

# Использование сжатого (субпуассоновского) состояния света при фотодетектировании слабого сигнала с его предусилением в схеме четырёхволнового смешения

А.В.Козловский

*Предложена схема интерферометра-усилителя оптического сигнала, используемого для усиления слабого оптического сигнала с целью его последующего фотодетектирования. Данная схема позволяет при значительном усилении измеряемого сигнала сохранять его квантово-статистические характеристики (идеальное усиление), а также при определённых условиях улучшать их. Двухмодовое сжатое состояние света, создаваемое при четырёхволновом смешении, которое используется для усиления сигнала, может преобразовываться в неклассическое состояние выходящего поля, сжатое по числу фотонов. Схема обладает свойством фазовой чувствительности при усилении входного когерентного сигнала. Показано, что в случае некогерентного входного сигнала со средним числом фотонов  $\langle n_s \rangle \sim 1$  процесс усиления не вносит дополнительного квантового шума при сколь угодно большом усилении сигнала. Предложена также схема каскадного усиления слабого сигнала ( $\langle n_s \rangle \sim 1$ ) в когерентном состоянии, создающего усиленный сигнал в сжатом по числу фотонов субпуассоновском состоянии, использование которой позволяет проводить фотодетектирование с высоким разрешением слабых и ультраслабых оптических сигналов.*

**Ключевые слова:** сжатый свет, четырёхволновое смешение, фотодетектирование.

## 1. Введение

Проблема измерения числа фотонов в слабых и ультраслабых оптических сигналах с разрешением до одного фотона остаётся одной из самых актуальных проблем квантовой оптики, затрагивающей фундаментальные основы квантовой теории взаимодействия света с веществом. Использование существующих в настоящее время схем фотосчёта с различными типами фотодетекторов осложнено принципиальной трудностью перехода от условий микроскопической квантовой электродинамики, характерной для взаимодействия фотона с материей, к классическому описанию результатов измерения макроскопического фототока детектора, несущего информацию об измеряемых квантово-статистических свойствах света.

Неизбежно присутствующий при фотодетектировании этап усиления микроскопического фототока, создаваемого слабым полем, параметры которого определяются законами квантовой механики, приводит к тому, что число электронов в измеряемом на выходе прибора классическом фототоке оказывается в общем случае не пропорциональным числу фотонов в измеряемом поле вследствие случайного характера усиления тока. Разрешение фотосчёта при этом значительно больше одного фотона. Возможным способом преодоления принципиальной сложности, возникающей при переходе из квантово-механической области описания физической системы к классическим условиям, является, по нашему мне-

нию, использование предусиления измеряемого слабого квантового сигнала света с помощью оптических усилителей при сохранении и возможном улучшении его шумовых квантовых свойств [1, 2].

К средствам улучшения шумовых свойств оптического сигнала могут быть отнесены известные процессы трансформации сигнала в макроскопические квантовые состояния света, обладающие сжатием по числу фотонов (неклассические субпуассоновские состояния). Такое преобразование слабого сигнала открывает новые возможности при его прямом фотодетектировании. Преобразование сигнала в квадратурно-сжатое состояние позволяет также улучшить качество измерения сжатой квадратуры поля при гомодинировании сигнала. Обзор теоретических и экспериментальных исследований сжатых состояний света дан в работах [3, 4].

Создание макроскопического субпуассоновского состояния света (близкого к фоковскому состоянию) открывает новые возможности более точного счёта фотонов, при этом для достоверного квантово-статистического описания поля требуется лишь небольшое число повторных измерений, составляющих процедуру фотосчёта.

Возможность создания квадратурно-сжатого состояния света методом четырёхволнового смешения была предсказана в [5] и экспериментально подтверждена в [6, 7]. Известно, что схема четырёхволнового смешения позволяет также получать электромагнитное поле, сжатое по числу фотонов, однако детальный анализ этого явления до настоящего времени отсутствовал. Такой анализ проведён в данной работе для случая вырожденного четырёхволнового смешения.

Использование четырёхволнового смешения для предусиления оптического сигнала при его фотодетектировании впервые было предложено в [1, 2]. Различные схемы параметрических взаимодействий, применяемые для

А.В.Козловский. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: kozlovsk@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 17 июля 2006 г., после доработки – 16 октября 2006 г.

усиления оптических сигналов, рассмотрены и проанализированы в [8–10].

Нами предложена схема активного интерферометра, сочетающего в себе свойства оптического усилителя и интерферометра. Цель настоящей работы – показать принципиальную возможность получения состояний электромагнитного поля, сжатых по числу фотонов в предложенной схеме интерферометра-усилителя четырёхволнового смешения.

Использование светоделителей позволяет преобразовать двухмодовое сжатое состояние [3], в котором находятся выходящие из четырёхволнового смесителя сигнальная и холостая моды света, в одномодовое состояние поля на выходе оптической системы, сжатое по числу фотонов. Усиленный выходной сигнал содержит информацию о среднем числе фотонов в поступающем на вход оптической системы исходном сигнале. Наличие большого усиления сигнала даёт возможность с помощью стандартных фотодетекторов измерять квантово-статистические характеристики слабого исходного сигнала с высоким разрешением. Достижение узкого распределение чисел фотонов усиленного сигнала позволяет достоверно проводить процедуру фотосчёта для слабых сигналов на входе, содержащих примерно один фотон.

## 2. Квантовая теория оптического интерферометра-усилителя четырёхволнового смешения

Рассматриваемая нами схема интерферометра-усилителя изображена на рис.1. Оптическая система содержит среду с кубической нелинейностью  $\chi^{(3)}$  и два светоделителя – на входе в нелинейную среду оптических сигналов, участвующих в четырёхволновом смешении (СД1), и на выходе из неё (СД2). Измеряемый оптический сигнал  $a_s$  подаётся на один из входов СД1, на второй его вход поступает электромагнитное поле вакуума  $v$ . Общая схема квантово-механического светоделителя приведена на рис.2. Соотношения между операторами рождения/унич-

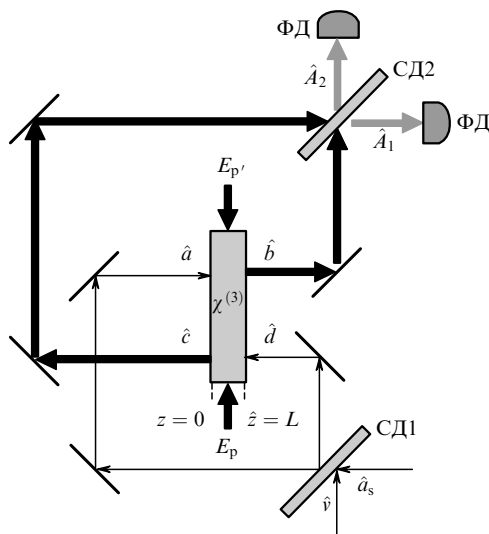


Рис.1. Схема фотодетектирования квазимонохроматического сигнала, предварительно усиленного с использованием интерферометра-усилителя: СД1 и СД2 – входной и выходной светоделители;  $\chi^{(3)}$  – нелинейная среда с кубической нелинейностью; ФД – фотодетекторы;  $L$  – длина нелинейной среды.

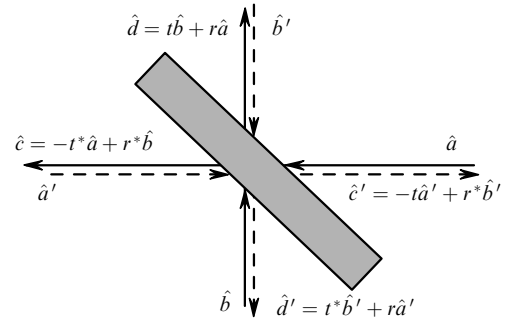


Рис.2. Общая схема квантового светоделителя – прямого (входные и выходные поля показаны сплошными линиями) и инвертированного (входные и выходные поля показаны штриховыми линиями).

тожения электромагнитного поля входящих и выходящих полей светоделителя сохраняют канонические перестановочные соотношения для операторов выходных полей; при этом выполняется условие  $[\hat{a}, \hat{b}] = [\hat{a}, \hat{b}^+] = [\hat{c}, \hat{d}] = [\hat{c}, \hat{d}^+] = 0$  (как и для операторов полей  $\hat{a}'$ ,  $\hat{b}'$ ,  $\hat{c}'$ ,  $\hat{d}'$  в случае обращённого светоделителя, также изображённого на рис.2). Операторы полей  $a$  и  $d$ , выходящих из СД1, связаны с входящими полями соотношениями

$$\hat{a} = t\hat{a}_s + r\hat{v}, \quad \hat{d} = -r^*\hat{a}_s + t^*\hat{v} \quad (1)$$

(где  $r$  и  $t$  – коэффициенты отражения и прозрачности) наряду с соответствующими соотношениями для эрмитово-сопряжённых операторов рождения  $\hat{a}^+$  и  $\hat{d}^+$ . Операторы  $\hat{a}$  и  $\hat{d}$  представляют собой операторы уничтожения для сигнальной и холостой мод электромагнитного поля соответственно.

Далее противоположно направленные коллинеарные поля  $\hat{a}$  и  $\hat{d}$  поступают в среду с кубической нелинейностью. Две интенсивные классические волны накачки ( $E_p$  и  $E_{p'}$ ), распространяющиеся в противоположных направлениях, смешиваются в нелинейной среде с сигнальной ( $\hat{a}$ ) и холостой ( $\hat{d}$ ) волнами. Частоты четырёх квазимонохроматических плоских волн предполагаются равными, а интенсивности волн накачки – значительно превышающими интенсивности сигнальной и холостой волн, вследствие чего моды накачки в дальнейшем нами будут рассматриваться как классические и истощением их мы в расчётах пренебрежём. Отметим, что приближение заданной накачки остаётся справедливым даже в случае большого усиления, при условии, что интенсивности волн накачки значительно превышают интенсивности усиленных волн.

Операторы  $\hat{c}$  и  $\hat{b}$  являются операторами уничтожения электромагнитных полей отражённой и проходящей волн соответственно. Уравнения движения Гейзенберга для операторов уничтожения полей  $\hat{a}(z)$  и  $\hat{d}(z)$ , соответствующих сигнальному полю с начальным условием  $\hat{a}(z=0)$  и холостому полю с начальным значением  $\hat{d}(z=L)$ , где  $L$  – длина нелинейной среды, позволяют найти следующие соотношения для выходных полей [11, 12]:

$$\hat{b} \equiv \hat{a}(z=L) = R\hat{a} + T\hat{d}^+, \quad (3)$$

$$\hat{c} \equiv \hat{d}(z=0) = R\hat{d} + T\hat{a}^+, \quad (4)$$

где

$$\hat{a} \equiv \hat{a}(z=0); \quad \hat{d} \equiv \hat{d}(z=L); \quad (5)$$

$$R \equiv \sec(KL); \quad T \equiv -\zeta \tan(KL); \quad (6)$$

$$\zeta \equiv i \exp[i(\phi_p + \phi_{p'})]; \quad K \equiv \frac{\chi |E_p E_{p'}|}{c_m}, \quad (7)$$

$E_p$  и  $E_{p'}$  – амплитуды волн накачки;  $\phi_p$  и  $\phi_{p'}$  – фазы волн накачки;  $c_m$  – скорость света в среде;  $\chi$  – константа нелинейности.

Далее усиленные поля  $b$  и  $c$  поступают на выходной светоделитель СД2, идентичный входному светоделителю СД1; при этом для полей, выходящих из СД2, с использованием (1) и (2) находим

$$\hat{A}_1 = T(t^2 - |r|^2)\hat{a}_s + R(t^* - t)r\hat{a}_s^+ + Tr(t + t^*)\hat{v} + R(t^2 + |r|^2)\hat{v}^+, \quad (8)$$

$$\hat{A}_2 = -Tr^*(t + t^*)\hat{a}_s + R(t^{*2} + |r|^2)\hat{a}_s^+ + T(t^{*2} - |r|^2)\hat{v} + R(t^* - t)r^*\hat{v}^+. \quad (9)$$

Для того чтобы оператор выходного поля  $A_1$  содержал только операторы вакуума, а оператор  $A_2$  – только операторы сигнала, достаточно выполнить соотношения

$$t = t^* = |t| = |r| = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (10)$$

что, в частности, осуществляется для симметричного светоделителя при

$$t = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad r = \frac{i}{\sqrt{2}}, \quad |t|^2 + |r|^2 = 1. \quad (11)$$

С помощью (10) находим из (8) и (9) соотношения

$$\hat{A}_1 = e^{i\phi_r} T\hat{a}_s + R\hat{a}_s^+, \quad (12)$$

$$\hat{A}_2 = -e^{-i\phi_r} T\hat{v} + R\hat{v}^+, \quad (13)$$

где  $\phi_r = \text{Arg } r$ , а при выполнении (11) имеем

$$\hat{A}_1 = iT\hat{a}_s + R\hat{a}_s^+, \quad (14)$$

$$\hat{A}_2 = iT\hat{v} + R\hat{v}^+. \quad (15)$$

В качестве выходного светоделителя СД2 также может быть использован обращённый светоделитель, при этом входное поле  $b$  подаётся на выход поля  $d$ , а входное поле  $c$  – на выход поля  $a$  светоделителя СД1 (см. рис.2). В такой конфигурации выходные поля  $A_1$  и  $A_2$  (см. рис.1) могут быть записаны как

$$\hat{A}_1 = t^*\hat{b} - r\hat{c}, \quad (16)$$

$$\hat{A}_2 = r^*\hat{b} + t\hat{c}. \quad (17)$$

Подставляя выражения (3) и (4) в (16), (17), находим

$$\hat{A}_1 = T\hat{a}_s - 2t^*r\hat{a}_s^+ = T\hat{a}_s - e^{i\theta}R\hat{a}_s^+, \quad (18)$$

$$\hat{A}_2 = T\hat{v} + e^{i\theta}R\hat{v}^+, \quad (19)$$

где  $\theta = \text{Arg}(t^*r)$ ;  $|t| = |r| = 1/\sqrt{2}$ .

Очевидно, что измерение числа фотонов  $\langle N \rangle = \langle \hat{A}_1^+ \hat{A}_1 \rangle$  поля  $A_1$  позволяет определить искомое число фотонов поля сигнала  $a_s$ :  $\langle n_s \rangle = \langle \hat{a}_s^+ \hat{a}_s \rangle$ .

### 3. Квантово-статистические свойства интерферометра-усилителя четырёхволнового смещения

Используя (3), (4) и (12), (13), (18), (19), найдём средние значения числа фотонов и дисперсии чисел фотонов в поле  $A_1$ , содержащие информацию о различных квантовых состояниях входного сигнала  $a_s$ , которые предполагаются нами когерентным, хаотическим или фоковским с определённым числом фотонов.

Среднее число фотонов  $\langle \hat{A}_1^+ \hat{A}_1 \rangle$  для когерентного сигнала  $|\alpha\rangle$  на входе системы для любых конфигураций светоделителей, рассмотренных выше, таково:

$$\langle N \rangle = |\alpha|^2 [ |T|^2 + |R|^2 + 2(|T|^2|R|^2)^{1/2} \cos \Phi ] + |R|^2. \quad (20)$$

Для среднеквадратичного отклонения (флуктуаций) числа фотонов на выходе системы находим

$$\langle (\Delta N)^2 \rangle = |\alpha|^2 [ (|T|^2 + |R|^2)^2 + 4|R|^2|T|^2 + 4(|R|^2|T|^2)^{1/2} \times (|R|^2 + |T|^2) \cos \Phi ] + 2|T|^2|R|^2. \quad (21)$$

В случае применения двух симметричных светоделителей входящая в (20) и (21) относительная фаза

$$\Phi \equiv 2\phi_s - \phi_p - \phi_{p'}, \quad (22)$$

где  $\phi_s$  – фаза когерентной сигнальной моды. Выходной светоделитель СД2 при  $|t| = |r| = 1/\sqrt{2}$  может также представлять собой инвертированный входной светоделитель СД. В этом случае

$$\Phi \equiv 2\phi_s - \phi_p - \phi_{p'} + \phi_t - \phi_r - \frac{\pi}{2}, \quad (23)$$

где  $\phi_t = \text{Arg } t$ .

Из формулы (20) следует, что при  $\Phi = \pi$  и

$$|\alpha|^2 (|T| - |R|)^2 \approx 0 \quad (24)$$

среднее число фотонов

$$\langle N \rangle = |R|^2, \quad (25)$$

а флуктуации выходного поля

$$\langle (\Delta N)^2 \rangle = 2|T|^2|R|^2. \quad (26)$$

Условие (24) выполняется при больших значениях коэффициента усиления ( $|G|^2 \equiv |T|^2 \gg 1$ ),  $|R|^2 = |T|^2 - 1 \approx |T|^2$  и малых  $|\alpha|^2$ . В таких условиях измерение параметров входного сигнала  $a_s$  оказывается невозможным, т. к. преобразованный системой сигнал  $A_1$  не несёт информации о входном сигнале  $a_s$ . Рассматриваемая схема при этих условиях представляет собой генератор излучения, характеристики которого определяются только его внутренними параметрами.

Для некогерентного сигнала (хаотического или фоковского) на входе системы зависимость среднего числа

фотонов на выходе от среднего числа фотонов на входе  $\langle n_s \rangle = \langle \hat{a}_s^+ \hat{a}_s \rangle$  такова:

$$\langle N \rangle = (|T|^2 + |R|^2) \langle n_s \rangle + |R|^2, \quad (27)$$

флуктуации же числа фотонов на выходе системы зависят от параметров входного сигнала  $\langle n_s \rangle, \langle (\Delta n_s)^2 \rangle$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle (\Delta N)^2 \rangle &= |R|^2 \{ [(|R|^2 + |T|^2)^2 + 2|R|^2|T|^2] \langle (\Delta n_s)^2 \rangle \\ &+ 2|R|^2|T|^2(\langle n_s \rangle^2 + \langle n_s \rangle + 1) \}. \end{aligned} \quad (28)$$

Анализ формул (21) и (24) удобно проводить, используя обозначения

$$|T| = \cosh s, \quad |R| = \sinh s, \quad |T|^2 - |R|^2 = 1. \quad (29)$$

Из анализа (21) следует, что сжатие выходного сигнала по числу фотонов возможно лишь при определённых значениях относительной фазы, имеющей вид (22) (для симметричных светоделителей – (23)). Субпуассоновская статистика (фактор Фано  $F < 1$ ) присутствует при  $\Phi \approx \pi$ , тогда как для остальных значений  $\Phi$  статистика фотонов выходящего сигнала является суперпуассоновской ( $F > 1$ ).

В условиях, когда входной сигнал  $\hat{a}_s$  находится в некогерентном квантовом состоянии, фактор Фано выходящего поля

$$F = \frac{\langle (\Delta N)^2 \rangle}{\langle N \rangle} \quad (30)$$

выражается через квантово-статистические параметры входного поля  $\langle (\Delta n_s)^2 \rangle, \langle n_s \rangle$  согласно формуле

$$F = |T|^2 \frac{6\langle (\Delta n_s)^2 \rangle + 2(\langle n_s \rangle^2 + \langle n_s \rangle + 1)}{2\langle n_s \rangle + 1} \quad (31)$$

в предположении, что  $|R|^2 \approx |T|^2 \gg 1$ . Из формулы (31) следует, что выходное поле обладает высоким уровнем фотонного шума и является суперпуассоновским ( $F \gg 1$ ). Так, в случае инвертированного выходного светоделителя и сильного входного поля ( $\langle n_s \rangle \gg 1$ )  $F = |T|^2 \langle n_s \rangle$ , а при входном поле в однофотонном фоковском состоянии  $|1\rangle$  имеем  $F = 2|T|^2$ .

Для когерентного исходного сигнала из (21) следует, что при данном среднем числе фотонов в исходном сигнале  $|\alpha|^2$  минимальное значение дисперсии распределения фотонов выходного поля

$$\langle (\Delta N)^2 \rangle_{\min} = \frac{1}{8} \left( B^2 + B - \frac{1}{B} - \frac{1}{B^2} \right), \quad (32)$$

где  $B = (8|\alpha|^2 + 1)^{1/4}$ . Флуктуации минимальны при определённом значении коэффициента усиления

$$|T|_{sq} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{B} + \frac{1}{\sqrt{B}} \right). \quad (33)$$

При этом фактор Фано сжатого выходного сигнала может принимать значение, много меньшее единицы, т. е. поле, создаваемое при усилении, является субпуассоновским. В то же время при больших  $|\alpha|^2$  минимальное значение флуктуаций числа фотонов (32) весьма велико

( $F \gg 1$ ), из чего следует, что в условиях рассмотренной нами схемы усиления создание фоковского состояния выходного поля оказывается невозможным. Достижение большого сжатия числа фотонов ( $F \ll 1$ ) возможно лишь для большого среднего числа фотонов входного сигнала. При большом усилении и  $|\alpha|^2 \gg 32|T|^8, |T|^2 \gg 1$  возможным является сжатие с

$$F \approx e^{2s} = \frac{1}{4|T|^2} \ll 1, \quad (34)$$

где  $\sinh s \approx e^s/2$ .

Отношение сигнал/шум  $\mathcal{R}$  поля  $A_1$ , выходящего через светоделитель СД2 рассматриваемой нами схемы, изображено на рис.3 для различных значений параметра усиления  $|G|^2 \equiv |T|^2$  и различных значений среднего числа фотонов исходного поля  $a_s$ , поступающего на вход светоделителя СД1. На рис.3,а показаны результаты для случая поля  $a_s$ , находящегося в квантовом хаотическом состоянии (распределение фотонов Бозе–Эйнштейна), полученные из формул (27) и (28). Как видно из рис.3,а, при  $\langle n_s \rangle \gg 1$  значение  $\mathcal{R}$  с ростом  $|G|^2$  резко падает: от 1 при  $|G|^2 = 1$  до 0.5 при  $|G|^2 \approx 4$ . В то же время при  $\langle n_s \rangle = 1$  зависимость  $\mathcal{R}$  от параметра усиления качественно иная:  $\mathcal{R}$  убывает при  $1 < |G|^2 < 1.5$ , а затем возрастает и достигает единицы при  $|G|^2 \gg 1$ . Таким образом, рассматриваемая нами схема интерферометра-усилителя представляет собой идеальный усилитель ультраслабого хаотического (теплого) света ( $\langle n_s \rangle \approx 1$ ), не изменяющий от-

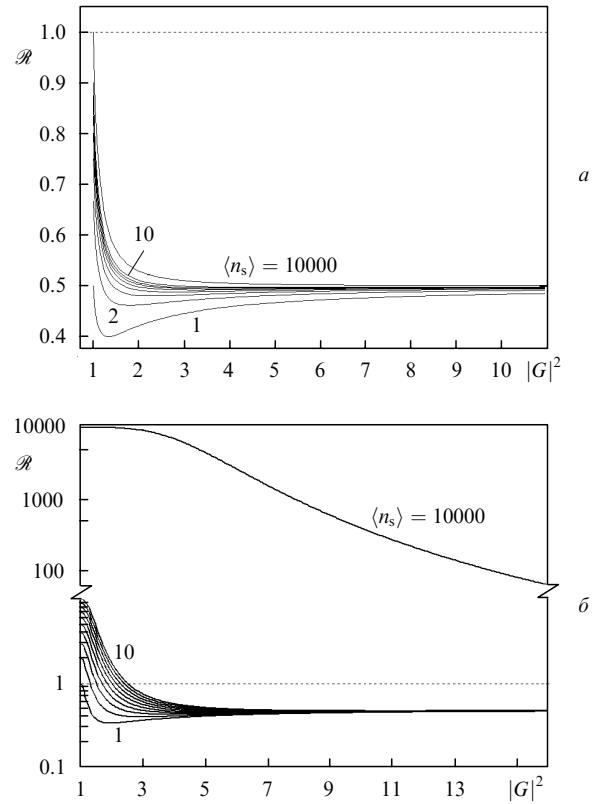


Рис.3. Зависимости отношения сигнал/шум  $\mathcal{R} = \langle N \rangle^2 / \langle (\Delta N)^2 \rangle$  поля, поступающего на фотодетектор ( $\langle N \rangle = \langle A_1^+ A_1 \rangle$ ), от параметра усиления  $|G|^2$  при различных значениях среднего числа фотонов  $\langle n_s \rangle$  в исходном (измеряемом) сигнале  $a_s$  для случаев, когда исходный сигнал, поступающий на вход системы, находится в хаотическом (тепловом) квантовом состоянии (а) и в когерентном квантовом состоянии (б) (относительная фаза  $\Phi = \pi, \langle n_s \rangle = 1, 2, 3, \dots, 10, 10000$ ).

ношение сигнал/шум исходного поля при сколь угодно большом его усилении.

На рис.3,б приведены результаты расчёта для исходного сигнала в квантовом когерентном состоянии по формулам (20) и (21) при относительной фазе  $\Phi = \pi$ . Как следует из кривых, величина  $\mathcal{R}$  убывает с ростом параметра усиления для всех значений среднего числа фотонов света на входе  $\langle n_s \rangle = |\alpha|^2$ . С увеличением  $\langle n_s \rangle$  падение  $\mathcal{R}$  с ростом усиления замедляется, а для больших  $\langle n_s \rangle$  (примерно  $10^6$ ) значение  $\mathcal{R}$  не ухудшится даже при  $|G|^2 \gg 1$ . Отметим, что в случае когерентного входного поля, когда схема усиления обладает фазовой чувствительностью, усилитель вносит дополнительный шум в выходное поле и с ростом усиления  $\mathcal{R}$  убывает от 1 до 0.5.

Расчёт, проведённый для относительной фазы  $\Phi = 0$ , показал, что в этом случае  $\mathcal{R} \approx \langle n_s \rangle$  для любых  $\langle n_s \rangle$  и  $|G|^2$ , т. е. при такой фазовой синхронизации усиление когерентного сигнала является идеальным (бесшумовым). Возможным оказывается также увеличение  $\mathcal{R}$  до  $1.36\langle n_s \rangle$  при  $\langle n_s \rangle = 1$  и  $|G|^2 \gg 1$ .

Зависимости шумового параметра усилителя  $\mathcal{N} \equiv \mathcal{R}_{\text{in}}/\mathcal{R}_{\text{out}}$  от  $|G|^2$  при разных  $\langle n_s \rangle$  приведены на рис.4. Для хаотического исходного сигнала из формул (20) и (21) следует, что при  $|G|^2 \gg 1$

$$\mathcal{N} = 2 \frac{\langle n_s \rangle}{\langle n_s \rangle + 1}. \quad (35)$$

При  $\langle n_s \rangle = 1$  усиление становится бесшумовым, т. е.  $\mathcal{N} \rightarrow 1$  при  $|G|^2 \gg 1$ .

Когерентный сигнал при  $\Phi = 0$ , как следует из рис.4,б, при  $\langle n_s \rangle \gg 1$  усиливается почти без увеличения шумового параметра  $\mathcal{N}$ , а при  $\langle n_s \rangle = 1$  отношение  $\mathcal{R}_{\text{in}}$  к  $\mathcal{R}_{\text{out}}$  даже повышается:  $\mathcal{N} \approx 0.72$  при  $|G|^2 \rightarrow \infty$ . Если же  $\Phi = \pi$ , усиление вносит дополнительный шум в выходной сигнал при  $\langle n_s \rangle \sim 1$  и является почти бесшумовым при  $\langle n_s \rangle \rightarrow \infty$ . На рис.4,в изображены зависимости флуктуаций числа фотонов  $\langle (\Delta N)^2 \rangle$  от параметра усиления при различных значениях  $\langle n_s \rangle$  когерентного входного сигнала. Как видно из рисунка и как уже отмечалось выше, фокковское состояние усиленного света, при котором флуктуации числа фотонов равны нулю, в рассматриваемой нами схеме с четырёхволновым смещением не достигается даже в случае большого сжатия ( $F \ll 1$ ). Малые флуктуации числа фотонов,  $\langle (\Delta N)^2 \rangle < 1$ , присутствуют лишь для слабых сигналов на входе ( $\langle n_s \rangle < 1$ ) при малом усилении. С ростом  $\langle n_s \rangle$  флуктуации для одного и того же усиления также растут. С увеличением параметра усиления при фиксированном  $\langle n_s \rangle$  флуктуации возрастают, а при  $|G|^2 > 10$  флуктуация числа фотонов не зависит от  $\langle n_s \rangle$ , и при этом  $\langle (\Delta N)^2 \rangle \gg 1$ .

Зависимости фактора Фано  $F$  от параметра усиления для различных  $\langle n_s \rangle$  изображены на рис.5. Из рис.5,а следует, что при хаотическом квантовом состоянии исходного сигнала фактор Фано всегда больше единицы и растёт с увеличением параметра усиления, т. е. выходное излучение усилителя в этом случае всегда суперпуассоновское.

Сжатое по числу фотонов состояние усиленного света может быть получено при когерентном состоянии сигнала, поступающего на вход усилителя. Как видно из рис.5,б, незначительно сжатый свет ( $F < 1$ ) присутствует на выходе в случае малого усиления для слабого сигнала на входе ( $\langle n_s \rangle \sim 1$ ) и  $\Phi = \pi$ . Большое сжатие ( $F \ll 1$ )

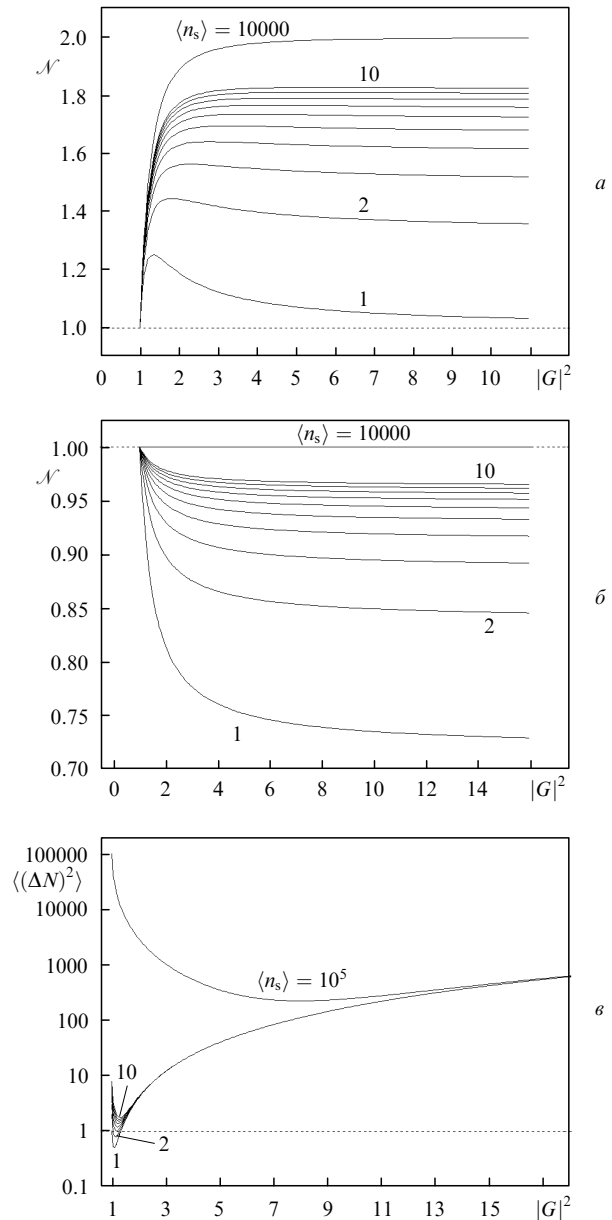


Рис.4. Зависимости параметра шума  $\mathcal{N} = \mathcal{R}_{\text{in}}/\mathcal{R}_{\text{out}}$  поля, поступающего на фотодетектор ( $\langle N \rangle = A_1^\dagger A_1$ ), от параметра усиления  $|G|^2$  при различных значениях среднего числа фотонов в исходном (измеряемом) сигнале  $a_s$  для случаев, когда исходный сигнал, поступающий на вход системы, находится в хаотическом (тепловом) квантовом состоянии (а) и в когерентном квантовом состоянии ( $\Phi = \pi$ ,  $\langle n_s \rangle = 1, 2, 3, \dots, 10, 10000$ ) (б), а также зависимости дисперсии числа фотонов  $\langle (\Delta N)^2 \rangle$  от  $|G|^2$  для исходного сигнала в когерентном квантовом состоянии ( $\langle n_s \rangle = 1, 2, \dots, 10^5$ ) (в).

достигается при больших  $\langle n_s \rangle$  и оптимальном значении параметра усиления  $|G|^2$ , зависящем от  $\langle n_s \rangle$  (см. формулы (32), (33)). Для параметров усиления, превышающих это оптимальное значение, и при  $|G|^2 \rightarrow \infty$  выходное поле становится суперпуассоновским.

Оптимальным для создания сжатого (субпуассоновского) состояния является значение относительной фазы  $\Phi \approx \pi$ ; при  $\Phi = 0$  сжатие невозможно. Как следует из (20), среднее число фотонов выходящего поля в случае  $\Phi \approx \pi$  убывает с ростом  $|G|^2$  и при выполнении соотношения (24) принимает значение  $|T|^2|R|^2 = |G|^2(|G|^2 - 1)$ . Таким образом, при малых  $\langle n_s \rangle$  и  $\Phi \approx \pi$  значительное усиление сигнала ( $\langle N \rangle \gg \langle n_s \rangle$ ) становится невозможным. Преоб-

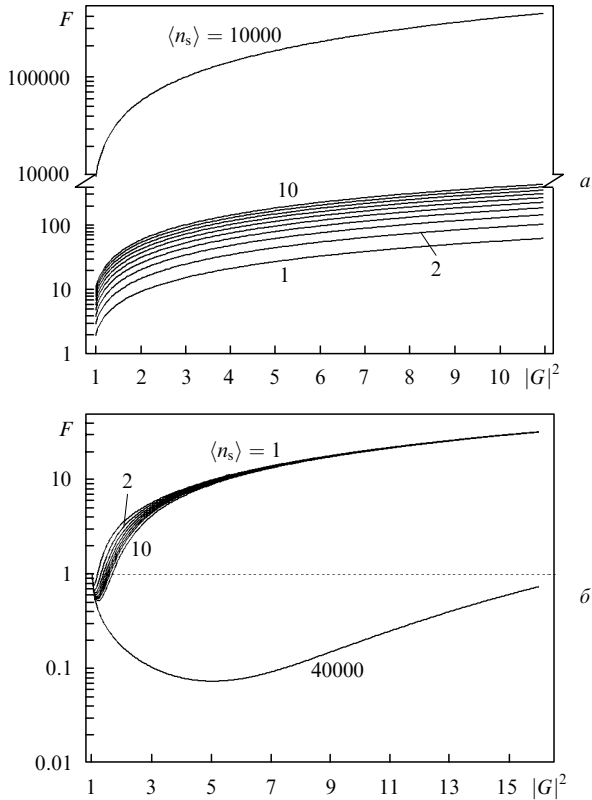


Рис.5. Зависимости фактора Фано  $F = \langle (\Delta N)^2 \rangle / \langle N \rangle$  поля, поступающего на фотодетектор ( $\langle N \rangle = \langle A_1^\dagger A_1 \rangle$ ), от параметра усиления  $|G|^2$  при различных значениях среднего числа фотонов в исходном (измеряемом) сигнале  $a_s$  для случаев, когда исходный сигнал, поступающий на вход системы, находится в хаотическом (тепловом) квантовом состоянии ( $\langle n_s \rangle = 1, 2, 3, \dots, 10, 10000$ ) (а) и в когерентном квантовом состоянии ( $\Phi = \pi, \langle n_s \rangle = 1, 2, 3, \dots, 10, 40000$ ) (б).

разование слабого когерентного сигнала в сжатый усиленный сигнал на выходе сталкивается в этих условиях с трудностями. При наличии на входе усилителя слабого когерентного сигнала ( $|x|^2 \approx 1$ ) создание на выходе системы интенсивного субпуассоновского сигнала также возможно, однако в этом случае необходимо использовать каскад рассматриваемых нами усилителей с различными коэффициентами усиления. При этом на каждом этапе усиления создаётся поле, близкое к когерентному, но с нарастающим средним числом фотонов. Усиление  $|G_i|^2 \sim 1$  для  $i$ -го элемента каскада ( $i = 1, \dots, M - 1$ , где  $M$  – число усилителей, составляющих каскад) возрастает с ростом  $i$  и позволяет создать на выходе  $M - 1$ -го усилителя поле в когерентном состоянии с большим средним числом фотонов. На последнем ( $M$ -м) этапе преобразования используется усилитель с коэффициентом усиления  $|G_M|^2 \sim 1$ , удовлетворяющим условию реализации сжатого состояния усиленного света на его выходе.

Зависимости квантово-статистических характеристик сигнала усилителя  $\mathcal{R}$ ,  $F$  и  $\mathcal{N}$  от величины относительной фазы  $\Phi \in [0, 2\pi]$  изображены на рис.6 при различных значениях среднего числа фотонов когерентного входного сигнала. Как видно из рис.6,а, значение  $\mathcal{R}$  резко возрастает при  $\Phi \approx \pi$  и большом числе фотонов во входном сигнале; при  $\langle n_s \rangle \rightarrow \infty$  имеем  $\mathcal{R}(\Phi = \pi) \rightarrow \langle n_s \rangle \approx \mathcal{R}(\Phi = 0)$ . При  $\langle n_s \rangle \sim 1$  имеет место соотношение  $\mathcal{R}(\Phi = \pi) \ll \mathcal{R}(\Phi = 0) = \langle n_s \rangle$ ; это позволяет сделать вывод о том, что наилучшее значение  $\mathcal{R}_{\text{out}}$  для слабого когерентного входного сигнала достигается при  $\Phi = 0$ .

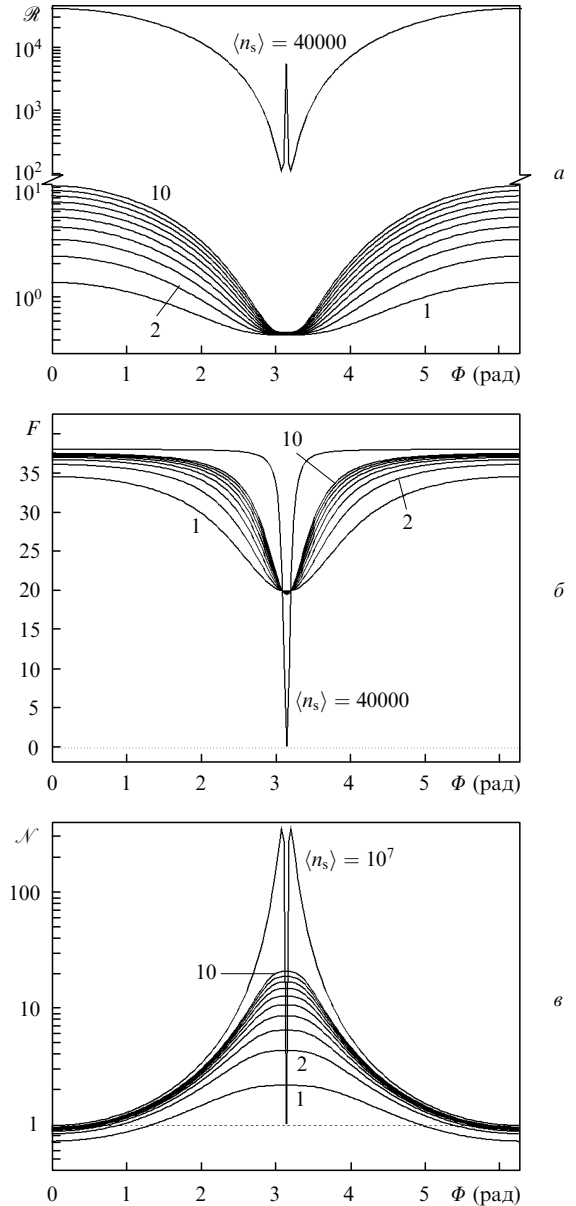


Рис.6. Зависимости отношения сигнал/шум  $\mathcal{R}$  (а), фактора Фано  $F$  (б) и параметра шума усилителя  $\mathcal{N}$  (в) для поля, поступающего на фотодетектор ( $\langle N \rangle = \langle A_1^\dagger A_1 \rangle$ ), от относительной фазы  $\Phi$  при различных значениях среднего числа фотонов в исходном (измеряемом) сигнале  $a_s$  и  $|G|^2 = 10$ .

Сжатое по числу фотонов состояние выходного поля ( $F \ll 1$ ), как видно из рис.6,б, достигается только при  $\Phi \approx \pi$  и  $\langle n_s \rangle \gg 1$ ; в этом случае незначительное отклонение относительной фазы  $\Phi$  от  $\pi$  приводит к резкому росту флуктуаций выходящего поля.

Шумовой параметр  $\mathcal{N}$  также проявляет резкую зависимость от относительной фазы  $\Phi$  (рис.6,в). Видно, что наилучшее значение,  $\mathcal{N} < 1$ , реализуется при  $\langle n_s \rangle \sim 1$  для  $\Phi = 0$ . В условиях, когда выходное поле находится в сжатом состоянии ( $\Phi = \pi, \langle n_s \rangle \gg 1$ ), усиление сигнала происходит без ухудшения его шумовых качеств, т.е.  $\mathcal{N} = 1$ . Отметим, что небольшие погрешности относительной фазы (вблизи  $\Phi = \pi$ ), приводящие к резкому увеличению шумового параметра  $\mathcal{N}$ , возможны вследствие флуктуаций фазы полей накачки. Ввиду этого в эксперименте могут быть использованы значения  $\Phi \approx 0$ , поскольку и в данном случае усиление также не вносит дополнитель-

ного шума ( $\mathcal{N} < 1$ ), а эффект резкой зависимости качества от относительной фазы  $\Phi$  усиленного сигнала при этом отсутствует.

#### 4. Заключение

Анализ предложенной нами схемы активного интерферометра четырёхволнового смешения показал возможность значительного усиления слабого оптического сигнала в различных квантовых состояниях без ухудшения его квантовых шумовых характеристик. Исследованы квантово-статистические свойства преобразованного света для различных квантовых состояний входного поля: когерентного, хаотического (теплового), а также фоковского.

В случае когерентного входного сигнала рассматриваемая схема представляет собой фазочувствительный усилитель. При оптимальном согласовании входного поля и фаз когерентной накачки в четырёхволновой схеме оказывается возможным создание усиленного поля на выходе, обладающего неклассическими статистическими свойствами – сжатием по числу фотонов. Создание мощного субпуассоновского света возможно при больших коэффициентах усиления ( $G^2 \gg 1$ ) лишь для достаточно мощных входных сигналов,  $\langle n_s \rangle \gg 1$ . В этих условиях реализуется наилучшее значение  $\mathcal{N} \equiv \mathcal{R}_{in}/\mathcal{R}_{out} = 1$ . Для ультраслабых сигналов ( $\langle n_s \rangle \sim 1$ ) усилитель улучшает качество сигнала, и  $\mathcal{N} < 1$  при  $G^2 \gg 1$ . Ультраслабый когерентный сигнал также может быть преобразован в интенсивный сжатый (субпуассоновский) свет с помощью каскада рассматриваемых нами усилителей со специально подобранными нарастающими коэффициентами усиления.

Анализ показал, что в рассматриваемой схеме, в которой используется нелинейное четырёхволновое смешение, когерентный входной сигнал может быть преобразован в интенсивный сжатый (субпуассоновский) сигнал с

фактором Фано  $F \ll 1$ , однако создание чистого фоковского состояния с определённым числом фотонов оказывается невозможным.

Флуктуации числа фотонов в случае хаотического поля на входе рассматриваемой схемы значительно возрастают при сильном усилении и  $\mathcal{N} \gg 1$ . Однако в случае  $\langle n_s \rangle = 1$  при использовании инвертированного выходного светоделителя и больших коэффициентах усиления возможно достижение  $\mathcal{N} \approx 1$ , т. е. усиление происходит без ухудшения значения  $\mathcal{R}$ , что создаёт условия для измерения ультраслабых хаотических сигналов. С ростом  $\langle n_s \rangle$  в этих условиях качество детектирования ухудшается.

Таким образом, преобразование света, осуществляемое рассмотренным интерферометром-услителем, позволит при определённых условиях повысить разрешение при фотодетектировании слабых сигналов вплоть до величины одного фотона.

1. Козловский А.В. *ЖЭТФ*, 129 (1), 30 (2006).
2. Козловский А.В. *Квантовая электроника*, 36 (3), 334 (2006).
3. *Squeezed Light (Special Issue)*. *J. Mod. Opt.*, 34, 6/7 (1987).
4. *Squeezed States of the Electromagnetic Field (Special Issue)*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 4 (10) (1987).
5. Yuen H.P., Shapiro J.H. *Opt. Lett.*, 4, 334 (1979).
6. Slusher R.E., Hollberg L.W., Yurke B., Mertz J.C., Valley J.F. *Phys. Rev. Lett.*, 55, 2409 (1985).
7. Slusher R.E., Yurke B., Grangier P., Laporta F., Walls D.F. *J. Opt. Soc. Am. B*, 4, 1453 (1987).
8. McKinstrie C.J., Radic S., Raymer M.G. *Opt. Express*, 12, 5037 (October, 2004).
9. McKinstrie C.J., Yu M., Raymer M.G., Radic S. *Opt. Express*, 13, 4986 (June, 2005).
10. McKinstrie C.J., Raymer M.G., Radic S., Vasilyev M.V. *Opt. Commun.*, 257 (1), 146 (2006).
11. Глаубер Р. *Квантовая оптика и квантовая радиофизика*. Под ред. К.де Витта, А.Бландена и К.Коэн-Таннуджи (М.: Мир, 1966, с. 91).
12. Мандел Л., Вольф Э. *Оптическая когерентность и квантовая оптика* (М.: Физматлит, 2000).