

Самодифракция световых волн на локальной фоторефрактивной решетке в кристалле симметрии $\bar{4}3m$ при поперечной конфигурации

Р.В.Литвинов

В параксиальном приближении получено точное решение нелинейных уравнений, описывающих симметричное стационарное взаимодействие двух световых волн произвольной поляризации на локальной фоторефрактивной решетке в кристалле симметрии $\bar{4}3m$ при поперечной конфигурации граней кристалла. Проведен анализ зависимостей поляризационного состояния световых волн и эффективности энергообмена между ними от приведенной длины образца и отношения интенсивностей падающих волн.

Ключевые слова: самодифракция, фоторефрактивная решетка, взаимодействие волн.

Точные аналитические решения нелинейных уравнений, описывающих согласованное взаимодействие двух световых волн на фоторефрактивной нелинейности в нецентросимметричных кристаллах, дают подробное представление о влиянии различных параметров взаимодействия на особенности экспериментальных исследований и различных фоторефрактивных устройств [1–8].

Аналитическое решение двух нелинейных уравнений связанных волн, описывающих скалярное двухволновое взаимодействие на пропускающей фоторефрактивной решетке в стационарном состоянии, получено в работах [1–3]. В [4, 5] рассмотрено взаимодействие двух световых волн с заданными ортогональными поляризациями, которое также описывается двумя нелинейными уравнениями. В параксиальном приближении стационарное векторное двухволновое взаимодействие может быть описано четырьмя нелинейными уравнениями относительно скалярных амплитуд ортогональных поляризационных составляющих световых волн. Точное решение четырех уравнений найдено для пропускающего двухволнового взаимодействия на нелокальной фоторефрактивной решетке, сформированной в кубических фоторефрактивных кристаллах группы симметрии $\bar{4}3m$, например таких как GaAs, InP и CdTe [6, 7]. В отсутствие гиротропии аналитические результаты, справедливые для взаимодействия в этих кристаллах, справедливы и для взаимодействия в кристаллах группы симметрии 23.

В настоящей работе представлено точное решение нелинейных уравнений, описывающих стационарную самодифракцию двух световых волн произвольной поляризации на локальной фоторефрактивной решетке, сформированной в кристалле симметрии $\bar{4}3m$ для так называемой [7, 8] поперечной конфигурации граней образца (рис. 1). Выполнен анализ зависимостей поляризационного состояния взаимодействующих световых волн и эффективности энергообмена между ними от приведенной

длины взаимодействия и отношения интенсивностей падающих на кристалл волн.

Схема двухволнового взаимодействия в кубическом фоторефрактивном кристалле во внешнем постоянном электрическом поле E_0 , приложенном вдоль вектора K интерференционной световой решетки с интенсивностью $I = I_0[1 + m \cos(Kr)]$, показана на рис. 1. В этом случае поле $E_0 = E_0 p$ и поле пространственного заряда $E_{sc} = E_{sc} p = [-m E_{eff} \exp(iKr)/2 + \text{компл. сопр.}] p$ за счет линейного электрооптического эффекта [9] наводят одинаковые по структуре возмущения диэлектрической проницаемости $\Delta \epsilon_{ij}^{(0)} = n^4 r_{41} E_0 g_{ij}$ и $\Delta \epsilon_{ij}^{sc} = n^4 r_{41} E_{sc} g_{ij}$, где n – показатель преломления среды, а r_{41} – электрооптический коэффициент. Для поперечной конфигурации компоненты единичного вектора p и тензора второго ранга g_{ij} в кристаллофизической системе координат определяются соотношениями $p_3 = g_{ii} = g_{12} = g_{21} = 0$, $-p_1 = p_2 = g_{13} = g_{31} = -g_{23} = -g_{32} = -1/\sqrt{2}$ [7].

Внешнее поле E_0 создается электрическим напряжением, приложенным к боковым граням (обычно с металлизированным покрытием). Пренебрежем блокирующим эффектом в приэлектродной области [8, 10] и рассмотрим случай, когда амплитуда внешнего поля E_0 удовлетворяет условию $E_d \ll E_0 \ll E_q$, где E_d и E_q – диффузионное поле и поле насыщения ловушек соответственно [8]. При взаимодействии на пропускающей фоторефрактивной решетке с пространственным периодом $\Lambda = 2\pi/|K| > 20$ мкм в кристаллах с концентрацией ловушек $N_a > 10^{22}$ м⁻³ характерные поля удовлетворяют соотношениям $E_d < 80$ В/см и $E_q > 100$ кВ/см. Поэтому указанное условие выполняется при $E_0 \approx 10$ кВ/см. В этом случае основной вклад в эффективную амплитуду E_{eff} поля E_{sc} дает локальная составляющая. В линейном по коэффициенту модуляции m приближении эта амплитуда с хорошей точностью равна внешнему полю: $E_{eff} = E_0$ [8].

Для удобства анализа выберем специальную систему координат, оси z и y которой совпадают с собственными осями матрицы связи H [6, 7]. Для рассматриваемой поперечной конфигурации компоненты матрицы H в традиционной системе координат с осями, направленными вдоль ТЕ- и ТМ-составляющих поляризации светового поля, таковы: $H_{MM} = H_{EE} = 0$, $H_{ME} = -1$. В этом

Р.В. Литвинов. Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Россия, 634050 Томск, просп. Ленина, 40; e-mail: litvinov@tspace.ru

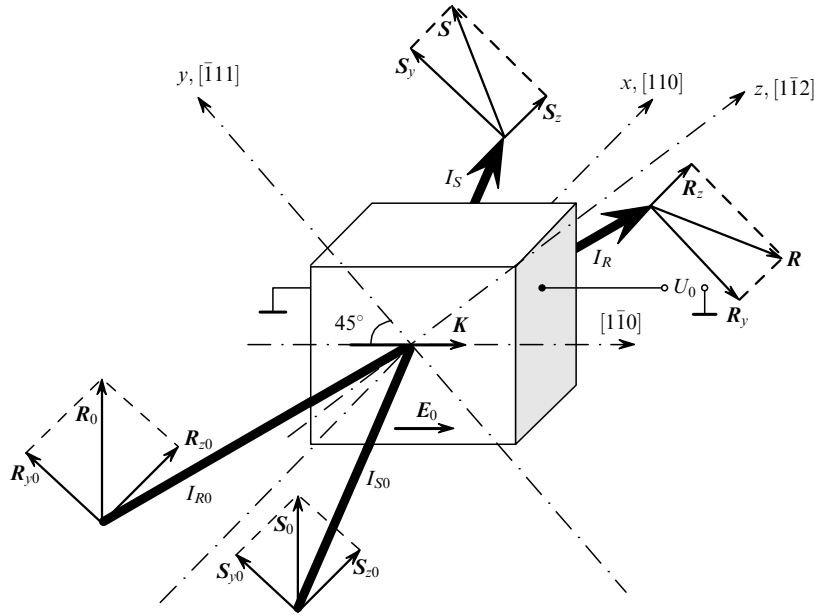


Рис.1. Двухволновое взаимодействие в фоторефрактивном кристалле симметрии $\bar{4}3m$ во внешнем электрическом поле при поперечной конфигурации.

случае оси z и y расположены под углами $\pm 45^\circ$ к вектору решетки K [7], как показано на рис.1. При приведенном выше пространственном периоде Λ справедливо параксиальное приближение, в рамках которого у векторных амплитуд двух взаимодействующих световых волн

$$\tilde{S} = S \exp[i(\omega t - k_S r)], \tilde{R} = R \exp[i(\omega t - k_R r)]$$

можно считать отличными от нуля только компоненты $y(S_y, R_y)$ и $z(S_z, R_z)$. Для принятых приближений уравнения связанных волн могут быть получены в виде

$$\frac{dS_{y,z}}{dx} = \mp i \frac{\gamma}{2} \frac{S_y R_y^* + S_z R_z^*}{I_0} R_{y,z}, \quad (1)$$

$$\frac{dR_{y,z}}{dx} = \mp i \frac{\gamma}{2} \frac{S_y^* R_y + S_z^* R_z}{I_0} S_{y,z},$$

где $\gamma = 2\pi n^3 r_{41} E_0 / \lambda$ – постоянная связи на фоторефрактивной решетке; λ – длина волны света;

$$m = 2 \frac{S_y R_y^* + S_z R_z^*}{I_0} \quad (2)$$

– коэффициент модуляции интерференционной картины. Уравнения (1), (2) отличаются от уравнений (11), (12), полученных в работе [7], линейной по m правой частью и наличием в ней мнимой единицы, появление которой связано с рассматриваемым локальным фоторефрактивным откликом кристалла.

Система уравнений связанных волн (1) имеет очевидный интеграл $I_0 = |S_y|^2 + |S_z|^2 + |R_y|^2 + |R_z|^2 = \text{const}$, соответствующий закону сохранения энергии светового поля при ее перераспределении между взаимодействующими волнами в непоглощающем фоторефрактивном кристалле. В рассматриваемом случае, так же как и в случае нелокального отклика, выполняются законы сохранения $I_y = |S_y|^2 + |R_y|^2$ и $I_z = |S_z|^2 + |R_z|^2$. Интегралы I_y и I_z описывают сохранение частей световой энергии, сосре-

доточенной в ортогональных поляризационных составляющих, ориентация которых совпадает с ориентацией собственных векторов матрицы связи. Однако, в отличие от кристалла с нелокальным откликом [7], энергия составляющих светового поля, фазы которых сдвинуты относительно друг друга на $\pi/2$, в общем случае не сохраняется. Поэтому при падении на кристалл линейно поляризованных световых волн их поляризация на выходе кристалла оказывается эллиптической.

Два дополнительных закона сохранения могут быть записаны в виде следующих интегралов:

$$|S_y|^2 - |S_z|^2 = I_{\Delta S}, \quad |R_y|^2 - |R_z|^2 = I_{\Delta R}. \quad (3)$$

С учетом этих законов уравнение для коэффициента m может быть получено в форме

$$\frac{dm}{dx} = i \frac{\gamma I_{\Delta}}{2 I_0} m, \quad (4)$$

где $I_{\Delta} = I_{\Delta S} - I_{\Delta R}$. Из него следует, что модуль коэффициента модуляции $m = m_0 \exp[ix I_{\Delta} / (2 I_0)]$ при взаимодействии сохраняется: $|m| = m_0$ (контраст интерференционной картины не изменяется). Линейный по x набег фазы коэффициента m приводит к периодическому изгибу линий интерференционной картины с периодом $\Lambda_x = 2\pi \times I_0 / (\gamma I_{\Delta})$.

При известной пространственной зависимости коэффициента модуляции уравнения (1) могут быть развязаны. Например, уравнение для y -компоненты поляризации сигнальной волны может быть получено в виде

$$\frac{d^2 S_y}{dx^2} - i \frac{\gamma I_{\Delta}}{2 I_0} \frac{d S_y}{dx} + \frac{\gamma^2 m_0^2}{16} S_y = 0. \quad (5)$$

Решения этого уравнения, а также аналогичных уравнений для других компонент светового поля позволяют получить следующие соотношения:

$$S_{y,z} = \exp\left(i\frac{\gamma x I_{\Delta}}{4 I_0}\right) \left[S_{y_0,z_0} \cos\left(\frac{\gamma x I_d}{4 I_0}\right) \pm i \frac{m_0 I_0 R_{y_0,z_0} \mp I_{\Delta} S_{y_0,z_0}}{I_{\Delta}} \sin\left(\frac{\gamma x I_d}{4 I_0}\right) \right], \quad (6)$$

$$R_{y,z} = \exp\left(-i\frac{\gamma x I_{\Delta}}{4 I_0}\right) \left[R_{y_0,z_0} \cos\left(\frac{\gamma x I_d}{4 I_0}\right) \pm i \frac{m_0 I_0 S_{y_0,z_0} \mp I_{\Delta} R_{y_0,z_0}}{I_d} \sin\left(\frac{\gamma x I_d}{4 I_0}\right) \right], \quad (7)$$

где $I_d = (I_{\Delta}^2 + m_0^2 I_0^2)$.

Из точных аналитических решений (6) и (7) нелинейной системы уравнений связанных волн (1) следует, что поляризационное состояние и интенсивность взаимодействующих волн периодически изменяются по длине взаимодействия с периодом $\Lambda_{\text{зд}} = 2\pi I_0 / (\gamma I_d)$. Период пространственных осцилляций зависит от отношения интенсивностей падающих на кристалл волн $\beta = I_{R0} / I_{S0}$. В случае малых ($\beta \ll 1$) или больших ($\beta \gg 1$) отношений интенсивностей величины I_{Δ} / I_0 и I_d / I_0 не зависят от β и изменение скалярных амплитуд по длине взаимодействия x определяется только разностью интенсивностей y - и z -составляющих поляризации светового поля сильной волны ($I_{\Delta S}$ или $I_{\Delta R}$). Отметим, что интегралы $I_{\Delta S}$ и $I_{\Delta R}$, так же как и I_d , не зависят от фазовых соотношений между y - и z -составляющими светового поля. Поэтому период пространственных осцилляций поляризационного состояния световых волн при одинаковой линейной поляризации падающих световых волн совпадает с таковым при одинаковой эллиптической поляризации падающих волн, если интенсивности y - и z -составляющих поляризации этих волн в первом случае равны соответствующим y - и z -составляющим поляризации во втором случае. Аналогичное замечание справедливо и для периода пространственных осцилляций интенсивности световых волн. Очевидно, можно подобрать одинаковый период $\Lambda_{\text{зд}}$ для различных отношений интенсивностей падающих волн, варьируя их поляризационные параметры.

Рассмотрим векторные амплитуды \mathbf{S} и \mathbf{R} , а также интенсивности I_S и I_R взаимодействующих световых волн при падении на кристалл волн с ТЕ- или ТМ-поляризацией (под углом $\pm 45^\circ$ к оси y). В этом случае интеграл I_{Δ} равен нулю, и линии фоторефрактивной решетки не изгибаются по длине взаимодействия x . Используя соотношения (6) и (7), можно получить следующие выражения:

$$\mathbf{S}_{\text{ТЕ,ТМ}} = \left(\frac{I_0}{1+\beta}\right)^{1/2} \left[\cos\left(\frac{\gamma x \sqrt{\beta}}{2(1+\beta)}\right) \frac{\mathbf{z}^{(0)} \pm \mathbf{y}^{(0)}}{\sqrt{2}} - i \sqrt{\beta} \sin\left(\frac{\gamma x \sqrt{\beta}}{2(1+\beta)}\right) \frac{\mathbf{z}^{(0)} \mp \mathbf{y}^{(0)}}{\sqrt{2}} \right], \quad (8)$$

$$\mathbf{R}_{\text{ТЕ,ТМ}} = \left(\frac{I_0}{1+\beta}\right)^{1/2} \left[\sqrt{\beta} \cos\left(\frac{\gamma x \sqrt{\beta}}{2(1+\beta)}\right) \frac{\mathbf{z}^{(0)} \pm \mathbf{y}^{(0)}}{\sqrt{2}} - i \sin\left(\frac{\gamma x \sqrt{\beta}}{2(1+\beta)}\right) \frac{\mathbf{z}^{(0)} \mp \mathbf{y}^{(0)}}{\sqrt{2}} \right], \quad (9)$$

$$I_S = \frac{I_0}{1+\beta} \left[\cos^2\left(\frac{\gamma x \sqrt{\beta}}{2(1+\beta)}\right) + \beta \sin^2\left(\frac{\gamma x \sqrt{\beta}}{2(1+\beta)}\right) \right], \quad (10)$$

$$I_R = \frac{I_0}{1+\beta} \left[\beta \cos^2\left(\frac{\gamma x \sqrt{\beta}}{2(1+\beta)}\right) + \sin^2\left(\frac{\gamma x \sqrt{\beta}}{2(1+\beta)}\right) \right], \quad (11)$$

где $\mathbf{y}^{(0)}$ и $\mathbf{z}^{(0)}$ – единичные векторы координатных осей; в формулах (8), (9) опущен несущественный фазовый множитель $\exp[i\gamma x I_{\Delta} / (2I_0)]$. Из последних двух выражений видно, что при $\beta = 1$ интенсивности световых волн не изменяются при самодифракции. При произвольной длине взаимодействия волны имеют эллиптическую поляризацию. Главные оси эллипса поляризации совпадают с координатными осями y и z , а отношение их длин, характеризующее эллиптичность световой волны, равно $\tan(\gamma x / 4)$. При приведенной длине $\gamma x = \pm \pi$ световые волны становятся циркулярно поляризованными, а кристалл выполняет функции четвертьволновой пластинки. В случае $\gamma x = 2\pi$ поляризация световых волн линейна и ортогональна поляризации падающих волн. При $\gamma x = 4\pi$ поляризация световых волн на выходе кристалла совпадает с их поляризацией на входе. Приближение заданного поля сильной волны, например референтной волны с $I_R \simeq I_0$, справедливо при условии $\gamma x \ll 2(1+\beta)/\sqrt{\beta}$. При этом интенсивность сигнальной волны нарастает по квадратичному закону: $I_S \simeq I_{S0}[1 + (\gamma^2 x^2 / 4)]$.

На рис.2 показаны зависимости интенсивностей I_S и I_R , нормированных на общую интенсивность I_0 , от приведенной длины γx для различных отношений β интенсивностей падающих волн. Из рис.2 и анализа формул (10) и (11) следует, что в рассматриваемом случае, несмотря на локальный характер фоторефрактивного отклика, возможен эффективный энергообмен между взаимодействующими волнами. Эффективность энергообмена имеет осциллирующий по γx характер. Период этих осцилляций изменяется при варьировании отношения β , являющегося характерным параметром нелинейности данной задачи. Зависимость периода колебаний от параметра нелинейности типична для нелинейных колебательных процессов различной природы (см., напр., [11]). В рассматриваемом здесь случае период пространственных осцилляций увеличивается при $\beta \rightarrow 1$, так же как и в классическом примере колебаний обычного математического маятника, период которого увеличивается с ростом нелинейности колебаний. Отличительной особенностью является то, что нелинейность не приводит к уширению спектральной полосы колебательного процесса,

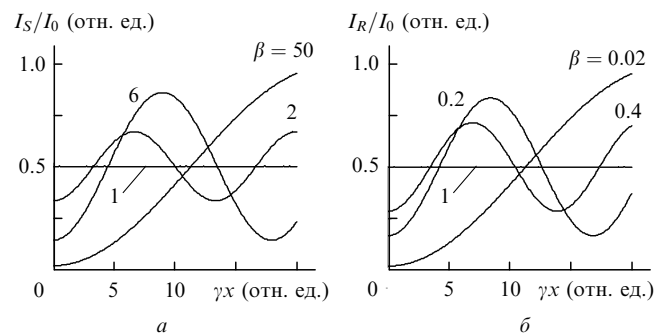


Рис.2. Зависимости нормированных интенсивностей световых волн от приведенной длины взаимодействия для различных отношений интенсивностей падающих на кристалл волн.

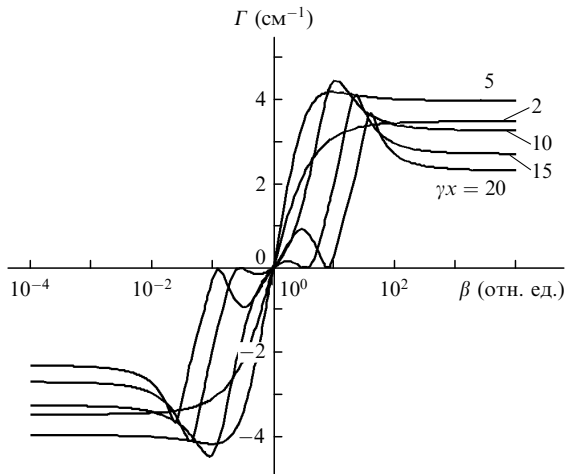


Рис.3. Зависимости коэффициента двухволнового усиления от отношения интенсивностей падающих на кристалл волн для различных приведенных длин взаимодействия.

характерному для большинства нелинейных колебательных систем.

На рис.3 приведены зависимости коэффициента двухволнового усиления $\Gamma = \ln[\beta I_S(\beta)/I_R(\beta)]/x$ от отношения интенсивностей падающих волн β для различных приведенных длин γx . Особенность зависимости $\Gamma(\beta)$ заключается в ее немономонном характере. Обусловлено это тем, что у осциллирующих по длине взаимодействия распределений интенсивностей световых волн при варьировании β изменяются не только амплитуды, но и пространственный период. При условии $\gamma x > 3.73$ это приводит к немономонности зависимостей $I_S(\beta)$ и $I_R(\beta)$ и в конечном итоге к немономонности зависимости $\Gamma(\beta)$. Немономонная зависимость коэффициента двухволнового усиления от отношения интенсивностей световых пучков на входной грани образца не является характерной для большинства экспериментальных и теоретических исследований двухволнового взаимодействия в фоторефрактивных кристаллах (см., напр., [2, 3, 12–18]). Исключение составляют эксперименты по двухволновому взаимодействию на нелокальной фоторефрактивной решетке в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ во внешнем меандровом поле, выполненные авторами работы [19]. Однако наличие точки перегиба в зависимости $\Gamma(\beta)$ связывается в этой работе с влиянием нелинейных по коэффициенту модуляции m интерференционной световой картины поправок к амплитуде первой гармоники поля пространственного заряда.

Таким образом, в работе получены точные решения нелинейных связанных уравнений относительно амплитуд двух световых волн произвольной поляризации, взаимодействующих на локальной фоторефрактивной решетке, сформированной в кристалле симметрии $43m$ при поперечной конфигурации граней образца. Из этих решений следует, что поляризационное состояние взаимодействующих волн и эффективность их энергообмена имеют периодическую зависимость от приведенной длины взаимодействия. Период пространственных осцилляций зависит от отношения интенсивностей β падающих на кристалл световых волн. Характерно, что периодическая зависимость эффективности энергообмена от приведенной длины приводит к немономонной зависимости коэффициента двухволнового усиления от отношения β . В случае равенства интенсивностей падающих волн эти интенсивности сохраняются. При этом линейно поляризованные световые волны в зависимости от приведенной длины могут преобразовываться в волны с эллиптической (в том числе циркулярной) и ортогональной линейной поляризациями.

1. Стурман Б.И. *ЖТФ*, **48**, 1010 (1978).
2. Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Одулов С.Г., Соскин М.С. *УФН*, **129**, 113 (1979).
3. Kukhtarov N.V., Markov V.B., Odulov S.G., Soskin M.S., Vinetskii V.L. *Ferroelectrics*, **22**, 961 (1979).
4. Стурман Б.И. *Квантовая электроника*, **7**, 483 (1980).
5. Кухтарев Н.В., Павлик Б.Д., Сорокина В.В., Семенец Т.И. *Квантовая электроника*, **13**, 326 (1986).
6. Hu Yi, Ringhofer K.H., Sturman V.I. *Appl. Phys. B*, **68**, 931 (1999).
7. Литвинов Р.В. *ЖЭТФ*, **122**, 950 (2002).
8. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике* (СПб.: Наука, 1992).
9. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. *Основы кристаллофизики* (М.: Наука, 1979).
10. Брыксин В.В., Коровин Л.И. *ФТТ*, **26**, 3415 (1984).
11. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. *Введение в нелинейную физику* (М.: Наука, 1988).
12. Huignard J.-P., Marrakchi A. *Opt. Commun.*, **38**, 249 (1981).
13. Kumar J., Albanese G., Steier W. *Opt. Commun.*, **63**, 191 (1987).
14. Степанов С.И., Сочава С.Л. *ЖТФ*, **57**, 1763 (1987).
15. Imbert V., Rajbenbach H., Mallick S., Herriau J.P., Huignard J.P. *Opt. Lett.*, **13**, 327 (1988).
16. Millerd J.E., Garmire E.M., Klein M.B., Wecher B.A., Strohkendl F.P., Brost G.A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **9**, 1449 (1992).
17. Ziari M., Steier W.H., Ranon P.M., Klein M.B., Trivedi S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **9**, 1461 (1992).
18. Кобозев О.В., Мандель А.Е., Шандаров С.М., Петров С.А., Каргин Ю.Ф. *Квантовая электроника*, **30**, 514 (2000).
19. Шандаров С.М., Красноперов В.Ю., Карташов В.А., Веретенников С.Ю., Мандель А.Е., Каргин Ю.Ф., Литвинов Р.В., Питченко С.Н. *Неорганические материалы*, **37**, 728 (2001).