

# Использование теории связанных волн для конструирования многослойных оптических покрытий

П.А.Холохонова, П.Е.Твердохлеб

*Представлен общий численный метод конструирования многослойных оптических покрытий, в котором не используется базовая структура. Продемонстрирована возможность применения теории связанных волн для описания оптических покрытий с большим перепадом значений показателя преломления. В качестве параметров конструирования используются коэффициенты гармонического разложения искомой функции  $n(x)$ , что позволяет проводить локальные изменения в определенной области спектра. Метод характеризуется высокой наглядностью. Приведен пример применения данного метода для расчета широкополосного делителя.*

**Ключевые слова:** многослойные оптические покрытия, теория связанных волн.

## 1. Введение

Многослойное оптическое покрытие представляет собой систему диэлектрических слоев, имеющих различные толщину и показатель преломления. Структурой оптического покрытия будем называть зависимость показателя преломления от координаты  $n(x)$ , а его спектральной характеристикой – зависимость коэффициента отражения  $R$  (или коэффициента пропускания  $T$ ) от волнового числа  $k = 2\pi/\lambda$ .

Задача конструирования многослойного оптического покрытия заключается в нахождении структуры, которая удовлетворяет заданным спектральным характеристикам и может быть реализована.

Среди существующих методов конструирования тонкопленочных покрытий можно выделить универсальные и специальные [1–3]. Универсальные методы могут быть использованы для расчета любого оптического покрытия, специальные – для расчета покрытий определенного типа. Также важной характеристикой метода является способ расчета – численный или аналитический.

В настоящее время численные компьютерные методы стали мощным инструментом конструирования, часто превосходящим возможности аналитических подходов. Суть численного метода заключается в варьировании параметров конструирования, исходя из условия оптимизации заданной целевой функции. Обычно такими параметрами являются толщина и показатель преломления каждого слоя. Далее будем называть их микропараметрами, поскольку они определяют характеристики не всей структуры в целом, а только отдельного слоя.

По степени приближения спектральных характеристик результирующей структуры к заданным численные методы позволяют получать очень точные результаты.

Поэтому большая часть методов представляет собой специальные численные алгоритмы, в которых используются индивидуальные особенности структуры [4–7].

Существуют и очень мощные специальные аналитические методы, например метод расчета чирпированных зеркал, представленный в [8]. Среди универсальных аналитических методов наиболее известным является фурье-синтез [9]. Это приближенный метод, с помощью которого может быть получена структура с градиентным профилем показателя преломления. Однако из-за приближенного характера фурье-синтеза на практике он применяется не напрямую, а в качестве основы для итерационного численного алгоритма [10, 12]. Один из мощных универсальных численных методов – игольчатый синтез [13, 14]. Наконец, наиболее многочисленным является класс универсальных численных методов, использующихся для оптимизации некоторой базовой структуры [15–17]. В одном случае в качестве базовой выбирается структура, спектральные характеристики которой очень близки к заданным, но не удовлетворяют им по какому-либо критерию (минимальная/максимальная толщина слоя, точность, устойчивость). В другом случае используют базовую структуру элементарного вида для определения стартовых значений параметров конструирования.

Существующие методы конструирования позволяют решить большинство возникающих в настоящее время задач. Однако обычно для расчета структуры требуемого покрытия применяются последовательно несколько методов, поскольку каждый из них в отдельности не может дать оптимального решения в произвольном случае. С помощью метода, не требующего наличия базовой структуры, получают приближенное решение. Далее применяется один из методов численной оптимизации, где приближенная структура используется в качестве базовой. Поэтому актуальной остается задача создания универсальных методов, с помощью которых могут быть получены базовые структуры для дальнейшей оптимизации.

Ниже представлен универсальный численный метод конструирования многослойных оптических покрытий.

П.А.Холохонова, П.Е.Твердохлеб. Институт автоматизации и электроники СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. акад. Коптюга, 1; e-mail: kholokhonova@iae.nsk.su; peter@iae.nsk.su

Поступила в редакцию 2 марта 2006 г., после доработки – 28 декабря 2006 г.

Описанный подход отличается от большинства численных методов тем, что в качестве параметров конструирования в нем используются не толщина и показатель преломления каждого слоя, а коэффициенты гармонического разложения искомой функции  $n(x)$ . Такой выбор параметров конструирования (далее будем называть их макропараметрами) был сделан на основе выводов теории связанных волн (ТСВ). Это придало методу важную особенность: возможность проводить локальные изменения в определенной области зависимостей  $R(k)$  и  $T(k)$ . При этом число оптимизируемых параметров уменьшается в десятки раз. В представленном методе сразу осуществляется переход к структурам с дискретным профилем показателя преломления.

Теория связанных волн применима в приближении медленно меняющихся амплитуд, т. е. в условиях, когда изменение амплитуды волны излучения на масштабах, сравнимых с периодом возмущения, пренебрежимо мало. Поэтому она использовалась, как правило, для исследования структур с малым относительным возмущением показателя преломления. Однако в работе [8] было продемонстрировано применение ТСВ для расчета фазовых характеристик оптических покрытий – структур с большим перепадом значений показателя преломления. Как будет показано нами далее, ТСВ может быть использована также и для описания амплитудных характеристик оптических покрытий.

Данный подход имеет много общего с методами, в которых используются соотношения фурье-синтеза и частотная фильтрация [10–12], но в отличие от них является более простым и наглядным, т. к. в нем не используются обратные интегральные соотношения, а все сводится к решению ряда прямых задач.

## 2. Теория

Прежде чем конструировать оптическое покрытие, необходимо найти связь между  $R(k)$  и  $n(x)$ . Эту связь позволяет установить ТСВ [18]. Поскольку уравнения ТСВ получены с помощью параболического приближения волнового уравнения, то обычно их применение ограничивалось исследованием структур с малым относительным возмущением показателя преломления (например, голографических решеток). Но в работе [8] показано, что ТСВ можно использовать для описания фазовых характеристик оптических покрытий с большим перепадом значений показателя преломления:  $n_{\max} = 2.45$ ,  $n_{\min} = 1.5$ . Целью авторов [8] было получение на основе ТСВ точных выражений для фазовых характеристик структуры, что потребовало внести изменения в классические формулы для коэффициента связи и коэффициента расстройки. В настоящей работе мы ограничились использованием качественного соответствия между  $R(k)$  и  $n(x)$ , которое описывается ТСВ, поскольку в отличие от аналитического метода [8] в нашем подходе применяется численная оптимизация.

Рассмотрим кратко основные принципы ТСВ. Для распространяющейся световой волны оптическое покрытие является возмущением среды – областью, где показатель преломления зависит от координаты, что вызывает появление отраженной волны. Согласно ТСВ наличие в пространственной структуре  $n(x)$  гармонической составляющей с частотой  $k_0/2$  (фурье-компонента) приводит к формированию пика отражения на частоте  $k_0$  в

оптическом спектре  $R(k)$ . Это происходит из-за возникновения эффективной связи между прямой и обратной волнами на этой частоте.

Представим функцию  $n(x)$  в виде ряда Фурье (полагая ее периодически продолженной):

$$n(x) = \sum_m \left[ a_m \sin\left(\frac{2\pi m}{D}x\right) + b_m \cos\left(\frac{2\pi m}{D}x\right) \right] \\ = \sum_m \left[ a_m \sin(k_m x) + b_m \cos(k_m x) \right],$$

где  $D$  – суммарная оптическая толщина покрытия;  $a_m, b_m$  – коэффициенты фурье-разложения;  $m$  – номер фурье-гармоники;  $k_m = 2\pi m/D$ ;  $x$  – оптическая толщина. Функции гармонического разложения  $\sin(k_m x)$  и  $\cos(k_m x)$  будем называть базисными.

Проверим соответствие между фурье-спектром и оптическим спектром структуры  $n(x)$ , которое предсказывает ТСВ. Пусть зависимость  $n(x)$  описывается единственной фурье-гармоникой, в этом случае только один коэффициент Фурье отличен от нуля. Рассмотрим структуру, для которой максимальный показатель преломления равен 2, а минимальный – 1.45. С помощью формализма характеристических матриц рассчитаем спектральную характеристику полученной структуры (рис.1).

Фурье-гармонике  $b_0$  пространственного спектра структуры соответствует зона отражения в оптическом спектре  $R(k)$ . Видно, что качественное соответствие между  $R(k)$  и  $n(x)$  справедливо и для оптического покрытия с большим перепадом значений показателя преломления. Таким образом, применение коэффициентов гармонического разложения в качестве макропараметров структуры устанавливает линейную связь между  $R(k)$  и  $n(x)$ . Чтобы сформировать области отражения на определенных частотах, необходимо «построить»  $n(x)$  из гармонических функций соответствующей частоты.

Отметим принципиальное различие между данным подходом и большинством методов численного моделирования. В процессе численного подбора структуры варьируется микропараметр – толщина единичного слоя, что приводит к изменению оптического спектра во всем диа-

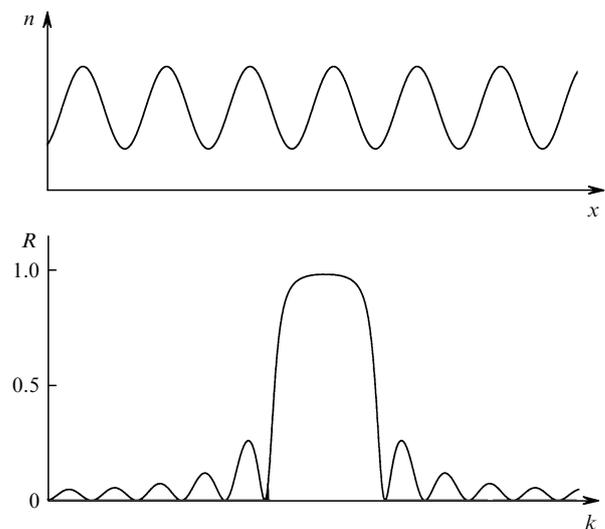


Рис.1. Зависимости показателя преломления от координаты  $n(x)$ , описывающегося одной фурье-гармоникой, и коэффициента отражения от волнового числа  $R(k)$  (где  $k = 2\pi/\lambda$ ).

пазоне частот. В нашем же случае вследствие изменения макропараметра – коэффициента гармонического разложения – изменяется весь профиль  $n(x)$ , но это приводит к изменениям в определенной области оптического спектра. Иначе говоря, мы имеем возможность вносить «локальные» изменения.

Следующим шагом является усовершенствование полученного алгоритма моделирования, расширение его возможностей. Чтобы не рассматривать плавный профиль изменения показателя преломления (поскольку он имеет малую практическую ценность), при моделировании гармонические составляющие (синусоидальные и/или косинусоидальные) аппроксимируем функциями с прямоугольным профилем, которые в дальнейшем будем называть  $q$ -функциями.

Пусть заданы суммарная толщина структуры  $D$  и длина волны  $\lambda_0$  – наибольшая длина волны интересующего нас диапазона. Тогда базисную функцию длиной  $D$  с периодом, равным  $\lambda_0/2$ , будем называть базисной функцией нулевого порядка и обозначим ее  $q_0(x)$ . Ей соответствует пик отражения на длине волны  $\lambda_0$ . Все остальные базисные функции могут быть получены из  $q_0(x)$  с помощью преобразования подобия (сжатия):  $q_m(x) = q_0(x_m)$ , где  $x_m = \lambda_0/\lambda_m$ . Каждой из них соответствует в оптическом спектре пик отражения на длине волны  $\lambda_m$ .

Базисные функции имеют одинаковое число периодов, но разные несущие частоты и суммарные длины  $D_m$ , поскольку, по сути, они представляют собой одну и ту же материнскую функцию  $q_0$ , сжатую с соответствующим коэффициентом. На рис.2 показаны функции  $q_0(x)$  и  $q_m = q_0(0.8x)$ .

Поскольку сжатие материнской функции может происходить с произвольным коэффициентом, то рассматриваемый базис будет непрерывным. Надо, однако, отметить, что используемые нами гармонические функции не являются бесконечными, а ограничены длиной  $D$ . Они не образуют полного базиса и не являются независимыми в строгом смысле этого слова, однако для задачи конструирования их взаимовлияние оказывается не критичным и им можно пренебречь.

Таким образом, профиль показателя преломления будет задаваться с помощью набора базисных функций. Предположим, что профиль  $n(x)$  задается только базисными функциями с коэффициентами  $b_m$ , т. е.

$$n(x) = \sum_m b_m q_0(x_m) = \sum_m b_m q_m(x).$$

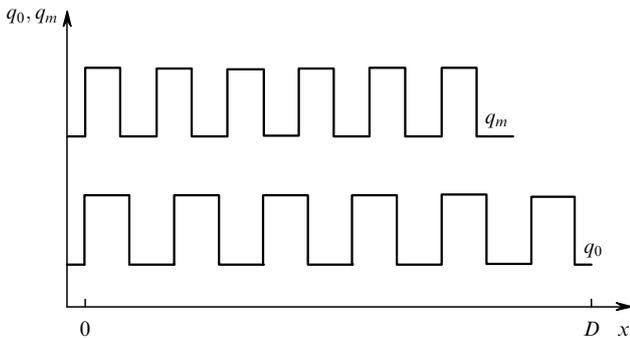


Рис.2. Базисные функции  $q(x)$ , с помощью которых происходит задание структуры оптического покрытия  $n(x)$ ;  $q_0(x)$  – базисная функция нулевого порядка,  $q_m = q_0(0.8x)$  – базисная функция произвольного порядка.

Введение дополнительных гармоник в пространственный спектр структуры («фурье»-спектр) приводит к появлению соответствующих им пиков отражения в оптическом спектре. При моделировании такого оптического покрытия возникают слои с показателями преломления, не соответствующими реально существующим материалам. Поэтому полученная структура с помощью алгоритма Герпина [19] преобразовывалась в структуру, состоящую из слоев с двумя показателями преломления. На рис.3 представлена структура, заданная двумя  $q$ -гармониками, и ее оптический спектр. Необходимо отметить, что пиковое значение коэффициента отражения зависит от относительной амплитуды  $b_m$  соответствующей  $q$ -компоненты и может легко регулироваться.

Как упоминалось выше, до сих пор рассматривались структуры, заданные только с помощью четных базисных функций. Возможность введения базисных функций с коэффициентами  $a_m$  (нечетных функций) позволяет ввести еще один параметр конструирования. Базисные функции имеют одинаковое число периодов, но разные несущие частоты и суммарные длины  $D_m$ . Поскольку  $D_m < D$ , то мы располагаем дополнительным параметром (будем называть его «фазовым») – взаимным расположением базисных функций относительно друг друга. Путем изменения этого параметра можно управлять взаимодействием между спектральными составляющими  $q_m(x)$ , а именно объединением или разделением соответствующих им пиков отражения. На рис.4 представлены зависимость  $n(x)$ , заданная двумя  $q$ -функциями с относительным смещением  $0.143\lambda_0/2$ , и соответствующая ей спектральная характеристика  $R(k)$ .

Если при тех же значениях остальных параметров изменить сдвиг гармонических составляющих относительно друг друга, то в оптическом спектре можно получить единую область отражения (рис.5). Из рис.5 видно, что область отражения имеет боковые пики. Это усложняет процедуру моделирования, т. к. наличие осцилляций вблизи пика отражения не позволяет конструировать области пропускания в соседних диапазонах частот, если это необходимо. Задача устранения нежелательных боковых осцилляций давно известна и решается с помощью конечных функций [20]. В основу положен принцип вейвлет-анализа, согласно которому для разложения

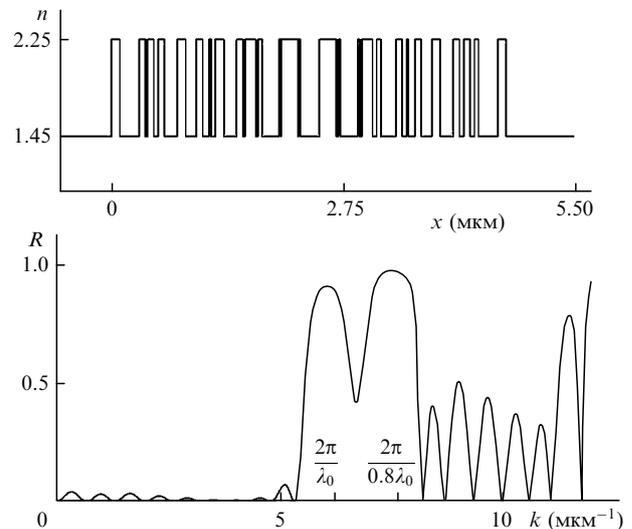


Рис.3. Структура оптического покрытия  $n(x)$ , содержащая две  $q$ -гармоники и соответствующая ей зависимость  $R(k)$  ( $\lambda_0 = 1$  мкм).

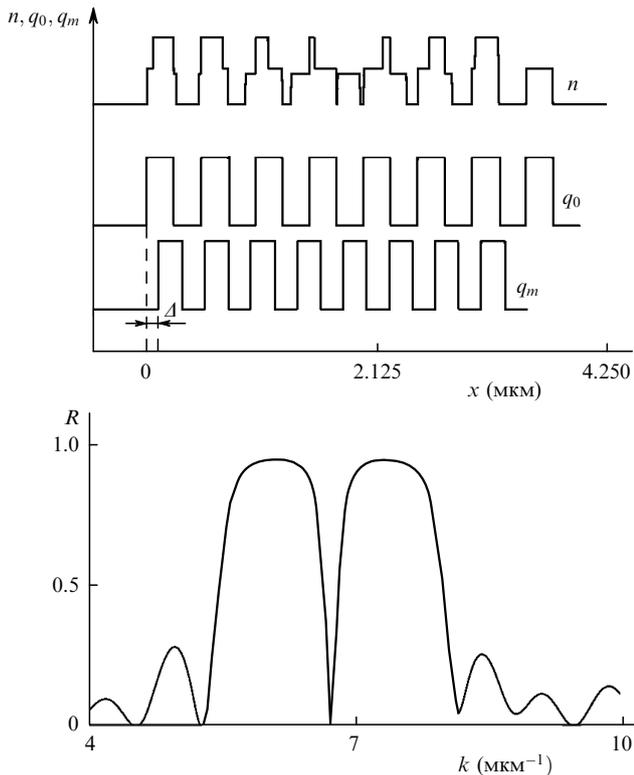


Рис.4. Структура оптического покрытия  $n(x)$ , заданная двумя базисными функциями  $q_0$  и  $q_m$ , которые смещены относительно друг друга на  $\Delta = 0.143\lambda_0/2$ , и соответствующая ей зависимость  $R(k)$  ( $\lambda_0 = 1$  мкм).

используется набор конечных функций (в отличие от бесконечных гармонических). Так же как и базисные функции прямоугольного профиля, базисные вейвлет-

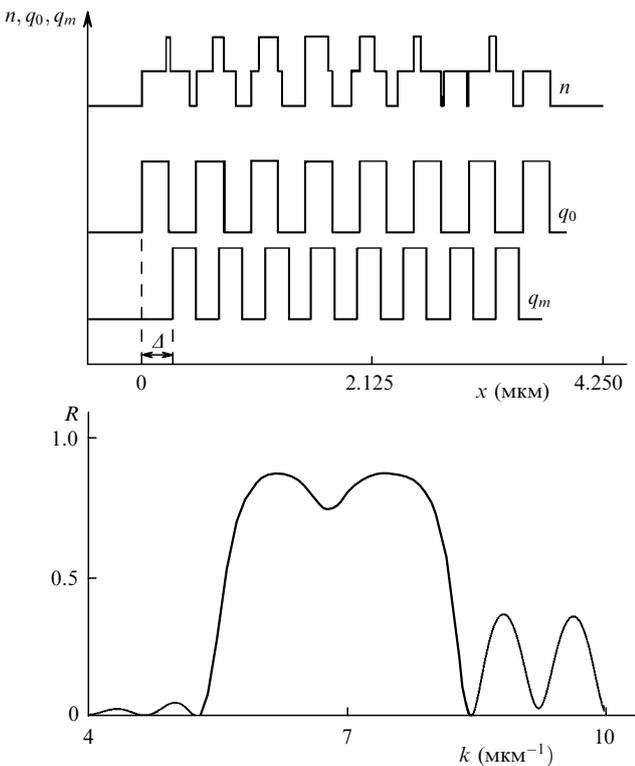


Рис.5. Структура оптического покрытия  $n(x)$ , заданная двумя базисными функциями  $q_0$  и  $q_m$ , которые смещены относительно друг друга на  $\Delta = 0.356\lambda_0/2$ , и соответствующая ей зависимость  $R(k)$  ( $\lambda_0 = 1$  мкм).

функции получаются из материнской функции  $V(x)$  путем преобразования подобия (сжатия):  $v_m(x) = V(z_mx)$ . В нашем случае мы использовали функции вида  $v_m(x) = q_0(z_mx) \sin(\pi x/D)$ . Выразим  $n(x)$  через функции  $v_m(x)$ , рассматривая их в качестве базисных:

$$n(x) = \sum_m b_m v_m(x).$$

На рис.6 представлены профиль показателя преломления и оптический спектр  $R(k)$  для структуры, содержащей одну вейвлет-компоненту вида  $v_0(x) = q_0(x) \times \sin(\pi x/D)$ . Видно, что в этом случае пик отражения практически не имеет боковых максимумов, что позволяет конструировать области пропускания наряду с областями высокого отражения.

Недостатком вейвлет-подхода по сравнению с применением  $q$ -функций можно считать относительно небольшую амплитуду пиков отражения при том же числе слоев покрытия. Поэтому использование вейвлет-представления излишне, если заданная спектральная характеристика не содержит областей, в которых важным было бы наличие высокого пропускания.

Таким образом, метод конструирования оптического покрытия с заданной спектральной характеристикой  $R(k)$  при использовании макропараметров складывается из следующих этапов.

1. В зависимости от характера заданной функции  $R(k)$  выбирается тип базисных функций для гармонического представления  $n(x)$ . Если функция  $R(k)$  содержит критичные области пропускания, то необходимо применять вейвлет-разложение. В противном случае применяются обычные прямоугольные функции.

2. Определяется число слоев, описываемых функциями-составляющими  $q_m(x)$  или  $v_m(x)$ , которое обеспечивает необходимую величину  $R(k)$  и/или  $dR(k)/dk$  (крутизну склонов).

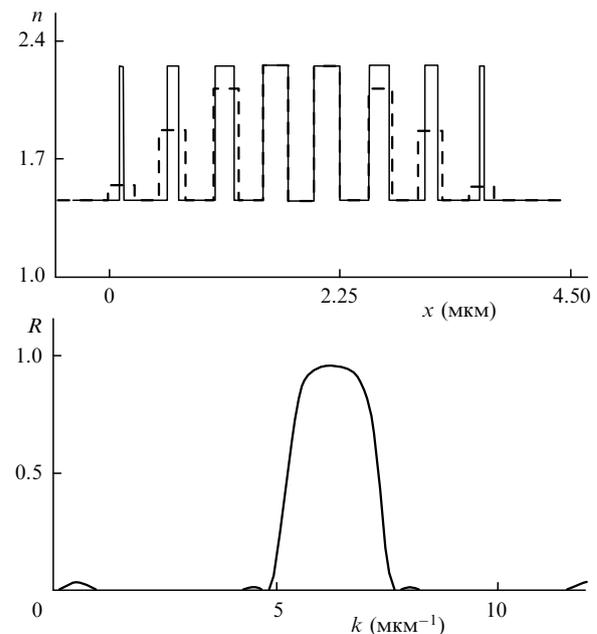


Рис.6. Структура оптического покрытия  $n(x)$ , заданного одной вейвлет-составляющей  $v_0$  (рассчитанные значения показателя преломления (штриховая кривая), а также структура, преобразованная с помощью алгоритма Герпина (сплошная кривая), и соответствующая ей зависимость  $R(k)$ .

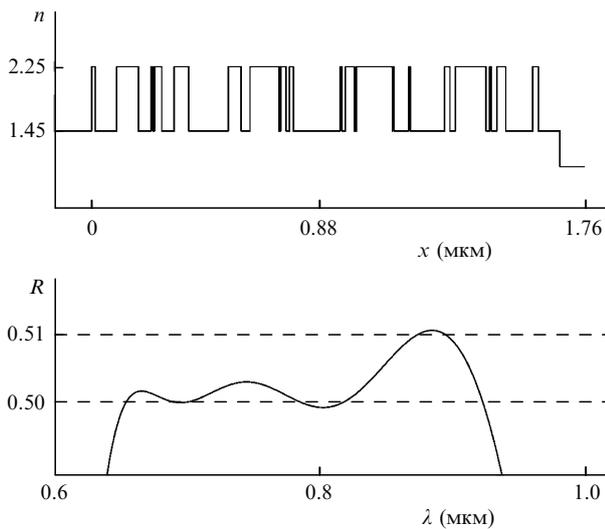


Рис.7. Структура оптического делителя  $n(x)$  и соответствующая ей зависимость  $R(\lambda)$ .

3. Первичная структура  $n(x)$  формируется путем задания амплитуд  $b_m$  нескольких базисных функций –  $q_m(x)$  или  $v_m(x)$ , частоты которых выбираются, исходя из расположения зон отражения в искомом спектре  $R(k)$ . Далее осуществляется оптимизация параметров: изменение амплитуд гармоник и их относительных фаз, введение дополнительных гармоник в случае необходимости.

### 3. Применение метода

Проиллюстрируем возможности применения предлагаемого подхода. Пусть необходимо спроектировать широкополосный оптический делитель для работы в диапазоне  $\lambda = 680 - 900$  нм с коэффициентом отражения  $R(\lambda) = 0.5 \pm 0.01$ . Показатели преломления материалов слоев  $n_L = 1.45$ ,  $n_H = 2.25$ . Показатель преломления подложки  $n_s = 1.45$ , внешняя среда – воздух ( $n_a = 1$ ). Чтобы сразу учесть перепад значений показателя преломления на внешней границе покрытие – воздух, была использована базовая структура вида

$$n(x) = \begin{cases} n_s, & x \leq 0, \\ n_a, & x > 0. \end{cases}$$

Спектральная характеристика сконструированного оптического делителя, представленная на рис.7, удовлетворяет сформулированным требованиям. Рабочий диапазон составляет 250 нм, что делает возможным использование такого делителя в фемтосекундных лазерных системах. Перепад значений коэффициента отражения в рабочем диапазоне составляет менее 1%.

Рассмотренный метод может быть применен также для расчета других тонкопленочных оптических элементов: гребенчатых фильтров, широкополосных отражающих покрытий.

### 4. Заключение

В данной работе представлен универсальный численный метод конструирования многослойных оптических покрытий. Продемонстрирована возможность применения ТСВ при нарушении приближения медленно меняющихся амплитуд для описания оптических покрытий с большим перепадом значений показателя преломления. Особенностью представленного метода является возможность использования в качестве параметров конструирования коэффициентов гармонического разложения искомой функции  $n(x)$ , что позволяет осуществлять локальные изменения в определенной области спектра и значительно уменьшать число оптимизируемых параметров. Метод характеризуется простотой и наглядностью. Возможности метода проиллюстрированы на примере нахождения структуры широкополосного оптического делителя.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 06-07-89144-а) и Президиума СО РАН (Междисциплинарный интеграционный проект № 33).

1. Baumeister P. *Appl. Opt.*, **39**, 2230 (2000).
2. Тихонравов А.В., Трубецков М.К. *Радиотехника и электроника*, **50** (2), 265 (2005).
3. Tilsch M., Hendrix K., Verly P. *Appl. Opt.*, **45**, 1544 (2006).
4. Dobrowolski J.A., Poitras D., Ma P., Vakil H., Acree M. *Appl. Opt.*, **41**, 3075 (2002).
5. Szpocs R., Kohazi-Kis A., Lako S., Apai P., Kovacs A.P., DeBell G., Mott L., Louderback A.W., Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K. *Appl. Phys. B*, **70**, 1 (2000).
6. Schellenberg U.B. *Appl. Opt.*, **45**, 1507 (2006).
7. Холохонова П.А., Эрт Г.В. *Квантовая электроника*, **35** (11), 1053 (2005).
8. Matuschek N., Kartner F.X., Keller U. *IEEE J. Quantum Electron.*, **35**, 129 (1999).
9. Delano E. *J. Opt. Soc. Am.*, **57** (12), 1529 (1967).
10. Verly P.G., Dobrowolski J.A. *Appl. Opt.*, **29**, 3672 (1990).
11. Dobrowolski J.A. *Appl. Opt.*, **12**, 1885 (1973).
12. Verly P.G. *Appl. Opt.*, **34**, 688 (1995).
13. Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K., DeBell G.W. *Appl. Opt.*, **29**, 3672 (1990).
14. Lemarquis F. *Appl. Opt.*, **41**, 3069 (2002).
15. Bloom A. *Appl. Opt.*, **20**, 66 (1980).
16. Dobrowolski J.A., Kemp A. *Appl. Opt.*, **29**, 2876 (1990).
17. Yang J.-M., Kao C.-Y. *Appl. Opt.*, **40**, 3256 (2001).
18. Ярив А., Юх П. *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987, с. 195).
19. Амочкина Т.В. *Вычислительные методы и программирование*, **6** (2), 71 (2005).
20. Abu-Safia H.A., Al-Sharif A.I., Abu Aljarayesh I.O. *Appl. Opt.*, **32**, 4831 (1993).