

# Модель перемешивания оболочек термоядерной лазерной мишени при сферическом сжатии

Н.В.Змитренко, Н.Г.Прончева, В.Б.Розанов, Р.А.Яхин

*На основании большого количества прямых численных расчетов развития гидродинамических неустойчивостей в условиях сжатия лазерных термоядерных мишеней разработана эффективная модель описания ширины зоны перемешивания, в которой учитывается влияние начальных условий на динамику процесса перемешивания. Предложены подходы, базирующиеся на эволюционной теории развития гидродинамических неустойчивостей [1], специально разработанной для условий сжатия мишеней инерциального термоядерного синтеза.*

**Ключевые слова:** инерциальный термоядерный синтез, лазерная мишень, сферическое сжатие, гидродинамические неустойчивости, зоны перемешивания оболочек мишени.

## 1. Введение

Динамике развития турбулентности на границе раздела двух сред с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , соответствующими лёгкому и тяжёлому газам, и определению законов роста ширины возникающей здесь зоны перемешивания посвящено множество теоретических и экспериментальных работ [1–16]. При этом основное внимание теоретиков привлекала развитая стадия турбулентности [5–14]. Степень развитости турбулентности, порождаемой развитием неустойчивостей Рихтмайера–Мешкова (RM) или Рэлея–Тейлора (RT), можно охарактеризовать, например, значением  $\gamma t$ , где  $\gamma = (kgA)^{1/2}$  – характерный инкремент развития гидродинамической неустойчивости;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число гармоники с длиной волны  $\lambda$ ;  $g$  – ускорение, создаваемое внешним полем;  $A = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1)^{-1}$  – число Атвуда;  $t$  – время эволюции начального возмущения.

Предлагаемый в настоящей работе подход претендует на адекватное описание процессов, соответствующих условию  $\gamma t \leq 10$ , что следует, как показано ниже, из характерных для мишеней инерциального термоядерного синтеза (ИТС) пространственных и временных масштабов. Широко известные в настоящее время модели, описывающие зону турбулентного перемешивания [5–11], относятся к диапазону  $\gamma t \geq 50$  и не могут быть непосредственно использованы при описании сжатия лазерных термоядерных мишеней. Вместе с тем проблема их сжатия представляет собой специфическую и вполне определённую задачу. Чтобы описать специфику условий, возникающих при лазерном сжатии мишеней ИТС, необходимо кратко охарактеризовать проблему.

Преимущества использования лазерного излучения для инициирования термоядерных реакций заключаются в относительной лёгкости его фокусировки и транспортировки к мишени, а также в возможности получения высоких плотностей мощности, необходимых для эффективного сжатия мишени. В ведущих лабораториях мира существуют и проектируются несколько мощных лазерных установок на основе Nd-лазеров для облучения мишеней. Их параметры приведены в табл.1.

Табл.1. Мощные лазерные установки для лазерного термоядерного синтеза (ЛТС).

Установки для ЛТС	Параметры установок			
	Частота излучения	Энергия импульса	Число пучков	Тип эксперимента
NIF (США)	$3\omega$	1.8 МДж	192	Непрямое сжатие
LMJ (Франция)	$3\omega$	2 МДж	240	Непрямое сжатие
Omega (США)	$1\omega - 3\omega$	60 кДж	60	Прямое сжатие
«Искра-6» (Россия)	$1\omega - 3\omega$	300 кДж	128	Непрямое сжатие

На этих установках планируются и проводятся эксперименты по сжатию мишеней с целью достижения высокого термоядерного выхода, который, очевидно, зависит от условий сжатия и от того, насколько интенсивно развивается зона перемешивания.

Многочисленные исследования взаимодействия лазерного излучения с мишенями показали, что оно хорошо поглощается испаряющимся веществом оболочки мишени вплоть до плотностей мощности  $(2 - 4) \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, необходимых для инициирования термоядерных реакций. Коэффициент поглощения может достигать 40%–80%; он зависит от длины волны излучения – растёт с её уменьшением. Значительного термоядерного выхода можно добиться лишь при условии, что основная масса топлива, содержащегося в мишени, остаётся при сжатии холодной. Для этого нужно, чтобы сжатие было адиабатическим, т.е. необходимо избегать предварительного нагрева мишени, который может происходить вследствие генерации лазерным излучением энергичных

Н.В.Змитренко, Н.Г.Прончева. Институт математического моделирования РАН, Россия, 125047 Москва, Миусская пл., 4а; e-mail: zmitrenko@imamod.ru

В.Б.Розанов, Р.А.Яхин. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: rozanov@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 18 октября 2006 г., после доработки – 26 января 2007 г.

электронов, ударных волн или жёсткого рентгеновского излучения. Многочисленные исследования показали, что эти нежелательные эффекты можно ослабить за счёт распределения поглощенной энергии по поверхности мишени, оптимизации мишеней и уменьшения длины волн излучения.

Вместе с тем принципиальной проблемой, решение которой позволит продемонстрировать управляемую термоядерную реакцию на основе инерциального удержания, является устойчивость сжатия лазерной мишени, содержащей термоядерное горючее. Для этого необходимо создать такие условия нагрева мишени, чтобы неоднородность вклада энергии на поверхности мишени не превышала нескольких процентов (1% – 5%). Столь высокие требования определяются тем обстоятельством, что необходимые для демонстрации управляемой термоядерной реакции параметры сжатой мишени возникают при её сжатии по радиусу в 15–45 раз (по объёму – в  $3 \times (10^3 - 10^5)$  раз) [17].

В настоящее время исследуются два основных направления решения указанной проблемы. Одно из них состоит в симметричном прямом облучении оболочечной мишени традиционной конструкции большим числом (несколько десятков) лазерных пучков. Другое направление (непрямое сжатие) основано на преобразовании лазерного излучения в поток теплового рентгеновского излучения. И в том и в другом случае осуществлению термоядерной реакции препятствуют гидродинамические неустойчивости. Развитие перемешивания приводит к снижению температуры топлива, плотностей сжимаемых веществ, скоростей реакций и, как следствие, к уменьшению нейтронного выхода.

При сжатии мишеней для ИТС начальные возмущения определяются как симметрией и однородностью источника энергии (лазерные или ионные пучки, импульсные системы), так и однородностью и качеством изготовления самой мишени. Существенную роль при этом играет конкретная реализация лазерной системы для облучения мишеней, равно как и технология их изготовления. Заметным образом усложняет задачу моделирования и теоретического изучения сжатия термоядерной мишени необходимость учета сложного начального спектра возмущений, ускорения, меняющегося со временем, и т. п. Между тем, именно учёт начальных условий принципиально важен при разработке моделей перемешивания, которые могли бы претендовать на правильное описание достигаемых параметров термоядерной мишени.

В недавней работе [18] приведены данные, подтверждающие необходимость учета всех вышеперечисленных условий перемешивания при описании реальных параметров сжатия мишеней. На лазерной установке Omega (США, Рочестерский университет) были исследованы мишени двух типов. В первом случае сферическая мишень имела оболочку из полистирола СН толщиной  $\sim 15$  мкм, покрытую слоем алюминия и наполненную газом (тригий). Во втором случае на внутреннюю поверхность полистирола наносился слой дейтерированного пластика толщиной 1 мкм. Давление газа внутри мишени составляло около 10 атм, сжатие инициировалось излучением лазера с энергией 23 кДж. Отметим, что установка Omega обеспечивает рекордно высокий уровень симметрии облучения лазерной мишени в условиях прямого сжатия.

В исследуемых мишенях при лазерном облучении и сжатии в случае достижения температуры вещества

$\sim 1$  кэВ начинается термоядерная реакция, в которой рождаются нейтроны. В первом варианте мишени нейтроны рождались только в результате реакции  $T + T \rightarrow \alpha + 2n + 11.3$  МэВ.

Во втором случае при перемешивании трития с оболочкой из дейтерированного пластика включается реакция  $T + D \rightarrow \alpha + n + 17.6$  МэВ, что приводит к увеличению нейтронного выхода примерно в 100 раз (с  $10^{11}$  до  $10^{13}$  нейтронов). Этот эксперимент ярко демонстрирует необходимость учёта перемешивания и важность разработки его правильных моделей.

Целью настоящей работы являлось построение на основе численных расчётов аналитической модели для описания процессов развития гидродинамических неустойчивостей, оказывающих влияние на нейтронный выход.

Рассмотрение было ограничено изучением ряда «плоских» и «сферических» задач с определенными начальными условиями. В случае плоской задачи рассматривались две пары газов, типичных для экспериментов на ударных трубах (Xe–Ag или Xe–He при давлениях  $\sim 1$  атм, плотностях  $10^{-3} - 10^{-4}$  г/см<sup>3</sup> и ускорении  $10^7$  см/с<sup>2</sup>), форма контактной границы задавалась в виде суммы гармоник со случайно выбранными фазами, расчеты проводились для набора из 6, 8 или 10 гармоник. Сферическая задача носила модельный характер и содержала малое число гармоник, параметры расчёта соответствовали режиму лазерного сжатия (давление  $\sim 10^7$  атм, плотность  $1 - 100$  г/см<sup>3</sup>, ускорение  $10^{16} - 10^{18}$  см/с<sup>2</sup>). При выполнении расчетов учитывались эффекты сжимаемости вещества и сферического схождения оболочек мишени.

Отметим, что столь существенные различия в параметрах расчётов – для газов в ударных трубах и для мишеней при лазерном сжатии – не являются принципиальным препятствием для построения единой модели, т. к. в этих газодинамических задачах учитываются фундаментальные законы газодинамического подобия.

На основе полученной расчетной базы [2], а также теории [1] построена модель развития зоны перемешивания, учитывающая информацию о начальных условиях возмущений. Часть результатов, связанная с анализом плоских задач и построением формул для ширины зоны перемешивания, была представлена ранее в работе [2].

Необходимо ответить на вопрос, почему наше внимание обращено на разработку новой модели перемешивания, а не на использование уже имеющихся [9, 10].

Во-первых, как следует из расчетов и теоретического анализа, для лазерных мишеней [17] практически всегда справедливо то, что тормозящее оболочку ускорение  $a = 2R/t^2$ , где  $R$  – минимальный радиус оболочек. Тогда

$$(\gamma t)^2 = kgAt^2 = \frac{l}{R} \frac{2R}{t^2} At^2 = 2lA,$$

где  $l = 2\pi R/\lambda$  – номер сферической моды возмущения. Отсюда следует, что  $\gamma t < 10$ , во всяком случае для  $l < 50$ , и  $\gamma t < 20$  для  $l < 200$ . На наш взгляд, влияние гармоник с более высокими номерами незначительно, т. к. они прекращают свой рост сравнительно рано уже при небольшом значении амплитуды [1]. В существующих же моделях [5–8] исходят из положения о значительно более развитой степени турбулентности; ширина зоны при этом, как правило, получается завышенной, так что результаты [9, 10] носят, как сказано и в самих публикациях, качественный характер.

Во-вторых, нахождение ширины зоны перемешивания – это лишь первая часть задачи. В дальнейшем требуется развить модель конкретного учета реакций в перемешанном слое в зависимости от полученных или предполагаемых в нем распределений концентрации топлива, плотности, температуры. Эта вторая часть задачи до сих пор не имеет адекватного решения.

Отметим, что термоядерное горение, происходящее в соответствии с создающимися условиями при развитии гидродинамических неустойчивостей и перемешивания, можно попытаться моделировать в прямых многомерных численных расчетах (см., напр., [16]). Такой подход постепенно входит в практику численных исследований. Вопрос здесь в том, насколько аккуратно на выбранной разностной сетке будут описаны процессы перемешивания и горения при наличии сложного начального спектра гидродинамических и тепловых возмущений.

## 2. Результаты численных расчетов (плоский случай)

Ранее с целью систематического исследования влияния разнообразных начальных условий на развитие турбулентности, вызванной RT- и RM-неустойчивостями, для плоской геометрии был проведен ряд расчетов с использованием численного кода NUT [19]. Была рассмотрена следующая плоская задача: в двумерной области  $\{x_1 \leq x \leq x_2, z_1 \leq z \leq z_2\}$  с размерами  $x_2 - x_1 = 72$  мм и  $z_2 - z_1 = 150$  мм имеем  $z_1 = -100$  мм,  $z_2 = 50$  мм. В начальный момент времени заданы постоянная по пространству температура и соответствующие равновесные распределения плотностей и давления двух газов, находящихся в поле постоянной внешней силы (рис.1).

В отсутствие возмущений поверхность раздела газов имеет координату  $z = 0$ ; выше нее, в области  $0 \leq z \leq z_2$ , расположен тяжелый газ, ниже, в области  $z_1 \leq z \leq 0$ , – легкий. Ускорение внешней силы  $g = 9.8 \times 10^6$  см/с<sup>2</sup> направлено вниз. Соответствующие распределения плотностей и давления имеют вид

$$p_i(z) = p_0 \exp\left(-\frac{m_i g z}{\kappa T_0}\right),$$

$$\rho_i = \rho_{0i} \exp\left(-\frac{m_i g z}{\kappa T_0}\right),$$

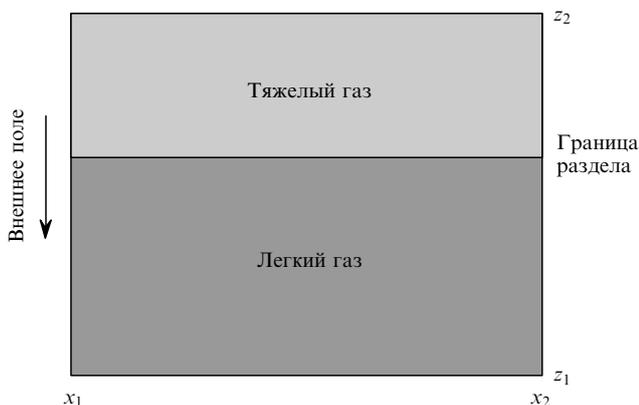


Рис.1. Геометрия задачи.

где  $i = 1, 2$  соответствуют легкому и тяжелому газам;  $\rho_{0i}$  и  $p_0$  – плотность и давление газов на поверхности раздела;  $m_i$  – масса молекулы газа;  $T_0 = 300$  К – температура газа, выбранная в соответствии с условиями эксперимента на ударных трубах [20];  $\kappa$  – постоянная Больцмана. Для двух выбранных пар газов (Xe – Ar и Xe – He) имеем  $p_0 = 0.5$  атм,  $\rho_{01} = 8.07 \times 10^{-4}$  г/см<sup>3</sup> (аргон),  $\rho_{01} = 8.07 \times 10^{-5}$  г/см<sup>3</sup> (гелий),  $\rho_{02} = 2.64 \times 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup> (ксенон). Эти газы рассматриваются в программе NUT как идеальные невязкие газы с одинаковым показателем адиабаты, равным 5/3. Отметим, что для выбранных физических условий сжимаемость газа будет оказывать влияние на динамику процесса: для тяжелого газа изменения давления с высотой достигают 25%. В проведенных исследованиях возмущения задавались в соответствии со следующей формулой для формы контактной поверхности:

$$z(x) = -\sum_{i=1}^n a_{0i} \cos(k_i x + \varphi_i). \quad (1)$$

Здесь  $i$  пробегает 6, 8 или 10 значений (по числу генерируемых мод возмущений);  $k_i = 2\pi/\lambda_i$  – волновое число гармоник с длиной волны  $\lambda_i$ ;  $a_{0i}$  – начальная амплитуда отдельного возмущения;  $\varphi_i$  – фаза. Длины волн в (1) выбирались из условия отсутствия в наборе гармоник кратных значений, для чего было принято следующее определение:

$$\lambda_i = \frac{x_2 - x_1}{n_i}, \quad (2)$$

где  $n_i - i$ -е простое целое число ( $n_i = 2, 3, \dots, 29$ );  $x_2 - x_1 = 72$  мм. Тем самым диапазон длин волн определялся как  $2.531 \leq \lambda_i \leq 36$  мм. Начальная ширина зоны перемешивания для  $i$ -й гармоники  $L_{0i}$  составила  $2a_{0i}$ . Амплитуды  $a_{0i}$  в расчетах выбирались согласно одному из двух правил (две серии расчетов):

1)  $a_{0i} = \alpha_0 \lambda_i / 2\pi$ ,  $\alpha_0 = \text{const}$ . В проведенных расчетах использовались следующие значения  $\alpha_0/2$ : 0.2, 0.5, 0.8.

2)  $a_{0i} = a_0 = \text{const}$  (использовалось значение  $a_0 = 9/\pi$ ,  $L_0 = 2a_0 = 18/\pi$ ).

В качестве примера на рис.2 представлен результат расчета для пары газов He – Xe с шестью гармониками и начальной амплитудой, заданной по закону  $a_{0i} = \alpha_0 \lambda_i / 2\pi$ .

Результаты данной части исследований представлены в работе [2], и их можно кратко сформулировать следующим образом:

- на основе численных расчетов создана обширная база данных по развитию неустойчивости и перемешивания двух газов в плоской геометрии при постоянном ускорении для режимов, различающихся типом неустойчивости (RT и RM), числом Атвуда (0.941 и 0.532), числом учитываемых мод и соответственно максимальным номером наиболее коротковолновой моды ( $n_6 = 13$ ,  $n_8 = 19$  или  $n_{10} = 29$ ), начальными амплитудами  $a_{0i}$  и их зависимостями от номера моды ( $a_{0i} = \text{const}/k_i$  и  $a_{0i} = \text{const}$ );

- на рассматриваемой стадии ширина зоны перемешивания существенно зависит от амплитуды начальных возмущений и изменяется со временем по закону, близкому к линейному;

- ширина зоны перемешивания слабо зависит от вклада высоких мод (несколько уменьшается при включении высоких мод).

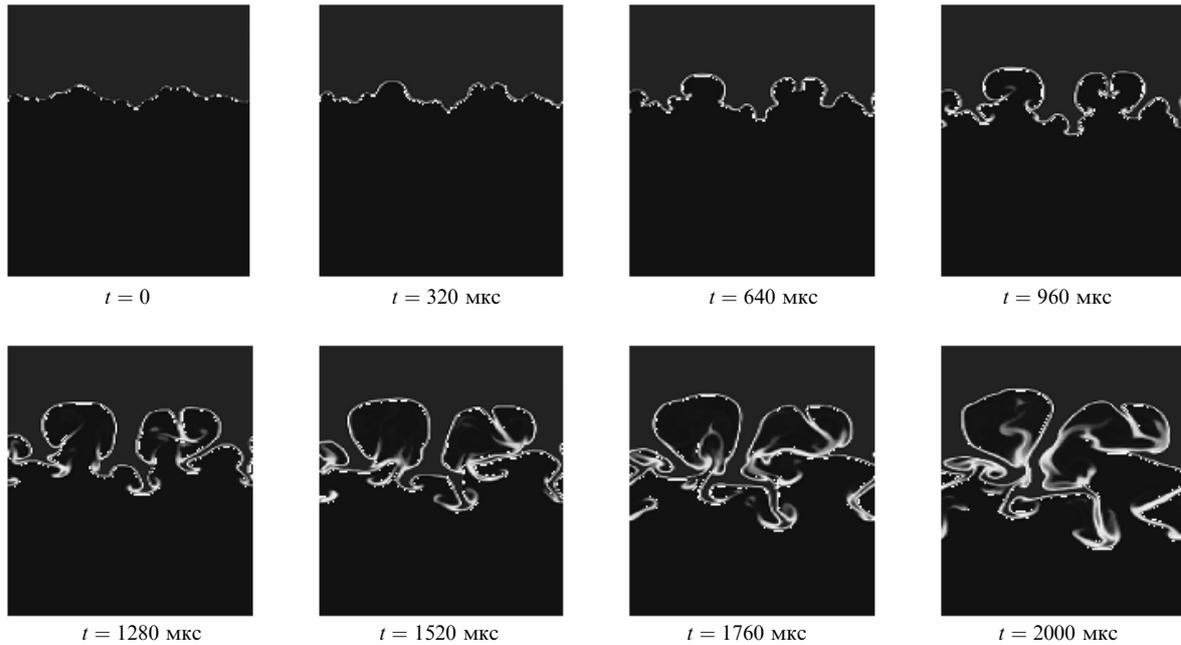


Рис.2. Эволюция поля плотности (представлено положение границы между тяжёлым и лёгким газами) – результат расчета для пары газов He – Ne (плоский случай, шесть гармоник).

### 3. Модель для описания ширины зоны перемешивания

На основании проведенных расчетов была разработана теоретическая модель для описания ширины и скорости роста зоны перемешивания, учитывающая влияние начальных условий.

Исходя из правильных асимптотик в начале процесса и на более поздней стадии, можно сделать ряд заключений: в начале процесса при наличии высоких мод зона увеличивается со временем по квадратичному закону – это следует из эволюционной модели развития неустойчивостей [1]; на поздней стадии скорость роста зоны стремится к постоянной предельной величине, которая определяется скоростью всплывания пузыря (шара) легкого газа. Размер пузыря определяется низшей гармоникой возмущения, получившей к данному моменту времени наибольшее развитие (согласно модели Лайзера [21]). Гармоника с номером  $i$  увеличивает зону перемешивания до величины

$$L_i(t) = 2a_{0i} + \frac{\lambda_i}{2\alpha_{\text{eff}}} \left\{ \left[ 1 + \frac{(\alpha_{\text{eff}}\gamma_i t)^2}{2\pi} \right]^{1/2} - 1 \right\}. \quad (3)$$

Здесь

$$\gamma_i^2 = \frac{2\pi}{\lambda_i} gA; \quad A = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}; \quad \alpha_{\text{eff}} = \frac{\alpha_0 \alpha^*}{\alpha_0 + \alpha^*}; \quad \alpha_0 = \frac{2\pi}{\lambda_i} a_{0i}.$$

Согласно [1]  $\alpha^*$  определяет амплитуду, при которой экспоненциальный рост неустойчивости замедляется, т. к. образуются грибообразные структуры. Эти структуры хорошо видны на рис.2. Обычно для двумерных (2D) задач  $\alpha_{2D}^* = 3 - 5$ , для трёхмерных (3D) задач  $\alpha_{3D}^* = 10 - 20$ .

Очевидно, что на начальной стадии ширина зоны перемешивания определяется амплитудой линейно развивающейся не разрушившейся гармонике. При малых  $t$  в

соответствии с линейной стадией развития неустойчивостей и при начальной скорости развития, равной нулю,

$$\frac{dL_i}{dt} = a_{0i} k_i g A t = a_{0i} \gamma_i^2 t, \quad L_i \sim t^2.$$

При больших  $t$  имеем

$$\frac{dL_i}{dt} = v \sqrt{g \lambda_i}.$$

В модели Лайзера эта величина определяет скорость всплывания легкого пузыря:  $V_{\text{lim}} = v \sqrt{g \lambda_i}$ . Здесь  $v(A)$  – коэффициент, зависящий от геометрии задачи и числа Атвуда  $A$ . В формуле для  $dL_i/dt$  коэффициент  $v$  учитывает и скорость всплывания легкого пузыря, и более высокую скорость падения тяжелой струи. Обычно для 2D-задач  $v = 0.75 - 1$ , для 3D-задач  $v \approx 1 - 1.3$ . Ширина зоны перемешивания определяется вкладом всех гармоник, однако он различен и меняется со временем. В данный момент длинноволновые возмущения могут давать вклад  $\sim 2a_i$ , и при этом коротковолновые возмущения будут играть меньшую роль.

Далее полную ширину зоны перемешивания будем представлять в следующем виде:

$$L(t) = \sum_i L_i(t) w_i(t), \quad (4)$$

где  $w_i(t)$  – весовой коэффициент, определяющий вклад  $i$ -й гармонике. В начальный момент  $w_i(0)$  определяется случайной фазой данного возмущения:

$$w_i(0) = \cos(k_i z_1 + \varphi_i) - \cos(k_i z_2 + \varphi_i). \quad (5)$$

Здесь  $z_1, z_2$  – максимальные глубины проникновения тяжёлого газа в лёгкий и лёгкого газа в тяжёлый соответственно. Из соотношения (5) следует, что ширина зоны определяется по максимально «высокому» положению

легкого газа и минимально «низкому» положению тяжелого. В дальнейшем  $w_i(t)$  уменьшается, что происходит вследствие разрушения данной моды неустойчивости в результате развития неустойчивости Кельвина–Гельмгольца [1]. Поведение  $w_i(t)$  можно приближенно представить зависимостью

$$w_i(t) = w_i(0) \exp[-t(\gamma_{KH})_i] \sim \exp \left[ -\frac{1}{4} k_i a_{0i} (\gamma_i t)^2 (1 - A^2)^{1/2} \right].$$

Здесь

$$(\gamma_{KH})_i = k_i v_i \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{\rho_1 + \rho_2}; v_i t = \frac{a_{0i}}{2} [\exp(\gamma_i t) + \exp(-\gamma_i t)] \approx a_{0i} \left[ 1 + \frac{(\gamma_i t)^2}{2} \right];$$

$v_i$  – скорость сдвигового течения, вызванного РТ-неустойчивостью, для гармоники с номером  $i$ .

Величины  $(\gamma_{KH})_i$  и  $\gamma_i$  зависят от волнового числа  $k_i = 2\pi/\lambda_i$  и, тем самым, от номера гармоники. Видно, что вклад в ширину зоны гармоники с номером  $i$  убывает тем быстрее, чем больше ее номер. Если спектр начальных возмущений  $k_i a_{0i} = \text{const}$ , то  $w_i(t) \sim \exp(c_1 p_i)$ , если же начальные возмущения соответствуют закону  $a_{0i} = \text{const}$ , то  $w_i(t) \sim \exp(-c_2 p_i^2)$ , где  $c_1$  и  $c_2$  – некоторые постоянные числа. На поздних стадиях вклад высоких гармоник не равен нулю, и его желательно учесть. Можно предположить, что вклад гармоники после её разрушения в ширину зоны будет порядка длины волны. Исходя из результатов расчетов, методом подбора была предложена следующая формула для весового коэффициента  $i$ -й гармоники:

$$w_i(t) = w_i(0) \left\{ \frac{2}{p_i} + 2 \left( 1 - \frac{2}{p_i} \right) \times \left[ 1 + \exp \left( \frac{\lambda_{i_{\max}}^2}{\lambda_i^2} w_i^2(0) \gamma_i^2 t^2 \right) \right]^{-1} \right\}. \quad (6)$$

На стадии перемешивания высокочастотные моды дают вклад в ширину зоны перемешивания: для 2D-геометрии масштаб вклада  $(3 - 5)\lambda_i/2\pi$ , для 3D-геометрии –  $(10 - 20)\lambda_i/2\pi$  [1]. Более важный вывод состоит в том, что основной вклад в ширину зоны перемешивания дают длинноволновые возмущения, получившие развитие к данному моменту. Поскольку для этих возмущений величина  $\gamma_i t$  меньше, их эволюцию проще найти с помощью прямых численных расчётов или оценить, используя аналитические модели, развитие, например, в [1]. На рис.3 и 4 в качестве примера представлены зависимости ширины зоны перемешивания от времени (проведено сравнение вышеизложенной теории с результатами численных расчётов [2]). Предложенные выражения (3)–(6) вполне удовлетворительно описывают ширину зоны перемешивания в плоских задачах РТ-неустойчивости.

Дадим краткую характеристику моделям, предложенным ранее для описания ширины зоны перемешивания. По-видимому, первой публикацией, посвящённой теоретическому анализу перемешивания двух газов разной плотности в поле силы тяжести, была работа [3]. В

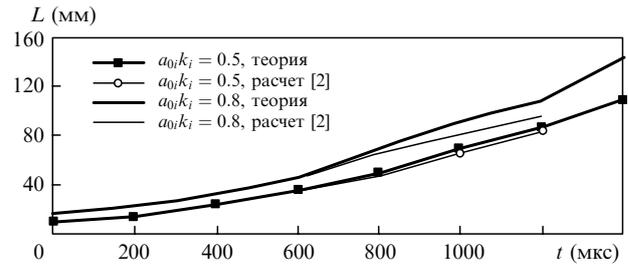


Рис.3. Зависимости ширины зоны перемешивания от времени для пары газов He – Xe при  $a_{0i}k_i = 0.5$  и  $0.8$ . Расчёты проводились для шести гармоник.

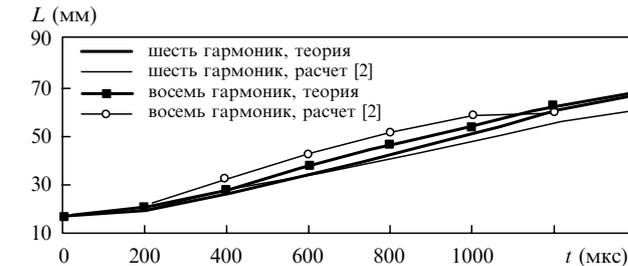


Рис.4. Зависимости ширины зоны перемешивания от времени для пары газов Ar – Xe при  $a_{0i} = a_0 = 9/\pi$ . Расчёты проводились для шести и восьми гармоник.

ней дана следующая формула для ширины зоны перемешивания (постановка задачи подобна нашей):

$$L(t) = \alpha \ln \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \left( \int_0^t \sqrt{g} dt \right), \quad (7)$$

где  $\alpha$  – константа, зависящая от типа перемешиваемых веществ и степени их взаимопроникновения. В пределе малого перепада плотностей и постоянного ускорения  $g$  выражение (7) преобразуется:

$$L(t) = \alpha A g t^2. \quad (8)$$

Вид выражения (8) определяется так называемой автономной стадией развития турбулентного перемешивания [6, 12]. Разработанный в [3] подход получил дальнейшее распространение в большом количестве работ.

Наиболее распространённым представлением ширины зоны перемешивания в настоящее время является выражение, предложенное в [7], в котором явно выделяются вклады проникновения лёгкого вещества в тяжёлое ( $L_b$ ) и тяжёлого в лёгкое ( $L_s$ ):

$$L(t) = L_b + L_s = (\alpha_b + \alpha_s) A g t^2. \quad (9)$$

Следует отметить, что в последнее время в исследованиях турбулентности, вызванной развитием РТ- и РМ-неустойчивостей, наметилась новая тенденция. Она связана с получением в ряде экспериментов и расчетов (см., напр., [12–14]) результатов, которые говорят о том, что либо развитая (автономная) стадия наступает значительно позже, чем ожидалось, либо коэффициент  $\alpha$  меняется со временем. Такой характер перемешивания стали соотносить со спектром начальных возмущений, а изменение  $\alpha$  – с изменением спектра в процессе развития турбулентности. Отметим, что эволюционная модель [1] последовательно и с самого начала учитывает как начальные ширину зоны и спектральный состав возмуще-

ний, так и эволюцию спектра в процессе развития неустойчивостей, вызванную насыщением роста коротковолновых возмущений. Поэтому для описания перемешивания в лазерных мишенях целесообразно использовать именно этот подход.

#### 4. Результаты численных расчетов (сферический случай)

Следующим этапом изучения процессов перемешивания в задаче ИТС стали численные расчеты сжатия сферических мишеней, максимально приближенных к реальным лазерным, и попытка описать их предложенной выше теоретической моделью.

Сферическая мишень предполагает существование ряда новых факторов, существенно усложняющих процесс моделирования развития зоны перемешивания, таких как конечность времени сжатия, сложный начальный спектр возмущений, содержащий низкие и высокие гармоники, не всегда точно известный, сложность самой мишени, существенная нелинейность динамики развития на поздней стадии (стадия коллапса) и т.д.

С использованием программы NUT был проведен ряд расчетов с однотипными начальными условиями. На рис.5 представлено сечение мишени, состоящей из нескольких концентрических сферических оболочек, имеющих различное функциональное назначение: внешний слой – тяжёлый аблятор СН (на рисунке не показан), следующий слой – DT-топливо в виде льда с плотностью  $0.2 \text{ г/см}^3$  и внутренний слой – DT-газ [22].

В нашей задаче мы рассматривали процесс сжатия в течение последних трёх наносекунд (мишень на стадии коллапса). Плотность и радиус различных слоёв были таковы: для аблятора  $\rho_{\text{СН}} = 12 \text{ г/см}^3$  и  $R_{\text{СН}} = 926 \text{ мкм}$ , для слоя DT-льда  $\rho_{\text{DT}} = 0.5 \text{ г/см}^3$  и  $R_{\text{DT}} = 916 \text{ мкм}$ , для внутреннего слоя (DT-газ)  $\rho_{\text{in}} = 3.5 \times 10^{-5} \text{ г/см}^3$  и  $R_{\text{in}} = 768 \text{ мкм}$ . Неустойчивость задавалась на границе DT-лёд – внутренний газ (рис.6). В момент  $t = 0$  слои СН и DT начинали двигаться к центру со скоростью  $V_0 = 300 \text{ км/с}$ , сжимаемая мишень.

На рис.7 в качестве примера представлены результаты расчетов для 6-й и 15-й гармоник с начальными амплитудами 4.5 и 18 мкм, а также для 48-й гармоники с амплитудой 3 мкм.

Форма контактной границы задается по закону

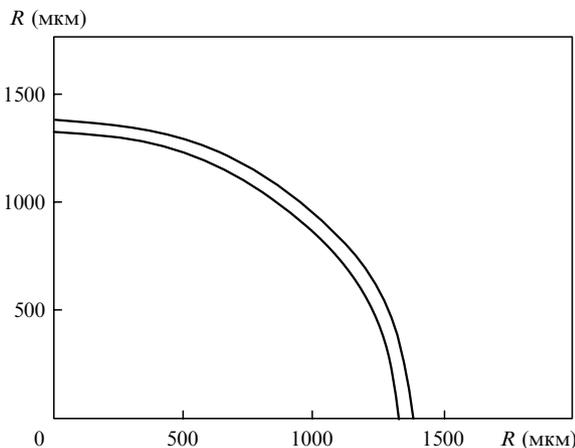


Рис.5. Сечение исходной сферической мишени (показано положение оболочки из DT-льда).

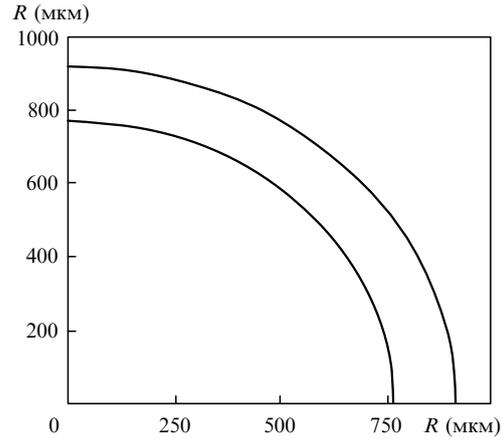


Рис.6. Сечение сферической мишени на момент начала расчёта (для сравнения с исходным сечением (рис.5)). Изменились границы и плотности газа внутри мишени и DT-слоя.

$$R = R_{\text{in}} + \sum_i a_{0i} \cos(n_i \theta), \quad (10)$$

где  $\theta$  – угол, определяющий положение данной точки поверхности раздела. Сжатие мишени происходит в течение 3 нс.

На рис.8 в качестве примера представлены временные зависимости ряда интегральных параметров процесса сжатия мишени, полученные в результате расчёта.

На рис.9 сравниваются ширины зон перемешивания, полученных из расчета и определённых по формулам (3)–(6). Теория, построенная на основе «плоских» расчетов, не учитывает ряд факторов, связанных со сферичностью задачи, таких как сжимаемость газа и схождение мишени. Их влияние обсуждалось, например, в работе [15] и в более ранней статье [23].

В [23] дана следующая формула для инкремента развития гидродинамической неустойчивости:

$$\gamma = 0.5(\gamma_\rho + \gamma_R) + \left[ \gamma_0^2 + \frac{1}{4}(\gamma_\rho + \gamma_R)^2 \right]^{1/2}, \quad (11)$$

где

$$\gamma_0^2 = \frac{l(l+1)}{R} \frac{(\rho_2 - \rho_1)g}{l\rho_2 + (l+1)\rho_1}; \quad \gamma_\rho = \frac{d\rho}{\rho dt}; \quad \gamma_R = \frac{dR}{R dt};$$

$l$  – число учитываемых в расчете гармоник. При теоретическом рассмотрении учитывается только  $\gamma_0$ .

В случае  $d\rho/dt = 0$ , т.е. когда сжатие происходит без увеличения плотности, пространственная амплитуда  $a_i \sim R^{-2}$ , если же  $d(\rho R^3)/dt = 0$ , т.е. когда сохраняется масса вещества,  $a_i \sim R$  (происходит некоторое сужение зоны перемешивания).

Анализируя расчёты, результаты которых представлены на рис.7, можно прийти к выводу, что коэффициенты сжатия ( $\gamma_\rho$ ) и схождения ( $\gamma_R$ ) примерно на порядок меньше классического инкремента роста неустойчивости (к примеру, в расчёте с 6-й и 15-й гармониками с амплитудами 18 мкм  $\gamma_0 \approx 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma_\rho \approx 10^9 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma_R \approx -10^9 \text{ с}^{-1}$ ). Это даёт основание не включать их в качестве первого приближения в выражение (3) для ширины зоны перемешивания, тем более что эффекты от сжатия и схождения имеют противоположные знаки и частично компенсируют друг друга.

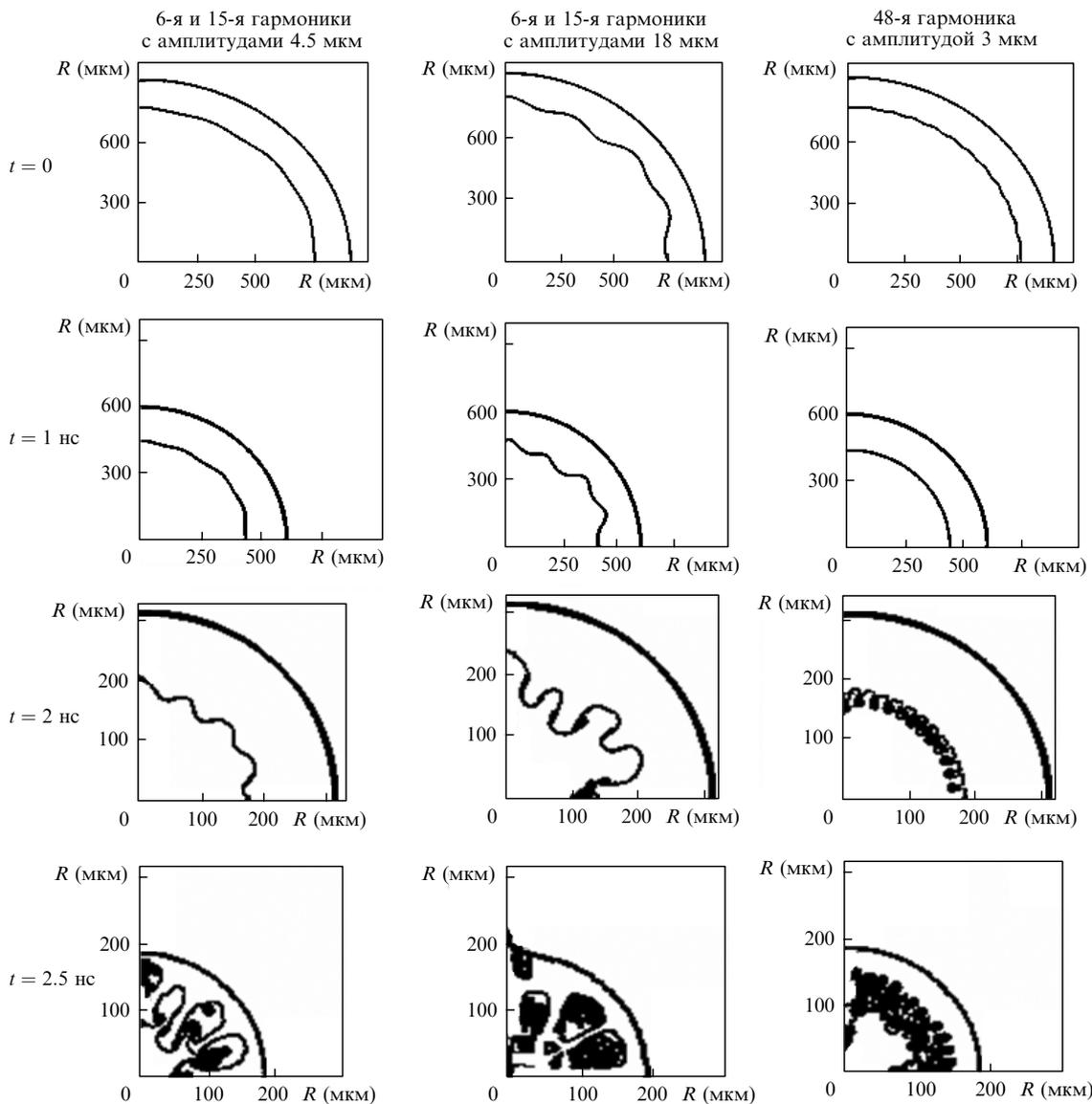


Рис.7. Результаты численных расчетов. Показано положение оболочки из ДТ-льда. Масштаб рисунков, соответствующих временам 2 и 2.5 нс, по осям  $x$  и  $y$  увеличен примерно в 3 раза.

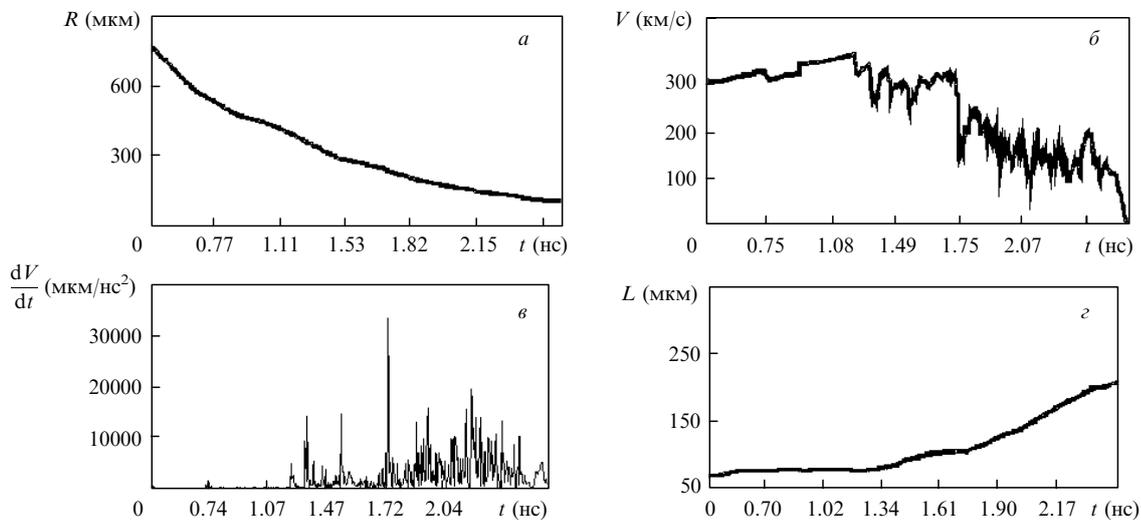


Рис.8. Зависимости радиуса (а), скорости сжатия (б), ускорения (в) слоя ДТ, а также ширины зоны перемешивания (г) от времени (случай 6-й и 15-й гармоник с амплитудами 18 мкм).

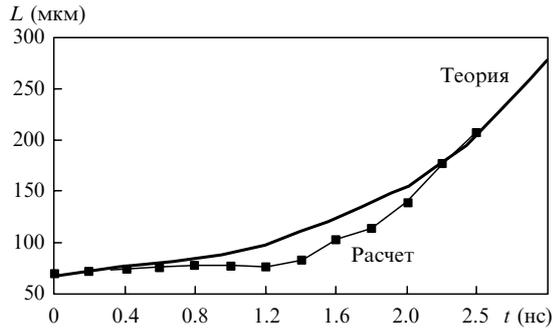


Рис.9. Зависимости ширины зоны перемешивания от времени для мишени, представленной на рис.6. Расчёты проводились для 6-й и 15-й гармоник с амплитудами 18 мкм.

Формулы (3)–(6), определяющие ширину зоны перемешивания, могут быть без труда введены в одномерные коды для расчётов сжатия и термоядерного горения мишеней.

Имеющиеся у нас расчёты содержат подробную информацию о состоянии взаимодействующих газов, размерах области перемешивания и т. д. Поэтому в дальнейшем можно надеяться на более точное определение степени влияния перемешивания на эффективность термоядерной реакции.

### 5. Заключение

Был проведен ряд расчетов развития неустойчивостей турбулентного RT- и RM-перемешивания при различных начальных условиях по составу мод начальных возмущений, амплитудам, газам, которые участвовали в перемешивании, фазам возмущений, геометриям; часть расчётов соответствовала режиму развития неустойчивости в ударных трубах, а часть – режиму лазерного сжатия.

Результаты численных расчетов, их обработка и полученные зависимости позволили ответить на важный, например для проблемы ЛТС, вопрос о зависимости характеристик перемешивания при сжатии термоядерных мишеней от начальных условий. Отметим обнаруженную в этих расчетах слабую зависимость ширины зоны перемешивания от вклада высоких мод (при увеличении числа учитываемых высоких мод ширина зоны перемешивания несколько уменьшается).

На основании рассмотрения развития неустойчивости в плоских и сферических расчётах, а также с учётом эволюционной модели развития неустойчивостей были предложены аналитические выражения (3)–(6), которые описывают развитие зоны перемешивания с учётом на-

чальных условий, включающих спектр, амплитуды возмущений и т. д.

Сравнивая результаты проведённых расчётов с предсказаниями предложенной теории, можно прийти к выводу, что аналитические выражения (3)–(6) вполне удовлетворительно согласуются с расчетами.

Важным преимуществом полученных выражений является возможность их дальнейшего использования для описания процессов перемешивания при весьма широком диапазоне физических параметров в расчетах, моделирующих принципиально различные режимы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 05-01-00631 и № 06-02-91226-яф.

1. Змитренко Н.В., Прончева Н.Г., Розанов В.Б. *Препринт ФИАН № 65* (М., 1997).
2. Розанов В., Степанов Р., Нужный А., Яхин Р., Анучин М., Прончева Н., Змитренко Н., Янилкин Ю., Тишкин В. *Препринт ФИАН № 28* (М., 2004).
3. Бельский С.З., Фрадкин Е.С. *Труды ФИАН*, **29**, 207 (1965).
4. Розанов В.Б., Змитренко Н.В., Прончева Н.Г., Яхин Р.А. *Препринт ФИАН № 28* (М., 2005).
5. Gauthier S., Bonnet M. *Phys. Fluids A*, **2** (9), 1685 (1990).
6. Неуважаев В.Е. *Математич. моделирование*, **3** (7), 10 (1991).
7. Youngs D.L. *Phys. D*, **12**, 32, (1984).
8. Никифоров В.В. *ВАНТ. Сер. Теоретич. и прикл. физика*, № 1, 3 (1985).
9. Андронов В.А., Бахрах С.М., Мохов В.Н., Никифоров В.В., Певницкий А.В. *Письма в ЖЭТФ*, **29** (1), 62 (1979).
10. Лыков В.А., Мурашкина В.А., Неуважаев В.Е., Шибаршов Л.И., Яковлев В.Г. *Письма в ЖЭТФ*, **30** (6), 339 (1979).
11. Андронов В.А., Бахрах С.М., Мешков Е.Е., Никифоров В.В., Певницкий А.В., Толшмяков А.И. *ДАН СССР*, **264** (1), 76 (1982).
12. Янилкин Ю.В., Стапенко В.П., Ребров С.В., Синькова О.Г., Стадник А.Л. *ВАНТ. Сер. Математич. моделирование физич. процессов*, № 2, 3 (2002).
13. Гарина С.М., Змитренко Н.В., Прончева Н.Г., Тишкин В.Ф. *ВАНТ. Сер. Математич. моделирование физич. процессов*, № 2, 10 (2002).
14. Cabot W., Cook A.W., Miller P.L. *J. Fluid Mech.*, **511**, 333 (2004).
15. Clark D.S., Tabak M. *Preprint LLNL* (2005).
16. Galmishe D., Cherfils C. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **5228**, 28, (2003).
17. Розанов В.Б. *УФН*, **174** (4), 371 (2004).
18. Wilson D.C., Sangster T.C., Ebey P.S., et al. *Proc. 10 IWPCMTM* (Paris, 2006, p. 11).
19. Тишкин В.Ф., Никишин В.В., Попов И.В., Фаворский А.П. *Математич. моделирование*, **7** (5), 15 (1995).
20. Aleshin A.N., Lazareva E.V., Chebotareva E.I., Sergeev S.V., Zaytsev S.G. *Proc. VI Intern. Phys. Compressible Turbulent Mixing* (Marseille, 1997, p. 1).
21. Layzer D. *Astrophys. J.*, **122** (1), 1 (1955).
22. Rozanov V., Doskoch I., Guskov S., Stepanov R., Zmitrenko N. *J. Phys. IV France*, **133**, 213 (2006).
23. *LLE 2003 Annual Report* (University of Rochester, 2004, p. 81).