

ВОЗДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ВЕЩЕСТВО

PACS 78.20.–e; 78.20.Ci; 36.40.–c; 36.40.Gk; 36.40.Vz

Бесстолкновительное поглощение интенсивного лазерного излучения в наноплазме**Д.Ф.Зарецкий, Ф.А.Корнеев, С.В.Попруженко**

Вычислена скорость линейного бесстолкновительного поглощения электромагнитного излучения в наноплазме – классическом электронном газе, локализованном в нагретых ионизированных нанотелах (тонкой плёнке или кластере), облучаемых интенсивным фемтосекундным лазерным импульсом. Поглощение обусловлено неупругим рассеянием электронов на самосогласованном потенциале системы в присутствии лазерного поля. Эффект оказывается существенным благодаря малому размеру рассматриваемых систем. Получены общие выражения для скорости поглощения в линейном по полю режиме в зависимости от параметров одночастичного самосогласованного потенциала и функции распределения для электронов. В простейших случаях, когда самосогласованное поле создаётся бесконечно глубокой ямой и бесконечной заряжённой плоскостью, найдены замкнутые аналитические выражения для скорости поглощения. Приводятся оценки, показывающие, что в широком интервале параметров лазерных импульсов и наноструктур бесстолкновительный механизм нагрева электронной подсистемы может быть доминирующим. Обсуждается возможность экспериментального наблюдения эффекта бесстолкновительного поглощения интенсивного лазерного излучения в наноплазме.

Ключевые слова: наноплазма, бесстолкновительное поглощение.

1. Введение

Развитие мощных фемтосекундных лазеров, наблюдающееся в последние 10–15 лет, стимулирует проведение новых экспериментов по исследованию взаимодействия различных наносистем с интенсивным электромагнитным излучением. В качестве наносистем широко используются металлические или атомарные кластеры диаметром от нескольких единиц до нескольких сотен нанометров, содержащие от нескольких десятков до десятков миллионов атомов (см. обзоры [1–3]). В экспериментах также используются, хотя и реже, чем кластеры, тонкие плёнки [4]. Под действием коротких лазерных импульсов с интенсивностью $10^{14} – 10^{21}$ Вт/см² в наносистемах происходит внутренняя ионизация и образуется плазма со средней энергией электронов от десятков до десятков тысяч электронвольт. Часть электронов покидает систему (внешняя ионизация), в результате чего возникает нескомпенсированный заряд, запирающий оставшуюся плазму, которая эволюционирует в конечном объёме до распада ионного остова нанотела. Характерное время разлёта электронной подсистемы составляет сотни фемтосекунд и более (см. ниже оценку (2)). Таким образом, в фемтосекундном временном диапазоне возникает новый физический объект – плотная горячая электронная плазма, локализованная в нанометровом пространственном диапазоне, – наноплазма [5, 6]. В настоящее время физические свойства наноплазмы активно изучаются, в том числе и экспериментально.

Д.Ф.Зарецкий. РНЦ «Курчатовский институт», Россия, 123182 Москва, пл. акад. Курчатова, 1
Ф.А.Корнеев, С.В.Попруженко. Московский инженерно-физический институт (государственный университет), Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail korneev@theor.mephi.ru

Поступила в редакцию 13 сентября 2006 г., после доработки – 22 декабря 2006 г.

Одним из наиболее важных свойств наноплазмы в сильном лазерном поле является её высокая поглощающая способность в оптическом и ИК диапазонах. В экспериментах показано, что наноплазма поглощает лазерное излучение гораздо эффективнее (в расчёте на один атом), чем газовая мишень, макроплазма и твёрдое тело [5]. Высокая эффективность поглощения лазерного излучения приводит к быстрому разогреву электронной подсистемы, вследствие чего наноплазма становится источником излучения высоких гармоник и характеристического рентгеновского излучения, а также быстрых и многозарядных ионов. В настоящее время эти эффекты активно изучаются, в том числе в связи с возможным их практическим применением (см. работы [2–4] и ссылки в них).

Для интерпретации наблюдаемой высокой поглощающей способности наноплазмы в интенсивном лазерном поле было предложено несколько различных механизмов: обратный многофотонный тормозной эффект [5–7], вакуумный нагрев [8, 9], стохастический нагрев [10] и др. В настоящей работе рассмотрен бесстолкновительный механизм поглощения, основанный на взаимодействии электронов с самосогласованным полем наноструктуры в присутствии переменного электрического поля лазерной волны. Впервые эффект бесстолкновительного поглощения был рассмотрен в 1946 г. Ландау, который показал, что продольные электромагнитные волны, распространяющиеся в бесконечной плазме, могут затухать без столкновений [11, 12] (затухание Ландау). Бесстолкновительное поглощение осуществляется, как правило, через так называемые резонансные частицы. В случае линейного затухания Ландау в бесконечной плазме резонансное условие имеет вид [11, 12]

$$k\mathbf{v} = \omega, \quad (1)$$

где ω и \mathbf{k} – частота и волновой вектор продольной волны, а \mathbf{v} – скорость электрона. Такие частицы движутся в фазе с волной и могут получить от неё или отдать ей ненулевую среднюю по времени энергию. В плазме конечного размера бесстолкновительное поглощение приобретает качественно новые особенности, впервые исследованные в [13] для однородного слоя классической (невыврожденной) плазмы и в [14] для маленьких холодных сферических металлических частиц. Основным качественным результатом заключается в том, что для малых систем бесстолкновительный механизм поглощения может быть доминирующим из-за интенсивного взаимодействия электронов с границей системы. Соударение электрона с границей и есть его взаимодействие с самосогласованным потенциалом. Во избежание путаницы подчеркнём, что, говоря о бесстолкновительном поглощении, мы имеем в виду отсутствие парных столкновений или их несущественность, в то время как столкновения с границей системы существенны – грубо говоря, они и являются физической причиной эффекта.

В самое последнее время бесстолкновительное поглощение энергии в нагретых интенсивным лазерным излучением кластерах и тонких плёнках стало предметом активных теоретических исследований [15–22]. В частности, было показано, что ширина резонанса Ми в кластерах может определяться не частотой электрон-ионных соударений, а частотой соударений электрона с границей кластера [16]. В работе [15] скорость бесстолкновительного поглощения излучения была вычислена в предельном случае очень высокой интенсивности лазерного поля, когда амплитуда качаний электронного облака велика по сравнению с радиусом кластера. В этом случае взаимодействие с ионным остовом может быть учтено в первом борновском приближении, в то время как взаимодействие с лазерным полем учитывается точно. При этом поглощение оказывается существенно нелинейным по полю и достаточно сильным, т. к. каждый электрон рассеивается на всём ионном остове, а не на отдельных ионах.

Другой предельный случай, отвечающий относительно слабым полям, когда амплитуда колебаний электронного облака мала по сравнению с размером системы, а поглощение происходит в линейном режиме, был рассмотрен в работах [17] и [18] для тонких плёнок и сферических кластеров соответственно. Такой режим осуществляется в широком диапазоне параметров, так что даже излучение с интенсивностью 10^{17} Вт/см² может оказаться слабым для систем размером в десятки нанометров. Аналогичная задача о бесстолкновительном затухании электромагнитной волны в горячем однородном плазменном слое решена в [19] в одном из предельных случаев, когда частота столкновений электрона с границами слоя мала по сравнению с частотой лазерного поля. В случае, когда самосогласованное поле, моделирующее плазму, может быть аппроксимировано потенциалом бесконечно глубокой прямоугольной ямы, получены замкнутые выражения для скорости поглощения энергии и мнимой части диэлектрической проницаемости [17–19].

Наконец, в работах [20–22] бесстолкновительное поглощение энергии было исследовано в рамках модели нелинейного осциллятора, описывающего колебания несжимаемого электронного облака под действием лазерного поля. Показано, что сильное поглощение возникает в том случае, когда зависящая от амплитуды колебаний частота Ми становится близкой к частоте излучения ла-

зера. Полученные в этих работах выводы находятся в качественном согласии с результатами численных расчётов, выполненных в [22].

Оценки, основанные на аналитических выражениях [13, 17–19], и результаты численных расчётов [22] показывают, что для фемтосекундных лазерных импульсов с интенсивностью $10^{14} – 10^{16}$ Вт/см² и тонких плёнок (кластеров) размером менее 100 нм эффект затухания Ландау может играть существенную роль и даже доминировать в разогреве наноплазмы.

В настоящей работе разрабатывается теория, сформулированная в [17, 18]. Скорость линейного бесстолкновительного поглощения в классической наноплазме, представляющей собой одномерную (плёнка) и трёхмерную (сферический кластер) системы, вычислена и исследована в зависимости от формы самосогласованного потенциала и вида электронной функции распределения. Полученные результаты позволяют, в частности, обсудить проявления эффекта бесстолкновительного поглощения, которые можно было бы наблюдать в эксперименте.

2. Постановка задачи

Электронная плазма возникает в наноструктуре в результате внутренней ионизации на фронте лазерного импульса. Вследствие поглощения энергии плазма нагревается, и часть электронов покидает систему (внешняя ионизация). Для не слишком маленьких кластеров (тонких плёнок) размером $a \approx 10$ нм и не слишком сильных полей излучения с интенсивностью $I \approx 10^{14} – 10^{16}$ Вт/см² большая часть электронов остаётся запертой и образует наноплазму, существующую в течение, по крайней мере, сотен фемтосекунд, пока система не распадётся в результате кулоновского взрыва [23]. Ионы и запертые электроны формируют самосогласованный потенциал, имеющий в присутствии лазерного поля осциллирующую часть. Если остов системы образован ионами с массой m_i и средним зарядом \bar{Z}_i , то характерное время разлёта ионов [24]

$$\tau_1 \sim \left(\frac{m_i}{e^2 n_{tr} \bar{Z}_i \eta} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

где e – элементарный заряд; $n_{tr} = n_i \bar{Z}_i (1 - \eta)$ – средняя концентрация захваченных электронов; η – степень внешней ионизации системы; n_i – концентрация ионов. Для кластера, состоящего из атомов ксенона, при $n_{tr} \approx 5 \times 10^{22}$ см⁻³, $\bar{Z}_i = 4$, $\eta \approx 0.1$ оценка (2) даёт $\tau_1 \approx 300$ фс. Таким образом, на временных интервалах в десятки фемтосекунд запертая в плёнке или кластере плазма может рассматриваться как стационарная с не зависящей от времени концентрацией электронов $n_e^0(r)$. Строго говоря, функция Больцмана быть найдена из совместного решения уравнения Больцмана для функции распределения и уравнения Пуассона для электрического потенциала. В данной работе мы не рассматриваем эту проблему, считая самосогласованный потенциал и концентрацию известными функциями. Отметим, что время τ_1 (2) слабо зависит от размера кластера (зависимость от размера входит через степень внешней ионизации η ; для маленьких кластеров она при прочих равных условиях больше). Зависимость τ_1 (2) от массы составляющих плазму ионов m_i приводит к тому, что для кластеров из лёгких элементов (D₂, D₂O) приближение стационарной наноплазмы неприменимо, в то время как для тяжёлых элементов (Ar, Xe, металличе-

ские кластеры) оно хорошо работает вплоть до сотен фемтосекунд.

Лазерное поле возбуждает различные колебательные моды наноплазмы. Для малых сферических тел ($a \ll \lambda$, где λ – длина волны лазерного излучения) эти моды найдены в [19] в том случае, когда колебания плазмы можно описывать в гидродинамическом приближении. Однако для рассматриваемой здесь задачи гидродинамическое описание, вообще говоря, не подходит, т. к. его применение возможно при условии $a \gg l_0$, где l_0 – длина свободного пробега*. В наноструктурах, находящихся в интенсивном лазерном поле, соотношение между размером системы и длиной свободного пробега зачастую оказывается обратным. Здесь мы будем считать, что электронное облако совершает малые колебания, не деформируясь, т. е. возбуждается только поверхностный плазмон. Необходимым условием применимости приближения несжимаемой жидкости для описания колебаний электронного облака является малость амплитуды этих колебаний ξ_0 в сравнении с размером тела: $\xi_0 \ll a$. Кроме того, требуется выполнение одного из двух дополнительных условий: либо относительное изменение равновесной электронной плотности внутри системы должно быть малым [24], либо частота лазерного поля ω должна быть достаточно большой: $\omega \gg \omega_{pD}$, где $\omega_{pD} = [4\pi Z n_i e^2 \kappa / (D m_e)]^{1/2}$ – частота поверхностного плазмона, зависящая от размерности D наноструктуры; κ – доля электронов, запертых внутри ионного остова; m_e – масса электрона. В последнем случае электрическое поле внутри системы мало отличается от внешнего лазерного поля и поэтому близко к однородному.

Отметим, что предел высоких частот представляет особый интерес при исследовании взаимодействия наноплазмы с интенсивным электромагнитным излучением. Так, при взаимодействии тонких полупроводниковых плёнок с оптическими и ИК полями лазерного излучения с интенсивностью $10^{13} - 10^{14}$ Вт/см² зона проводимости, первоначально пустая, постепенно заполняется электронами в результате многофотонного поглощения. В этом случае разогрев плазмы в зоне проводимости происходит как раз в условиях $\omega \gg \omega_{pD}$, а при достижении резонанса плёнка разрушается [26]. Кроме того, в последнее время на основе лазеров на свободных электронах созданы источники когерентного излучения с энергией фотона 10–15 эВ и интенсивностью до 10^{13} Вт/см², с помощью которых были выполнены эксперименты по взаимодействию таких полей с кластерами [27, 28], обнаружившие аномально большое поглощение энергии и в УФ области. Очевидно, что для фотонов с энергиями 10–15 эВ условие $\omega \gg \omega_{pD}$ также выполняется.

Под действием внешнего линейно поляризованного лазерного поля с напряжённостью

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t + \alpha) \quad (3)$$

электронное облако осциллирует с амплитудой

$$\xi_0 = \frac{e E_0}{m_e [(\omega^2 - \omega_{pD}^2)^2 + 4\Gamma^2 \omega^2]^{1/2}}. \quad (4)$$

*Строго говоря, уравнения гидродинамики могут применяться в плазме и в противоположном пределе $a \ll l_0$ [25]. Однако для этого требуется выполнение других дополнительных условий, существенно ограничивающих область рассматриваемых параметров лазерного поля и наноплазмы.

Ширина резонанса Γ обусловлена различными релаксационными процессами, включая и бесстолкновительное затухание Ландау. Обычно вдали от резонанса, когда $|\omega - \omega_{pD}| \gg 1$, амплитуда (4) мала по сравнению с размером системы a . В качестве примера рассмотрим кластер ($D = 3$) радиусом $a \simeq 10$ нм со средней концентрацией электронов $\bar{n}_e \simeq \bar{Z}_i n_i \simeq 10^{23}$ см⁻³. В данном случае энергия поверхностного плазмона (резонанса Ми) $\hbar\omega_{p3} \equiv \hbar\omega_{Me} \approx 6$ эВ, так что для излучения титан-сапфирового лазера с частотой $\omega = 1.55$ эВ линейный резонанс не достигается. При этом даже для поля излучения с интенсивностью $I = 5 \times 10^{16}$ Вт/см² выражение (4) даёт $\xi_0 \simeq 1$ нм, т. е. на порядок меньше радиуса. Эта оценка показывает, что вдали от резонанса линейное приближение по внешнему полю хорошо применимо для описания колебаний электронного облака даже при больших интенсивностях. Вблизи резонанса такое приближение может оказаться недостаточным. Ниже мы предполагаем, что условие $\xi_0 \ll a$ выполняется.

Скорость поглощения энергии лазерного излучения плазмой \bar{Q} равна средней по времени работе внутреннего электрического поля над электронами. Переменная часть поля внутри наноплазмы представляет собой сумму лазерного и индуцированного полей. В линейном и дипольном приближениях связь между внутренним и приложенным полями может быть легко найдена. Продемонстрируем это на примере одномерной системы (плёнки) в поле (3) линейно поляризованного лазерного излучения. В приближении несжимаемого электронного облака при условии $\xi_0 \ll a$ его смещение $\xi(t)$ в направлении, перпендикулярном плоскости плёнки, удовлетворяет уравнению гармонического осциллятора

$$\ddot{\xi} + 2\Gamma_1 \dot{\xi} + \omega_{p1}^2 \xi = -\frac{e E_{0z}}{m_e} \cos(\omega t + \alpha). \quad (5)$$

Углы, задающие направления поляризации и распространения поля, показаны на рис.1. Решение уравнения (5) имеет вид

$$\xi(t) = -\frac{e E_{0z}}{m_e [(\omega^2 - \omega_{p1}^2)^2 + 4\Gamma_1^2 \omega^2]^{1/2}} \cos(\omega t + \alpha + \beta), \quad (6)$$

$$\sin \beta = -\frac{2\Gamma_1 \omega}{[(\omega^2 - \omega_{p1}^2)^2 + 4\Gamma_1^2 \omega^2]^{1/2}}.$$

Предполагая, что распределение электронов внутри плёнки близко к однородному, а затухание мало ($\Gamma_1 \ll \omega$, ω_{p1}), получим выражение для напряжённости внутреннего поля в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t) &= 4\pi e \bar{n}_e \xi(t) \mathbf{e}_z + \mathbf{E}_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ &= \mathbf{E}_{0\perp} \cos(\omega t + \alpha) + \mathbf{e}_z \mathcal{E}_z \cos(\omega t + \alpha - \delta), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_{0\perp} = \mathbf{E}_{0\perp}, \quad \mathcal{E}_z = \frac{E_{0z}}{[(1 - \omega_{p1}^2/\omega^2)^2 + 4\Gamma_1^2/\omega^2]^{1/2}},$$

$$\sin \delta = \left(\frac{\omega_{p1}}{\omega} \right)^2 \sin \beta,$$

где \mathbf{e}_z – единичный вектор в направлении оси z . Скорость

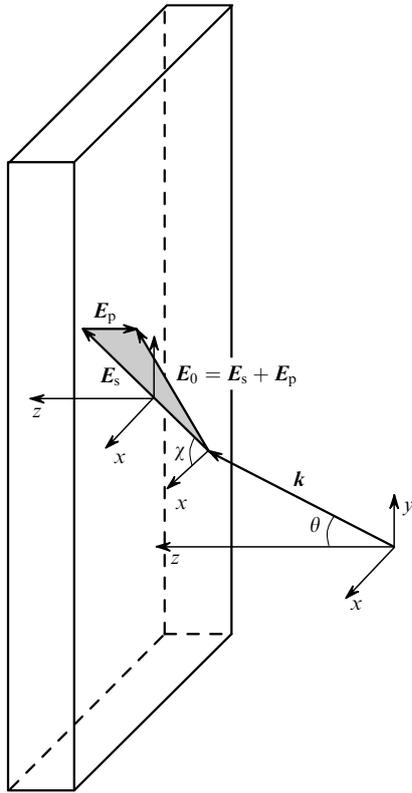


Рис.1. Геометрия задачи для одномерной системы (плёнки). Внешнее (лазерное) поле направлено вдоль волнового вектора k под углом θ к оси z , перпендикулярной плёнке. Вектор напряжённости электрического поля E_0 направлен под углом χ к оси x ; E_s – компонента E_0 , расположенная в плоскости плёнки xy ; E_p – компонента E_0 , параллельная оси z .

поглощения энергии электромагнитного излучения диэлектрическим слоем толщиной a на единицу поверхности [29]

$$\bar{Q}_1 = -a\overline{PE}_0, \tag{8}$$

где $P = -e\bar{n}_e\zeta(t)$ – дипольный момент единицы объёма. Используя (6)–(8), получим связь между скоростью поглощения энергии и константой затухания в одномерной системе:

$$\Gamma_1 = \frac{4\pi\bar{Q}_1}{a\mathcal{E}_z^2} \frac{\omega^2}{\omega_{p1}^2}. \tag{9}$$

Для систем со сферической симметрией вычисления выполняются аналогично (см. также [18]). В этом случае связь между константой затухания и энергией, поглощаемой кластером в единицу времени, имеет вид

$$\Gamma_3 = \frac{\bar{Q}_3}{a^3\mathcal{E}_0^2} \frac{\omega^2}{\omega_{p3}^2}. \tag{10}$$

Таким образом, вычисление скорости линейного поглощения \bar{Q} позволяет с помощью формул (9), (10) найти константу затухания Γ , определяющую, в частности, ширину поверхностного плазмона. Далее будем обозначать скорость поглощения энергии и соответствующую константу затухания, связанные с бесстолкновительным ме-

ханизмом, маленькими буквами \bar{q} и γ , в отличие от скорости \bar{Q} и константы Γ , учитывающих все механизмы поглощения.

3. Общее выражение для скорости поглощения

Наноплазма, нагретая до температур в десятки электронвольт и выше является чисто классической системой (в частности, невырожденной). Тем не менее наиболее простой метод вычисления скорости линейного поглощения основан на квантово-механической теории возмущений. Разумеется, конечный результат не содержит постоянной Планка.

В приближении самосогласованного поля наноплазма может быть описана как N электронов, занимающих одночастичные уровни в потенциальной яме. Взаимодействие с полем волны приводит к переходам электронов между одночастичными уровнями с поглощением или испусканием фотона. Энергия поля, поглощаемая плазмой в единицу времени, пропорциональна разности чисел поглощённых и испущенных фотонов, помноженной на энергию фотона:

$$\bar{q} = N\hbar\omega \sum_{n,k} \rho(\epsilon_n)(w_{nk}^- - w_{nk}^+), \tag{11}$$

где w_{nk}^- и w_{nk}^+ – вероятности перехода электрона между уровнями с квантовыми числами n и k с поглощением и излучением одного фотона с частотой ω соответственно. Индекс n обозначает весь набор квантовых чисел уровня, например, в сферическом кластере $n \equiv \{n_r, l, m\}$, где n_r, l, m – радиальное, орбитальное и магнитное квантовые числа. В плёнке смысл имеет, конечно, скорость поглощения на единицу площади. Квантовая функция распределения электронов по энергиям $\rho(\epsilon_n)$ нормирована на единицу. Учитывая, что $w_{nk}^+ = w_{kn}^-$ (см. ниже формулу (14)), из (11) получаем

$$\bar{q} = N\hbar\omega \sum_{n,k} [\rho(\epsilon_n) - \rho(\epsilon_k)] w_{nk}^-. \tag{12}$$

Рассмотрим простейший случай одномерной системы, где n характеризуется одним главным квантовым числом n (однородная в поперечном направлении тонкая плёнка). Напряженность электрического поля внутри плёнки определяется выражением (7). Оператор взаимодействия электронов с полем

$$\begin{aligned} \hat{V}_{int}(\mathbf{r}, t) &= -e\mathcal{E}(t)\mathbf{r} \\ &= -e\mathcal{E}(t)(x \cos \chi + y \cos \theta \sin \chi + z \sin \theta \sin \chi). \end{aligned} \tag{13}$$

Углы χ и θ показаны на рис.1. В первом порядке теории возмущений

$$w_{nk}^\pm = \frac{\pi e^2 \mathcal{E}_0^2}{2\hbar} | \langle k|z|n \rangle |^2 \delta(\epsilon_k - \epsilon_n \pm \hbar\omega) \sin^2 \theta \sin^2 \chi. \tag{14}$$

В соответствии с правилами отбора для электрических дипольных переходов $k - n = 2s + 1, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. В пределе $n, k \gg 1$ квантовые числа и квантовая функция распределения $\rho(\epsilon_n)$ могут быть выражены через класси-

ческие величины с использованием правила Бора–Зоммерфельда, при этом

$$\sum_n \rightarrow \int dn = \int \frac{d\epsilon}{\hbar\Omega(\epsilon)}, \quad \epsilon_k - \epsilon_n = \hbar\Omega(\epsilon_n)(2s+1),$$

$$\rho(\epsilon) = \hbar\Omega(\epsilon)f_1(\epsilon), \quad (15)$$

где $\Omega(\epsilon) = \hbar^{-1}d\epsilon/dn = 2\pi/T(\epsilon)$ – частота колебаний электрона с энергией ϵ в невозмущённом самосогласованном потенциале $U(z)$; $f_1(\epsilon)$ – классическая функция распределения электронов, нормированная как $\int d\epsilon f_1(\epsilon) = 1$. Эта функция не предполагается равновесной. Поэтому, говоря ниже о температуре T_e , мы будем подразумевать среднюю энергию электронов. Матричный элемент в (14) может быть заменён компонентой Фурье соответствующей классической величины [30]:

$$\langle k|z|n \rangle \rightarrow z_s(\epsilon) = \frac{\Omega(\epsilon)}{2\pi} \int_0^{T(\epsilon)} z(\epsilon, t) \exp[i(2s+1)\Omega(\epsilon)t] dt, \quad (16)$$

где $z(\epsilon, t)$ – классическая траектория электрона с энергией ϵ . Используя (14)–(16) и учитывая, что характерные энергии электронов велики по сравнению с энергией фотона, $T_e \gg \hbar\omega$, получим из (9) и (12) [17]

$$\gamma_1(\omega) = -\frac{\pi m_e}{2} \omega^3 \sum_s |z_s(\epsilon_s)|^2 \left| \frac{\partial \Omega(\epsilon)}{\partial \epsilon} \right|^{-1} \Big|_{\epsilon=\epsilon_s} \frac{d}{d\epsilon} \left[f_1(\epsilon)\Omega(\epsilon) \right] \Big|_{\epsilon=\epsilon_s}. \quad (17)$$

Здесь суммирование выполняется по всем корням уравнения

$$(2s+1)\Omega(\epsilon_s) = \omega. \quad (18)$$

Смысл условия (18) очевиден: ненулевой вклад в поглощённую энергию дают только те электроны, чей период колебаний в яме с потенциалом $U(z)$ равен нечётному числу периодов лазерного поля. Таким образом, как и в случае волн в бесконечной плазме, поглощают только резонансные частицы, а условие (18) является аналогом выражения (1) для конечной системы с размером, малым по сравнению с длиной волны излучения. При полном отсутствии столкновений нет причин для сбоя фазы при движении электрона в самосогласованном поле, вклады в работу лазерного поля от многих периодов когерентны, что и порождает условие (18). Любой механизм декогерентности, включая парные столкновения, рассеяние на флуктуациях локального поля и диффузные граничные условия, приводит к тому, что поглощение становится возможным также для частиц с энергиями, лежащими в некоторой окрестности резонансной энергии ϵ_s .

В случае трёхмерной (сферической кластер) геометрии расчёт выглядит аналогично приведённому выше. Различия сводятся к необходимости учёта углового движения. Подробности вычислений даны в Приложении 1. Для сферического кластера константа затухания даётся выражением

$$\gamma_3(\omega) = -\frac{\pi m_e \omega^3}{12} \sum_s \int_{M_{\min}}^{M_{\max}} M dM \left\{ \frac{\mathcal{R}^+(\epsilon, M)}{s\Omega(\epsilon, M)} \left| \frac{\partial Y_+(\epsilon, M)}{\partial \epsilon} \right|^{-1} \times \left(\omega \frac{\partial}{\partial \epsilon} + \frac{\partial}{\partial M} \right) [\Omega(\epsilon, M)f_3(\epsilon, M)] \Big|_{\epsilon=\epsilon_s^+} + \right.$$

$$\left. + \frac{\mathcal{R}^-(\epsilon, M)}{s\Omega(\epsilon, M)} \left| \frac{\partial Y_-(\epsilon, M)}{\partial \epsilon} \right|^{-1} \left(\omega \frac{\partial}{\partial \epsilon} - \frac{\partial}{\partial M} \right) \times [\Omega(\epsilon, M)f_3(\epsilon, M)] \Big|_{\epsilon=\epsilon_s^-} \right\}. \quad (19)$$

Здесь классическая функция распределения по энергии и моменту импульса связана с квантовой функцией распределения $\rho(\epsilon_n, l)$ соотношением

$$f_3(\epsilon, M) = \frac{2\rho(\epsilon_n, l)}{\hbar^3 \Omega(\epsilon, M)}. \quad (20)$$

Функции $\mathcal{R}^\pm(\epsilon, M)$ определены как

$$\mathcal{R}^\pm(\epsilon, M) = \left| \frac{\Omega(\epsilon)}{\pi} \int_0^{T/2} r(\epsilon, M, t) \cos[\omega t \pm \phi(\epsilon, M, t)] dt \right|^2, \quad (21)$$

где $r(\epsilon, M, t)$ и $\phi(\epsilon, M, t)$ – зависящие от времени радиальная координата и азимутальный угол классической частицы с энергией ϵ и угловым моментом M . Функции $Y_\pm(\epsilon, M)$ имеют вид

$$Y_\pm(\epsilon, M) = \Omega(\epsilon, M) \left(1 \pm \frac{\Delta\phi}{2\pi s} \right). \quad (22)$$

Здесь $\Omega(\epsilon, M) = 2\pi/T(\epsilon, M)$ – частота радиальных колебаний электрона в самосогласованном потенциале $U(r)$ и

$$\Delta\phi = \left(\frac{2}{m_e} \right)^{1/2} M \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{dr}{r^2 [\epsilon - U(r) - M^2/(2m_e r^2)]^{1/2}}$$

– приращение азимутального угла за период*. Сумма в (19) берётся по всем корням $\epsilon_s^\pm(M)$ уравнения

$$sY_\pm(\epsilon_s^\pm) = \omega, \quad (23)$$

которое является обобщением (18) на случай трёхмерной системы со сферической симметрией.

Отметим, что сумма по $s = n_r - n'_r$ в (19) (как и соответствующая сумма в (17)) уже не может быть заменена на интеграл даже в классическом пределе. Последнее возможно только в том случае, когда расстояние между соседними резонансными уровнями энергии – решениями уравнений (18) и (23) – мало по сравнению со средней энергией и дисперсией энергий электронов в яме. Для самосогласованного потенциала, моделируемого бесконечно глубокой прямоугольной ямой, резонансные уровни становятся близкими в пределе низких температур, $T_e \ll m_e \omega^2 a^2$ (см. Приложение 2). Этот случай подробно рассмотрен в работах [17, 18].

Выражения (17) и (19) представляют собой основные результаты настоящей работы. С их помощью может быть оценена скорость линейного поглощения энергии интенсивного лазерного излучения в наноплазме. Несмотря на то что рассматриваемая система является чисто классической и скорость поглощения не зависит от постоянной Планка, метод расчёта, основанный на кван-

*В трёхмерном гармоническом осцилляторе и кулоновском поле $\Delta\phi = 2\pi$, и выражение (19) существенно упрощается. Однако самосогласованное поле в нагретом кластере заведомо отличается от полей в этих простейших случаях, так что их рассмотрение вряд ли имеет смысл.

тово-механической теории возмущений, оказался наиболее простым*. Те же результаты могут быть, конечно, получены и непосредственно методами классической механики, однако это требует более громоздких вычислений, особенно для $D \neq 1$.

4. Обсуждение результатов

Полученные выше выражения дают возможность вычислить скорость линейного бесстолкновительного поглощения энергии лазерного излучения в горячей наноплазме, если известны вид самосогласованного поля, запирающего электроны, и функция распределения. Определение этих величин представляет собой отдельную задачу, требующую численного решения кинетического уравнения, что выходит за рамки данной работы. Здесь мы рассмотрим качественные особенности бесстолкновительного поглощения в классической плазме конечных размеров, используя для самосогласованного потенциала и функции распределения простые модельные выражения.

В Приложении 2 константа затухания $\gamma(\omega)$ вычислена для бесконечно глубокой прямоугольной ямы в одномерной и трёхмерной геометрии, а также для поля, создаваемого бесконечной заряженной плоскостью («треугольный» потенциал). Последнее соответствует одномерной ионизованной тонкой плёнке в том случае, когда электроны большую часть времени проводят за пределами ионного остова. Распределение электронов по скоростям предполагалось максвелловским с температурой T_e . Результаты расчёта показаны на рис.2 и 3. Для одномерной прямоугольной ямы результат в точности совпадает с полученным в [13]. Видно, что зависимость константы затухания от безразмерной переменной (для прямоугольной ямы) практически одинакова для систем разной размерности. Гораздо более существенной оказывается зависимость от формы самосогласованного потенциала. В прямоугольной яме $\gamma \sim T_e^{-3/2}$ при высоких температурах, $T_e \gg T_0 = m_e(\omega a)^2$, и $\gamma \sim T_e^{1/2}$ при $T_e \ll T_0$. В поле заряженного слоя (рис.3) убывание константы затухания при высоких температурах происходит несколько медленнее: $\gamma \sim T_e^{-3/2} \ln T_e$, а при низких темпера-

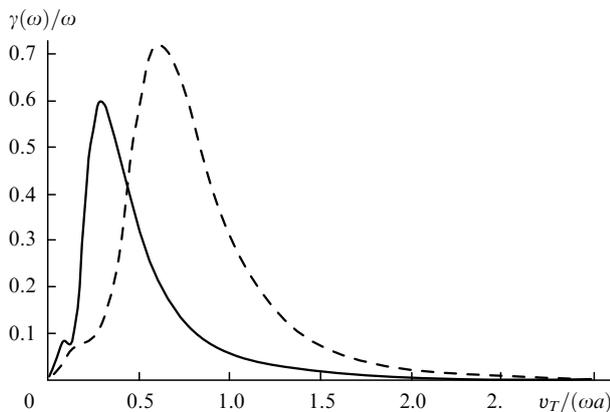


Рис.2. Константы затухания для одномерной (сплошная кривая) и трёхмерной (штриховая кривая) систем с самосогласованным потенциалом, моделируемым глубокой прямоугольной ямой.

*Рассмотренный случай – не исключение. Например, в работе [31] диэлектрическая постоянная высокотемпературной классической замагниченной плазмы также вычисляется методом квантово-механической теории возмущений.

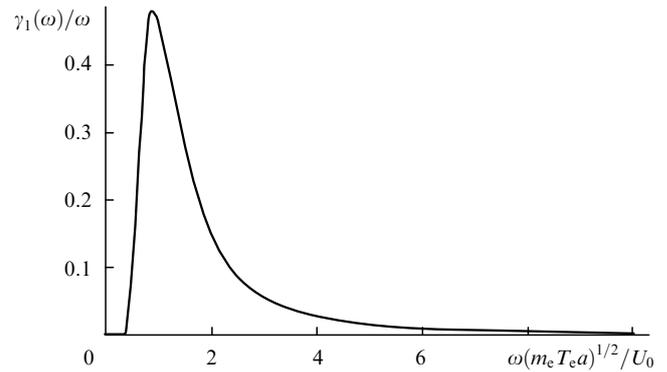


Рис.3. Константа затухания для одномерной системы (в поле заряженной плоскости).

турах она экспоненциально мала: $\gamma \sim \exp[-\pi^2/(8y^2)]$, где $y = \omega_0(m_e T_e)^{1/2} a/U_0$ (см. Приложение 2). Такое различие имеет простое качественное объяснение: поглощаемая энергия определяется вкладом резонансных уровней, а положение последних – плотностью уровней в яме, т.е. функцией $\Omega(\epsilon)$. В прямоугольной яме уровни разрежаются с ростом энергии, а в «треугольной» – с её уменьшением. Поэтому в низкотемпературном пределе, когда функция распределения локализована у дна ямы, константа затухания в «треугольной» яме убывает экспоненциально. Аналогично ведёт себя декремент затухания Ландау в бесконечной плазме при выполнении условия $\omega \gg k_B v_T$, где k_B – постоянная Больцмана, v_T – тепловая скорость электрона [12].

В пределе низких температур, $v_T/(\omega a) \ll 1$, электрон при одном соударении со стенкой поглощает в среднем энергию порядка его колебательной энергии во внутреннем лазерном поле. Этот результат хорошо известен [13]. Интересно отметить, что он имеет место только в случае глубокой прямоугольной ямы. Как видно из результатов, приведённых в Приложении 2, в поле заряженной плоскости даже в пределе высоких частот поведение константы затухания совсем другое.

Рассмотрим теперь зависимость скорости поглощения от вида функции распределения для электронов. Термализация электронов в наноплазме определяется частотой электрон-электронных столкновений

$$v_{ee} = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3} \frac{e^4 \bar{n}_e L_C}{m_e^{1/2} T_e^{3/2}}, \quad (24)$$

где L_C – кулоновский логарифм. При $\bar{n}_e \simeq 10^{22} \text{ см}^{-3}$ и $T_e \simeq 1 \text{ кэВ}$ получим оценку $v_{ee} \sim 10^{13} \text{ с}^{-1}$, которая показывает, что время термализации может быть сравнимо с длительностью лазерного импульса. Отсюда следует, что, меняя параметры импульсов и мишеней, можно получить наноплазму как с максвелловским, так и с существенно неравновесным распределением электронов. Отметим, что с переходом к неравновесному распределению с малой дисперсией константа затухания становится более чувствительной к виду резонансного условия. Из рис.4 видно, что с уменьшением ширины распределения в зависимости $\gamma(\omega)$ появляются пики. Аналогичные структуры наблюдались при анализе бесстолкновительного поглощения энергии в холодных конечных системах с фермиевским распределением [32]. Всплески в поглощении хорошо видны, когда распределение по энергиям становится узким: $\Delta \lesssim \delta\epsilon_s = |\epsilon_{s+1} - \epsilon_s|$, где Δ – ширина рас-

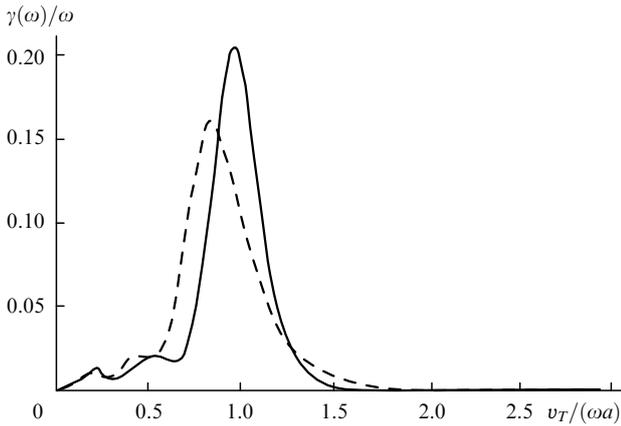


Рис.4. Зависимости константы затухания от вида функции распределения электронов на примере одномерной системы с бесконечно глубоким прямоугольным потенциалом. В качестве модельных функций распределения использовались функции $\rho(\epsilon) \sim \exp(-2\epsilon/T_e)$ (штриховая кривая) и $\rho(\epsilon) \sim \exp(-10\epsilon/T_e)$ (сплошная кривая).

предела. Положения максимумов $\gamma_1(\omega)$ в прямоугольной яме определяются условиями $\bar{\epsilon} = m_e(\omega a)^2/2$, $\bar{\epsilon} = 9m_e(\omega a)^2/2$, $\bar{\epsilon} = 25m_e(\omega a)^2/2, \dots$, совпадающими с ϵ_s из (18) для $s = 0, 1, 2, \dots$. Здесь $\bar{\epsilon}$ – средняя по распределению энергия электрона. Первый резонансный максимум остаётся заметным даже в случае максвелловского распределения (см. рис.2).

5. Заключение

По меньшей мере два следствия полученных в данной работе результатов могут проявляться в экспериментах по исследованию взаимодействия интенсивных лазерных импульсов с мишенями из тонких плёнок и кластеров. Во-первых, бесстолкновительное поглощение лазерного излучения может служить эффективным механизмом нагрева наноплазмы. Покажем, что это возможно в условиях, типичных для современных экспериментов. При взаимодействии кластеров размером $a \simeq 10$ нм с импульсами интенсивностью $I \simeq 10^{16}$ Вт/см² в результате первичной (внутренней) ионизации атомов образуется наноплазма со средней энергией электронов 200–300 эВ. Для получения этой оценки следует учесть, что характерные дрейфовые энергии фотоэлектронов при ионизации в линейно поляризованном лазерном поле $\bar{\epsilon}_{dr} \approx (E_0/E_a)U_p$, где E_a – характерная напряжённость атомного поля и $U_p = e^2 E_0^2 / (4m_e \omega^2)$ – ponderomotorная энергия электрона в линейно поляризованном поле с амплитудой E_0 [33]. Пользуясь выражениями (П2.17) и (10) и полагая $\bar{n}_e = 10^{23}$ см⁻³, длительность импульса $\tau \simeq 100$ фс, получим оценку средней энергии, поглощённой одним электроном за время импульса:

$$\Delta\epsilon \simeq \frac{\bar{q}\tau}{N} \simeq 10^3 \text{ эВ.} \quad (25)$$

Для тонкой плёнки толщиной $a = 10$ нм, облучаемой фемтосекундным импульсом с интенсивностью $I \simeq 10^{15}$ Вт/см², аналогичная оценка, основанная на использовании формул (П2.4) и (9), даёт $\Delta\epsilon \simeq 10^2$ эВ. Обе оценки находятся в качественном согласии с данными экспериментов и результатами численного моделирования [4, 5]. При указанных выше параметрах отношение $\nu_T/(\omega a) \ll 1$, так что затухание определяется линейной частью кривых на рис.2*.

Во-вторых, константа $\gamma(\omega)$ даёт оценку вклада бесстолкновительного механизма затухания в ширину плазменного резонанса (резонанса Ми). Используя связь между \bar{q} и γ (см. формулу (10)), для приведённых выше параметров лазерного импульса и кластера получим

$$\hbar\gamma \simeq 0.4 \text{ эВ.} \quad (26)$$

Эта оценка хорошо согласуется с шириной линейного резонанса Ми, которая может быть получена из результатов численного моделирования эволюции кластера в интенсивном лазерном поле [34]. Таким образом, мы можем заключить, что для нанотел размером 10 нм и менее, облучаемых фемтосекундными импульсами с интенсивностью $I \simeq 10^{14} - 10^{16}$ Вт/см², бесстолкновительный механизм поглощения вносит существенный, если не основной, вклад в скорость нагрева электронной наноплазмы и в ширину поверхностного плазмона.

Тем не менее приведённые оценки могут рассматриваться только как косвенное свидетельство существенной роли бесстолкновительного затухания в горячей наноплазме. Поэтому возникает вопрос о возможностях непосредственного экспериментального наблюдения эффекта. Среди таких возможностей отметим следующие. Во-первых, в случае однородной тонкой плёнки бесстолкновительное затухание возникает только при возбуждении колебаний плазмы в направлении, перпендикулярном плоскости плёнки. Это приводит к тому, что при произвольной ориентации направления поляризации волны относительно поверхности плёнки скорость бесстолкновительного поглощения оказывается пропорциональной множителю $\sin^2\theta \sin^2\chi$ (см. формулу (13) и рис.1), т.е. связанное с конечным размером плёнки поглощение возможно только для р-поляризованной компоненты волны. Поскольку средняя энергия электронов, образовавшихся в результате облучения плёнки, пропорциональна поглощённой энергии лазерного импульса, то при облучении тонких плёнок должна наблюдаться заметная зависимость этой величины от поляризации. Кроме того, поскольку различные вторичные процессы в наноплазме (образование многозарядных ионов, рентгеновское и УФ излучение) возникают в значительной мере за счёт горячих электронов, их эффективность также должна существенно зависеть от поляризации падающего излучения. Такие зависимости отмечены в работе [4], где было показано, в частности, что выход рентгеновского излучения для р-поляризованной волны в несколько раз больше, чем для s-поляризованной. Повторение эксперимента [4] в постановке, специально направленной на анализ этих зависимостей, может дать количественную оценку эффекта бесстолкновительного затухания.

Во-вторых, для обнаружения рассматриваемого эффекта затухания может быть использована его существенная зависимость от размера нанотела. Действительно, при выполнении условия $\nu_T \ll \omega a$, которое легко реализуется и в тонких плёнках, и в кластерах (см. оценки выше), скорость поглощения энергии одним электроном изменяется обратно пропорционально размерам тела независимо от размерности структуры. По этой причине для тел, размер которых составляет 100 нм и более, бесстолкновительный механизм перестаёт играть существенную роль в поглощении энергии. Зависимость средней

*Для $a = 10$ нм, $\omega = 1.55$ эВ, $T_e \approx 10$ эВ величина $\nu_T/(\omega a) \approx 0.1$.

энергии электронов от толщины плёнки при её облучении фемтосекундными импульсами с интенсивностью $I \approx 10^{15}$ Вт/см² наблюдалась в работе [4]. Зависимость скорости поглощения от размеров тела можно было бы наблюдать, облучая несферические ориентированные наношпены фемтосекундными импульсами и измеряя зависимость средней энергии электронов в спектре от ориентации мишени.

Наконец, ширина поверхностного плазмона может быть измерена в pump-probe эксперименте в зависимости от параметров лазерного импульса накачки. Последний создаёт наноплазму в тонкой плёнке или кластере, а слабый пробный импульс длительностью несколько десятков фемтосекунд рассеивается в наноплазме с регулируемой задержкой по отношению к импульсу накачки. Меняя задержку, можно управлять величиной ω_{pD} в момент взаимодействия, достигая линейного резонанса и измеряя его ширину. Параметры импульса накачки определяют свойства наноплазмы, в частности электронную температуру. Таким образом, можно восстановить зависимость ширины поверхностного плазмона от температуры и сравнить её с результатами расчётов по формулам (17) и (19).

Отметим, что изложенные результаты носят в значительной степени качественный характер. Это обусловлено невозможностью учесть в рамках простой аналитической модели многочисленные факторы, определяющие динамику наноплазмы в поле интенсивного электромагнитного излучения. Более полное исследование бесстолкновительного поглощения энергии лазерного излучения в наноплазме может быть выполнено только на основе численного моделирования, учитывающего реальную форму самосогласованного потенциала, функции распределения, нестационарный характер взаимодействия (расширение ионного остова, испарение электронов из системы) и вклад нелинейных процессов. Полученные в настоящей работе модельные формулы могут использоваться для выполнения численных оценок и качественного анализа результатов численного моделирования.

Авторы признательны В.Беккеру (W. Becker) и С.В.Фомичёву за многочисленные полезные обсуждения, а также Б.М.Карнакову и С.П.Гореславскому за ценные замечания. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 06-02-16916-а), Немецкого научно-исследовательского общества (Deutsche Forschungsgemeinschaft) (грант DFG 436 RUS 113/852/0-1), Президентской программы поддержки ведущих научных школ (грант № НШ-320.2006.2), а также гранта Министерства образования и науки РФ «Развитие научного потенциала высшей школы» РНП 2.1.1.1972.

Приложение 1. Вывод формулы (19)

Для системы со сферической симметрией (кластер) скорость поглощения энергии (12) определяется выражением

$$\bar{q} = \frac{\pi e^2 \epsilon_0^2 \omega}{2} N \sum_{n_r, l, m} \sum_{n_r', l', m'} | \langle n_r l m | r \cos \theta | n_r' l' m' \rangle |^2 \times [\rho(\epsilon) - \rho(\epsilon')] \delta(\epsilon - \epsilon' - \hbar\omega). \quad (\text{П1.1})$$

Энергии уровней $\epsilon(n_r, l)$ зависят от радиального (n_r) и

азимутального (l) квантовых чисел, оператор взаимодействия имеет вид $\hat{V} = -e\mathcal{E}_0 r \cos(\omega t)$, а ось квантования выбрана вдоль направления поляризации поля.

Используя свойства $3j$ -символов [30], вычислим сумму в (П1.1) по магнитным квантовым числам:

$$\sum_{m, m'} | \langle l m | \cos \theta | l' m' \rangle |^2 = \frac{l+1}{3} \delta_{l' l-1} + \frac{l}{3} \delta_{l' l+1} \approx \frac{l}{3} (\delta_{l' l-1} + \delta_{l' l+1}). \quad (\text{П1.2})$$

Далее, используя стандартное квазиклассическое представление для радиальных волновых функций, получим для радиального матричного элемента [35] выражение

$$\langle n_r, l | r | n_r', l \pm 1 \rangle = \frac{\Omega(\epsilon, M)}{\pi} \int_0^{\pi/\Omega} r(t) \cos[\omega t \pm \phi(\epsilon, M, t)] dt, \quad (\text{П1.3})$$

где $M = \hbar l$ – классический момент импульса; $\Omega(\epsilon, M) = \hbar^{-1} (\partial \epsilon / \partial n_r)_l$ – частота радиальных колебаний частицы в самосогласованном потенциале $U(r)$; $\phi(\epsilon, M, t)$ – азимутальный угол поворота траектории. Из (П1.3) получается выражение (21).

В формуле (П1.1) перейдем от суммирования по радиальным квантовым числам n_r, n_r' к суммированию по n_r и $s = n_r - n_r'$. В классическом пределе, когда уровни расположены плотно, сумму по n_r можно заменить на интеграл по энергии, который вычисляется с учётом соотношения

$$\delta(\epsilon - \epsilon' + \hbar\omega) = \hbar^{-1} \delta \left[\Omega(\epsilon, M) (n_r - n_r') + \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial l} \right)_{n_r} (l - l') + \omega \right]. \quad (\text{П1.4})$$

В результате получим выражения (19)–(23).

Приложение 2. Константа затухания для некоторых модельных потенциалов

Получим константу затухания $\gamma(\omega)$ из (17) и (19) для нескольких простейших потенциалов, считая, что распределение электронов в яме является гиббсовским с температурой T_e : $\rho(\epsilon) = Z^{-1}(T_e) \exp(-\epsilon/T_e)$. В этом случае

$$f_1(\epsilon) = \frac{\exp(-\epsilon/T_e)}{\Omega(\epsilon) Z_1(T_e)}, \quad Z_1(T) = \int \frac{d\epsilon}{\Omega(\epsilon)} \exp(-\epsilon/T_e),$$

$$f_3(\epsilon, M) = \frac{\exp(-\epsilon/T_e)}{\Omega(\epsilon, M) Z_3(T_e)}, \quad (\text{П2.1})$$

$$Z_3(T) = \int d\epsilon \int M dM \frac{\exp(-\epsilon/T_e)}{\Omega(\epsilon, M)}.$$

Одномерная прямоугольная яма. В случае одномерной бесконечно глубокой прямоугольной ямы шириной a

$$\Omega(\epsilon) = \frac{\pi}{a} \left(\frac{2\epsilon}{m_e} \right)^{1/2}$$

и решения уравнения (18) приобретают вид

$$\epsilon_s = \frac{m_e \omega^2 a^2}{2\pi^2 (2s+1)^2}.$$

Выражения для матричных элементов (16) и нормировочной константы в функции распределения из (П2.1) соответственно имеют вид

$$|z_s(\epsilon)|^2 = \frac{8\epsilon}{\pi^2 m_e \omega^2}, \quad Z_1(T_e) = a \left(\frac{m_e T_e}{2\pi} \right)^{1/2}, \quad (\text{П2.2})$$

так что (17) даёт

$$\gamma_1 = \frac{64}{\pi^6 x^3} \omega \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\exp\{-4/[\pi^3(2s+1)^2 x^2]\}}{(2s+1)^5},$$

$$x = \left(\frac{8T_e}{\pi m_e \omega^2 a^2} \right)^{1/2} \equiv \frac{v_T}{\omega a}. \quad (\text{П2.3})$$

Эта формула вытекает также из выражения для мнимой части диэлектрической проницаемости однородного плазменного слоя [13]. Случай $x \ll 1$ соответствует холодной плазме в относительно широкой яме. При этом сумма в (П2.3) может быть заменена интегралом. В результате получаем

$$\gamma_1 \approx \omega x. \quad (\text{П2.4})$$

Этот предельный случай отвечает линейному участку на рис.2. В противоположном пределе высоких температур экспоненциальный множитель в (П2.2) можно положить равным единице. Тогда

$$\gamma_1 \approx 0.13 \frac{\omega}{x^3}. \quad (\text{П2.5})$$

Поле заряженной плоскости. В случае, когда самосогласованное поле создаётся бесконечной заряженной плоскостью («треугольная» яма),

$$U(z) = U_0 \left| \frac{z}{a} \right|. \quad (\text{П2.6})$$

При этом

$$\Omega(\epsilon) = \frac{\pi U_0}{2a} \frac{1}{(2m_e \epsilon)^{1/2}}$$

и выражение для корней уравнения (18) приобретает вид

$$\epsilon_s = \frac{\pi^2 U_0^2 (2s+1)^2}{8m_e \omega^2 a^2}.$$

Тогда

$$|z_s(\epsilon)|^2 = \frac{32\epsilon}{\pi^4 (2s+1)^4 m_e \omega^2},$$

$$Z_1(T_e) = \frac{a}{\pi U_0} (2\pi m_e T_e^3)^{1/2}. \quad (\text{П2.7})$$

Подстановка этих выражений в (17) даёт

$$\gamma_1(\omega) = 2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\omega}{y^3} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\exp[-\pi^2(2s+1)^2/(8y^2)]}{2s+1},$$

$$y = \frac{\omega(m_e T_e)^{1/2} a}{U_0}. \quad (\text{П2.8})$$

Как и в случае прямоугольной ямы, константа затухания является функцией одной переменной. Зависимость $\gamma_1(y)/\omega$ показана на рис.3. В предельных случаях больших и малых значений y выражение (П2.8) упрощается:

$$\gamma_1 \approx 2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\omega}{y^3} \exp\left(-\frac{\pi^2}{8y^2}\right), \quad y \ll 1, \quad (\text{П2.9})$$

$$\gamma_1 \approx \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\omega}{y^3} \ln\left(\frac{\sqrt{8y}}{\pi}\right), \quad y \gg 1. \quad (\text{П2.10})$$

Первое из этих выражений отвечает случаю холодной плазмы в глубокой яме, второе – случаю высоких температур.

Сферическая яма. В случае, когда самосогласованный потенциал кластера моделируется бесконечно глубокой сферической ямой,

$$U(r) = \begin{cases} 0, & r \leq a, \\ \infty, & r > a, \end{cases}$$

удобно перейти в (19)–(23) к новым переменным

$$\mu \equiv \arctan\left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right)^{1/2}, \quad \zeta \equiv \frac{M\omega}{2\epsilon} \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right)^{1/2},$$

$$b = \left(\frac{M^2}{2m_e \epsilon}\right)^{1/2},$$

где a – радиус кластера. Используя эти переменные, получаем

$$\Omega(\mu, \zeta) = \frac{\pi\omega}{\zeta}, \quad (\text{П2.11})$$

$$\mathcal{R}^{\pm}(\mu, \zeta) = \frac{b^2}{\zeta^2} \cos^2 \mu \left[\left(1 \pm \frac{\tan \mu}{\zeta}\right) \sin \zeta \mp \tan \mu \cos \zeta \right]^2, \quad (\text{П2.12})$$

$$Y_{\pm}(\mu, \zeta) = \frac{\pi\omega}{\zeta} \left(1 \pm \frac{1}{j} \frac{\mu}{\pi}\right), \quad (\text{П2.13})$$

где j – целое число. Уравнение (23) принимает вид

$$\zeta = \pm \mu + \pi j. \quad (\text{П2.14})$$

Нормировочная константа в функции распределения из (П2.1)

$$Z_3(T_e) = \frac{(2m_e T_e a^2)^{3/2}}{6\sqrt{\pi}}. \quad (\text{П2.15})$$

Подставляя выражения (П2.11)–(П2.15) в (19), получаем

$$\gamma_3 = \frac{64\omega}{\pi^2 x^5} \int_0^{\pi/2} d\mu \sin^9 \mu \cos \mu \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{4 \sin^2 \mu}{\pi x^2 (\pi j + \mu)^2}\right] \right.$$

$$\left. \times \frac{1}{(\pi j + \mu)^7} + \sum_{j=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{4 \sin^2 \mu}{\pi x^2 (\pi j - \mu)^2}\right] \frac{1}{(\pi j - \mu)^7} \right\}. \quad (\text{П2.16})$$

Зависимость этой функции от безразмерной переменной x приведена на рис.2. В пределе низких температур суммы в (П2.16) можно заменить на интегралы, и тогда для константы затухания получим выражение [18]

$$\gamma_3 = \frac{1}{2} \omega x. \quad (\text{П2.17})$$

1. Смирнов Б.М. *УФН*, **170**, 495 (2000).
2. Calvaугас F., Reinhard P.-G., Suraud E., Ullrich C.A. *Phys. Rep.*, **337**, 493 (2000).
3. Krainov V.P., Smirnov M.B. *Phys. Rep.*, **370**, 237 (2002).
4. Волков Р.В., Гордиенко В.М., Джиджоев М.С., Жуков М.А., Михеев П.М., Савельев А.Б., Шашков А.А. *Квантовая электроника*, **24**, 1114 (1997).
5. Ditmire T., Donnelly T., Rubenchik A.M., Falcone R., Perry M.D. *Phys. Rev. A*, **53**, 3379 (1996).
6. Zweiback J., Ditmire T., Perry M.D. *Opt. Express*, **6**, 236 (2000).
7. Santra R., Greene C.H. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 233401 (2003).
8. Taguchi T., Antonsen Th.M. Jr, Milchberg H.M. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 205003 (2004).
9. Krainov V.P., Rastunkov V.S. *Laser Phys.*, **15**, 262 (2005).
10. Костюков И.Ю. *ЖЭТФ*, **127** (5), 1026 (2005).
11. Ландау Л.Д. *ЖЭТФ*, **16** (7), 574 (1946).
12. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Физическая кинетика* (М.: Наука, 1979).
13. Гильденбург В.Б. *ЖЭТФ*, **43** (4), 1394 (1962).
14. Kawabata A., Kubo R. *J. Phys. Soc. Jpn.*, **21**, 1765 (1966).
15. Костюков И.Ю. *Письма в ЖЭТФ*, **73** (8), 438 (2001).
16. Megi F. et al. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **36**, 273 (2003).
17. Zaretsky D.F., Korneev Ph.A., Popruzhenko S.V., Becker W. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **37**, 4817 (2004).
18. Korneev Ph.A., Popruzhenko S.V., Zaretsky D.F., Becker W. *Laser Phys. Lett.*, **2**, 452 (2005).
19. Быстров А.М., Гильденбург В.Б. *ЖЭТФ*, **127** (2), 478 (2005).
20. Mulser P., Kanapathipillai M. *Phys. Rev. A*, **71**, 063201 (2005).
21. Mulser P., Kanapathipillai M., Hoffmann D.H.H. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 103401 (2005).
22. Kundu M., Bauer D. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 123401 (2006).
23. Last I., Jortner J. *Phys. Rev. A*, **64**, 063201 (2001).
24. Fomichev S.V., Popruzhenko S.V., Zaretsky D.F., Becker W. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **36**, 3817 (2003).
25. Гинзбург В.Л. *Распространение электромагнитных волн в плазме* (М.: Наука, 1967).
26. Jasarara J. et al. *Phys. Rev. B*, **63**, 045117 (2001).
27. Wabnitz H. et al. *Nature*, **420**, 482 (2002).
28. Laarmann T. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 143401 (2004).
29. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982).
30. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика* (М.: Наука, 1989).
31. Галицкий В.М., Мигдал А.Б. В кн.: *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций*. Под ред. М.А.Леонтовича (М.: Изд-во АН СССР, 1958, т. 1, с.161).
32. Santer M., Mehlig B. *Physica E*, **11**, 8 (2001).
33. Попов В.С. *УФН*, **174**, 921 (2004).
34. Fomichev S.V., Zaretsky D.F., Becker W. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **37**, L175 (2004).
35. Берсон И.Я. *ЖЭТФ*, **83** (4), 1276 (1982).