

Эффективность нестационарного процесса преобразования пространственной когерентности импульсного лазерного излучения в многомодовом волоконном световоде при самомодуляции его фазы

М.А.Кицак, А.И.Кицак

Проведен теоретический анализ модельной схемы нелинейного механизма преобразования (уменьшения) пространственной когерентности импульсного лазерного поля в протяженном многомодовом волоконном световоде при нестационарном взаимодействии его с сердцевинной. Рассмотрен случай, когда пространственная статистика входного излучения обусловлена флуктуациями фазы. Получено аналитическое соотношение, связывающее число рождаемых в световоде пространственно-когерентных мод излучения с пространственно-энергетическими параметрами исходного излучения и характеристиками световода. Выполнены оценки эффективности декорреляции излучения при возбуждении в световоде тепловой и электрострикционной нелинейностей. Проведены экспериментальные исследования, позволившие выявить основные закономерности преобразования пространственной когерентности лазерного пучка в многомодовом световоде и выяснить степень соответствия им результатов, предсказываемых рассмотренной моделью переноса излучения. Установлено, что основной причиной ограничения степени пространственной декорреляции светового пучка в многомодовом световоде с кварцевой сердцевинной является возбуждение вынужденного комбинационного рассеяния.

Ключевые слова: пространственная когерентность, многомодовый волоконный световод, нелинейное взаимодействие, самомодуляция фазы.

1. Введение

Во многих задачах обработки оптической информации, регистрируемой в когерентном излучении, для повышения отношения сигнал/шум необходимо усреднение реализаций поля за время регистрации [1–3]. Если это время достаточно велико, эффективное усреднение можно осуществлять классическими механическими способами с помощью перемещающихся в поле излучения специально спроектированных зеркал, фазовых пластинок и других элементов, осуществляющих случайную модуляцию фаз регистрируемых волновых фронтов [2, 3]. При малых длительностях регистрации (не более 10 нс) указанные способы неприменимы ввиду большой инерционности устройств модуляции. Малоэффективным в данном случае является также применение пьезо- и акустооптической модуляции светового пучка [4, 5]. В таких условиях можно использовать методы, основанные на быстром разложении светового поля на ортогональные моды с применением различного рода линий задержки [6, 7], или малоинерционные нелинейные явления, такие как самомодуляция фазы излучения [8, 9] и вынужденные рассеяния [10]. Процесс усреднения при этом можно рассматривать как преобразование (уменьшение) исходной пространственной когерентности излучения.

В последнее время для подавления когерентных шумов (спекл-шумов) в фотометрических схемах выделения информативного сигнала успешно применяются многомодовые волоконные световоды [11, 12]. Они позволяют достаточно эффективно осуществлять преобразование пространственной когерентности излучения и одновременно являются удобным средством доставки его в любую область исследуемого пространства. Несмотря на довольно широкое применение многомодовых световодов в качестве шумоподавляющих элементов, механизмы преобразования когерентности в них недостаточно изучены. Наряду с такими уже установленными причинами пространственной декорреляции излучения в световоде, как дисперсия хода лучей [13] и поляризационное усреднение [14], недавно был выявлен механизм декорреляции излучения, связанный с процессом самовоздействия излучения [9, 15].

Настоящая работа является продолжением начатых в [15] исследований степени преобразования пространственной когерентности излучения в многомодовом световоде при нелинейном взаимодействии его с сердцевинной. Цель ее – разработка модельной схемы нестационарного взаимодействия излучения с сердцевинной световода, оценка эффективности преобразования пространственно-угловых характеристик излучения при различных нелинейных механизмах изменения показателя преломления и сопоставление полученных данных с результатами экспериментального исследования угловой структуры излучения на выходе из световода.

2. Теоретическая модель

В работе [15] было установлено, что при стационарном нелинейном взаимодействии излучения с сердцевин-

М.А.Кицак. Department of Physics, Boston University, 590 Commonwealth ave., B60, Boston, MA, 02215, USA; e-mail: mkitsak@physics.bu.edu

А.И.Кицак. Государственное научное учреждение «Институт физики им. Б.И.Степанова» НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Независимости, 68; e-mail: kitsak@dragon.bas-net.by

Поступила в редакцию 21 декабря 2006 г., после доработки – 1 марта 2007 г.

ной идеального волоконного световода степень пространственной когерентности излучения не меняется. Под идеальным многомодовым световодом понимается абсолютно прямое волокно с отсутствием флуктуаций распределения показателя преломления как в поперечном, так и в продольном направлении. Нелинейное стационарное взаимодействие в таком световоде приводит только к появлению индуцированной добавки к показателю преломления его сердцевины. Представляет интерес выяснить состояние пространственной когерентности излучения на выходе из идеального многомодового световода в случае нестационарного нелинейного взаимодействия его с сердцевиной.

Для упрощения вычислений сделаем несколько предположений:

– распределение диэлектрической проницаемости ε оптического волокна изменяется по параболическому закону

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0(1 - q^2\mathbf{r}^2), \quad (1)$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость на оси волокна; $q^2 = \Delta/a^2$; $\Delta \approx (\varepsilon_0 - \varepsilon_1)/\varepsilon_0$ – параметр, характеризующий высоту профиля [16]; ε_1 – диэлектрическая проницаемость оболочки волокна; a – радиус сердцевины волокна; \mathbf{r} – радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оси волокна;

– комплексная амплитуда излучения $A(\mathbf{r}, z, t)$ медленно изменяется со временем t и вдоль волокна (вдоль оси z), а также отсутствуют дисперсия показателя преломления сердцевины волокна и поглощение излучения;

– входное излучение является спектрально-чистым, т. е. выражение для его амплитуды можно представить в виде

$$A_0(\mathbf{r}, z = 0, t) = U(\mathbf{r})U(t), \quad (2)$$

где $U(\mathbf{r})$ и $U(t)$ – комплексные величины.

Тогда эволюцию амплитуды $A(\mathbf{r}, z, t)$ в приближении бесконечной среды (полуширина светового пучка в световоде меньше a) можно описать скалярным уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2k_0} \Delta_{\perp} A - i \left(\frac{1}{2} k_0 q^2 \mathbf{r}^2 - \mu \right) A = 0. \quad (3)$$

Здесь Δ_{\perp} – поперечный лапласиан; $\mu = k_0 n_{nl}/n_0$; $n_{nl} = \delta \times \int_{-\infty}^t |A(\mathbf{r}, t')|^2 dt'$; $k_0 = 2\pi n_0/\lambda$ – волновое число; λ – средняя длина волны излучения; n_0 – показатель преломления сердцевины волокна; δ – параметр нелинейного взаимодействия.

При сделанных допущениях нестационарность процесса само модуляции излучения в (3) учитывается только зависимостью нелинейного показателя преломления n_{nl} от времени. Рассматриваемый режим взаимодействия проявляется при возбуждении тепловой нелинейности и нелинейностей, возникающих в непоглощающих средах, если время релаксации их больше или порядка длительности возбуждающего импульса [17].

Решение уравнения (3) будем искать в виде

$$A(x, y, z, t) = f(x)g(y) \exp[ip(t)z], \quad (4)$$

где $p(t)$ – постоянная распространения; $f(x)$ и $g(y)$ – известные функции. Полагая, что $|A(\mathbf{r}, z, t)|^2$ остается

практически постоянной величиной, равной интенсивности излучения на входе в световод, решение (4) в модовом представлении может быть записано в форме [18]

$$A(x, y, z, t) = \sum_{m,n} J_{mn}(x, y, t) \exp(ip_{mn}z). \quad (5)$$

Здесь функция $J_{mn}(x, y, t)$ характеризует распределение амплитуды поля отдельной моды волоконного световода в плоскости его выходного торца xy ; $p_{mn} = \mu - q(m + n + 1)$; m и n – номера модовых функций разложения светового поля. Пользуясь формулой Мелера [19], решение (5) запишем в виде

$$A(\mathbf{r}, z, t) = \int F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') A_0(\mathbf{r}', t) \exp(-i\mu z) d^2\mathbf{r}', \quad (6)$$

где

$$A_0(\mathbf{r}', t) = A(\mathbf{r}', t, z = 0);$$

$$F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{ik_0 s(z)}{2\pi z} \exp \left\{ -i \left[\psi(\mathbf{r}, z) + \psi(\mathbf{r}', z) - \frac{k_0}{2z} s(z) \mathbf{r} \mathbf{r}' - 2qz \right] \right\};$$

$$\psi(\mathbf{r}, z) = \frac{k_0}{2z} [s(z) \cos(qz)] \mathbf{r}^2; \quad s(z) = \frac{qz}{\sin(qz)}.$$

Найдем пространственную корреляционную функцию

$$B(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle A(\mathbf{r}_1, z, t) A^*(\mathbf{r}_2, z, t) \rangle dt. \quad (7)$$

Подставим в (7) выражение (6) и выполним пространственное усреднение, предполагая, что флуктуирует только фаза входного излучения, а ее статистика подчиняется гауссову закону. Затем проведем интегрирование по переменным \mathbf{r}' и t , считая, что временная зависимость интенсивности излучения представляет собой прямоугольный импульс длительностью T . Перейдем к переменным $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ и вычислим однородную корреляционную функцию $b(\mathbf{r}, z)$ [19]:

$$b(\mathbf{r}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\mathbf{R}, \mathbf{r}) d^2\mathbf{R}. \quad (8)$$

Преобразование Фурье выражения (8) позволяет получить функцию $G(\mathbf{v}, z)$, определяющую угловой спектр излучения, выходящего из световода:

$$G(\mathbf{v}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\mathbf{r}, z) \exp(i\mathbf{v} \mathbf{r}) d^2\mathbf{r}, \quad (9)$$

где \mathbf{v} – вектор угловой частоты. Используя $G(\mathbf{v}, z)$, можно найти ширину углового спектра Δv данного излучения:

$$\Delta v = \left[\int_{-\infty}^{\infty} v^2 |G_n(\mathbf{v}, z)| d^2v / \int_{-\infty}^{\infty} |G_n(\mathbf{v}, z)| d^2v \right]^{1/2} = \left\{ - \left[\frac{d^2 |b(\mathbf{r})|}{d\mathbf{r}^2} \right]_{\mathbf{r}=0} \left[|b(\mathbf{r})| \right]_{\mathbf{r}=0}^{-1} \right\}^{1/2}, \quad (10)$$

где $G_n(\mathbf{v}, z) = G(\mathbf{v}, z)/G(\mathbf{v}, 0)$.

При достаточно малой ширине спектра $\Delta\nu$ ($\Delta\nu \ll k_0$), что, очевидно, справедливо для рассматриваемой схемы передачи излучения, представляется возможным перейти к числу пространственно-когерентных мод N по простой формуле [20]

$$N \simeq \Delta\nu^2 S. \quad (11)$$

Здесь S – площадь сечения светового пучка на выходе из световода.

Параметр N легко оценить, измеряя контраст C спектру структуры излучения, вышедшего из световода [21]:

$$C = \frac{\sigma}{\langle I \rangle} = \frac{1}{\sqrt{N}}, \quad (12)$$

где $\langle I \rangle$ – средняя интенсивность спекл-картины; σ – ее среднеквадратичное отклонение. Таким образом, анализ когерентных свойств излучения, переданного через световод, сводится к определению числа составляющих его пространственно-когерентных мод. При этом чем больше N , тем меньше C и тем ниже пространственная когерентность излучения.

Проведя вычисления $\Delta\nu$ (10) с использованием формул (8), (9) и корреляционной функции входного поля гауссова вида, получим следующее выражение:

$$\Delta\nu^2 = 4 \left(\frac{1}{r_{\text{eff}}^2} + \frac{1}{6} M^2 \right), \quad (13)$$

где

$$r_{\text{eff}}^2 = \frac{2a_0^2 r_0^2}{2a_0^2 + r_0^2}; \quad M = \frac{d}{a_0 \sqrt{h}}; \quad d = \frac{k_0}{n_0} \delta |A_0|^2 z;$$

$$h = \cos^2(qz) + \frac{\sin^2(qz)}{l_d^2 q^2};$$

$l_d = ka_0 r_{\text{eff}} / (2\sqrt{2})$ – дифракционная длина расплывания пучка в линейной среде; $k = 2\pi/\lambda$; a_0 – радиус светового пучка на входе в световод, примерно равный радиусу его сердцевин; r_0 – радиус когерентности входного излучения. При этом число мод излучения

$$N = N_0 + \frac{2}{3} M^2 S. \quad (14)$$

Здесь $N_0 = 4S/r_{\text{eff}}^2$ – число мод излучения на входе в световод.

Как видно из (14), при нестационарном взаимодействии светового пучка с сердцевинной световода, даже в том случае, когда волокно удовлетворяет условиям идеальности, происходит преобразование (уменьшение) его пространственной когерентности. Это, очевидно, связано с появлением связи между модами световода, на что указывает потеря дискретности постоянной распространения мод p_{mn} вследствие зависимости ее от параметра μ , который может принимать любые действительные значения. Взаимосвязь мод с различными фазами может приводить в результате их интерференции к неоднородному распределению интенсивности излучения по сечению световода и индуцированию случайных изменений показателя преломления сердцевинной волокна. Рассеяние на этих неоднородностях и является причиной разрушения когерентности излучения за время импульса.

Характерным результатом, полученным при нестационарном преобразовании в световоде пространственной когерентности излучения, статистика которого обусловлена только флуктуациями фазы, является то, что эффективность преобразования, определяемая отношением N/N_0 , зависит, как и в случае тонкой нелинейной среды [8], от степени когерентности излучения, вводимого в световод.

Основными нелинейными механизмами изменения показателя преломления сердцевинной световода в наносекундном диапазоне длительностей импульсов передаваемого излучения является нагрев среды и электрострикция [22]. Время релаксации электрострикционного давления τ_p определяется временем прохождения звуковой волны через модовое пятно с поперечным размером $w = 2[2a/(n_0 k \sqrt{2A})]^{1/2}$. Для $a = 50$ мкм, $\lambda = 532$ нм, $A = 0.01$ и скорости звука в кварце $v_s = 10^5$ см/с время $\tau_p = 1.2 \times 10^{-8}$ с. При длительности используемых импульсов излучения $t_p \sim 10 - 15$ нс процесс нелинейной модуляции показателя преломления сердцевинной световода, обусловленный электрострикцией, можно считать локально нестационарным. В данном случае параметр нелинейно-го взаимодействия $\delta = \delta_{\text{st}} = n_{2\text{st}} t_p / \tau_p$ [17], где $n_{2\text{st}}$ – коэффициент нелинейности для электрострикционной поляризации среды.

Оценки параметра d , проведенные для случая возбуждения в кварцевом световоде стрикционного давления и тепловой нелинейности, показали, что при импульсах наносекундной длительности полученные значения d более чем на два порядка отличаются друг от друга. При этом превалирует нелинейный набег фазы, связанный с электрострикцией. Следовательно, можно считать, что электрострикция является определяющим нелинейным механизмом декорреляции излучения в световоде с кварцевой сердцевинной. Расчеты нелинейных набегов фаз проводились с использованием следующих параметров нелинейной среды и излучения: $n_{2\text{st}} = 0.57 \times 10^{-13}$ ед. СГСЭ [23], $n_0 = 1.6$ – показатель преломления плавленного кварца, $\delta_T = (\partial n / \partial T) \alpha t / (\rho c_p n_0)$, $\partial n / \partial T \sim 10^{-6}$ К⁻¹ – температурный коэффициент показателя преломления плавленного кварца, $\alpha \sim 10^{-4}$ см⁻¹ – измеренный на $\lambda = 532$ нм коэффициент поглощения кварцевой сердцевинной используемого световода, $\rho = 2.2$ г/см³ – плотность плавленного кварца, $c_p = 0.728$ Дж·г⁻¹·К⁻¹ – теплоемкость плавленного кварца, $|A_0| = 8\pi P_0 \exp(-\alpha z) / (cn_0 S_{\text{eff}})$, P_0 – мощность излучения на входе в световод, $S_{\text{eff}} = \pi w^2 / 4$ – эффективная площадь сечения сердцевинной световода, $a = 50$ мкм, $t_p = 10$ нс.

3. Эксперимент

Для исследования основных закономерностей нелинейного преобразования пространственной когерентности излучения в световоде была собрана оптическая схема, представленная на рис. 1. Излучение второй гармоники ($\lambda = 532$ нм) импульсного твердотельного Nd:YAG-лазера 1, прошедшее через набор калиброванных нейтральных фильтров 2, вводилось с помощью микрообъектива 3 в короткий отрезок (~ 1 м) многомодового световода 4, а затем в основной световод 5 длиной ~ 100 м со ступенчатым профилем распределения показателя преломления сердцевинной волокна и ее диаметром ~ 100 мкм. Часть выходящего из световода излучения направлялась с помощью полупрозрачного зеркала 6 через ин-

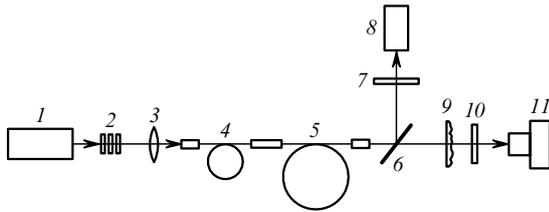


Рис.1. Оптическая схема экспериментальной установки: 1 – импульсный Nd : YAG-лазер ($\lambda = 532$ нм); 2 – набор нейтральных светофильтров; 3 – микробиоъектив; 4 – короткий отрезок световода; 5 – основной световод; 6 – светоделитель; 7, 10 – интерференционные фильтры; 8 – измеритель мощности; 9 – матовая пластинка; 11 – CCD-приемник.

терференционный фильтр 7 с максимумом пропускания на $\lambda = 532$ нм на измеритель мощности 8. Прощедшее через светоделитель излучение попадало на матовую пластинку 9, рассеивалось на ней и затем регистрировалось, пройдя фильтр 10, аналогичный фильтру 7, линейкой CCD-приемников 11 с 2048 элементами (минимальное пространственное разрешение составляло ~ 14 мкм).

В ходе экспериментов определялся контраст спекл-структур излучения на длине волны $\lambda = 532$ нм, сформированных за матовой пластинкой 9. Спекл-структуры регистрировались при различных значениях входной мощности излучения и заданной степени его пространственной когерентности. Пространственная когерентность излучения, направляемого в световод, изменялась введением диафрагм различного диаметра в резонатор лазера. В связи с тем, что при расходимости излучения, большей числовой апертуры световода, возможна угловая селекция и улучшение его пространственной когерентности, исходное число пространственно-когерентных мод оценивалось по контрасту спекл-структур, полученных на выходе из короткого световода 4 (рис.1). Это позволило избежать неточности в определении числа N_0 , допущенной в работе [15] при вычислении N_0 по контрасту спекл-структуры, формируемой излучением, выходящим непосредственно из лазера.

Особенностью протекания нелинейного процесса самовоздействия излучения в многомодовом световоде с кварцевой сердцевиной является то, что, начиная с некоторой характерной (пороговой) для заданной длины световода мощности входного излучения, происходит возбуждение вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР). Данное рассеяние приводит к перекачке части энергии входного излучения в стоксовы компоненты. Вследствие этого эффективность преобразования пространственной когерентности излучения на исходной частоте падает при превышении мощностью входного излучения порогового значения. На рис.2 показаны экспериментально полученные зависимости интегрального коэффициента преобразования $K = W_S/W_p$ (где W_S – суммарная энергия стоксовых волн ВКР, а W_p – энергия волны накачки) энергии излучения на $\lambda = 532$ нм в стоксовы компоненты от его входной мощности для двух значений N_0 . Видно, что эффективность перекачки энергии может достигать значений, близких к единице, и зависит от исходной степени пространственной когерентности излучения.

Влияние ВКР на эффективность преобразования пространственной когерентности излучения в световоде иллюстрируется зависимостями, приведенными на рис.3. Из них следует, что с увеличением мощности излучения,

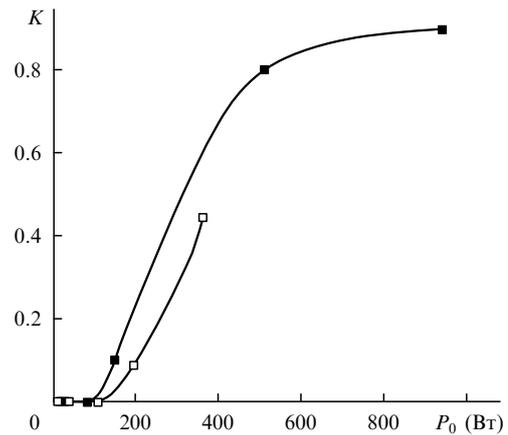


Рис.2. Экспериментальные зависимости интегрального коэффициента преобразования K энергии излучения в стоксовы компоненты ВКР от входной мощности излучения P_0 при $N_0 = 4$ (■) и 6 (□).

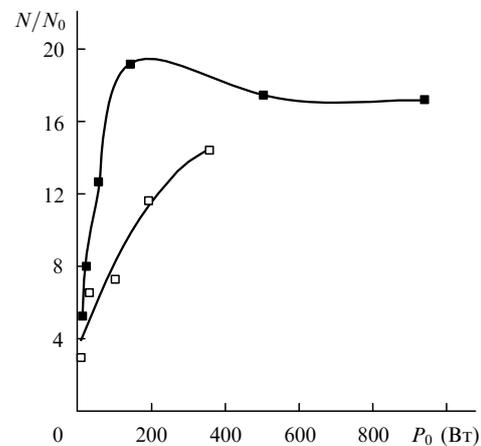


Рис.3. Зависимости эффективности преобразования пространственной когерентности излучения N/N_0 от его входной мощности P_0 для $N_0 = 4$ (■) и 6 (□).

поступающего на вход основного световода 5 (рис.1), начиная с некоторого ее значения, темп роста числа пространственно-когерентных мод замедляется.

На рис.4 представлены зависимости эффективности преобразования в световоде пространственной когерентности излучения, не претерпевшего ВКР, от его средней мощности, измеренной на выходе из световода 5 приемником 8 (рис.1). Зависимости 1, 2 построены по экспериментальным данным, а зависимости 3, 4 – по значениям N/N_0 , найденным из соотношения (14) при тех же средних мощностях излучения, что и в эксперименте, и $\delta_{st} = n_{2st}t_p/\tau_p$, $l_dq = 1$. Из полученных зависимостей следует, что с ростом мощности входного излучения степень его пространственной декорреляции увеличивается. Однако закон изменения пространственной когерентности излучения, найденный в теоретической модели, не совпадает с экспериментальными зависимостями. Если эффективность преобразования пространственной когерентности излучения в модельных условиях квадратично зависит от его мощности, то в экспериментах такая зависимость явно не наблюдается. Это, очевидно, связано с возбуждением в световоде ВКР, приводящим не только к уменьшению эффективной мощности входного излучения, но и к изменению самого характера декогерентизации, который не учитывается теоретической моделью [24]. В то же время из рис.4 видно, что рассматриваемая модель

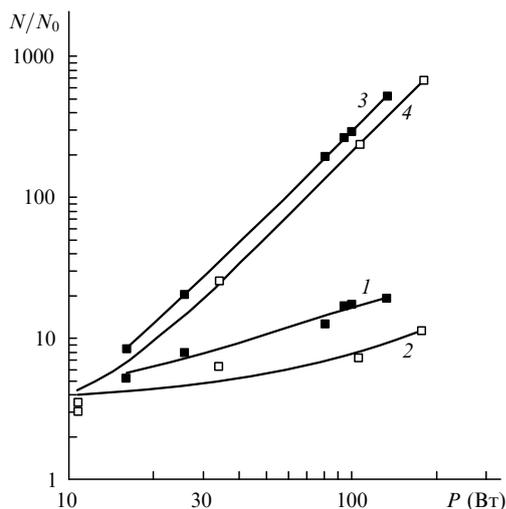


Рис.4. Зависимости эффективности преобразования пространственной когерентности излучения N/N_0 от его средней мощности, построенные по экспериментальным данным (1, 2) и рассчитанные по формуле (14) (3, 4) для $N_0 = 4$ (■) и 6 (□).

правильно предсказывает вид зависимости числа рождаемых в световоде мод от исходной степени когерентности излучения.

4. Выводы

Рассмотрена модельная схема нелинейного нестационарного процесса преобразования пространственной когерентности светового поля в многомодовом световоде для случая статистики вводимого излучения, обусловленной флуктуациями его фазы. Теоретический анализ модовой структуры преобразованного излучения показал, что степень декорреляции его определяется средним нелинейным набегом фазы на длине световода и связана с ним квадратичным законом. Отличительной особенностью модельной схемы является наличие зависимости эффективности преобразования пространственных частот от числа мод излучения, вводимого в световод, которая наблюдалась на практике. Экспериментально установлено, что основной причиной, снижающей степень декорреляции световых пучков в многомодовом свето-

воде с кварцевой сердцевиной, является возбуждение ВКР. Оно приводит как к уменьшению эффективной мощности входного излучения, так и к изменению динамики амплитудно-фазовых преобразований света.

1. Yu F.T.S. In: *Progress in Optics* (Amsterdam: Elsevier, 1986, vol. XXIII, p. 221).
2. Partlo W.N., Oldham W.G. *J. Vac. Sci. Technol. B*, **9**, 3126 (1991).
3. Wand L., Tschudi T., Halldórsson T., Pétursson P.R. *Appl. Opt.*, **37**, 1770 (1998).
4. Образцов И.С., Подоба В.И. Патент RU 2062977 (1996). Приоритет от 24.09.92.
5. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Шкердин Д.Г., Булюк А.Н., Тихомиров С.А. *Квантовая электроника*, **31**, 839 (2001).
6. Michalowski P.F., Stone B.D. Патент US 6 191 887. Приоритет от 20.02.01.
7. Ивакин Е.В., Кицак А.И., Карелин Н.В., Лазарук А.М. Патент ВУ 7273 (2005). Приоритет от 12.04.02.
8. Ивакин Е.В., Карелин Н.В., Кицак А.И., Рубанов А.С. *Квантовая электроника*, **35**, 365 (2005).
9. Рубанов А.С., Кицак А.И., Карелин Н.В., Кицак М.А., Сучек В.М. Патент ВУ 8325 (2006). Приоритет от 21.11.02.
10. Васильев М.В., Венедиктов В.Ю., Лещев А.А., Семенов П.М., Сидорович В.Г., Солодянкин О.В. *Оптика и спектроскопия*, **70**, 6 (1991).
11. Kim Jeehyun, Miller Donald T., Kim Eunha, Oh Sanghoon, Oh Junghwan, Milner Thomas E. *J. Biomed. Opt.*, **10**, 6 (2005).
12. Parry Jonathan P., Shephard Jonathan D., Jones Julian D.C., Hard Duncan P. *Appl. Opt.*, **45**, 4209 (2006).
13. Véron D., Ayrat H., Gouedard C., Husson D., Lauriou J., Martin O., Meyer V., Rostaing M., Sauteret C. *Opt. Commun.*, **65**, 42 (1988).
14. Рагульский В.В., Сидорович В.Г. *Оптика и спектроскопия*, **94**, 301 (2003).
15. Кицак А.И., Кицак М.А. *Квантовая электроника*, **36**, 27 (2006).
16. Адамс М. *Введение в теорию оптических волноводов* (М.: Мир, 1984, с. 512).
17. Петрищев В.А., Таланов В.И. *Квантовая электроника*, № 6, 35 (1971).
18. Маркузе Д. *Оптические волноводы* (М.: Мир, 1974, с. 576).
19. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин Ф.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981, с. 640).
20. Карелин Н.В., Лазарук А.М. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **40**, 903 (1997).
21. Лещев А.А. *Оптика и спектроскопия*, **55**, 988 (1983).
22. Chiao B.Y., Garmire E., Tawnes C.H. *Phys. Rev. Lett.*, **13**, 479 (1964).
23. Григорьянц В.В., Смирнов В.И., Чаморовский Ю.К. *Квантовая электроника*, **8**, 1322 (1982).
24. Беспалов В.Г., Стаселько Д.И. *Оптика и спектроскопия*, **61**, 153 (1986).