

Исследование скоростей диссипативных брэгговских солитонов вне приближения медленно меняющихся амплитуд

Н.Н.Розанов, С.Ч.Чан

Исследованы свойства диссипативных солитонов, движущихся в активном нелинейном световоде с брэгговской решеткой, вне приближения медленно меняющихся амплитуд. Показано, что диссипативные солитоны с близкими исходными скоростями приобретают по мере распространения определенные значения из дискретного набора скоростей.

Ключевые слова: диссипативные солитоны, брэгговская решетка, приближение медленно меняющихся амплитуд.

1. Введение

Брэгговские решетки широко используются в современной оптике и лазерной технике для обеспечения селективного по частоте пропускания или отражения света. Большое распространение они получили в одномодовых световодах, служащих основой современных волоконно-оптических систем связи [1–3]. Хотя в настоящее время световодные брэгговские решетки чаще используются в линейном режиме, несомненна их перспективность для существенно нелинейных режимов, включая режимы брэгговских солитонов – устойчивых локализованных структур высокоинтенсивного лазерного излучения [2, 3].

Диссипативные оптические солитоны, т. е. устойчивые локализованные структуры света в однородных нелинейно-оптических средах и системах с источниками и потерями энергии, обладают свойствами, интересными как в чисто научном плане, так и для приложений, например при обработке информации [3–7]. Диссипативные солитоны в пассивной одномерной фотонно-кристаллической пленке, возбуждаемой внешним излучением, рассматривались в недавней работе [8]. Диссипативные солитоны в активных брэгговских решетках с однородным в продольном направлении распределением усиления и поглощения были исследованы в [9] в рамках приближения медленно меняющихся амплитуд (ПММА). Оказалось, что в этом случае брэгговские солитоны представляют собой однопараметрическое семейство, т. е. их скорость может быть произвольной, а отстройка (частота) – дискретной. Некоторые исследования были выполнены для неподвижных диссипативных брэгговских солитонов и вне ПММА. Выяснилось, что в этом случае они

локализуются только вблизи максимумов решетки показателя преломления [10–11]. В настоящей работе обсуждаются некоторые другие результаты, полученные вне ПММА для движущихся диссипативных брэгговских солитонов.

2. Теоретическая модель и исходные соотношения

Рассмотрим продольное распространение встречных волн в одномодовом световоде с брэгговской решеткой и нелинейными (зависящими от интенсивностей излучения) усилением и поглощением. Будем считать, что в продольном направлении распределения линейных усиления и поглощения являются однородными. Эта же модель может использоваться и в случае неоднородного распределения усиления и поглощения при периодическом чередовании участков сегментов световода с усилением и поглощением, если длины этих участков достаточно малы. Насыщение усиления и поглощения описывается их степенным разложением с учетом членов до пятой степени по амплитудам полей. Приближение безынерционности насыщения оправданно для непрерывного режима и для импульсов, длительность которых превышает времена релаксации среды. Исходным служит волновое уравнение для напряженности электрического поля E :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где $D(z, t) = E(z, t) + 4\pi[\chi_1 E(z, t) + \chi_3 E^3(z, t) + \chi_5 E^5(z, t)]$ – электрическая индукция среды; χ_1 , χ_3 и χ_5 – коэффициенты линейной и кубической поляризуемостей, а также поляризуемости 5-го порядка соответственно, которые в общем случае являются комплексными и их мнимые части отвечают за диссипативные механизмы поглощения и усиления. Положим $E(z, t) = \text{Re}\{[A(z, t)] \exp(-i\omega_0 t)\}$, где ω_0 – центральная частота излучения. С использованием приближения медленно меняющейся по времени (но не по продольной координате z) амплитуды получим следующее уравнение для изменения комплексной амплитуды поля $A(z, t)$:

Н.Н.Розанов. ФГУП «НПК "ГОИ им. С.И.Вавилова"», Институт лазерной физики, Россия, 199034 С.-Петербург, Биржевая л., 12; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, 197101 С.-Петербург, Кронверкский просп., 49; e-mail: nrosanov@yahoo.com

С.Ч.Чан. Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, 197101 С.-Петербург, Кронверкский просп., 49

Поступила в редакцию 14 февраля 2007 г.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \left\{ [\varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(2\beta_B z)] \left(-\omega_0^2 A - 2i\omega_0 \frac{\partial A}{\partial t} \right) \right. \\ & + \varepsilon_2 \left[-4i\omega_0 |A|^2 \frac{\partial A}{\partial t} - 2i\omega_0 A^2 \frac{\partial A^*}{\partial t} - \omega_0^2 |A|^2 A \right] \\ & \left. + \varepsilon_3 \left[-6i\omega_0 |A|^4 \frac{\partial A}{\partial t} - 4i\omega_0 |A|^2 A^2 \frac{\partial A^*}{\partial t} - \omega_0^2 |A|^4 A \right] \right\} = 0. \quad (2) \end{aligned}$$

Здесь звездочкой обозначена комплексно-сопряженная величина; c – скорость света в вакууме; $\varepsilon_0 = 1 + 4\pi\chi_1$ – линейная диэлектрическая проницаемость; коэффициент ε_1 отвечает малой глубине модуляции линейной диэлектрической проницаемости, а ε_2 и ε_3 пропорциональны коэффициентам поляризуемостей 3-го и 5-го порядков соответственно ($\varepsilon_2 = 3\pi\chi_3$, $\varepsilon_3 = 5\pi\chi_5/2$); $\beta_B = \pi/L$ – брэгговское волновое число; L – период брэгговской решетки.

3. Движущиеся диссипативные брэгговские солитоны в приближении медленно меняющихся амплитуд

В рамках ПММА по продольной координате z общее решение уравнения (2) ищется в виде

$$\begin{aligned} E(z, t) = & \frac{1}{2} [A_f(z, t) \exp(i\beta_B z) + A_b(z, t) \exp(-i\beta_B z)] \\ & \times \exp(-i\omega_0 t) + \text{компл. сопр.}, \quad (3) \end{aligned}$$

где $A_{f,b}(z, t)$ – огибающие волн, распространяющихся соответственно вперед и назад по оси z . Тогда из (2) получим систему уравнений связанных мод

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_g} \frac{\partial A_f}{\partial t} + \frac{\partial A_f}{\partial z} = & i\chi A_b + [i(\delta_1 + i\delta_2) + i\Gamma(|A_f|^2 + 2|A_b|^2) \\ & + iS(|A_f|^4 + 3|A_b|^4 + 6|A_f|^2|A_b|^2)] A_f, \quad (4) \\ \frac{1}{V_g} \frac{\partial A_b}{\partial t} - \frac{\partial A_b}{\partial z} = & i\chi A_f + [i(\delta_1 + i\delta_2) + i\Gamma(|A_b|^2 \\ & + 2|A_f|^2) + iS(|A_b|^4 + 3|A_f|^4 + 6|A_f|^2|A_b|^2)] A_b, \end{aligned}$$

где V_g – групповая скорость в световоде в отсутствие брэгговской решетки; $\delta_1 = (\omega_0 - \omega_B)/V_g$ – мера отстройки от брэгговской частоты ω_B ; $\delta_2 = 2\pi\text{Im}(\chi_1)\omega_0/[c\text{Re}(\varepsilon_0)]$ – параметр линейного поглощения или усиления; $\chi = \omega_0\varepsilon_1/[4c(\text{Re}(\varepsilon_0))^{1/2}]$ – коэффициент связи, обусловленной решеткой, которая возникает при взаимодействии между прямой и обратной волнами; $\Gamma \equiv \gamma_1 + i\gamma_2 = \omega_0\varepsilon_2/[2c \times (\text{Re}(\varepsilon_0))^{1/2}]$ – параметр нелинейности 3-го порядка; $S \equiv s_1 + is_2 = \omega_0\varepsilon_3/[2c(\text{Re}(\varepsilon_0))^{1/2}]$ – параметр нелинейности 5-го порядка. В общем случае Γ и S являются комплексными величинами, и их мнимые части отвечают за диссипативные механизмы поглощения и усиления. Система связанных мод (4) изучена, и ее численное солитонное решение $A_{f,b}(z, t)$ найдено в [9]. Диссипативный брэгговский солитон, движущийся с относительной скоростью $v = 0.024$, иллюстрируется рис.1. На рис.1,а показаны профили интенсивностей прямой и встречной волн $I_{f,b}(z) = |A_{f,b}|^2$. Здесь и на рис.2 амплитуды электрического поля нормированы следующим образом: $A_n = A(\gamma_1/\chi)^{1/2}$ (ин-

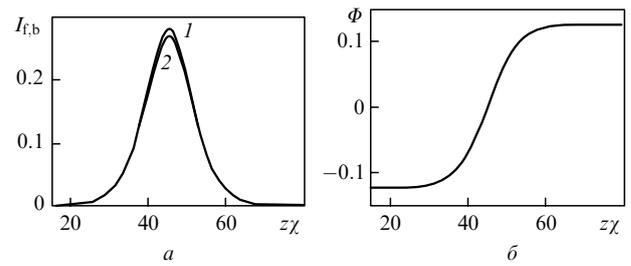


Рис.1. Профили интенсивностей прямой (1) и встречной (2) волн $I_{f,b}(z)$ (а) и разности фаз $\Phi(z)$ прямой и встречной волн для того же движущегося диссипативного солитона при $\delta_2 = 0.022$, $\gamma_1 = 2$, $\gamma_2 = -0.15$, $s_1 = -0.15$, $s_2 = 0.15$, $\chi = 100$, $\delta_1 = 99.18431$ и $v = 0.024$.

декс n опущен). Для интенсивностей в центре солитона выполняется эмпирическое отношение $(I_f - I_b)/(I_f + I_b) \approx v$. На рис.1,б показана разность фаз $\Phi(z)$ прямой и встречной волн для того же движущегося диссипативного солитона. Важно отметить, что его относительная скорость v в принятом приближении может быть выбрана произвольно, и для этой скорости при фиксированных остальных параметрах среды отстройка частоты диссипативного брэгговского солитона является искомым величиной с дискретным набором возможных значений. Таким образом, в рамках ПММА брэгговские диссипативные солитоны представляют собой однопараметрическое семейство, в отличие от двухпараметрического семейства консервативных (без усиления и поглощения электрического поля) брэгговских солитонов, поскольку для консервативного солитона и скорость и отстройка могут одновременно быть произвольными величинами [3].

4. Движущиеся диссипативные брэгговские солитоны вне приближения медленно меняющихся амплитуд

В предыдущем разделе брэгговские солитоны исследовались в рамках ПММА. Такое приближение распространено также при описании свойств консервативных брэгговских солитонов [3]. Использование этого приближения оправданно для солитонов, продольная протяженность которых существенно превышает период модуляции (и соответственно длину волны света). Однако в случае более коротких брэгговских солитонов возможны заметные количественные отклонения от предсказаний стандартного метода связанных мод. Еще более интересными представляются качественно новые эффекты, аналог которых отсутствует при использовании стандартного приближения связанных мод. Если рассмотреть случай неподвижного брэгговского солитона, то в рамках ПММА он может располагаться в любом месте брэгговской решетки, поскольку в этом приближении все такие положения эквивалентны. Однако очевидно, что продольная модуляция показателя преломления делает различные места расположения солитона неэквивалентными (в бесконечной брэгговской решетке сохраняться должна лишь симметрия по отношению к сдвигу на период решетки).

В [10, 11] было показано, что вне ПММА устойчивые продольные положения неподвижных световодных брэгговских солитонов расположены вблизи максимумов решетки показателя преломления. Заметим, что в широкоапертурном резонаторе с брэгговской решеткой центры устойчивых неподвижных солитонов также локали-

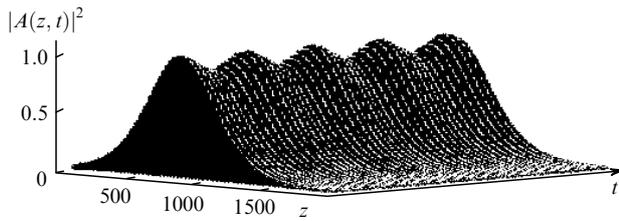


Рис.2. Эволюция диссипативного брэгговского солитона во времени.

зованы в поперечном направлении в максимумах брэгговской решетки показателя преломления [12]. Таким образом, можно сопоставить решетку показателя преломления для солитона с некоторым периодическим потенциалом $U(z)$ для механической частицы. Устойчивый неподвижный солитон находится в максимумах решетки показателя преломления, тогда как неподвижная частица – в минимумах потенциального поля. При отклонении частицы от равновесного положения она совершает колебания вблизи этого положения. Такой же эффект мы обнаруживаем для медленных солитонов, изначально находящихся в равновесном положении. Этот результат может быть получен при численном решении уравнения (2). В качестве начальных значений при $t_0 = 0$ бралось численно известное решение уравнений связанных мод в виде

$$A(z, t_0) = A_f(z) \exp(i\beta_B z) + A_b(z) \exp(-i\beta_B z), \quad (5)$$

где $A_{f,b}(z)$ – огибающие прямой и встречной волн, полученные в рамках ПММА.

При достаточно больших начальных возмущениях частицы, т.е. когда ее начальная скорость достаточно велика, частица преодолевает первый потенциальный барьер и движется далее. Мы установили, что более быстрые диссипативные брэгговские солитоны, которые способны преодолеть первый период решетки показателя преломления, движутся затем по решетке со слабой модуляцией скорости. На рис.2 показана эволюция во времени такого солитона, полученная численным решением (2) при использовании солитонного решения для $A_{f,b}(z)$ в рамках ПММА; при этом предполагалось, что $v = 0.02$ (этот параметр необходим для вычисления начального значения из выражения (5)). Нужно отметить, что величина $|A(z, t)|^2$ модулируется во времени при распространении солитона в решетке, и в целом эта структура стабильно повторяется на значительном интервале времени $\Delta t = 0.15$ (нормированное время $t_n = \chi V t$). На рис.2 для иллюстрации представлен только фрагмент развития солитона при $\Delta t = 0.008$.

На рис.3 показаны перемещения центров этих более быстрых диссипативных брэгговских солитонов во времени, где светлые и темные точки соответствуют перемещениям центров солитонов, исходные скорости огибающих которых v в рамках ПММА составляют соответственно 0.02 и 0.024. Видно, что вначале перемещение во времени центра солитона с исходной скоростью $v = 0.02$ носит осциллирующий характер (это означает, что мгновенная скорость солитона также осциллирует при распространении), но через некоторое время этот солитон движется с практически постоянной скоростью. По наклону сплошной прямой можно сделать вывод, что

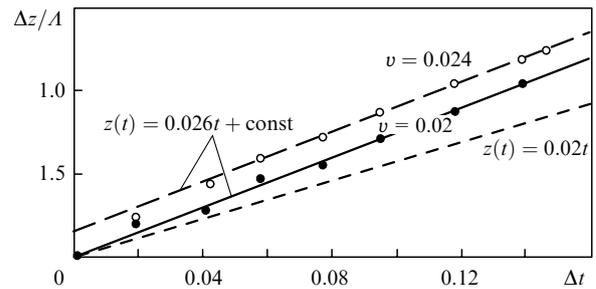


Рис.3. Перемещения центров диссипативных брэгговских солитонов, способных преодолеть первый период решетки показателя преломления.

приобретенная скорость составляет 0.026, в отличие от исходного значения 0.02. Если солитон стартует со скоростью $v = 0.024$ (светлые точки), то его центр перемещается несколько быстрее, чем центр солитона с начальной скоростью $v = 0.02$. Однако через некоторое время последний также приобретает среднюю скорость 0.026.

Аналогичный анализ движения солитонов с разными исходными скоростями показывает, что солитоны, имевшие близкие по величине исходные скорости, по мере распространения приобретут определенное значение из дискретного набора скорости $v = 0, 0.015, 0.026, \dots$

5. Заключение

Таким образом, при выходе за рамки приближения медленно меняющихся амплитуд нам удалось получить некоторые качественно новые результаты, которые в рамках этого приближения не имеют места. Наиболее важным результатом является дискретность набора средних скоростей движения диссипативных брэгговских солитонов и локализация неподвижного диссипативного солитона в брэгговской решетке около максимума показателя преломления.

Работа поддержана грантом Минобрнауки РНП.2.1.1.1189 и грантом РФФИ № 04-02-81014-Бел.

1. Фриман Р. *Волоконно-оптические системы связи* (М.: Техносфера, 2003).
2. Розанов Н.Н. В сб. *Оптика наноструктур* (СПб.: Недра, 2005, с. 49).
3. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. *Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам* (М.: Физматлит, 2005).
4. *Lecture Notes in Physics*. Ed. by N.Akhmediev and A.Ankiewicz. (Berlin: Springer, 2005).
5. Ахмедиев Н.Н., Анкевич А. *Солитоны: нелинейные импульсы и пучки* (М.: Физматлит, 2004). [Пер. с англ. N.N.Akhmediev and A.Ankiewicz, *Solitons, Nonlinear Pulses and Beams* (London: Chapman & Hall, 1997).]
6. Rosanov N.N. *Spatial Hysteresis and Optical Patterns* (Berlin: Springer, 2002).
7. Розанов Н.Н. *Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах* (М.: Наука, 1997).
8. Yulin A.V., Skryabin D.V., Russel P.St.J. *Opt. Express*, **13**, 3529 (2005).
9. Розанов Н.Н., Чан С.Ч. *Оптика и спектроскопия*, **101**, 286 (2006).
10. Розанов Н.Н., Чан С.Ч. *Изв. РАН*, **70**, 1251 (2006).
11. Чан С.Ч. В сб. *Проблемы когерентной и нелинейной оптики* (СПб.: изд-е С.-Пб. ГУИТМО, 2006, с. 210).
12. Vladimirov A.G., Skryabin D.V., Kozyreff G., Mandel P., Tlidi M. *Opt. Express*, **15**, 1 (2006).