НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

PACS 42.50.Gy; 42.65.Tg; 42.81.Dp

Самоиндуцированная прозрачность в гетерогенной смеси изотопов

С.В.Сазонов

Проведено теоретическое исследование эффекта самоиндуцированной прозрачности в системе квантовых переходов, частоты которых различаются благодаря изотопическому сдвигу, обусловленному различием масс, формы и оболочечных структур атомных ядер. В условиях хорошего взаимного разрешения спектральных линий различных изотопов только один компонент смеси находится в резонансе с полем импульса, остальные составляющие взаимодействуют с импульсом в условиях квазирезонанса. Данное обстоятельство определяет особенности эффекта в гетерогенных средах. При учете поперечных возмущений выявлены условия реализации самофокусировки и квазиканалирования. Последний режим характеризуется изменением в процессе распространения формы импульса при его неизменном поперечном размере.

Ключевые слова: *самоиндуцированная прозрачность, солитон, изотопический сдвиг.*

1. Введение

Резонансный эффект самоиндуцированной прозрачности (СИП) привлекает внимание исследователей со времени своего обнаружения [1, 2] и по сегодняшний день [3 – 5]. СИП очень чувствительна к отстройке $\varDelta$ между несущей частотой ω светового импульса и центральной частотой ω_0 резонансного атомного перехода, $\varDelta = \omega_0 - \omega$. Особенно ярко это проявляется для сред с малым неоднородным уширением, когда соответствующее время релаксации T_2^* значительно превышает длительность $\tau_{\rm p}$ оптического импульса. Если $|\varDelta| > 1/T_2^*,\ 1/\tau_{\rm p}$, возбуждение атомов среды и замедление скорости распространения импульса малы по сравнению с таковыми в противоположном случае. Кроме того, величина и знак отстройки играют важную роль в поперечной динамике импульса [6]. Так, в случае $\varDelta < 0$ распространение импульса в равновесной среде сопровождается его самофокусировкой, в то время как при $\varDelta > 0$ реализуется режим дефокусировки [7, 8].

Явление СИП достаточно детально исследовано как в гомогенных средах, так и в смесях с резонансными квантовыми переходами, отличающимися друг от друга некоторыми параметрами. Так, в [9, 10] исследованы процессы распространения лазерных импульсов в системе квантовых переходов, равных по частоте, но различающихся матричными элементами дипольных моментов. В данных работах выявлено множество нелинейных режимов возникновения прозрачности, вплоть до хаотических. При этом переход от одного режима к другому может осуществляться путем изменения относительных концентраций различных компонентов смеси.

Гетерогенный характер резонансных сред привносит в процесс коллективного излучения первоначально инвертированных квантовых переходов существенные особенности [11]. В значительной степени это касается ситуации, когда атомы разных сортов неоднородно распределены в пространстве [12]. Жесткая корреляция между характером пространственного распределения атомов и степенью их начального возбуждения, с одной стороны, и параметрами излучаемых импульсов – с другой, приводит к возможности управления процессом коллективного излучения.

В газовой смеси изотопов с узкими спектральными линиями атомы только одного изотопа могут находиться в точном резонансе с полем лазерного импульса, что обусловлено эффектом изотопического сдвига (ИС) [13 – 15]. Данный сдвиг особенно заметен для атомов легких (массовое число ядра $A \sim 10$) и тяжелых ($A \sim 100$) элементов. В первом случае ИС обусловлен различием в массах ядер соответствующих изотопов, во втором – различием в их размерах и распределением внутриядерных зарядов [13 – 15]. Относительные величины ИС $|\Delta\omega_0/\omega_0|$ достигают $\sim 10^{-5} - 10^{-4}$ [13]. Взяв для видимого диапазона $\omega_0 \sim 10^{15}$ с$^{-1}$, получим $\Delta\omega_0 \sim 10^{11}$ с$^{-1}$. При $\tau_{\rm p} \sim 0.1$ нс и $T_2^* \sim 1$ нс данное значение $\Delta\omega_0$ оказывается достаточным для селективного возбуждения атомов различных изотопов.

Эта селективность должна эффективно сказываться на разностях временных задержек в распространении импульсов при их резонансных настройках на частоты атомов различных изотопов, что может дать информацию, например, о парциальных концентрациях изотопов в их смеси. Кроме того, от данных настроек и относительных концентраций изотопов, как отмечено выше, должен зависеть характер поперечной динамики импульсов СИП. В результате может возникнуть конкуренция между само- и дефокусировкой, т. к. знаки резонансной отстройки для разных изотопов могут быть различными. Здесь ситуация прямо противоположна рассмотренной в [9, 10] в том смысле, что в случае ИС квантовые переходы различных компонентов смеси различаются только по частоте, но имеют при этом практически одинаковые матричные элементы дипольных моментов (см. ниже).

С.В.Сазонов. РНЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. акад. Курчатова, 1; e-mail: barab@newmail.ru

Поступила в редакцию 25 апреля 2006 г., после доработки – 6 августа 2006 г.

Следует отметить, что, вообще говоря, разброс частот квантовых переходов, вызванный ИС, нельзя учитывать, рассматривая произвольную неоднородно уширенную линию поглощения. Неоднородное уширение, обусловленное эффектом Доплера, имеет статистическую природу, в то время как разброс частот, вызванный ИС, является регулярным, т. е. в последнем случае частота поглощения каждого перехода (если отвлечься от эффекта Доплера) в процессе его взаимодействия с полем светового импульса остается фиксированной. При этом каждый изотопический компонент смеси обладает собственной линией поглощения, которая может быть неоднородно уширена благодаря доплер-эффекту. Особенно явно различие между регулярным и статистическим частотными разбросами, обусловленными соответственно ИС и эффектом Доплера, может проявиться в случае неоднородных пространственных распределений атомов различных изотопических компонентов.

В связи со сказанным выше представляет интерес исследование особенностей продольной и поперечной динамики импульсов СИП при их распространении в смеси изотопов, чему и посвящена настоящая работа.

2. Уравнения динамики импульса и среды

Пусть лазерный импульс распространяется в N-компонентной смеси изотопов параллельно оси z. При этом частота импульса близка к частотам квантовых переходов, различным вследствие ИС для разных компонентов. В соответствии с этим примем для всех изотопов модель двухуровневых атомов. Динамика импульса и среды при этом подчиняется уравнениям Максвелла – Блоха (МБ) [16, 17]

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z}+\frac{n_0}{c}\frac{\partial \Omega}{\partial t}=-\mathrm{i}\beta\sum_{j=1}^{N}\alpha_j R_j-\mathrm{i}\frac{c}{2n_0\omega}\Delta_{\perp}\Omega, \tag{1}$$

$$\frac{\partial R_j}{\partial t}=\mathrm{i}\Delta_j R_j+\mathrm{i}\Omega W_j, \tag{2}$$

$$\frac{\partial W_j}{\partial t}=\frac{\mathrm{i}}{2}(\Omega^* R-\Omega R^*), \tag{3}$$

где $i=1,\ldots,N$; $\Omega=2d\psi/\hbar$ – комплексная частота Раби оптического импульса; d – дипольный момент резонансных переходов; $\hbar$ – постоянная Планка; ψ – комплексная медленно меняющаяся огибающая электрического поля E импульса, определяемая выражением $E(\boldsymbol{r},t)=\psi(\boldsymbol{r},t)\exp[\mathrm{i}\omega(t-n_0z/c)]+$ компл. сопр.; c – скорость света в вакууме; n_0 – показатель преломления смеси, обусловленный нерезонансными квантовыми переходами, отличными от описываемых материальными уравнениями (2) и (3); $\beta=\omega_c\omega/(cn_0)$; $\omega_c=4\pi d^2n/\hbar$ – коллективная частота [18]; n – концентрация атомов изотопической смеси; $\alpha_j=n_j/n$; n_j – парциальная концентрация j-го изотопа; $\Delta_{\perp}$ – поперечный лапласиан; $\Delta_j=\omega_0^{(j)}-\omega$, $\omega_0^{(j)}$ – резонансная отстройка и центральная частота поглощения для j-го изотопа соответственно; R_j – блоховская переменная, определяющая нестационарный дипольный момент и связанная с элементом $\rho_{1,2}^{(j)}$ матрицы плотности резонансного $1\leftrightarrow 2$-перехода j-го изотопического компонента соотношением $\rho_{12}^{(j)}=R_j\exp[-\mathrm{i}\omega(t-n_0z/c)]$; $W_j=(\rho_{22}^{(j)}-\rho_{11}^{(j)})/2$ – инверсия населенностей уровней резонансных переходов.

Здесь мы пренебрегли различием в дипольных моментах переходов для разных изотопов как величиной более высокого порядка малости, чем ИС. Действительно, ИС – эффект первого порядка квантовомеханической теории возмущений, определяемый соответствующей добавкой в собственный гамильтониан атома при неизменных волновых функциях, тогда как возмущение матричных элементов $d\equiv d_{21}$ отлично от нуля только во втором порядке, т. к. характеризуется деформацией волновых функций. В начале следующего раздела будет приведен еще один аргумент в пользу пренебрежения данным различием.

В (1) – (3) отсутствует учет однородных и неоднородных ширин линий резонансного поглощения изотопических компонентов, характеризуемых временами релаксации T_2 и T_2^* соответственно. Это предполагает малость длительности импульса в сравнении с данными временами, а также выполнение важного условия $\Delta\omega_0^{(j)}\gg 1/T_2^*,\ 1/T_2$ которое означает эффективную различимость резонансных спектральных линий различных изотопов. В этих условиях только один из изотопических компонентов может находиться в точном резонансе с полем импульса, которое ниже мы будем обозначать индексом r. С учетом сказанного условие селективного возбуждения примет вид

$$\Delta_j T_2^*\gg\Delta_j\tau_{\mathrm{p}}\gg 1. \tag{4}$$

Характерные значения T_2 в газах составляют $\sim10^{-8}$ с, а неоднородное уширение имеет доплеровскую природу. Тогда $T_2^*\sim(c/\omega_0)[M/(k_{\mathrm{B}}T)]^{1/2}$, где M – масса атома; T – температура смеси; k_{B} – постоянная Больцмана. Взяв для видимого диапазона $\omega_0\simeq 3\times10^{15}$ с$^{-1}$, получим $T_2^*\sim(A/T)^{1/2}$, где время T_2^* измеряется в наносекундах, а температура T – в кельвинах.

При $\Delta_j\sim10^{11}$ с$^{-1}$ и $\tau_{\mathrm{p}}\sim0.1$ нс обеим частям неравенства (4) можно удовлетворить, если $T_2^*\sim1$ нс. Тогда $T\sim$ 10 К для легких изотопов и $\sim10^2$ К для тяжелых. Таким образом, в первом случае газовую смесь следует предварительно охладить, что может быть реализовано множеством лазерных методов [19]. Во втором же случае условиям селективного возбуждения можно удовлетворить при комнатных температурах.

В дальнейшем из (1) – (3) удобно исключить материальные переменные, сведя таким образом исследование к анализу нелинейного волнового уравнения.

Для $j=\mathrm{r}$ (в случае нулевой отстройки от резонанса) систему (2), (3) перепишем в матричном виде:

$$\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial t}=\mathrm{i}\hat{\boldsymbol{\Omega}}\boldsymbol{S}, \tag{5}$$

где $\boldsymbol{S}=(R_{\mathrm{r}},R_{\mathrm{r}}^*,W_{\mathrm{r}})^T$;

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 0 & 2\Omega\\ 0 & 0 & -2\Omega^*\\ \Omega^* & -\Omega & 0\end{pmatrix}. \tag{6}$$

В силу самосогласованности задачи элементы матрицы $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ зависят от координат и времени. Вообще говоря, данная матрица не коммутирует сама с собой в различные моменты времени. Однако в силу того, что для $j=\mathrm{r}(\Delta_{\mathrm{r}}=0)$ условие (4) нарушается, импульс можно считать настолько коротким, что коммутатором $|\hat{\boldsymbol{\Omega}}(t),\hat{\boldsymbol{\Omega}}(t+\tau_{\mathrm{p}})|$ с хорошей точностью можно пренебречь [20, 21]. Тогда

$$\boldsymbol{S}(t) = \hat{\boldsymbol{U}}(t, t_0)\boldsymbol{S}(t_0), \tag{7}$$

где t_0 – время начала импульсного воздействия, а оператор эволюции можно приближенно представить в виде

$$\hat{\boldsymbol{U}}(t, t_0) = \exp(\mathrm{i}\hat{\boldsymbol{\theta}})_{t\to t_0, |\Omega|\to\infty}; \quad \hat{\boldsymbol{\theta}} = \int_{t_0}^{t} \hat{\boldsymbol{\Omega}}\,\mathrm{d}t'.$$

Из определения $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ и вида матрицы $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ легко устанавливаются соотношения $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{2k+1} = |\theta|^{2k}\hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(k+1)} = |\theta|^{2k}\hat{\boldsymbol{\theta}}^2$ для любого натурального k, где $|\theta| = |\int_{t_0}^{t}\Omega\mathrm{d}t'|$. Разлагая операторную экспоненту $\exp(\mathrm{i}\hat{\boldsymbol{\theta}})$ в ряд Маклорена и суммируя его с учетом данных соотношений, получаем

$$\exp(\mathrm{i}\hat{\boldsymbol{\theta}}) = I + \mathrm{i}\frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}}{|\theta|}\sin|\theta| + 2\frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}^2}{|\theta|^2}\sin^2\frac{|\theta|}{2}.$$

Переходя в данном выражении к пределу $t \to t_0$, $|\Omega| \to \infty$, с использованием правила Лопиталя найдем оператор эволюции

$$\hat{\boldsymbol{U}} = I + \mathrm{i}\frac{\hat{\boldsymbol{\Omega}}}{|\Omega|}\sin\theta + 2\frac{\hat{\boldsymbol{\Omega}}^2}{|\Omega|^2}\sin^2\frac{\theta}{2}, \tag{8}$$

где I – единичный оператор; $\theta = \int_{-\infty}^{t}|\Omega|\mathrm{d}t'$, а время начала импульсного воздействия формально отнесено к $-\infty$. Полагая в (7) $\hat{\boldsymbol{S}}(t_0 \to \infty) = (0, 0, W_{\mathrm{r}\infty})^T$, что соответствует отсутствию начальной атомной когерентности, будем иметь

$$R_{\mathrm{r}} = \mathrm{i}W_{\mathrm{r}\infty}\frac{\Omega}{|\Omega|}\sin\theta, \quad W_{\mathrm{r}} = W_{\mathrm{r}\infty}\cos\theta. \tag{9}$$

Здесь и ниже $W_{j\infty}$ – начальная инверсия j-го квантового перехода (для всех j, включая $j = \mathrm{r}$).

Для остальных изотопов выполняется двойное неравенство (4), правая часть которого называется условием квазирезонанса [22, 23]. В этом случае для $j \neq \mathrm{r}$ левая часть уравнения (2) пропорциональна малому параметру $\sim(\Delta_j\tau_{\mathrm{p}})^{-1}$. Тогда решение системы (2), (3) можно искать в виде разложения по данному параметру, что фактически соответствует разложению Криспа [24]. В результате в третьем порядке получим

$$R_j = -\frac{\Omega}{\Delta_j}W_j + \frac{\mathrm{i}}{\Delta_j^2}\frac{\partial}{\partial t}(\Omega W_j) + \frac{W_{j\infty}}{\Delta_j^3}\frac{\partial^2\Omega}{\partial t^2} - \mathrm{i}\frac{W_{j\infty}}{\Delta_j^4}\frac{\partial^3\Omega}{\partial t^3}. \tag{10}$$

Здесь в последних двух слагаемых из-за слабого возбуждения атомов, находящихся в квазирезонансе с полем импульса, произведена замена $W_j \to W_{j\infty}$.

Подставив (10) с учетом только первых двух слагаемых в (3), будем иметь

$$\frac{\partial W_j}{\partial t} = -\frac{1}{2\Delta_j^2}\left[\Omega^*\frac{\partial}{\partial t}(\Omega W_j) + \Omega\frac{\partial}{\partial t}(\Omega^* W_j)\right]$$

$$\approx -\frac{W_{j\infty}}{2\Delta_j^2}\frac{\partial}{\partial t}(|\Omega|^2).$$

Отсюда после интегрирования найдем

$$W_j = W_{j\infty}\left(1 - \frac{|\Omega|^2}{2\Delta_j^2}\right). \tag{11}$$

Из (10) и (11) получим

$$R_j = -\frac{W_{j\infty}}{\Delta_j}\Omega + \frac{W_{j\infty}}{2\Delta_j^3}|\Omega|^2\Omega - \frac{\mathrm{i}W_{j\infty}}{2\Delta_j^4}\frac{\partial}{\partial t}(|\Omega|^2\Omega)$$

$$+\frac{\mathrm{i}W_{j\infty}}{\Delta_j^2}\frac{\partial\Omega}{\partial t} + \frac{W_{j\infty}}{\Delta_j^3}\frac{\partial^2\Omega}{\partial t^2} - \mathrm{i}\frac{W_{j\infty}}{\Delta_j^4}\frac{\partial^3\Omega}{\partial t^3}. \tag{12}$$

После подстановки (9) и (12) в (1) придем к уравнению вида

$$\frac{\partial\Omega}{\partial z} + \frac{1}{v_{\mathrm{g}}}\frac{\partial\Omega}{\partial t} = -\sigma\frac{\Omega}{|\Omega|}\sin\theta - \mathrm{i}\gamma\Omega + \mathrm{i}\frac{b}{2}|\Omega|^2\Omega$$

$$+\frac{g}{2}\frac{\partial}{\partial t}(|\Omega|^2\Omega) + \mathrm{i}b\frac{\partial^2\Omega}{\partial t^2} + g\frac{\partial^3\Omega}{\partial t^3} - \mathrm{i}\frac{c}{2n_0\omega}\Delta_\perp\Omega, \tag{13}$$

где v_{g} – линейная групповая скорость с учетом вклада квазирезонансных переходов, определяемая соотношением $1/v_{\mathrm{g}} = n_0/c - \beta\sum_{j\neq\mathrm{r}}W_{j\infty}\alpha_j/\Delta_j^2$; $b = -\beta\sum_{j\neq\mathrm{r}}W_{j\infty}\alpha_j/\Delta_j^3$ и $g = -\beta\sum_{j\neq\mathrm{r}}W_{j\infty}\alpha_j/\Delta_j^4$ – параметры дисперсии групповой скорости первого и второго порядков соответственно; $\sigma = -\beta\alpha_{\mathrm{r}}W_{\mathrm{r}\infty}$; $\gamma = -\beta\sum_{j\neq\mathrm{r}}W_{j\infty}\alpha_j/\Delta_j$.

Представим комплексную частоту Раби в виде

$$\Omega = |\Omega|\exp(\mathrm{i}\Phi), \tag{14}$$

где поправка Φ к фазе светового импульса (или его эйконал) является, вообще говоря, функцией координат и времени.

Если в правой части (13) оставить только первое слагаемое, будем иметь $\Phi = \mathrm{const}$ при условии, что на входе в среду импульс не промодулирован по фазе. Это согласуется с аналогичным выводом, полученным ранее в [25, 26]. Таким образом, нетривиальная зависимость Φ от координат и времени может быть обусловлена всеми слагаемыми в правой части (13), кроме первого. Эти слагаемые, за исключением последнего, имеют характер разложения по степеням малых параметров $(\Delta_j\tau_{\mathrm{p}})^{-1}$. Следовательно, зависимость $\Phi(\boldsymbol{r}, t)$ является слабой. По этой причине при подстановке (14) в (13) везде в правой части (13) пренебрежем производными Φ по времени как величинами более высокого порядка малости по отношению к степеням параметров $(\Delta_j\tau_{\mathrm{p}})^{-1}$.

Суммируя сказанное, из (13) и (14) после разделения действительной и мнимой частей получим нелинейную систему

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial z\partial\tau} + \sigma\sin\theta - \frac{3g}{2}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau}\right)^2\frac{\partial^2\theta}{\partial\tau^2} - g\frac{\partial^4\theta}{\partial\tau^4}$$

$$= \frac{c}{2n_0\omega}\left[(\Delta_\perp\Phi)\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + 2(\nabla_\perp\Phi)\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\nabla_\perp\theta\right)\right], \tag{15}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}\left(\gamma + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\right) - \frac{b}{2}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau}\right)^3 - b\frac{\partial^3\theta}{\partial\tau^3}$$

$$= \frac{c}{2n_0\omega}\left[(\nabla_\perp\Phi)^2\frac{\partial\theta}{\partial\tau} - \frac{\partial}{\partial\tau}\Delta_\perp\theta\right], \tag{16}$$

где $\tau = t - z/v_{\mathrm{g}}$, а также учтено, что $|\Omega| = \partial\theta/\partial\tau$.

Система (15), (16) описывает нелинейное распространение лазерного импульса в квазирезонансной смеси изотопов с учетом влияния поперечных возмущений.

3. Одномерные солитоны самоиндуцированной прозрачности

Прежде чем исследовать влияние поперечных возмущений на световые импульсы, рассмотрим их одномерное распространение, когда правыми частями в (15), (16) можно пренебречь. В этом случае данная система эффективно расщепляется относительно переменных θ и Φ, а (15) принимает вид уравнения Конно – Камеямы – Сануки, интегрируемого с помощью метода обратной задачи рассеяния [27] и обобщающего уравнение синус-Гордона, которое описывает СИП в однокомпонентной резонансной среде. Здесь важно отметить, что непременным условием интегрируемости является то, что отношение коэффициента нелинейности, создаваемой квазирезонансными атомами, к соответствующему коэффициенту дисперсии должно быть равно 3/2 [27]. Как видно из (15), это условие выполнено, что является прямым следствием пренебрежения разностью дипольных моментов переходов для различных изотопических составляющих. Данная разность при учете того, что третье и четвертое слагаемые в левой части (15) имеют характер разложения, исчезающее мала. Поэтому ее учет противоречил бы принятым в настоящей работе приближениям.

Односолитонное решение (15) при нулевой правой части имеет вид

$$\theta = 4\arctan\left[\exp\left(\frac{t - z/v}{\tau_{\rm p}}\right)\right], \qquad (17)$$

$$|\Omega| = \frac{2}{\tau_{\rm p}}\operatorname{sech}\left(\frac{t - z/v}{\tau_{\rm p}}\right), \qquad (18)$$

где скорость v солитона в лабораторной системе отсчета связана с его длительностью $\tau_{\rm p}$ соотношением

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_{\rm g}} + \sigma\tau_{\rm p}^2 - \frac{g}{\tau_{\rm p}^2}. \qquad (19)$$

Подставляя (17) в (16) при отсутствии правой части, получаем после интегрирования

$$\Phi = -\left(\gamma - \frac{b}{\tau_{\rm p}^2}\right)z, \qquad (20)$$

где постоянная интегрирования положена равной нулю (это можно сделать простым сдвигом координаты).

Из (17), (18), (9) и (11) найдем для разностей населенностей резонансного и квазирезонансных компонентов соответственно

$$W_{\rm r} = W_{{\rm r}\infty}\left[1 - 2\operatorname{sech}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_{\rm p}}\right)\right], \qquad (21)$$

$$W_j = W_{j\infty}\left[1 - \frac{2}{(\varDelta_j\tau_{\rm p})^2}\operatorname{sech}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_{\rm p}}\right)\right]. \qquad (22)$$

Везде ниже будем считать, что до импульсного воздействия все атомы находились в основных состояниях, т. е. $W_j = -1/2$ для всех j, включая $j = {\rm r}$.

Из (21) видно, что резонансная компонента изотопической смеси в процессе распространения импульса подвергается полной инверсии с последующим возвратом к исходному состоянию. Что касается квазирезонансных составляющих, то, как следует из (22) и правой части двойного неравенства (4), их возбуждение остается незначительным. Этим обстоятельством обусловлено различное влияние резонансного и квазирезонансных компонентов на скорость распространения импульса.

Выражение для линейной групповой скорости можно переписать в виде

$$v_{\rm g} = \frac{c}{n_0(1+\kappa)},$$

где $\kappa = \eta(\omega/\bar{\varDelta})^2/(2n_0^2)$; $\eta = \omega_{\rm c}/\omega$; $1/\bar{\varDelta}^2 = \sum_{j\neq{\rm r}}\alpha_j/\varDelta_j^2$.

Рассмотрим в качестве примера смесь, состоящую из паров самария, в которой присутствуют два его изотопа – ${}^{150}_{62}{\rm Sm}$ и ${}^{152}_{62}{\rm Sm}$. При этом частота линий видимого диапазона второго изотопа превышает характерную частоту линий первого на величину $\varDelta \sim 10^{11}$ с$^{-1}$ [9]. Пусть при этом $\alpha_1 = 0.9$, $\alpha_2 = 0.1$. Полагая, кроме того, что $n_0 \sim 1$, $n \sim 10^{13}$ см$^{-3}$, $d \sim 10^{-18}$ ед. СГСЭ и $\omega \sim 10^{15}$ с$^{-1}$ [7, 8], получаем $\omega_{\rm c} \sim 10^5$ с$^{-1}$, $\eta \sim 10^{-10}$ и $\kappa \sim 10^{-2}$. Таким образом, квазирезонансные переходы уменьшают линейную групповую скорость оптического импульса на единицы процентов. Что касается нелинейной добавки к обратной скорости от данных переходов, определяемой последним слагаемым в (19), то она относится к рассмотренной линейной добавке как $\sim(\Delta\tau_{\rm p})^{-2} \ll 1$.

В свою очередь резонансные переходы уменьшают скорость распространения импульсов существенно нелинейным образом, что выражается вторым слагаемым в правой части (19). Соответствующая безразмерная добавка к обратной скорости имеет порядок величины $c\sigma\tau_{\rm p}^2/n_0 \sim \alpha_{\rm r}\eta(\omega\tau_{\rm p})^2 \sim \alpha_{\rm r}$, при нахождении которой мы воспользовались приведенными выше численными оценками. Следовательно, скорость импульса существенным образом зависит от процентного содержания в изотопической смеси резонансного компонента.

Изменяя частоту лазерного импульса так, чтобы он поочередно находился в резонансе с различными компонентами, и определяя соответствующие временные задержки при его выходе из данной среды, можно находить процентный состав различных изотопов.

Важно отметить, что пороговое значение входной импульсной площади

$$A_{\rm p} = \int_{-\infty}^{+\infty}|\Omega(z=0,t)|{\rm d}t \geqslant \pi$$

не зависит от того, в резонанс с каким компонентом смеси настроен импульс.

Выражения для индуцируемых световым импульсом дипольных моментов $D_j = d(\rho_{21}^{(j)} + \rho_{12}^{(j)}) = 2d\,{\rm Re}\{R_j\exp[{\rm i}\omega\times(t - n_0z/c)]\}$, как следует из (9), (12), (17), (18) и (20), имеют вид

$$D_{\rm r} = -2d\tanh\left(\frac{2 - z/v}{\tau_{\rm p}}\right)\operatorname{sech}\left(\frac{t - z/v}{\tau_{\rm p}}\right)\sin[\omega(t - z/v_{\rm ph})] \qquad (23)$$

для резонансных компонентов и

$$D_j = \frac{2d}{\varDelta_j\tau_{\rm p}}\operatorname{sech}\left(\frac{t - z/v}{\tau_{\rm p}}\right)\cos[\omega(t - z/v_{\rm ph})] \qquad (24)$$

для квазирезонансных. Здесь $v_{\rm ph}$ – фазовая скорость солитона, определяемая соотношением

$$\frac{1}{v_{\rm ph}} \equiv \frac{n_{\rm s}}{c} = \frac{n_0}{c} + \frac{\gamma}{\omega}\left(1 - \frac{b}{\gamma\tau_{\rm p}^2}\right), \qquad (25)$$

где $n_s \equiv n_{lin} + n_2|\psi|^2_m$ – солитонный показатель преломления; $n_{lin} = n_0 + c\gamma/\omega$ – его линейная часть; $|\psi|_m = 2d/(\hbar\tau_p)$ – амплитуда 2π-солитона;

$$n_2 = -\frac{\pi d^4 n}{2\hbar^3 n_0}\sum_{j\neq r}\frac{\alpha_j}{\Delta_j^3} \tag{26}$$

– нелинейный показатель преломления.

Как и следовало ожидать, отношение $|D_j/D_r| \sim |\Delta_j\tau_p| \ll 1$. С другой стороны, дипольный отклик резонансных атомов сдвинут на $\pi/2$ по отношению к фазе светового импульса и его огибающая имеет двухполярный вид, как и в случае СИП в гомогенной среде [3]. Отклик же квазирезонансных атомов однополярен и практически согласуется по фазе с полем импульса.

Заметим, что поправка Φ к фазе одномерного солитона не зависит от времени. Поэтому односолитонное решение (17) – (20) является точным решением уравнения (13) без предположения о малости производных Φ по времени, т. к. здесь они строго равны нулю. Следовательно, частота сформировавшегося 2π-солитона строго равна частоте входного импульса. Анализ многосолитонного решения системы (15), (16) в одномерном приближении показывает, что во время столкновений солитонов у каждого из них возникает фазовая модуляция. Однако после их упругого взаимодействия данная модуляция исчезает и фаза каждого солитона восстанавливает свою простую добавку в виде (20).

4. Влияние поперечных возмущений

Для учета влияния поперечных возмущений на распространение солитона СИП в смеси изотопов будем считать, что его эйконал Φ и длительность $\tau_p = 1/\rho$ теперь являются функциями всех трех координат. Вначале отметим, что аргумент одномерного солитона (18), если воспользоваться (19) и (20), можно записать следующим образом:

$$\frac{t - z/v}{\tau_p} = \rho[\tau + F(\rho)\Phi], \tag{27}$$

где

$$F(\rho) = \frac{\sigma - g\rho^4}{\rho^2(\gamma - b\rho^2)}. \tag{28}$$

Следуя адиабатическому методу учета поперечных возмущений [28], будем считать ниже, что функциональные связи, выражаемые соотношениями (27) и (28), остаются справедливыми также в случае неодномерных солитонов. В соответствии с этим решение системы (15), (16) для θ будем искать в виде (17) с учетом замены (27), где теперь $\rho = \rho(\boldsymbol{r})$, $\Phi = \Phi(\boldsymbol{r})$. Поскольку в одномерном случае $\rho = \text{const}$, а $\Phi \sim z$, то при учете поперечных возмущений переменная ρ считается «медленной» функцией координат, а Φ – «быстрой» [28]. В соответствии с этим $\nabla_\perp(F(\rho)\Phi) \approx F(\rho)\nabla_\perp\Phi$. Зависимость от τ можно исключить в среднем, проведя домножение (15), (16) на $|\Omega|$ с последующим интегрированием по τ при учете (17), (18) и (27). В результате придем к системе вида

$$\frac{\partial\rho}{\partial z} + \nabla_\perp(\rho\nabla_\perp\varphi) = 0, \tag{29}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \left[1 + \frac{1}{3}\rho^2F^2(\rho)\right]\frac{(\nabla_\perp\varphi)^2}{2} - \frac{c}{n_0\omega}(\gamma - b\rho^2)$$
$$= \left(\frac{c}{2n_0\omega}\right)^2\left[\frac{\Delta_\perp\rho}{\rho} - \frac{1}{3}\left(\frac{\pi^2}{6} + 2\right)\frac{(\nabla_\perp\rho)^2}{\rho^2}\right], \tag{30}$$

где $\varphi = -c\Phi/n_0\omega$.

В левой части (30) поперечные возмущения учтены в приближении геометрической оптики [28], что соответствует нелинейной рефракции, правой же частью учитываются эффекты дифракции [29].

Прежде чем приступить к общему исследованию системы (29), (30), заметим, что в одномерном случае ($\nabla_\perp = \Delta_\perp = 0$) из нее следуют решения $\rho = 1/\tau_p = \text{const}$, $\Phi = -n_0\omega\varphi/c = -(\gamma - b/\tau_p^2)z$, в точности совпадающие с таковыми для одномерного солитона СИП. Данное обстоятельство является важным аргументом в пользу предложенного здесь подхода.

Следуя [29, 30], будем искать решение системы (29), (30) для ρ в автомодельном аксиально-симметричном виде:

$$\rho = \frac{1}{\tau_0}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right). \tag{31}$$

Здесь τ_0 и $2R_0$ – входные длительность импульса в центре поперечного сечения и его апертура соответственно; $2R = 2R(z)$ – апертура импульса в среде; r – радиальная компонента цилиндрической системы координат.

Выражение для φ представим следующим образом [29]:

$$\varphi = f_1(z) + \frac{1}{2}f_2(z)r^2, \tag{32}$$

где f_1 и f_2 – искомые функции координаты z.

Первое слагаемое в (32) соответствует одномерному приближению, второе же учитывает поперечную структуру волновых фронтов импульса (их искривление).

Подстановка (31) и (32) в (29) приводит к соотношению

$$f_2 = \frac{R'}{R}. \tag{33}$$

Здесь и ниже штрихом обозначена производная по z.

После подстановки (31) и (32) в (30), разложения по степеням $\varepsilon = (r/R)^2 \ll 1$ (приосевое приближение [29 – 32]) и приравнивания в правой и левой частях выражений при нулевой и второй степенях ε, получим с использованием (33)

$$f_1' = \frac{c}{n_0\omega}\left(\gamma - \frac{b}{\tau_p^2}\frac{R_0^4}{R^4}\right) - \left(\frac{c}{n_0\omega}\right)^2\frac{1}{R^2}, \tag{34}$$

$$R'' = -\frac{a}{R^3} + \frac{g}{R^5} - \mu R'^2R^3, \tag{35}$$

где $a = 0.5(\pi^2/6 - 1)[c/(n_0\omega)]^2$; $g = cbR_0^4/(n_0\omega\tau_p^2)$; $\mu = \sigma^2\tau_p^2/(3\gamma^2R_0^4)$. При получении (35) мы положили, учитывая правую часть двойного неравенства (4), что $F(\rho) \approx \sigma/(\gamma\rho^2)$. Это обстоятельство не сказывается принципиально на дальнейших выводах.

Первое слагаемое в правой части (35) соответствует эффектам дифракции в поперечной динамике импульса, а второе и третье – нелинейной поперечной рефракции, создаваемой квазирезонансными и резонансным изотопическими компонентами соответственно.

В отсутствие квазирезонансных компонентов ($g = 0$) из (35) следует известный вывод [16] о неустойчивости резонансного солитона СИП относительно самофокусировки. Такой же вывод справедлив и в присутствии квазирезонансных составляющих смеси, если $g < 0$. Как видно из выражений для g и b, в этом случае в смеси преобладают компоненты, частоты переходов которых меньше несущей частоты импульса. К данному выводу приводит также выражение (26) для нелинейного показателя преломления, поскольку в этом случае $n_2 > 0$, что и обеспечивает самофокусировку. Аналогичный вывод был сделан в [7, 8], но в присутствии атомов только одного сорта.

Отдельный интерес представляет анализ ситуации, когда в смеси изотопов преобладают компоненты с частотами переходов, превышающими несущую частоту импульса. В этом случае $g > 0$ и, как следует из (35), возникает эффект конкуренции между резонансными и квазирезонансными компонентами: первые способствуют самофокусировке, последние же, наоборот, – дефокусировке. Определим условия, при которых может возникнуть взаимная компенсация данных тенденций, и выясним при этом характер распространения импульса.

Уравнение (35) обладает первым интегралом вида

$$\frac{R'^2}{2} + U(R) = 0, \tag{36}$$

где

$$U(R) = -\frac{R_0'^2}{2}\exp\left[-\frac{\mu}{2}\left(R^4 - R_0^4\right)\right] + \int_{R_0}^{R}\exp\left[-\frac{\mu}{2}\left(R^4 - \zeta^4\right)\right]\left(\frac{a}{\zeta^3} - \frac{g}{\zeta^5}\right)\mathrm{d}\zeta. \tag{37}$$

Уравнение (36) формально совпадает с интегралом энергии для частицы единичной массы, движущейся в поле с потенциальной энергией $U(R)$. Следовательно, условия устойчивой взаимной компенсации само- и дефокусировки запишутся в виде $\partial U/\partial R = 0$, $\partial^2 U/\partial R^2 > 0$.

Пусть на входе в среду волновые фронты импульса являются плоскими. Тогда, как видно из (32) и (33), $R_0' = 0$. В этом случае первое условие компенсации дает решение $R = R_0 = \sqrt{g/a} = \mathrm{const}$, а значит, как следует из (33), $f_2 = 0$. Взяв вторую производную от (37) по R, найдем $(\partial^2 U/\partial R^2)_{R=R_0} = 2a^3/g^2 > 0$. Таким образом, мы приходим к выводу о принципиальной возможности искомой компенсации.

Используя выражения для g и a, найдем

$$R_0 = \frac{0.80}{\sqrt{\omega_c}}\frac{c\tau_p}{\omega}\left(\sum_{j\neq r}\frac{\alpha_j}{\Delta_j^3}\right)^{-1/2}. \tag{38}$$

Из (27), (28), (32) и (34) получим выражения для групповой и фазовой скоростей импульса с учетом его конечного поперечного размера:

$$\frac{1}{v} = \frac{n_0}{c} + \frac{\sigma/\rho^2 - g\rho^2}{1 - b\rho^2/\gamma}\left(1 - \frac{b}{\gamma\tau_p^2} - \delta\right), \tag{39}$$

$$\frac{1}{v_{ph}} = \frac{n_0}{c} + \frac{\gamma}{\omega}\left(1 - \frac{b}{\gamma\tau_p^2} - \delta\right), \tag{40}$$

где $\delta = c/(\gamma n_0\omega R_0^2) \sim (\bar{\Delta}\tau_p)^{-2}$ – поправка к данным скоростям, обусловленная конечным поперечным размером импульса. При $R_0 \to \infty$ данные соотношения, как и следовало ожидать, переходят соответственно в выражения (19) и (25) для одномерного солитона. Отсюда видно, что фазовая скорость солитона не зависит от поперечной координаты. Следовательно, поверхности постоянной фазы в среде остаются плоскими. Групповая же скорость уменьшается от центра поперечного сечения импульса к его периферии вместе с уменьшением ρ. Как следствие, по мере распространения импульса его центральная часть выгибается вперед, обгоняя периферийные участки. По мере такого вытягивания импульса его поперечный размер $2R_0$ остается неизменным, хотя форма в целом изменяется, приобретая вид все более вытянутого полого снаряда. По этим двум признакам назовем такой режим распространения квазиканалированием.

Если на входе в среду $R_0 \neq \sqrt{g/a}$, то квазиканалирование, в соответствии с устойчивостью процесса, будет сопровождаться периодическими пульсациями радиуса импульса около данного значения. В свою очередь это вызовет пульсации его амплитуды, длительности, фазовой и групповой скоростей.

В качестве примера определим возможный характер распространения солитона СИП в рассмотренной выше двухкомпонентной смеси самария. Пусть вначале частота импульсного лазера настроена в резонанс с квантовым переходом элемента $^{150}_{62}\mathrm{Sm}$. В этом случае $\Delta > 0$ и, следовательно, возможен режим квазиканалирования. Тогда из (38) при числовых параметрах, приведенных в предыдущем разделе, найдем $R_0 \sim 0.1$ см. При настройке же частоты импульса на изотоп $^{152}_{62}\mathrm{Sm}$ величина Δ становится отрицательной, поэтому должен реализовываться режим самофокусировки.

Таким образом, настройка частоты импульса в резонанс с тем или иным компонентом смеси изотопов не только влияет на скорость его распространения, но и способна качественным образом изменять его поперечную динамику.

5. Заключение

Проведенное в настоящей работе исследование выявляет особенности эффекта СИП в гетерогенной смеси изотопов, отсутствующие в гомогенных средах. Исследуя различные режимы распространения импульсов с точки зрения как их продольной, так и поперечной динамики, можно, таким образом, проводить диагностику гетерогенных смесей, определяя процентное содержание различных изотопов (прежде всего – искусственно обогащенных смесей). Кроме того, создание сред с наперед заданными удельными содержаниями различных изотопов позволит создавать оптические линии задержки с изменяемыми свойствами за счет перестройки несущих частот подаваемых импульсов.

Работа поддержана РФФИ (грант № 05-02-16422а).

1. McCall S.L., Hahn E.L. *Phys. Rev. Lett.*, **18**, 908 (1967).
2. McCall S.L., Hahn E.L. *Phys. Rev.*, **183**, 457 (1969).
3. Аллен А., Эберли Дж. *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (М.: Мир, 1978).
4. Maimistov A.I., Basharov A.M. *Nonlinear Optical Waves* (Dortrecht: Kluwer Acad. Publ., 1999).
5. Blaauboer M., Malomed B.A., Kurizki G. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 1906 (2000).
6. Полуэктов И.А., Попов Ю.М., Ройтберг В.С. *УФН*, **114**, 97 (1974).

7. Slusher R.E., Gibbs H.H. *Phys. Rev. Letts.*, **24**, 638 (1970).
8. Slusher R.E., Gibbs H.H. *Phys. Rev. A*, **5**, 1634 (1972).
9. Schmidt S.L., Ortoleva P. *Phys. Rev. A*, **24**, 967 (1981).
10. Andreev A.V., Polevoy P.V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **3239**, 105 (1997).
11. Andreev A.V., Polevoy P.V. *Quantum Opt.*, **6**, 57 (1994).
12. Andreev A.V., Sheetlin S.L. *Phys. Lett. A*, **234**, 229 (1997).
13. Стриганов А.Р., Донцов Ю.П. *УФН*, **55**, 315 (1955).
14. Ельяшевич М.А. *Атомная и молекулярная спектроскопия* (М.: Гостехиздат, 1962).
15. Собельман И.И. *Введение в теорию атомных спектров* (М.: Наука, 1977).
16. Mattar F.R., Newstein M.C. *IEEE J. Quantum Electron.*, **13**, 507 (1977).
17. Крылов М.Б., Сазонов С.В. *Оптика и спектроскопия*, **100**, 298 (2006).
18. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. *Кооперативные явления в оптике* (М.: Наука, 1988).
19. Миногин В.Г., Летохов В.С. *Давление лазерного излучения на атомы* (М.: Наука, 1986).
20. Воронков С.В., Сазонов С.В. *ЖЭТФ*, **120**, 269 (2001).
21. Сазонов С.В. *Оптика и спектроскопия*, **95**, 666 (2003).
22. Маймистов А.И. *Квантовая электроника*, **22**, 936 (1995).
23. Башаров А.М., Маймистов А.И. *Оптика и спектроскопия*, **88**, 428 (2000).
24. Crisp M.D. *Phys. Rev. A*, **8**, 2128 (1973).
25. Matulic L. *Opt. Commun.*, **2**, 249, (1970).
26. Lamb J.L., Jr. *Phys. Rev. Lett.*, **31**, 196 (1973).
27. Konno K., Kameyama W., Sanuki H. *J. Phys. Soc. Jpn*, **37**, 171 (1974).
28. Жданов С.К., Трубников Б.А. *Квазигазовые неустойчивые среды* (М.: Наука, 1991).
29. Сазонов С.В. *ЖЭТФ*, **125**, 1409 (2004).
30. Карлов Н.В., Кириченко Н.А. *Колебания, волны, структуры* (М.: Физматлит, 2001).
31. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. *ЖЭТФ*, **51**, 290 (1966).
32. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).