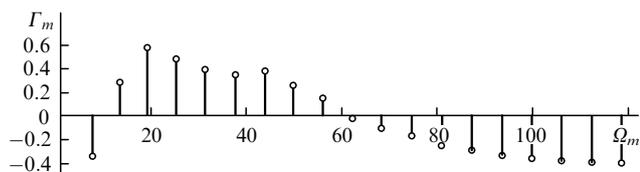


Рис.8. Частоты и инкременты, возникающие при взаимодействии внутренних и краевых пролетных мод; $\tau_r = 0.5$, $q_m = 4$, $\tau_c = 0$.

ствовать друг с другом. Частоты и инкременты возникающих в результате такого взаимодействия смешанных автоколебаний показаны на рис.8. По сравнению с рис.7 скорость накачки здесь значительно снижена. Благодаря этому краевая модуляция усиления достигает оси резонатора, хотя, как видно из рисунка, инкременты возмущенных пролетных мод остаются отрицательными. В области внутренних пролетных резонансов с $m = 1$ и 2 происходит увеличение инкрементов и возникает неустойчивость. Заметим, что при высокой степени неоднородности накачки условия применимости модели ПСН перестают выполняться. На рис.7 это проявляется в том, что амплитуда возмущения поля $w(x)$ достаточно сильно меняется на апертуре резонатора. В то же время модель ПСН с включением в (19) следующих членов ряда (16) может оказаться пригодной для расчета смешанных автоколебаний в НР с умеренной скоростью накачки.

7. Заключение

Результаты работы показывают, что явления автоколебательной неустойчивости в БПЛ с НР носят достаточно сложный характер, что объясняется разными механизмами и различными типами неустойчивостей, которые могут взаимодействовать друг с другом. Во всех случаях механизмы неустойчивостей связаны с наличием пространственных градиентов характеристик стационарной генерации (скорости накачки, интенсивности поля, коэффициента усиления) внутри резонатора или на входе потока в резонатор. Возбуждение пролетных автоколебаний вызывается скачком поля на краю апертуры НР, который приводит к пространственной модуляции воз-

мущения усиления. Наличие последней является обязательным признаком пролетных мод, поскольку оно обеспечивает выполнение граничного условия на оси НР. Применение зеркал со сглаженным краем позволяет ослабить краевую модуляцию и снизить инкременты пролетных мод. Релаксационная неустойчивость связана с наличием градиентов вблизи оси НР. Расчеты показали, что в лазерах с умеренной скоростью внутренней накачки инкременты автоколебаний на частотах вблизи релаксационной частоты Ω_0 могут значительно возрастать за счет взаимодействия пролетного и релаксационного механизмов. Значительное увеличение инкрементов возникает и в результате взаимодействия внутренних пролетных автоколебаний с краевыми пролетными и релаксационными автоколебаниями. Результаты исследований могут оказаться полезными для разработки способов подавления автоколебательной неустойчивости в БПЛ, а также методов управления временными характеристиками генерации [6].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № ОФИ-А 05-02-08-244)

1. Дрейзин Ю.А., Дыхне А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **19**, 718 (1974).
2. Дрейзин Ю.А., Дыхне А.М., Напартович А.П., Панченко Ю.М. В сб. *Тез. II Всесоюз. симп. по физике газовых лазеров* (М.: Наука, 1975, с. 26).
3. Alme M.L. *Appl. Phys. Lett.*, **29**, 35 (1976).
4. Лиханский В.В., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **7**, 237 (1980).
5. Лиханский В.В., Напартович А.П. *Изв. АН СССР. Сер. физич.*, **45**, 399 (1981).
6. Мушенков А.В., Одинцов А.И., Саркаров, Н.Э., Федосеев А.И., Федянович А.В. *Квантовая электроника*, **24**, 431 (1997).
7. Артамонов А.В., Наумов В.Г. *Квантовая электроника*, **4**, 178 (1977).
8. Дмитриев К.И., Кадлубинская Т.А., Куценко А.И., Павлов С.П., Панасюк В.Ф., Соколов Н.А. *Квантовая электроника*, **18**, 1372 (1991).
9. Mushenkov A.V., Odintsov A.I., Fedoseev A.I., Fedjanovich A.V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4644**, 307 (2002).
10. Ханин Я.И. *Динамика квантовых генераторов* (М.: Сов. радио, 1975, с. 152).
11. Ананьев Ю.А. *Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения* (М.: Наука, 1979, с. 174).