

# Комплексы синфазных двумерных лазерных солитонов\*

Н.Н.Розанов, С.В.Федоров, А.Н.Шацев

*Выполнен анализ структуры и движения комплексов синфазных слабосвязанных фундаментальных солитонов в широкоапертурном лазере класса А с насыщающимся поглощением. Проведен анализ симметрии распределения поля и ее связи с характером движения комплекса. Ввиду отсутствия дислокаций волнового фронта в таких комплексах объектом симметрии служат поперечные распределения интенсивности и фазы излучения, что упрощает анализ по сравнению со случаем наличия дислокаций волнового фронта. Показано существование четырех типов движения солитонных комплексов: неподвижность комплекса при наличии двух осей зеркальной симметрии, прямолинейное движение комплекса в случае единственной оси зеркальной симметрии, вращение вокруг неподвижного центра инерции в отсутствие оси зеркальной симметрии и при наличии симметрии к повороту на угол  $2\pi/M$  ( $M$  – целое число), а также и криволинейное (круговое) движение центра инерции и одновременное вращение комплекса вокруг мгновенного положения центра инерции при отсутствии элементов симметрии.*

**Ключевые слова:** автосолитоны, диссипативные солитоны, комплексы, симметрия, движение.

## 1. Введение

Диссипативные солитоны, или автосолитоны, являются устойчивыми локализованными структурами поля в однородной или слабо промодулированной неконсервативной (с существенным энергообменом) нелинейной среде или системе [1]. Входящие в этот класс оптические автосолитоны, предсказанные для широкоапертурных нелинейно-оптических систем в 1980-х гг. [2, 3], обладают рядом специфических свойств, которые связаны, например, с характерными для оптики дифракционными явлениями. Поэтому изучение оптических автосолитонов представляет заметный научный интерес; кроме того, необходимо отметить и их высокий потенциал для приложений в области оптической обработки информации [4]. Частным случаем оптических автосолитонов служат солитоны в широкоапертурном лазере с насыщающимся поглощением, предсказанные в [5]. В [6–8] была продемонстрирована необычная механика для комплексов таких лазерных солитонов, в том числе криволинейное движение центра инерции, невозможное для консервативных солитонов. Для двумерных солитонов в лазерных схемах класса А (времена релаксации нелинейности много меньше времени жизни фотона в резонаторе) характер движе-

ния определяется симметрией поперечных распределений интенсивности и потоков энергии излучения (вектора Пойнтинга) [8].

Основной задачей настоящей работы служит анализ движения наиболее простого и в то же время нетривиального варианта подобных комплексов – комплексов слабосвязанных синфазных фундаментальных (безвихревых) лазерных солитонов с фиксированной (линейной) поляризацией. Упрощающей особенностью служит отсутствие в рассматриваемом случае, в отличие от предшествовавших работ [6–10], дислокаций волнового фронта, так что фаза излучения является всюду определенной и однозначной функцией поперечных координат. Тогда достаточно ограничиться анализом симметрии поперечных распределений интенсивности и фазы излучения. Соответствующая замена рассмотрения векторного поля (потоки энергии) на скалярное (фаза) заметно упрощает анализ. Еще одним аргументом в пользу выбора синфазных комплексов служит то, что в рамках известных асимптотических подходов теории слабого взаимодействия лазерных солитонов [9] установившееся движение центра инерции комплексов невозможно (это движение тормозится и в конце концов прекращается). В то же время ниже мы численно продемонстрируем все режимы движения комплексов, возможные в случае слабого взаимодействия солитонов [8], в том числе их прямолинейное и криволинейное движение.

\*Должена на Международной конференции «Оптика лазеров» (С.-Петербург, Россия, июль 2006).

Н.Н.Розанов, С.В.Федоров, А.Н.Шацев. ФГУП «Научно-производственная корпорация "Государственный оптический институт им. С.И.Вавилова"», Институт лазерной физики, Россия, 199034 С.-Петербург, Биржевая л., 12; С.-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, 197101 С.-Петербург, Кронверкский просп., 49; e-mail: nrosanov@yahoo.com

Поступила в редакцию 26 февраля 2007 г., после доработки – 18 октября 2007 г.

## 2. Модель и исходные соотношения

Будем рассматривать ту же схему лазера с насыщающимся поглощением в тех же приближениях и обозначениях, что и в наших предыдущих работах [2–8]. Резонатор лазера может быть образован двумя параллельными плоскими зеркалами или быть кольцевым. Внутри резонатора помещена среда с нелинейным усилением и по-

глошением. Излучение распространяется преимущественно вдоль оси резонатора  $z$ , а для наклонных лучей потери плавно – квадратично по малому углу падения – возрастают, например из-за угловой зависимости коэффициентов отражения зеркал резонатора.

Считаем, что поляризация излучения фиксирована, и предполагаем медленность изменения огибающей поля во времени и пространстве, так что поле описывается скалярной комплексной огибающей электрической напряженности  $E$ . Нелинейность среды считается безынерционной. Резонатор характеризуется большой апертурой и малой длиной (большим числом Френеля), так что в идеальной модели поперечные размеры резонатора бесконечно велики и в схеме нет поперечных неоднородностей (неоднородность возможна лишь в начальных условиях). Полагаем, что за один проход резонатора линейные (как дифракционные, так и вызванные пропусканием зеркал) и нелинейные изменения огибающей малы, что позволяет воспользоваться усреднением огибающей в продольном направлении (модель среднего поля). При этих условиях справедливо описание поля в рамках обобщенного комплексного уравнения Гинзбурга – Ландау

$$\frac{\partial E}{\partial t} = (i + d)\Delta_{\perp} E + f(|E|^2)E. \quad (1)$$

Здесь  $t$  – безразмерное время в единицах времени затухания поля в пустом резонаторе;  $d$  – эффективный коэффициент диффузии, описывающий слабую угловую селективность потерь ( $0 < d \ll 1$ );  $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  – поперечный оператор Лапласа, отвечающий дифракции излучения; поперечные координаты  $x$  и  $y$  выражены в единицах эффективной ширины зоны Френеля  $w_F = \{L_{\text{cav}}/[2k(1 - |R|)]\}^{1/2}$ ;  $L_{\text{cav}}$  – длина резонатора;  $k$  – волновое число в линейной среде;  $R$  – произведение амплитудных коэффициентов отражения зеркал резонатора. Функцию  $f(|E|^2)$  здесь мы считаем вещественной функцией (частотными расстройками пренебрегаем) интенсивности поля  $I = |E|^2$ , так что  $\text{Im}f = 0$ . Она описывает насыщение усиления и поглощения; в нее же включаются постоянные (нерезонансные) потери. При этом для функции  $f$  можно использовать форму, следующую из двухуровневой модели сред с усилением и поглощением,

$$f(|E|^2) = -1 + \frac{g_0}{1 + |E|^2} - \frac{a_0}{1 + b|E|^2}, \quad (2)$$

где  $g_0$  и  $a_0$  – линейные коэффициенты усиления и поглощения;  $b$  – отношение интенсивностей насыщения усиления и поглощения; членом  $-1$  в правой части представлены нерезонансные потери за счет нормировки времени. Интенсивность излучения нормируется на интенсивность насыщения усиления. В начальный момент времени исходное распределение поля задается в виде линейной суперпозиции нескольких одиночных симметричных солитонов, находящихся на сравнительно большом (по сравнению с шириной одиночного солитона) расстоянии друг от друга. Варьируя начальное условие, можно сконструировать устойчивые комплексы с любым числом индивидуальных солитонов. При этом расстояния между соседними солитонами оказываются близкими к расстоянию между ними в устойчивой синфазной паре.

Управляющее уравнение решалось методом расщепления с применением алгоритма быстрого преобразова-

ния Фурье [5]. В расчетах использовались следующие параметры функции нелинейности (2):  $a_0 = 2$ ,  $b = 10$ ,  $g_0 = 2.11$ , а также коэффициент эффективной диффузии  $d = 0.06$ . При варьировании параметров в определенном диапазоне основные результаты сохраняются.

### 3. Симметричный анализ и результаты расчетов

Вектор поперечных координат центра инерции локализованного комплекса  $R_c(t)$  и его мгновенная скорость поперечного движения  $V_c(t)$  определяются соотношениями

$$R_c(t) = \frac{\int r_{\perp} |E|^2 dr_{\perp}}{\int |E|^2 dr_{\perp}}, \quad V_c(t) = \frac{d}{dt} R_c. \quad (3)$$

Не только координаты центра инерции, но и его мгновенная скорость движения полностью определяются распределениями (в тот же момент времени) интенсивности  $I = |E|^2$  и поперечного вектора Пойнтинга [10] (с учетом управляющего уравнения (1)). В рассматриваемом случае интенсивность в пределах комплекса в нуль не обращается и дислокаций волнового фронта нет. Поэтому для определения направления потока энергии достаточно задавать распределение фазы (направление потока ортогонально линиям уровня фазы). В таком случае достаточно говорить об одновременной симметрии мгновенных поперечных распределений интенсивности и фазы. Точнее, имеет смысл говорить о симметрии в случае ее устойчивости по отношению к малым асимметричным возмущениям (последние не нарастают при дальнейшей эволюции). Тогда, в соответствии с [8], можно сформулировать следующие заключения:

I. *Имеется осевая симметрия распределений интенсивности и фазы.* Для этого типа симметрии скорость движения центра инерции  $V_c$  направлена вдоль оси симметрии (поперечная компонента скорости равна нулю). Следовательно, движение структуры может быть только прямолинейным, а ее вращение невозможно (угловая скорость  $\Omega = 0$ ). Если структура обладает двумя или большим числом осей симметрии, то отсутствует как движение центра инерции, так и вращение структуры.

II. *Имеется симметрия распределений интенсивности и фазы по отношению к повороту на угол  $\alpha = 2\pi/M$  ( $M = 2, 3, \dots$ ), то есть существует ось симметрии  $M$ -го порядка ( $C_M$ ).* В таком случае вектор скорости  $V_c = 0$ , так что центр инерции неподвижен, но при этом может иметь место вращение структуры ( $\Omega \neq 0$ ). Случай  $M = 2$  отвечает центральной симметрии, а  $M = \infty$  реализуется для осесимметричных структур (одиночный автосолитон).

При наличии или отсутствии указанных симметрий возможными оказываются следующие четыре варианта движения солитонных структур:

1. *Две (или более) оси симметрии.* В этом случае отсутствуют как поступательное ( $V_c = 0$ ), так и вращательное ( $\Omega = 0$ ) движение структуры. Примеры таких неподвижных структур показаны на рис. 1 и 2. Более детально распределение фазы представлено для пары слабосвязанных синфазных солитонов (рис. 1,б); здесь и далее рассматриваются комплексы с минимальным равновесным расстоянием между солитонами, которые более устойчивы, чем в случае больших равновесных расстояний, наличие которых известно из теории. Это распределение

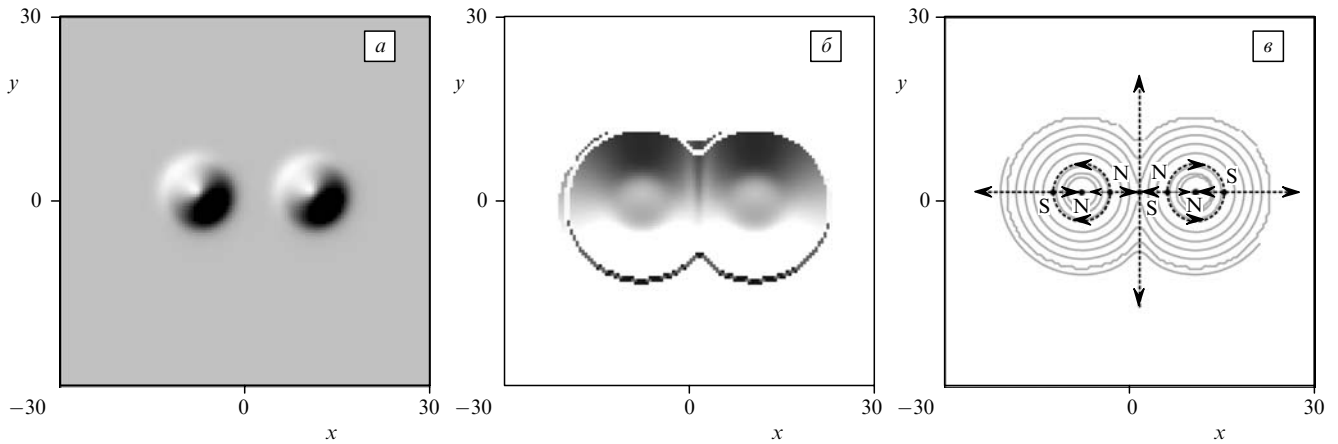


Рис. 1. Распределения интенсивности (а) и фазы (б, в) для устойчивой пары слабосвязанных синфазных фундаментальных лазерных солитонов с минимальным равновесным расстоянием между ними. Пара неподвижна ввиду наличия двух осей зеркальной симметрии; N – узлы (максимумы фазы в двух наиболее удаленных друг от друга узлах и минимумы в ближайших узлах), S – седловые точки, их сепаратрисы изображены штриховыми линиями со стрелками.

полезно сравнить с портретом потоков энергии излучения [8, 10], которые представляются семейством линий, ортогональных семейству линий равной фазы. Для фазы имеется семь особых точек – четыре экстремума (два максимума и два минимума) и три седловые точки. В портрете потоков экстремумы соответствуют узлам N, а седловые точки – седлам S. Центры индивидуальных солитонов отвечают максимумам фазы или же узлам в портрете потоков. При «механической аналогии» эффективный потенциал противоположен по знаку фазе, так что центр каждого (фундаментального) солитона соответствует локальному минимуму потенциала. В этот минимум устремляются потоки энергии в ячейке, ограниченной замкнутой линией, которая составлена из двух при-

близительно полуокружностей, проходящих через периферийные седла S и ближайшие к центру симметрии узлы N. Эти слабо искаженные взаимодействием солитонов полуокружности отвечают для потенциала «водоразделу» между потоками энергии излучения, устремляющимися к центру солитонов (внутренние ячейки) и уходящими на бесконечность (внешние ячейки). В середине между центрами солитонов расположено центральное седло. В данном случае сепаратрисы седел делят фазовый портрет на 4 ячейки симметричным относительно двух ортогональных осей образом. Одновременно сепаратрисы служат и осями симметрии распределения интенсивности, что и оправдывает причисление структуры к данному классу. Аналогичная симметрия реализуется и для неподвижных структур с большим числом солитонов (рис.2).

2. *Только одна ось симметрии.* В соответствии с правилами симметрии такая структура может двигаться только прямолинейно. Минимальное число солитонов, с помощью которых можно реализовать подобные структуры со слабой синфазной связью, равно пяти. Пример показан на рис.3; изображенная структура движется в вертикальном направлении со скоростью  $V_c \approx 0.0023$ .

3. *Симметрия к повороту на угол  $\alpha = 2\pi/M$  ( $M = 2, 3 \dots$ ).* Такие структуры обладают неподвижным центром инерции, совпадающим с центром симметрии, но могут

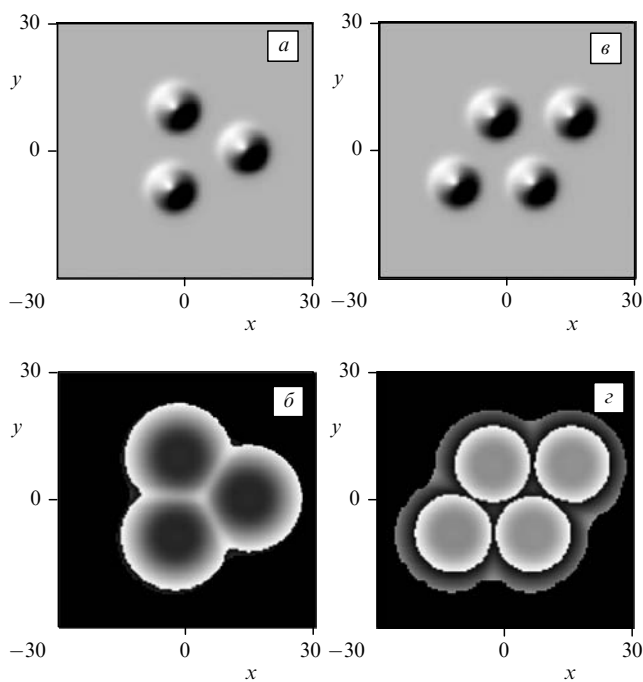


Рис.2. Распределение интенсивности (а, в) и фазы (б, г) для устойчивых комплексов слабосвязанных синфазных фундаментальных лазерных солитонов; комплексы неподвижны ввиду наличия двух осей зеркальной симметрии.

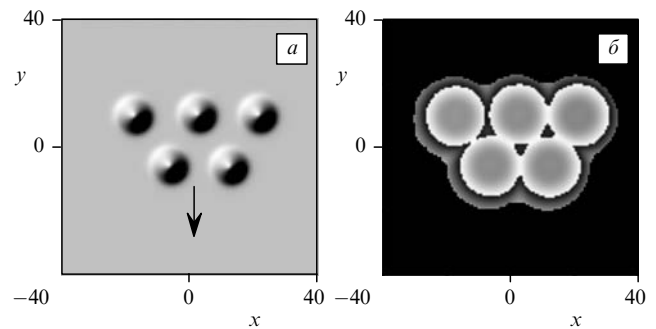


Рис.3. Распределение интенсивности (а) и фазы (б) для установившегося комплекса пяти слабосвязанных синфазных фундаментальных солитонов; ввиду наличия только одной оси зеркальной симметрии структура движется прямолинейно с постоянной скоростью  $V_c \approx 0.0023$ .

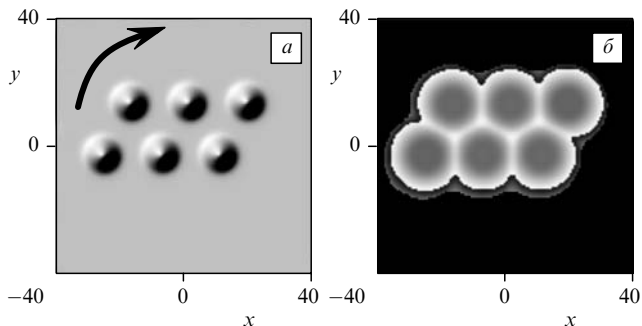


Рис.4. Распределение интенсивности (а) и фазы (б) для установившегося комплекса шести слабосвязанных синфазных фундаментальных солитонов; ввиду наличия центральной симметрии (ось второго порядка) центр инерции комплекса неподвижен и имеется вращение комплекса в направлении, указанном стрелкой, с периодом  $T \approx 135000$ .

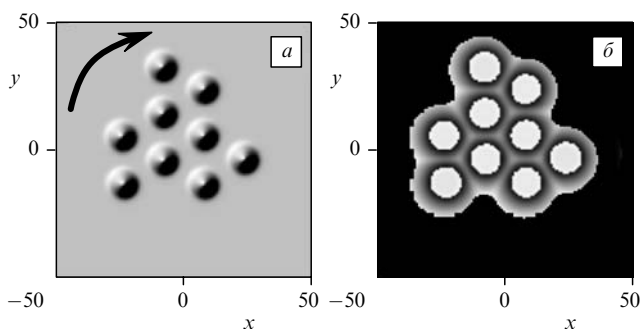


Рис.5. Распределение интенсивности (а) и фазы (б) для установившегося комплекса слабосвязанных синфазных фундаментальных солитонов; ввиду наличия оси вращения третьего порядка центр инерции комплекса неподвижен и имеется вращение комплекса в направлении, указанном стрелкой, с периодом  $T \approx 210000$ .

вращаться с некоторой угловой скоростью. Минимальное число солитонов, из которых можно построить подобные структуры со слабой синфазной связью, равно шести. На рис.4 приведен пример вращающейся структуры с центральной симметрией (ось симметрии второго порядка,  $M = 2$ ), а на рис.5 показано вращение структуры с осью симметрии третьего порядка ( $M = 3$ ).

4. Структуры без элементов симметрии. Минимальное число солитонов, необходимых для построения таких структур рассматриваемого типа, равно семи. При-

мер представлен на рис.6. Здесь, как и в общем (невыврожденном) случае, отсутствие симметрии приводит к движению и вращению структуры. Траекторией центра инерции является окружность радиуса  $R \approx 280$  (отличие траектории на рис.6,в от окружности вызвано ограниченной точностью расчета), период обращения по этой окружности  $T \approx 140000$ . За этот же период структура совершает полный поворот (вращение типа движения Луны вокруг Земли [6–8]).

#### 4. Заключение

Таким образом, расчеты показывают, что для комплексов слабосвязанных синфазных солитонов реализуются четыре варианта движения, включая поступательное движение с постоянной скоростью и круговое движение центра инерции с постоянной линейной скоростью. Различные типы движения отвечают различной симметрии поперечных распределений интенсивности и фазы излучения. При тех же параметрах устойчивы и неподвижные солитонные структуры, так что здесь отсутствуют бифуркации с потерей устойчивости неподвижных солитонов. Поскольку в рассматриваемом случае отсутствуют и дислокации волнового фронта, то можно заключить, что для рассматриваемых структур наиболее явной причиной движения является асимметрия поперечного распределения поля. Тем самым распространенное в литературе мнение (см., напр., [9]) об определяющей роли дислокаций волнового фронта в динамике солитонных комплексов не вполне точно, а более общий критерий связан с симметричными соображениями. Последние существенны и при наличии дислокаций. Действительно, при полностью симметричном расположении дислокаций они не приводят к движению солитонного комплекса. В то же время устойчивая асимметрия их расположения приводит к значительной асимметрии потоков энергии, и скорости движения комплекса заметно превышают наблюдаемые в отсутствие дислокаций.

Данные результаты получены численным решением управляющего уравнения (1). По нашему мнению, в настоящее время численные результаты являются наиболее надежными. В частности, известный вариант асимптотической теории слабого взаимодействия лазерных солитонов [9] приводит к выводу, что в установившемся ре-

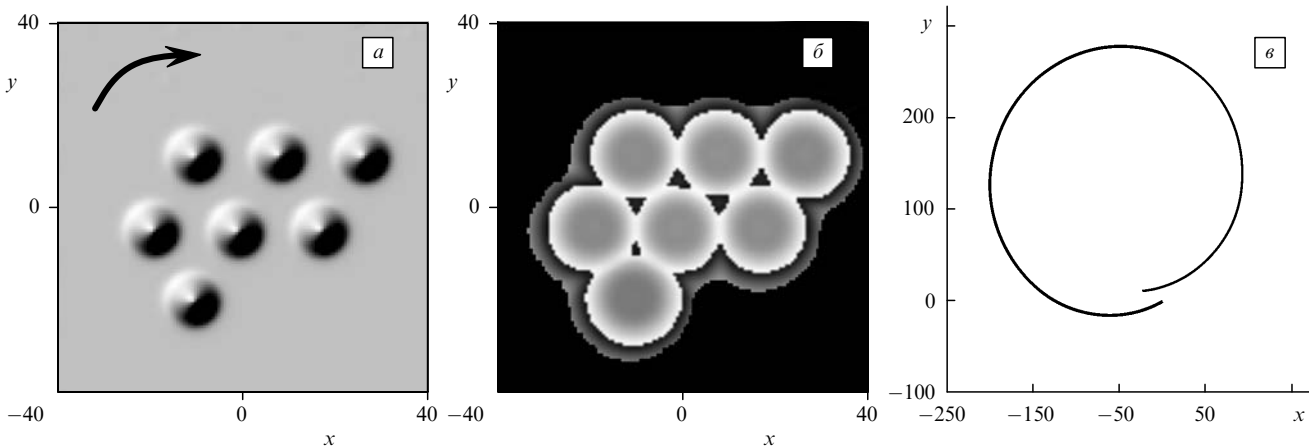


Рис.6. Распределение интенсивности (а) и фазы (б), а также траектория центра инерции (в) для установившегося асимметричного комплекса семи слабосвязанных синфазных фундаментальных солитонов; период обхода центра инерции по окружности  $T \approx 140000$  совпадает с периодом вращения комплекса.

жиме скорость центра инерции синфазных комплексов равна нулю, что не отвечает результатам моделирования. Этот вывод свидетельствует о необходимости более точного учета в асимптотической теории искажений профиля поля солитонов вследствие их взаимодействия с другими солитонами. Возможность внесения таких поправок в асимптотическую теорию подтверждается также тем, что получаемые для синфазных структур значения линейных и угловых скоростей движения существенно меньше, чем в комплексах с заметными разностями фаз солитонов.

Движение комплексов различного типа может оказаться полезным в области оптической обработки информации и логических операций [4]. Экспериментально наиболее перспективными представляются полупроводниковые микрорезонаторы с квантовыми ямами и точками [11]. Анимацию динамики ряда комплексов лазерных солитонов можно найти на сайте [12].

Работа поддержана РФФИ (гранты № 07-02-00294, 04-02-81014-Бел и 06-02-90861-Мол) и Минобрнауки (грант № РНП.2.1.1.1189).

1. Розанов Н.Н. В кн.: *Большая Российская энциклопедия* (М.: Большая Российская энциклопедия, 2005, т. 1, с. 171).
2. Розанов Н.Н., Семенов В.Е., Ходова Г.В. *Квантовая электроника*, **10**, 2355 (1983).
3. Розанов Н.Н., Ходова Г.В. *Оптика и спектроскопия*, **65**, 1375 (1988).
4. Rosanov N.N. *Spatial Hysteresis and Optical Patterns* (Berlin: Springer, 2002).
5. Розанов Н.Н., Федоров С.В. *Оптика и спектроскопия*, **72**, 101 (1992).
6. Rosanov N.N., Fedorov S.V., Shatsev A.N. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 053903 (2005).
7. Rosanov N.N., Fedorov S.V., Shatsev A.N. *Appl. Phys. B.*, **81**, 937 (2005).
8. Розанов Н.Н., Федоров С.В., Шацев А.Н. *ЖЭТФ*, **129**, 625 (2006).
9. Skryabin D.V., Vladimirov A.G. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 044101 (2002).
10. Розанов Н.Н., Федоров С.В., Шацев А.Н. *Квантовая электроника*, **35**, 268 (2005).
11. Barland S., Tredicce J.R., Brambilla M., Lugiato L.A., Balle S., Giudici M., Maggipinto T., Spinelli L., Tissoni G., Knödl T., Miller M., Jäger R. *Nature*, **419**, 699 (2002).
12. <http://www.freewebs.com/rosanovteam/>