

# Взаимодействие лазерных импульсов длительностью в несколько периодов оптических колебаний в изотропной нелинейной среде

Д.Л.Оганесян, А.О.Варданян

*Проведено теоретическое исследование взаимодействия распространяющихся в изотропной нелинейной среде лазерных импульсов с длительностями в несколько оптических колебаний. Осуществлено численное интегрирование по времени системы нелинейных уравнений Максвелла конечно-разностным методом. Рассмотрено взаимодействие взаимно ортогональных линейно поляризованных импульсов с центральными длинами волн 0.81 мкм и длительностями 10 фс. В нелинейной части поляризации среды учтены как мгновенный керровский безынерционный отклик, так и рамановский инерционный отклик среды. Исследован процесс смещения спектра пробного импульса, обусловленный кроссвоздействием опорного импульса. Рассчитаны спектры взаимодействующих импульсов при разных временных задержках между ними и получены зависимости смещения этих спектров от задержки.*

**Ключевые слова:** фемтосекундный лазерный импульс, нестационарное вынужденное комбинационное рассеяние, смещение спектра, метод конечных разностей.

## 1. Введение

Нестационарное вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР) фемтосекундных лазерных импульсов (ФЛИ) длительностью в несколько оптических колебаний открывает принципиально новые возможности в исследовании элементарных возбуждений в конденсированных средах. Использование ФЛИ, длительность  $\tau_0$  которых меньше или равна периоду молекулярных колебаний среды  $T_m$ ,

$$\tau_0 \leq T_m = \frac{2\pi}{\Omega_m}, \quad (1)$$

где  $\Omega_m$  – частота молекулярных колебаний среды, позволяет регистрировать динамику колебания молекул. Так, например, в плавленом кварце стоксов сдвиг частоты  $\Omega_m/(2\pi) = 13.05$  ТГц, а ширина линии комбинационного рассеяния  $\Delta\Omega_m/(2\pi) \approx 31$  ТГц. Следовательно, для фемтосекундного импульса гауссовой формы с длительностью  $\tau_0 = 10$  фс и шириной спектра 44 ТГц выполняется условие (1).

Физика взаимодействия ФЛИ длительностью в несколько оптических колебаний со средой характеризуется рядом особенностей. При выполнении неравенства (1) ширина спектра возбуждающего импульса превышает величину стоксова сдвига:

$$\Delta\omega_0 \approx \tau_0^{-1} \geq \Omega_m. \quad (2)$$

В связи с этим для возбуждения молекулярных коле-

баний среды нет необходимости в бигармонической накачке, и для возбуждения комбинационного резонанса достаточно использовать ФЛИ длительностью в несколько оптических колебаний, поскольку сдвинутая на частоту молекулярных колебаний стоксова компонента содержится в спектре самого импульса. Процесс ВКР в этом случае носит характер своеобразного комбинационного самовоздействия. В результате возбуждения молекулярных колебаний происходит перераспределение энергии в спектре фемтосекундного импульса, что приводит к смещению спектра импульса в длинноволновую область [1, 2].

Использование ФЛИ длительностью в несколько оптических колебаний позволяет также управлять амплитудой и фазой молекулярных колебаний. Представляет интерес и процесс взаимодействия таких ФЛИ в изотропной нелинейной среде (с точки зрения управления амплитудой и фазой молекулярных колебаний среды). Например, как показано в [2], если воздействовать на среду двумя фемтосекундными импульсами, посылая второй, пробный, с некоторой временной задержкой  $\Delta t$  относительно первого, опорного, то в зависимости от  $\Delta t$  второй импульс может усиливать или ослаблять молекулярные колебания, возникшие под воздействием первого импульса, а также изменять их фазу. При этом очевидно, что распределение энергии в спектре пробного импульса также будет функцией временной задержки между импульсами. А именно, в зависимости от  $\Delta t$  смещение спектра пробного импульса будет определяться либо только комбинационным самовоздействием самого пробного импульса, либо комбинационным самовоздействием пробного импульса и кроссвоздействием опорного импульса на пробный импульс. Последнее приведет к дополнительному сдвигу спектра пробного импульса в длинноволновую область [3]. Очевидно, что при задержке  $\Delta t$ , много большей периода молекулярных колебаний  $T_m$ , кроссвоздействием опорного импульса на пробный импульс можно пренебречь.

Д.Л.Оганесян, Ереванский государственный университет, Армения, 375049 Ереван, ул. А.Манукяна, 1;

e-mail: davhl@netsys.am, dhovhannisyan@yahoo.com

А.О.Варданян, Ереванский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Армения, 375031 Ереван, ул. А.Саркисяна, 5а

Поступила в редакцию 27 сентября 2006 г., после доработки – 12 апреля 2007 г.

В работе [3] в рамках приближения медленно меняющихся амплитуд (ММА) проведено теоретическое исследование процесса нелинейного взаимодействия пробного (стоксова) импульса с импульсом накачки, распространяющимся в плавленом кварце. Получены зависимости смещения спектра стоксова импульса от длины среды с учетом кроссвоздействия импульса накачки на стоксов импульс. При этом длительности стоксова импульса и импульса накачки были больше или равны 100 фс.

Как показано в [4], при распространении в плавленом кварце солитона субпикосекундной длительности, центральная длина волны которого находится в области аномальной дисперсии групповых скоростей, смещение спектра импульса в длинноволновую область, обусловленное комбинационным самовоздействием, обратно пропорционально четвертой степени длительности импульса и прямо пропорционально его энергии. Согласно результатам работы [5], при распространении в плавленом кварце фемтосекундного импульса, центральная длина волны которого находится в области нормальной дисперсии групповых скоростей, смещение спектра фемтосекундного импульса в длинноволновую область обратно пропорционально третьей степени длительности импульса и прямо пропорционально его энергии.

Следует отметить актуальность задачи теоретически корректного описания процесса распространения лазерных импульсов длительностью в несколько оптических колебаний в изотропной нелинейной среде, поскольку в этом случае длительность импульса меньше периода молекулярных колебаний среды и импульсный отклик среды несет в себе наиболее полную информацию о протекающих в ней релаксационных процессах.

В работах [3–5] теоретическое описание нелинейного распространения импульса проводилось в рамках приближения ММА. Однако для рассматриваемых здесь лазерных импульсов привычное понятие огибающей импульса теряет смысл. Поэтому в последние годы для описания процесса распространения импульсов, состоящих не более чем из десяти осцилляций поля (их принято называть предельно короткими импульсами (ПКИ)), получило развитие новое, более корректное, чем ММА, приближение. В рамках данного приближения выводятся и анализируются уравнения, описывающие эволюцию электрического поля импульса, а не его огибающей [6, 7].

Вместе с тем большой интерес к конечно-разностным методам прямого численного интегрирования по времени, наблюдающийся в последнее время при исследовании фемтосекундных процессов, объясняется тем, что такой подход позволяет достаточно просто моделировать целый ряд явлений нелинейной оптики лазерных импульсов длительностью в несколько оптических колебаний, базируясь лишь на информации об оптических свойствах самой среды. Данная модель является достаточно универсальной и дает возможность моделировать как простейший случай свободного пространства, так и различные комбинации нелинейных и дисперсионных сред [8–16].

В настоящей работе приведены результаты теоретического исследования взаимодействия распространяющихся в плавленом кварце лазерных импульсов с длительностями в несколько оптических колебаний. Осуществлено численное интегрирование по времени системы нелинейных уравнений Максвелла конечно-разностным методом. Рассмотрены линейно поляризованные импульсы

с равными центральными частотами и взаимно ортогональными поляризациями. Исследована эволюция спектров взаимодействующих импульсов при различных временных задержках  $\Delta t$  между ними и получены зависимости смещения этих спектров от  $\Delta t$ . В расчетах временная задержка между взаимодействующими импульсами изменялась от  $-20$  до  $40$  фс.

## 2. Математическая модель нелинейного взаимодействия линейно поляризованных ФЛИ со взаимно ортогональными поляризациями

Распространение ортогонально поляризованных плоских волновых пакетов в изотропной нелинейной диспергирующей среде будем описывать в рамках следующей системы уравнений Максвелла для напряженностей электрического ( $E_x, E_y$ ) и магнитного ( $H_y, H_x$ ) полей:

$$\frac{\partial D_y}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial z}, \quad \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial t} = -\frac{\partial H_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z}. \quad (4)$$

Связь между напряженностями электрических полей  $E_x, E_y$  и электрическими индукциями  $D_x, D_y$  определяется из материального уравнения, в котором последовательно учитываются линейная дисперсия среды, а также керровская и рамановская комбинационные нелинейности:

$$D_y = \varepsilon_0 E_y + P_{yL} + P_{yNL}, \quad (5)$$

$$D_x = \varepsilon_0 E_x + P_{xL} + P_{xNL}, \quad (6)$$

где  $P_{yL}, P_{xL}$  – линейные и  $P_{yNL}, P_{xNL}$  – нелинейные части поляризованности среды.

В качестве изотропной нелинейной диспергирующей среды рассмотрим плавленый кварц, используемый при изготовлении одномодовых волоконно-оптических линий связи.

Известно, что линейная восприимчивость плавленого кварца  $\chi^{(1)}$  определяется следующей формулой [17]:

$$\chi^{(1)}(\omega) = n^2(\omega) - 1 = \sum_{i=1}^3 \frac{b_i \omega_i^2}{\omega_i^2 - \omega^2}, \quad (7)$$

где  $b_1 = 0.6961663$ ;  $b_2 = 0.4079426$ ;  $b_3 = 0.897479$ ;  $\lambda_1 = 0.0684043$  мкм;  $\lambda_2 = 0.1162414$  мкм;  $\lambda_3 = 9.896161$  мкм;  $\lambda_i = 2\pi c/\omega_i$ .

В соответствии с (7) линейный отклик среды определяется следующими выражениями:

$$\begin{aligned} P_{xL, yL}(\omega) &= \varepsilon_0 \sum_{i=1}^3 \frac{b_i \omega_i^2}{\omega_i^2 - \omega^2} E_{x, y}(\omega) \\ &= P_{1xL, 1yL}(\omega) + P_{2xL, 2yL}(\omega) + P_{3xL, 3yL}(\omega). \end{aligned} \quad (8)$$

Систему уравнений (8) можно представить в виде системы дифференциальных уравнений

$$\frac{1}{\omega_i^2} \frac{\partial^2 P_{iyL}}{\partial t^2} + P_{iyL} = \varepsilon_0 b_i E_y(t), \quad (9)$$

$$\frac{1}{\omega_i^2} \frac{\partial^2 P_{ixL}}{\partial t^2} + P_{ixL} = \varepsilon_0 b_i E_x(t), \quad (10)$$

где  $i = 1, 2, 3$ .

Уравнения (9), (10) описывают линейные дисперсионные свойства среды в полосе прозрачности в соответствии с классической моделью Лоренца.

Нелинейный отклик среды с учетом керровской и рамановской нелинейностей можно представить в виде

$$P_{xNL}(t) = \varepsilon_0 E_x(t) \int_{-\infty}^t \chi^{(3)}(t-\tau) E_x^2(\tau) d\tau + \varepsilon_0 E_x(t) \int_{-\infty}^t \chi^{(3)}(t-\tau) E_y^2(\tau) d\tau, \quad (11)$$

$$P_{yNL}(t) = \varepsilon_0 E_y(t) \int_{-\infty}^t \chi^{(3)}(t-\tau) E_y^2(\tau) d\tau + \varepsilon_0 E_y(t) \int_{-\infty}^t \chi^{(3)}(t-\tau) E_x^2(\tau) d\tau, \quad (12)$$

где  $\chi^{(3)}(t) = \chi_0^{(3)} g(t)$ ;  $\chi_0^{(3)}$  – коэффициент керровской нелинейности;

$$g(t) = \alpha \delta(t) + (1 - \alpha) g_R(t); \quad (13)$$

$$g_R(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \sin \frac{t}{\tau_1}; \quad (14)$$

$\alpha = 0.7$  – безразмерный коэффициент, определяющий долю керровской нелинейности по отношению к полному нелинейному вкладу в нелинейную поляризацию среды;  $\delta(t)$  – дельта-функция Дирака;  $g_R(t)$  – рамановский отклик среды;  $\tau_1 = 12.2$  фс;  $\tau_2 = 32$  фс.

Первые слагаемые в правой стороне уравнений (11), (12) описывают самовоздействие импульсов, а вторые слагаемые – их кроссвоздействие. Согласно (11) и (12) нелинейный отклик среды, обусловленный только керровской безинерционной нелинейностью, можно представить в следующем виде:

$$P_{xKNL}(t) = \alpha \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} E_x^3(t) + \alpha \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} E_x(t) E_y^2(t), \quad (15a)$$

$$P_{yKNL}(t) = \alpha \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} E_y^3(t) + \alpha \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} E_y(t) E_x^2(t), \quad (15b)$$

а нелинейный отклик среды, обусловленный только рамановской инерционной нелинейностью, определяется как

$$P_{xRNL}(t) = \varepsilon_0 (1 - \alpha) \chi_0^{(3)} E_x(t) \times \left[ \int_{-\infty}^t g_R(t-\tau) E_x^2(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^t g_R(t-\tau) E_y^2(\tau) d\tau \right], \quad (16a)$$

$$P_{yRNL}(t) = \varepsilon_0 (1 - \alpha) \chi_0^{(3)} E_y(t) \times \left[ \int_{-\infty}^t g_R(t-\tau) E_y^2(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^t g_R(t-\tau) E_x^2(\tau) d\tau \right]. \quad (16b)$$

Введем новые дополнительные функции  $S_x(t)$  и  $S_y(t)$ , соответствующие интегралам свертки,

$$S_x(t) = \int_{-\infty}^t g_R(t-\tau) E_x^2(\tau) d\tau, \quad (17)$$

$$S_y(t) = \int_{-\infty}^t g_R(t-\tau) E_y^2(\tau) d\tau,$$

фурье-образы которых можно представить в виде

$$S_x(\omega) = g_R(\omega) \mathcal{F}[E_x^2(t)], \quad S_y(\omega) = g_R(\omega) \mathcal{F}[E_y^2(t)], \quad (18)$$

где

$$\mathcal{F}[E_{x,y}^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} E_{x,y}^2(t) \exp(-j\omega t) dt; \quad (19)$$

$$g_R(\omega) = \frac{\omega_R^2}{\omega_R^2 + j2\omega\delta_R - \omega^2};$$

$$\omega_R = \left( \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1^2 \tau_2^2} \right)^{1/2}; \quad \delta_R = \frac{1}{\tau_2}; \quad (20)$$

$1/(2\pi\tau_1) = 13.05$  ТГц – фононная частота колебания среды (оптическая ветвь);  $\tau_2$  – среднее время жизни фонона.

Следовательно, фурье-образы функций  $S_x(t)$  и  $S_y(t)$  могут быть представлены в виде

$$S_x(\omega) = \frac{\omega_R^2}{\omega_R^2 + 2j\omega\delta_R - \omega^2} \mathcal{F}[E_x^2(t)], \quad (21)$$

$$S_y(\omega) = \frac{\omega_R^2}{\omega_R^2 + 2j\omega\delta_R - \omega^2} \mathcal{F}[E_y^2(t)].$$

Как видно из уравнений (21), нелинейный отклик среды, обусловленный рамановской нелинейностью среды, удовлетворяет дифференциальным уравнениям

$$\omega_R^2 S_x(t) + 2\delta_R \frac{\partial S_x(t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 S_x(t)}{\partial t^2} = \omega_R^2 E_x^2(t), \quad (22)$$

$$\omega_R^2 S_y(t) + 2\delta_R \frac{\partial S_y(t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 S_y(t)}{\partial t^2} = \omega_R^2 E_y^2(t),$$

которые описывают осцилляторную модель ВКР Платоненко – Хохлова [18].

Таким образом, с учетом (15), (16) и (17) нелинейную поляризацию среды можно представить в виде

$$P_{xNL}(t) = E_x(t) [\varepsilon_0 \alpha \chi_0^{(3)} E_x^2(t) + (1 - \alpha) \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} S_x(t)] + E_x(t) [\varepsilon_0 \alpha \chi_0^{(3)} E_y^2(t) + (1 - \alpha) \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} S_y(t)], \quad (23)$$

$$P_{yNL}(t) = E_y(t) [\varepsilon_0 \alpha \chi_0^{(3)} E_y^2(t) + (1 - \alpha) \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} S_y(t)] + E_y(t) [\varepsilon_0 \alpha \chi_0^{(3)} E_x^2(t) + (1 - \alpha) \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} S_x(t)].$$

С учетом (5), (6), (10) и (23) электрические индукции  $D_y$  и  $D_x$  можно представить как

$$D_y = \varepsilon_0 [E_y + \alpha \chi_0^{(3)} E_y^3 + \alpha \chi_0^{(3)} E_x^2 E_y] + \sum_{i=1}^3 P_{iyL} + (1 - \alpha) \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} E_y G_y + (1 - \alpha) \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} E_y G_x, \quad (24)$$

$$D_x = \varepsilon_0 [E_x + \alpha \chi_0^{(3)} E_x^3 + \alpha \chi_0^{(3)} E_y^2 E_x] + \sum_{i=1}^3 P_{ixL} + (1 - \alpha) \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} E_x G_x + (1 - \alpha) \varepsilon_0 \chi_0^{(3)} E_x G_y. \quad (25)$$

Вышеописанная классическая модель взаимодействия мощного фемтосекундного одиночного лазерного импульса (т. е. когда  $E_y = 0$ ,  $E_x \neq 0$  или  $E_y \neq 0$ ,  $E_x = 0$ ) с изотропной диспергирующей нелинейной средой применялась нами для описания самовоздействия излучения и комбинационного рассеяния [19]. В работе [12] она использована для описания нелинейной динамики фемтосекундного оптического солитона.

В настоящей работе данная модель адаптирована и использована для исследования процесса нелинейного взаимодействия линейно поляризованных ФЛИ со взаимно ортогональными поляризациями и одинаковыми несущими частотами в изотропной диспергирующей нелинейной среде.

### 3. Численная схема интегрирования системы нелинейных уравнений Максвелла

Главной проблемой реализации схем численного интегрирования нелинейных уравнений Максвелла является устойчивость алгоритма. В данной работе используется модифицированная конечно-разностная схема решения нелинейных уравнений Максвелла, предложенная в работе [12]. Как показано в [12], модифицированная конечно-разностная схема обладает повышенной устойчивостью и дисперсионными характеристиками, на два порядка большими, чем в ранее опубликованных методах [9–11], а учет нелинейности не приводит к расходимости численной схемы. Эта численная схема использовалась нами для описания процесса взаимодействия ФЛИ с изотропной диспергирующей нелинейной средой [19].

Для численного моделирования процессов, описываемых уравнениями (3), (4), (9), (10), (23)–(25), перейдем к сеточным функциям для полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , электрической индукции  $\mathbf{D}$ , для линейного и нелинейного откликов  $P_L$  и  $P_{NL}$ , а также функций  $S_x$  и  $S_y$ , для которых задаются сетки по координате  $k\Delta z$  и по времени  $n\Delta t$ . Шаг пространственной сетки  $\Delta z$  выбирался равным 15 нм, шаг временной сетки, определяемый условием Куранта  $\Delta t = \Delta z/2c$ , был равен 0.025 фс. При выборе такого шага по времени дисперсия линейной части схемы максимально близка к лоренцевской дисперсии среды. Разностная схема является явной схемой второго порядка точности по  $z$ . Значения магнитного поля задаются между узлами сетки по координате  $z$  и на промежуточном слое по времени.

Численное интегрирование проводится для следующих нормированных величин:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_x, & \bar{D}_x &= \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} D_x, & \bar{H}_y &= H_y, \\ \bar{P}_{xL} &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} P_{xL}, & \bar{P}_{xNL} &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} P_{xNL}, \\ \bar{E}_y &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_y, & \bar{D}_y &= \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} D_y, & \bar{H}_x &= H_x, \\ \bar{P}_{yL} &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} P_{yL}, & \bar{P}_{yNL} &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} P_{yNL}, \end{aligned}$$

$$\bar{S}_x = \frac{1}{\mu_0} S_x, \quad \bar{S}_y = \frac{1}{\mu_0} S_y, \quad \bar{\chi}_0^{(3)} = \chi_0^{(3)} \frac{\mu_0}{\varepsilon_0}.$$

Каждый шаг по времени разбивается на четыре этапа. Начальными данными для процесса итерации являются значения  $E_x$ ,  $D_x$ ,  $E_y$ ,  $D_y$  на  $n$ -м дискретном временном шаге и  $H_y$ ,  $H_x$  на дискретном временном шаге  $n = \frac{1}{2}$ . На первом этапе проводится аппроксимация уравнений Максвелла, из которых по известным значениям  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{H}$  находим  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{H}$  на новых временных слоях  $n + 1$  и  $n + \frac{1}{2}$  соответственно:

$$\bar{H}_y|_{k+1/2}^{n+1/2} = \bar{H}_y|_{k+1/2}^{n-1/2} - \frac{c\Delta t}{\Delta z} (\bar{E}_x|_{k+1}^n - \bar{E}_x|_k^n), \quad (26)$$

$$\bar{D}_x|_k^{n+1} = \bar{D}_x|_k^n - \frac{c\Delta t}{\Delta z} (\bar{H}_y|_{k+1/2}^{n+1/2} - \bar{H}_y|_{k-1/2}^{n+1/2}),$$

$$\bar{H}_x|_{k+1/2}^{n+1/2} = \bar{H}_x|_{k+1/2}^{n-1/2} + \frac{c\Delta t}{\Delta z} (\bar{E}_y|_{k+1}^n - \bar{E}_y|_k^n), \quad (27)$$

$$\bar{D}_y|_k^{n+1} = \bar{D}_y|_k^n + \frac{c\Delta t}{\Delta z} (\bar{H}_x|_{k+1/2}^{n+1/2} - \bar{H}_x|_{k-1/2}^{n+1/2}),$$

где  $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$  – скорость света в вакууме.

Прежде чем перейти к следующему этапу, рассмотрим разностные схемы, соответствующие уравнениям (9) и (10). Разностные схемы, соответствующие линейному отклику среды и позволяющие определить значения  $P_{ixL}$ ,  $P_{iyL}$  на  $n + 1$ -м дискретном временном шаге, согласно (9), (10) можно представить в следующем виде:

$$\bar{P}_{ixL}|_k^{n+1} = a_l \bar{P}_{ixL}|_k^n - \bar{P}_{ixL}|_k^{n-1} + c_l \bar{E}_x|_k^n, \quad (28)$$

$$\bar{P}_{iyL}|_k^{n+1} = a_l \bar{P}_{iyL}|_k^n - \bar{P}_{iyL}|_k^{n-1} + c_l \bar{E}_y|_k^n,$$

где  $\bar{P}_{ixL}|_k^{n-1}$ ,  $\bar{P}_{ixL}|_k^n$ ,  $\bar{P}_{iyL}|_k^{n-1}$ ,  $\bar{P}_{iyL}|_k^n$  – значения линейной поляризации среды на  $n - 1$ -м и  $n$ -м дискретных временных шагах;  $\bar{E}_x|_k^n$ ,  $\bar{E}_y|_k^n$  – значения электрических полей на  $n$ -м дискретном временном шаге;

$$a_l = 2 - (\omega_l \Delta t)^2; \quad c_l = b_l (\omega_l \Delta t)^2. \quad (29)$$

На втором этапе в соответствии с (28) вычисляются значения линейной поляризации среды  $\bar{P}_{ixL}|_k^{n+1}$ ,  $\bar{P}_{iyL}|_k^{n+1}$  на  $n + 1$ -м дискретном временном шаге.

Разностные схемы, соответствующие ВКР среды и позволяющие определить значения  $S_x$ ,  $S_y$  на  $n + 1$ -м дискретном временном шаге, согласно (22) можно представить в виде

$$\bar{S}_x|_k^{n+1} = ar \bar{S}_x|_k^n + br \bar{S}_x|_k^{n-1} + cr (\bar{E}_x|_k^n)^2, \quad (30)$$

$$\bar{S}_y|_k^{n+1} = ar \bar{S}_y|_k^n + br \bar{S}_y|_k^{n-1} + cr (\bar{E}_y|_k^n)^2,$$

где  $\bar{S}_x|_k^{n-1}$ ,  $\bar{S}_x|_k^n$ ,  $\bar{S}_y|_k^{n-1}$ ,  $\bar{S}_y|_k^n$  – значения функций на  $n - 1$ -м и  $n$ -м дискретных временных шагах соответственно, а величины  $ar$ ,  $br$  и  $cr$  определяются выражениями

$$ar = \frac{2 - (\omega_R \Delta t)^2}{1 + \delta_R \Delta t}, \quad br = \frac{1 - \delta_R \Delta t}{1 + \delta_R \Delta t}, \quad cr = \frac{\bar{\chi}_0^{(3)} (\omega_R \Delta t)^2}{1 + \delta_R \Delta t}. \quad (31)$$

На третьем этапе вычисляются значения нелинейной поляризации среды  $\bar{S}_x|_k^{n+1}$ ,  $\bar{S}_y|_k^{n+1}$  на  $n+1$ -м дискретном временном шаге в соответствии с (30).

Рамановский инерциальный нелинейный отклик среды  $P_{xRNL}$ ,  $P_{yRNL}$  на  $n+1$ -м дискретном временном шаге согласно (16) и (17) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \bar{P}_{xRNL}|_k^{n+1} &= (1-\alpha)\bar{\chi}_0^{(3)}\bar{E}_x|_k^{n+1}\bar{S}_x|_k^{n+1} \\ &+ (1-\alpha)\bar{\chi}_0^{(3)}\bar{E}_x|_k^{n+1}\bar{S}_y|_k^{n+1}, \\ \bar{P}_{yRNL}|_k^{n+1} &= (1-\alpha)\bar{\chi}_0^{(3)}\bar{E}_y|_k^{n+1}\bar{S}_y|_k^{n+1} \\ &+ (1-\alpha)\bar{\chi}_0^{(3)}\bar{E}_y|_k^{n+1}\bar{S}_x|_k^{n+1}. \end{aligned} \quad (32)$$

Керровский мгновенный нелинейный отклик среды  $P_{xKNL}$ ,  $P_{yKNL}$ , на  $n+1$ -м дискретном временном шаге согласно (15) выражается как

$$\begin{aligned} \bar{P}_{xKNL}|_k^{n+1} &= \alpha\bar{\chi}_0^{(3)}(\bar{E}_x|_k^{n+1})^3 + \alpha\bar{\chi}_0^{(3)}\bar{E}_x|_k^{n+1}(\bar{E}_y|_k^{n+1})^2, \\ \bar{P}_{yKNL}|_k^{n+1} &= \alpha\bar{\chi}_0^{(3)}(\bar{E}_y|_k^{n+1})^3 + \alpha\bar{\chi}_0^{(3)}\bar{E}_y|_k^{n+1}(\bar{E}_x|_k^{n+1})^2. \end{aligned} \quad (33)$$

Согласно (24) и (25) компоненты электрической индукции  $D_x$  и  $D_y$  на  $n+1$ -м дискретном временном шаге могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \bar{D}_x|_k^{n+1} &= \bar{E}_x|_k^{n+1} + \sum_{i=1}^3 \bar{P}_{ixL}|_k^{n+1} + \bar{P}_{xKNL}|_k^{n+1} + \bar{P}_{xRNL}|_k^{n+1}, \\ \bar{D}_y|_k^{n+1} &= \bar{E}_y|_k^{n+1} + \sum_{i=1}^3 \bar{P}_{iyL}|_k^{n+1} + \bar{P}_{yKNL}|_k^{n+1} + \bar{P}_{yRNL}|_k^{n+1}. \end{aligned} \quad (34)$$

На последнем этапе по заданным значениям линейной и нелинейной поляризации определяются значения полей  $\bar{E}_x|_k^{n+1}$  и  $\bar{E}_y|_k^{n+1}$  в соответствии со следующей рекуррентной формулой:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x|_k^{p+1} &= \bar{D}_x|_k^{n+1} - \sum_{i=1}^3 \bar{P}_{ixL}|_k^{n+1} \left[ 1 + \alpha\bar{\chi}_0^{(3)}(\bar{E}_x|_k^p)^2 \right. \\ &\left. + \alpha\bar{\chi}_0^{(3)}(\bar{E}_y|_k^p)^2 + (1-\alpha)\bar{S}_x|_k^{n+1} + (1-\alpha)\bar{S}_y|_k^{n+1} \right]^{-1}, \\ \bar{E}_y|_k^{p+1} &= \bar{D}_y|_k^{n+1} - \sum_{i=1}^3 \bar{P}_{iyL}|_k^{n+1} \left[ 1 + \alpha\bar{\chi}_0^{(3)}(\bar{E}_y|_k^p)^2 \right. \\ &\left. + \alpha\bar{\chi}_0^{(3)}(\bar{E}_x|_k^p)^2 + (1-\alpha)\bar{S}_y|_k^{n+1} + (1-\alpha)\bar{S}_x|_k^{n+1} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (35)$$

где  $\bar{E}_x|_k^p = \bar{E}_x|_k^{n+1}$ ,  $\bar{E}_y|_k^p = \bar{E}_y|_k^{n+1}$  – значения электрических полей в начале процесса итерации.

#### 4. Результаты численного моделирования. Обсуждение результатов.

Численное моделирование было проведено при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned} E_x(t, z=0) &= E_{x0} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_0^2}\right) \cos\left[\frac{2\pi c}{\lambda_0}(t-\Delta t)\right], \\ E_y(t, z=0) &= E_{y0} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_0^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda_0}t\right), \end{aligned} \quad (36)$$

где  $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$  – начальные значения амплитуд импульсов с взаимно ортогональными  $x$ - и  $y$ -поляризациями.

Расчеты были проведены при длительности  $\tau_0 = 10$  фс и центральной длине волны  $\lambda_0 = 0.81$  мкм. Амплитуда импульса с  $x$ -поляризацией  $E_{x0} = 8.2 \times 10^9$  В/м, а для импульса с  $y$ -поляризацией рассматривались амплитуды  $E_{y0} = 1.2 \times 10^9$ ,  $2.6 \times 10^9$ ,  $3.6 \times 10^9$  и  $5.8 \times 10^9$  В/м. Для данной модели протяженность среды выбиралась исходя из условия нерасходимости сеточной дисперсионной кривой с кривой материальной дисперсии [12]. Длина рассматриваемой среды  $L$  в расчетах выбиралась равной 525 мкм, а временная задержка  $\Delta t$  между взаимодействующими импульсами изменялась от  $-20$  до  $40$  фс.

На рис.1 приведены зависимости нормированных плотностей мощности для ортогонально поляризованных импульсов от длины волны при разных значениях  $\Delta t$  и  $E_{y0} = 5.8 \times 10^9$  В/м, полученные в результате численных расчетов. Значения  $P_x$ ,  $P_y$  находились по формуле

$$\begin{aligned} P_{x,y} &= 10 \lg \left( \frac{S_{x,y}}{S_{x0,y0}} \right) = 10 \lg \left[ \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{x,y}(t, z) \exp(j2\pi vt) dt \right|^2 \right. \\ &\left. \times \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{x,y}(t, z=0) \exp(j2\pi vt) dt \right|^{-2} \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

Там же для сравнения штриховыми линиями показаны плотности мощности  $E_x(t, z=0)$  и  $E_y(t, z=0)$  для импульсов на входе в среду.

На рис.2 приведены зависимости смещения несущих частот взаимодействующих импульсов, соответствующих спектральным максимумам, от временной задержки между импульсами при различных амплитудах  $E_{y0}$ . Как видно из рис.2, при  $-15$  фс  $> \Delta t > 15$  фс, когда взаимодействием импульсов можно пренебречь, смещение несущих частот импульсов происходит в длинноволновую область и обусловлено самовоздействием. Это означает, что имеет место комбинационное самовоздействие импульсов, связанное, в основном, с рамановской инерционной нелинейностью. В результате происходит перераспределение энергии в спектре импульсов, что в свою очередь приводит к смещению максимума спектра импульса в длинноволновую область. В частности смещение несущей частоты  $\nu_0 - \nu$  опорного импульса  $E_x$  составляет 6.1 ТГц, а смещение несущей частоты пробного импульса  $E_y$  равно 2.3 ТГц при начальном значении амплитуды поля  $5.8 \times 10^9$  В/м. При меньших начальных амплитудах пробного поля смещение несущей частоты равно нулю.

Из результатов расчетов и рис.2 следует также, что при  $\Delta t < -1.5$  фс, когда опорный импульс отстает от пробного, несущая частота последнего смещается в коротковолновую область. При этом максимальное смещение  $\delta_{\nu_{\text{probe}}}^{\text{probe}} = \nu_0 - \nu_{\text{max}}$  составляет  $-15.9$  ТГц ( $\Delta t = -3.85$  фс) при  $E_{y0} = 1.2 \times 10^9$  В/м,  $-16$  ТГц ( $\Delta t = -4.12$  фс) при  $E_{y0} = 2.6 \times 10^9$  В/м,  $-16$  ТГц ( $\Delta t = -3.92$  фс) при  $E_{y0} = 3.6 \times 10^9$  В/м и  $-16.75$  ТГц ( $\Delta t = -3.92$  фс) при  $E_{y0} = 5.8 \times 10^9$  В/м. Это означает, что при данных временных задержках смещение несущей частоты в спектре пробного импульса определяется кроссвоздействием опорного импульса на пробный импульс, обусловленным керровской безынерционной нелинейностью, которое описывается вторым слагаемым в правой части уравнения (15б)  $-\alpha\varepsilon_0\chi_0^{(3)}E_y(t)E_x^2(t)$ .

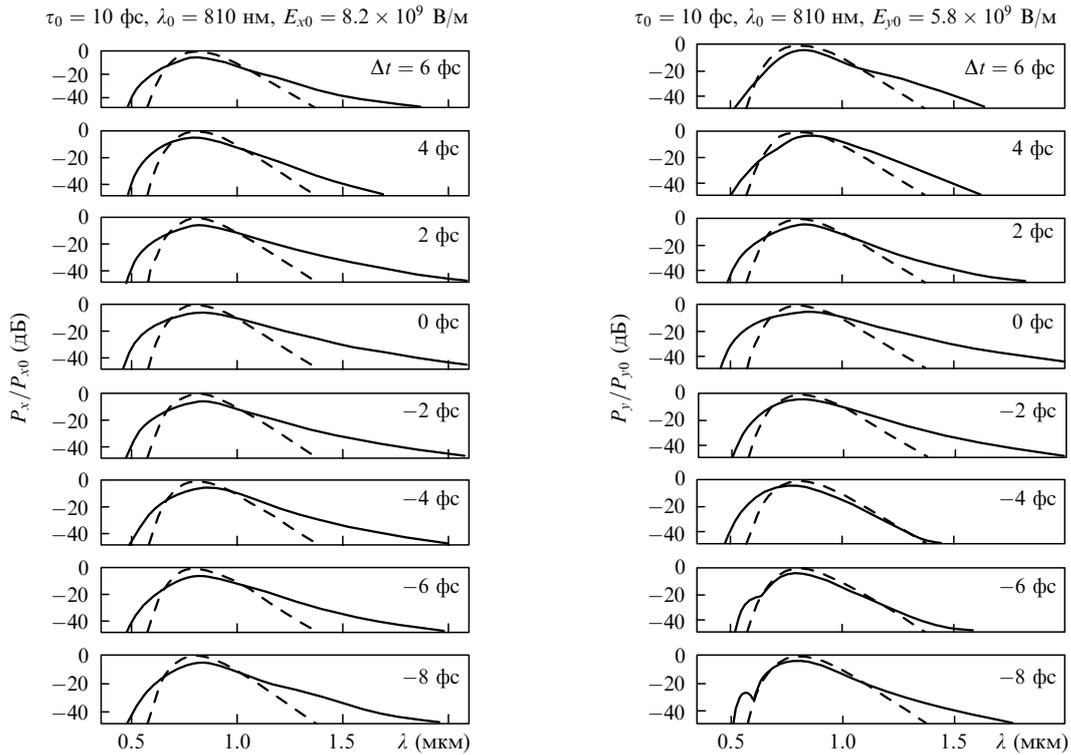


Рис.1.

При  $\Delta t \approx -1.5$  фс смещение несущей частоты пробного импульса, обусловленное кроссвоздействием опорного импульса, равно нулю.

В свою очередь при  $\Delta t > -1.5$  фс, когда опорный импульс начинает опережать пробный импульс, несущая частота последнего смещается в длинноволновую область. При этом максимум смещения в длинноволновую область  $\delta_{\nu_{\max}}^{\text{probe}}$  составляет 19.85 ТГц ( $\Delta t = 3.95$  фс) при  $E_{y0} = 1.2 \times 10^9$  В/м, 19.85 ТГц ( $\Delta t = 3.95$  фс) при  $E_{y0} = 2.6 \times 10^9$

В/м, 21.32 ТГц ( $\Delta t = 4.09$  фс) при  $E_{y0} = 3.6 \times 10^9$  В/м и 22.85 ТГц ( $\Delta t = 4.09$  фс) при  $E_{y0} = 5.8 \times 10^9$  В/м. Это означает, что при данных временных задержках смещение несущей частоты в спектре пробного импульса определяется комбинационным кроссвоздействием опорного импульса на пробный импульс. А именно, в результате возбуждения молекулярных колебаний опорным импульсом происходит перераспределение энергии в спектре пробного импульса, что приводит к смещению несущей

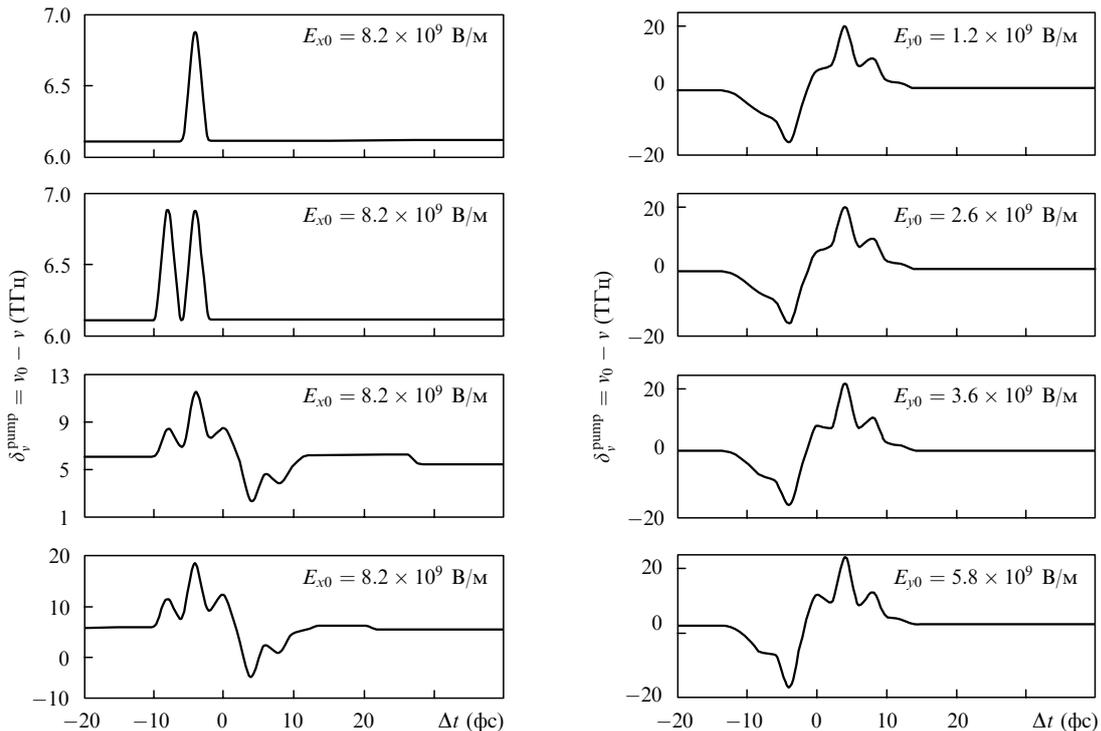


Рис.2.

частоты в спектре опорного импульса в длинноволновую область. В данном случае смещение определяется вторым слагаемым в уравнении (166) –

$$\varepsilon_0(1 - \alpha)\chi_0^{(3)}E_y(t) \int_{-\infty}^t g_R(t - \tau)E_x^2(\tau)d\tau.$$

С увеличением амплитуды пробного импульса на входе среды существенными становятся как керровское безынерционное самовоздействие, определяемое первым слагаемым в правой части уравнения (156),  $\alpha\varepsilon_0\chi_0^{(3)}E_y^3(t)$ , так и рамановское инерционное самовоздействие, определяемое первым слагаемым в уравнении (166) –

$$\varepsilon_0(1 - \alpha)\chi_0^{(3)}E_y(t) \int_{-\infty}^t g_R(t - \tau)E_y^2(\tau)d\tau.$$

Вместе с тем следует отметить, что с увеличением амплитуды пробного импульса на входе среды эволюция спектра опорного импульса определяется не только его самовоздействием, но и кроссвоздействием пробного импульса. Действительно, как видно из рис.2, при  $E_{y0} = 3.6 \times 10^9$  и  $5.8 \times 10^9$  В/м зависимость смещения несущей частоты в спектре опорного импульса от временной задержки становится зеркальным отражением зависимости  $\delta_{\nu}^{\text{probe}}(\Delta t)$ . Иначе говоря, опорный и пробный импульсы как бы меняются местами.

## 5. Заключение

В данной работе теоретически исследован процесс кроссвоздействия лазерных импульсов с длительностями в несколько оптических колебаний, распространяющихся в плавленом кварце. Проведено численное интегрирование по времени системы нелинейных уравнений Максвелла конечно-разностным методом. Рассмотрены линейно поляризованные импульсы с равными центральными частотами и со взаимно ортогональными поляризациями. Длина рассматриваемой среды  $L$  в расчетах выбиралась равной 525 мкм. В нелинейной части поляризации среды учтены как мгновенный керровский безынерционный отклик, так и рамановский инерционный отклик среды. Исследован процесс смещения спектра пробного импульса, обусловленный кроссвоздействием опорного импульса при различных временных задержках между взаимодействующими импульсами, и рассчитаны

их спектры. Получены зависимости смещения спектров взаимодействующих импульсов от временной задержки между ними.

Приведенные оценки показывают, что смещение спектра пробного импульса, обусловленное кроссвоздействием опорного импульса при различных временных задержках между взаимодействующими импульсами, может быть экспериментально зарегистрировано при использовании современных фемтосекундных лазерных источников.

Полученные результаты могут найти применение при разработке фемтосекундных оптически управляемых элементов, используемых в сверхскоростных оптических системах связи.

1. Yan Y.X., Gamble E.B., Nelson K.A. *J. Chem. Phys.*, **83**, 5391 (1985).
2. Ruhman S., Joly A.G., Nelson K.A. *IEEE J. Quantum Electron.*, **24**, 460 (1988).
3. Headley III C., Agrawal G.P. *J. Opt. Soc. Am. B*, **13**, 2170 (1996).
4. Gordon J.P. *Opt. Lett.*, **11**, 662 (1986).
5. Santhanam J., Agrawal G.P. *Opt. Commun.*, **222**, 413 (2003).
6. Hovhannisyan D.L., Stepanyan K.G. *J. Mod. Opt.*, **50**, 2201 (2003).
7. Козлов С.А., Сазонов С.В. *ЖЭТФ*, **111** (2), 404 (1997).
8. Taflove, A., Hagness, S.C. *Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method* (Boston: Artech House, 2000).
9. Goorjian P.M., Taflove A., Joseph R.M., Hagness S.C. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**, 2416 (1992).
10. Ziolkowski R.W., Judkis J.B. *J. Opt. Soc. Am. B*, **10** (2), 186 (1993).
11. Joseph R.M., Taflove A. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, **45**, 364 (1997).
12. Серкин В.Н., Шмидт Э.М., Беляева Т.Л., Марти-Панамено Э., Салазар Х. *Квантовая электроника*, **24** (10), 923 (1997).
13. Fujii M., Tahara M., Sakagami I., Freude W., Russer P. *IEEE J. Quantum Electron.*, **40**, 175 (2004).
14. Nakamura S., Koyamada Y., Yoshida N., Karasawa N., Sone H., Ohtani M., Mizuta Y., Morita R., Shigekawa H., Yamashita M. *IEEE Phot. Technol. Lett.*, **14**, 480 (2002).
15. Hovhannisyan D.L., Stepanyan K.G., Avagyan R.A. *J. Modern Opt.*, **52** (1), 97 (2005).
16. Hovhannisyan D.L., Stepanyan K.G., Avagyan R.A. *Opt. Commun.*, **245**, 443 (2005).
17. Agrawal G.P. *Nonlinear Fiber Optics* (New York: Academic Press, 1995).
18. Платоненко В.Т., Хохлов Р.В. *ЖЭТФ*, **46** (2), 555 (1964).
19. Hovhannisyan, D.L., Manucharyan S.R. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, **47** (4), 359 (2005).