

Оценка минимальной длины когерентности зондирующего оптического излучения в интерферометрии

П.А.Бакут, В.И.Мандросов

Дана оценка минимальной длины когерентности зондирующего оптического излучения, достаточной для формирования однородной интерференционной структуры. Эта оценка основана на анализе интерференционной структуры в распределении интенсивности поля, рассеянного шероховатыми поверхностями и точечными объектами, а также формируемого в интерферометрах. Анализ проводится для интенсивности поля, регистрируемой за время $T > 10\tau_c$ (при условии, что время когерентности зондирующего излучения $\tau_c > 3/\omega_0$, ω_0 – центральная частота спектра излучения). Показано, что минимальная длина когерентности L_c зондирующего излучения, при которой еще обеспечивается формирование однородной стратифицированной интерференционной структуры рассеянного поля, составляет 8λ (λ – его центральная длина волны). Проанализирована возможность использования этого результата для определения максимальной информативности метода оптической низкокогерентной томографии.

Ключевые слова: оптическая когерентность, контраст спекл-картины в рассеянном поле, видность и контраст интерференционных полос.

1. Введение

Явления, связанные с оптической когерентностью, начали исследоваться давно, еще со времен работы [1], в которой они впервые объяснялись интерференцией света. В частности, при рассеянии на шероховатых поверхностях эти эффекты проявляются в виде случайных пятнистых спекл-картин, возникающих в результате интерференции пучков света, рассеянных различными участками поверхности [2]. И хотя такие явления считаются детально исследованными [2–6], тем не менее в работах [7, 8] нашел отражение ряд не освещенных ранее вопросов. Прежде всего – это взаимосвязи между хроматическими характеристиками зондирующего оптического излучения, когерентными свойствами рассеянных зондируемыми шероховатыми поверхностями световых полей, проявляющимися в формировании пятнистой структуры этих полей, и геометрическими характеристиками рассеивающих поверхностей. Основную роль в таких взаимосвязях играет длина когерентности зондирующего излучения $L_c = c/\Delta\omega$, где c – скорость света, $\Delta\omega$ – ширина спектра зондирующего излучения. В этих же работах представление о когерентности зондирующего излучения впервые было увязано с условиями формирования рассеянным полем однородных интерференционных стратифицированных структур, т. е. структур с четко выраженными и приблизительно одинаковыми экстремумами в распределении интенсивности. Именно такие структуры (пятнистые, например, в случае шероховатых

объектов) обычно используются в классической, голографической и спекл-интерферометрии [9].

Было показано, что усредненное по времени $T > 10\tau_c$ (τ_c – время когерентности зондирующего излучения) распределение интенсивности рассеянного поля $\bar{I}(\rho)$ (ρ – радиус-вектор в плоскости приемной апертуры (рис.1)) является статистически однородным, если ширина спектра зондирующего излучения $\Delta\omega = 1/\tau_c \leq 0.125\omega_0\pi^{-1}M^{-1/2}$, т. е. при длине когерентности $L_c \geq 4\lambda M^{1/2}$. Здесь $M = (d_{ph}d)^2/(2\lambda r_c)^2$ – число пятен в рассеянном поле на приемной апертуре в пределах области однородности; d_{ph} – размер этой области; ω_0 – центральная частота спектра зондирующего излучения; λ – соответствующая длина волны; d – поперечный размер области обратного рассеяния; r_c – расстояние между приемной апертурой и поверхностью. Такое зондирующее излучение было определено как узкополосное. При рассеянии на шероховатых поверхностях оно формирует на приемной апертуре пятни-

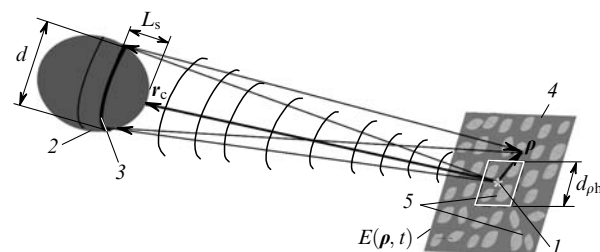


Рис.1. Рассеяние света шероховатой поверхностью: 1 – точечный источник зондирующего излучения; 2 – шероховатая рассеивающая поверхность; 3 – граница области обратного рассеяния; 4 – приемная апертура; 5 – спекл-картина; $E(\rho, t)$ – рассеянное объектом поле; L_s – глубина области обратного рассеяния. При подсветке шероховатой поверхности зондирующим излучением с минимальной длиной когерентности $L_{c\min} = 8\lambda$ в центре приемной апертуры расположена область (выделена белым контуром), содержащая четыре пятна (спекла), в которой рассеянное поле однородно.

П.А.Бакут, В.И.Мандросов. Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Институтский пер., 9; e-mail: bakut@astroinform.ru, mandrosov@mail.ru

Поступила в редакцию 4 апреля 2006 г.

стую структуру, которая в области однородности имеет практически одинаковый контраст.

Очевидно, что при небольшом числе экстремумов в области однородности вне ее интерференционная структура рассеянного поля сильно неоднородна, что не может не сказаться на точности интерферометрических измерений. Поэтому оставался открытым вопрос: какова минимально возможная длина когерентности зондирующего оптического излучения, при которой формируется однородная структура рассеянного поля? Цель данной работы заключается в определении такой длины и в анализе возможности применения этого результата в оптической низкокогерентной томографии, в которой используется интерферометр Майкельсона [10].

2. Минимально возможная длина когерентности зондирующего оптического излучения в случае его рассеяния шероховатыми поверхностями

Следуя работе [6], напомним вначале, что в случае шероховатого объекта распределение интенсивности $\bar{I}(\rho)$ рассеянного им поля – случайный процесс, контраст которого $C(\rho) = [\langle \bar{I}^2(\rho) \rangle_r - \langle \bar{I}(\rho) \rangle_r^2] / \langle \bar{I}(\rho) \rangle_r^2$ целесообразно анализировать посредством измерения введенного в работах [7, 8] пространственного контраста

$$C_s(\rho) = \frac{\langle \bar{I}^2(\rho) \rangle_s - \langle \bar{I}(\rho) \rangle_s^2}{\langle \bar{I}(\rho) \rangle_s^2}, \quad (1)$$

где $\langle P(\rho) \rangle_s = (1/d_p)^2 \int P(\rho) d\rho$, d_p – размер приемной апертуры, а скобки $\langle \rangle_r$ обозначают операцию усреднения по различным реализациям высот неровностей рассеивающей поверхности. При этом предполагается, что поверхность зондируется точечным источником, излучающим сигнал вида $E_0 U(t) \exp(i\omega_0 t)$, где E_0 – амплитуда поля источника, $U(t)$ – относительно медленно меняющаяся непериодическая функция модуляции, характеризуемая временем когерентности $\tau_c = 1/\Delta\omega \geq 3/\omega_0$. Для детерминированного процесса $U(t)$ параметр τ_c – длительность импульса зондирующего излучения, а для случайного процесса – временной интервал его корреляции. При $M \geq 400$ выполняется условие $C(\rho) \approx C_s(\rho)$ [8]. При $M < 400$ контраст $C(\rho)$ можно определить путем измерений различных функций $C_{sj}(\rho)$ по нескольким статистически независимым реализациям $\bar{I}_j(\rho)$ как арифметическое среднее этих функций:

$$C(\rho) \approx C_s(\rho) = \frac{1}{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} C_{sj}(\rho),$$

где N_r – число реализаций.

Выберем на приемной апертуре некоторую, например центральную, область с размером d_{ph} . Из работы [8] следует, что при условии $L_c \geq 4\lambda M^{1/2}$ в ее пределах контраст $C(\rho)$ рассеянного поля практически одинаков. Это означает, что распределение интенсивности в рассеянном поле в этой области однородно, а значит, и распределение интенсивности в пятнах (спеклах) имеет в среднем приблизительно одинаковые максимумы и минимумы, что свидетельствует о проявлении когерентности зондирующего излучения. Минимальное число пятен M_{min} в рассеянном шероховатой поверхности поле, при котором

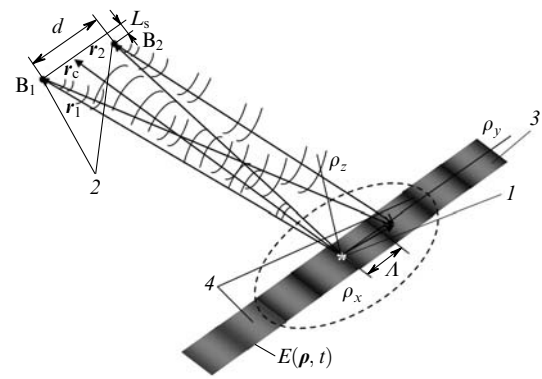


Рис.2. Рассеяние света двухточечным объектом B_1B_2 :

1 – точечный источник зондирующего излучения; 2 – двухточечный рассеивающий объект; 3 – приемная апертура; 4 – интерференционные полосы. При подсветке двухточечного объекта зондирующим излучением с минимальной длиной когерентности $L_{cm} = 8\lambda$ в центре приемной апертуры (выделен овалом) формируются четыре практически одинаковых максимума интерференционной картины.

усредненная интенсивность $\bar{I}(\rho)$ имеет стратифицированную пространственную структуру, позволяющую уверенно судить, является ли распределение $\bar{I}(\rho)$ однородным или нет, равно ли четырем ($M_{min} = 4$). Поэтому минимальная длина когерентности L_{cmin} зондирующего излучения, при которой еще может сформироваться область с однородным распределением $\bar{I}(\rho)$, равна $4\lambda M_{min}^{1/2} = 8\lambda$. Отсюда следует, что размер этой области $d_{ph} \approx 4\rho_c = 4(\lambda r_c)/d$, где $\rho_c = (\lambda r_c)/d$ – радиус корреляции пятнистой структуры рассеянного поля [6]. На рис.1 она выделена белым контуром. В пределах этой области однородное распределение $\bar{I}(\rho)$ формируется при $L_c \geq 4\lambda M_{min}^{1/2} = 8\lambda$. Следовательно, $L_{cmin} = 8\lambda$ – это минимальная длина когерентности, при которой еще может сформироваться область с интерференционной стратифицированной структурой с однородным распределением $\bar{I}(\rho)$. Вне этой области распределение $\bar{I}(\rho)$ неоднородно, поэтому зондирующее шероховатую поверхность излучение целесообразно считать когерентным при $L_c \geq L_{cmin} = 8\lambda$ и некогерентным при $L_c < L_{cmin} = 8\lambda$.

Выше определялась минимально возможная длина когерентности зондирующего излучения в случае его рассеяния шероховатыми поверхностями. Представляется интересным определить эту длину в случае рассеяния зондирующего излучения на других объектах. Наиболее простым из них является двухточечный объект $B_1B_2^*$ (рис.2). Ниже будет показано, что структура рассеянного им поля во многом аналогична структуре поля, рассеянного шероховатыми поверхностями, и что минимально возможная длина когерентности зондирующего излучения в этом случае также равна 8λ .

3. Минимально возможная длина когерентности зондирующего оптического излучения в случае его рассеяния двухточечным объектом

Проанализируем структуру поля, рассеянного двухточечным объектом B_1B_2 , который подсвечивается то-

* Под двухточечным объектом B_1B_2 здесь подразумевается объект, состоящий из двух небольших (точечных) рассеивающих объектов B_1 и B_2 , интенсивности обратного рассеяния которых практически постоянны в пределах приемной апертуры.

чечным источником, излучающим сигнал вида $E_0 U(t) \times \exp(i\omega_0 t)$ (рис.2). Рассеянное объектом поле имеет вид

$$E(\rho, t) = E_1(\rho, t) + E_2(\rho, t),$$

где во френелевском приближении

$$E_j(\rho, t) = \frac{-ik_j S_j E_0}{\lambda r_c} U\left(t - \frac{\alpha_j}{c}\right) \exp\left[i\omega_0\left(t - \frac{\alpha_j}{c}\right)\right];$$

$\alpha_j = 2|r_j| + \rho \cdot r_j / r_c$; k_1 и k_2 – коэффициенты отражения по амплитуде от точечных объектов B_1 и B_2 ; S_1 и S_2 – площади их эффективных поверхностей рассеяния; r_1 и r_2 – радиус-векторы точечных объектов B_1 и B_2 . Усредненное по времени $T > 10\tau_c$ распределение интенсивности на приемной апертуре имеет вид интерференционных полос:

$$\begin{aligned} \bar{I}(\rho) &= \langle I(\rho, t) \rangle_t = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} I(\rho, t) dt \\ &\sim 1 + \frac{K_1 K_2}{K_1^2 + K_2^2} |G(\alpha_1, \alpha_2)| \cos\left[\varphi + \arg G + \frac{2\pi\rho_y}{\Lambda}\right], \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$I(\rho, t) = |E(\rho, t)|^2;$$

$$G(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} U\left(t - \frac{\alpha_1}{c}\right) U^*\left(t - \frac{\alpha_2}{c}\right) dt;$$

$$K_j = \frac{k_j S_j E_0}{\lambda r_c}; \quad \varphi = \frac{4\pi(r_1 - r_2)}{\lambda};$$

$\Lambda = r_c \lambda / d$ – период интерференционных полос. Нетрудно показать, что

$$G(\alpha_1, \alpha_2) = \gamma_{12}(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{E_1 E_2^*}{\bar{I}},$$

где γ_{12} – комплексная степень взаимной когерентности полей E_1 и E_2 [4, 5]. Полагая, что при $T > 10\tau_c$ функция

$$G(\alpha_1, \alpha_2) = G(w),$$

где

$$w(\rho_y) = -\frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^2}{L_c^2} = -\left[\frac{2(r_1 - r_2) + d\rho_y / r_c}{L_c}\right]^2,$$

$L_c = c\tau_c$ – длина когерентности излучения точечного источника [8], и учитывая соотношение (2), получаем, что видность интерференционных полос

$$V[w(\rho_y)] = \frac{\bar{I}_{\max}(\rho_y) - \bar{I}_{\min}(\rho_y)}{\bar{I}_{\max}(\rho_y) + \bar{I}_{\min}(\rho_y)} = \frac{2K_1 K_2}{K_1^2 + K_2^2} G(w), \quad (3)$$

где $\bar{I}_{\max}(\rho_y)$ и $\bar{I}_{\min}(\rho_y)$ – максимальное и минимальное значения $\bar{I}(\rho_y)$. Если, например, $G(w) = \exp(-w^2)$, то $V(w) = [2K_1 K_2 / (K_1^2 + K_2^2)] \exp(-w^2)$. В дальнейшем, не умаляя общности, будем полагать, что $K_1 = K_2$. Тогда $V(w) = \exp(-w^2)$.

Вернемся к соотношению (1). Оно позволяет единым образом проводить описание интерференционных полос, формируемых при рассеянии на двухточечных объектах, и пятнистых структур, формируемых при рассеянии на шероховатых поверхностях. С учетом соотношений (1) и (3) нетрудно показать, что для распределения $\bar{I}(\rho)$ пространственный контраст интерференционных полос $C_s(\rho_y) = V^2(\rho_y)$. Максимальных значений он достигает в центре приемной апертуры ($\rho_y = 0$). Например, при $L_c > 20L_s$ контраст $C_s(\rho_y) \approx \exp\{-2[d\rho_y / (L_c r_c)]^2\}$ и максимальное $C_s \approx 1$. В интервале $|\rho_y| \leq d_{ph}/2$, где $d_{ph} = M_f / \Lambda = r_c L_c (4d)^{-1}$ и $M_f = d_{ph} / \Lambda$, контраст $C_s \approx \exp[-8(L_s / L_c)^2]$ и практически постоянен (здесь M_f – число интерференционных полос в интервале $|\rho_y| \leq d_{ph}/2$). Это означает, что при условии $|\rho_y| \leq d_{ph}/2$ интерференционная картина является однородной и стратифицированной. В частности, при $L_c \geq 20L_s$ в центре приемной апертуры $C_s = 1$ и $e^{-0.12}$ – на ее краю. В этом случае структура интерференционных полос аналогична пятнистой структуре поля, рассеянного шероховатой поверхностью, при условии, что L_c существенно превышает глубину L_s области обратного рассеяния поверхности [8]. Условие $|\rho_y| \leq d_{ph}/2$ означает также, что внутри области размером d_{ph} экстремумы (максимумы и минимумы) в распределении $\bar{I}(\rho_y)$ приблизительно равны.

Условие $|\rho_y| \leq d_{ph}/2$ можно переписать в виде $\Delta\omega \leq 0.5\omega_0 M_f^{-1}$ и в виде $L_c \geq 2M_f \lambda$. Неравенство $\Delta\omega \leq 0.5\omega_0 \times M_f^{-1}$ напоминает упомянутое выше условие узкополосности ($\Delta\omega \leq 0.125\omega_0 \pi^{-1} M^{-1/2}$) излучения, зондирующего шероховатую поверхность. При $L_c < 2M_f \lambda$ контраст C_s , а также максимумы и минимумы $\bar{I}(\rho_y)$ начинают заметно зависеть от ρ_y и с ростом ρ_y быстро убывают по мере приближения к периферии приемной апертуры. Следовательно, при $|\rho_y| > d_{ph}$ интерференционная картина ближе к периферии приемной апертуры становится сильно неоднородной.

С уменьшением длины когерентности L_c область, в пределах которой распределение $\bar{I}(\rho_y)$ однородно, сужается к центру приемной апертуры. Минимально возможная длина когерентности $L_{c\min}$ и размер этой области d_{ph} (на рис.2 она выделена овалом) определяются минимальным числом полос в интерференционной картине, таким, что распределение $\bar{I}(\rho)$ имеет стратифицированную структуру и по ней еще можно судить, является эта структура однородной или нет. Это число (M_f) равно четырём (см. рис.2), откуда следует, что $L_{c\min} = 8\lambda$ и $d_{ph} = 4\Lambda$. При любой длине когерентности зондирующего излучения, не меньшей, чем $L_{c\min}$, в центре приемной апертуры всегда формируется область размером $d_{ph} = 4\Lambda$, в пределах которой распределение $\bar{I}(\rho)$ однородно.

Интересно отметить, что хотя контраст C_s интерференционных полос в середине этой области достигает максимального значения, само оно при $L_s \gg L_c$ может быть очень малым. В данном случае картина рассеянного поля не отличается от той, которая формируется в естественном свете даже при достаточно высокой когерентности, когда, например, $L_c = 10$ см и $L_s = 50$ см. Аналогичная картина рассеянного поля имеет место и в случае шероховатой рассеивающей поверхности при глубине области обратного рассеяния $L_s \gg L_c$ [8] с тем отличием, что с уменьшением отношения L_c / L_s контраст пятнистой структуры этого поля убывает существенно медленнее, чем контраст полос.

4. Минимально возможная длина когерентности зондирующего оптического излучения в интерферометрах

Интерферометры широко используются для высокоточных измерений параметров исследуемого объекта. Эти измерения проводятся с помощью анализа распределения $I(\rho)$ в интерференционных полосах, формируемых в результате сложения волн, распространяющихся по объектному и опорному плечам интерферометра [9]. Пусть минимальное число полос в интерференционной картине, при котором эти полосы имеют стратифицированную структуру, позволяющую судить, является она однородной или нет, равно четырем. Тогда, как показывает анализ (см. разд.3), минимально возможная длина когерентности $L_{c\min}$ зондирующего излучения, используемого в интерферометре, также равна 8λ .

Зная эту длину, можно оценить, например, максимальную информативность метода оптической низкокогерентной томографии [10]. Эта информативность определяется максимальным числом разрешаемых по глубине элементов объемной среды в получаемой с помощью данного метода картине распределения оптических микронеоднородностей в среде. Метод основан на фокусировке зондирующего излучения в исследуемую среду и анализе интерференционных полос в поле, которое формируется путем сложения обратнорассеянных волн, распространяющихся по объектному плечу интерферометра Майкельсона, и опорной волны, распространяющейся по его опорному плечу.

Поскольку продольный размер области фокусировки $d_{\text{len}} = f^2\lambda/d_f^2$, где d_f – размер апертуры фокусирующей системы, f – ее фокусное расстояние, а разрешение по глубине равно длине когерентности зондирующего излучения $L_{c\min}$ [10], то максимальное число разрешаемых по глубине элементов среды, попадающих в область фоку-

сировки, $N_{\text{max}} = d_{\text{len}}/L_{c\min} = f^2/(8d_f^2)$. Например, если $d_f/f = 0.125$, то $N_{\text{max}} = 8$.

5. Выводы

Проведенный в данной работе анализ усредненного по времени распределения интенсивности $\bar{I}(\rho)$ в полях, которые формируются путем смешения волн, пришедших из опорного и объектного плеч интерферометров, и в полях, рассеянных шероховатыми поверхностями и двухточечными объектами, позволяет сделать следующий вывод. В зависимости от длины когерентности L_c зондирующего излучения эти поля ведут себя аналогичным образом, вследствие чего они способны формировать однородные интерференционные стратифицированные структуры при L_c не менее 8λ . Поэтому минимально возможная длина когерентности $L_{c\min}$ используемого в интерферометрии зондирующего излучения, начиная с которой проявляется его когерентность, т. е. способность формировать такие структуры, равна 8λ .

1. Young T. *Phil. Trans. Roy Soc.*, **12**, 387 (1802).
2. Гудмен Д. *Статистическая оптика* (М.: Мир, 1988).
3. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981).
4. Лоудон Р. *Квантовая теория света* (М.: Мир, 1976).
5. Мандель Л., Вольф Э. *Оптическая когерентность и квантовая оптика* (М.: Физматлит, 2000).
6. Бакут П.А., Мандросов В.И., Матвеев И.Н., Устинов Н.Д. *Теория когерентных изображений* (М.: Радио и связь, 1987).
7. Mandrosov V. *Coherent Fields and Images in Remote Sensing* (Bellingham: SPIE press, 2004, Vol. PM130).
8. Бакут П.А., Мандросов В.И. *Квантовая электроника*, **36**, 239 (2006).
9. Джоунс Р., Уайкс К. *Голографическая и стекл-интерферометрия* (М.: Мир, 1986).
10. Кириллин М.Ю., Меглинский И.В., Приезжев А.В. *Квантовая электроника*, **36**, 247 (2006).