

Восстановление профиля ветра из флуктуаций интенсивности лазерного пучка, отраженного в турбулентной атмосфере

В.А.Банах, Д.А.Маракасов

Представлен алгоритм восстановления профиля ветра из пространственно-временных спектров интенсивности отраженного в турбулентной атмосфере лазерного излучения. Рассмотрены случаи сферической волны, падающей на диффузный отражатель конечных размеров, и случай пространственно-ограниченного пучка, отражающегося от безграничной случайной поверхности.

Ключевые слова: оптическая турбулентность, лазерный пучок, отражение, профиль ветра.

1. Введение

Существует значительное число работ, посвященных разработке так называемых спекл-методов исследования материалов и динамики течений жидкости или газа, в которых флуктуации интенсивности рассеянного или пропущенного диффузной поверхностью (взвешенными частицами) лазерного излучения являются источником информации о перемещении самого диффузного объекта (частиц) или его части (деформациях). Результаты исследований в данном направлении представлены, в частности, в монографиях [1–3].

По сути, единственной работой, в которой проводится анализ возможностей определения средней (интегральной) по трассе скорости ветра в атмосфере из измерений пространственно-временной корреляционной функции турбулентных флуктуаций интенсивности рассеянного хаотической поверхностью света, является [4]. Нам не известны публикации, где бы рассматривалась задача об определении профиля скорости ветра в атмосфере по турбулентным флуктуациям отраженного оптического излучения, когда осуществляется активная подсветка рассеивающей поверхности.

В данной статье анализируются возможности восстановления профиля ветра из турбулентных флуктуаций интенсивности лазерного излучения, прошедшего в атмосфере трассу с отражением. Получены выражения для пространственно-временной корреляционной функции интенсивности и предложен алгоритм восстановления.

2. Постановка задачи

Пусть лазерный источник в плоскости $x' = x_0$ освещает диффузно рассеивающую поверхность в плоскости $x' = x$, а отраженное излучение в плоскости источника $x' = x_0$ принимается сопряженной с компьютером матрицей приемников. Получаемые последовательности ре-

ализаций двумерных распределений интенсивности с частотой следования $f = 1/\tau$ (τ – время между экспозициями) в оцифрованном виде подвергаются спектрально-корреляционной обработке. Схема представлена на рис. 1.

Будем считать, что поле источника в плоскости $x' = x_0$ задается гауссовой моделью

$$U_0(\rho) = U_0 \exp \left[-\frac{\rho^2}{2a^2} - ik \frac{\rho^2}{2F} \right] \\ = U_0 \exp \left[-\frac{\rho^2}{2a^2} \left(1 + i\Omega \frac{L}{F} \right) \right], \quad (1)$$

где $\Omega = ka^2/L$; a и F – радиус пучка и радиус кривизны фазового фронта в центре передающей апертуры соответственно; U_0 – амплитуда поля на оси пучка; $k = 2\pi/\lambda$; $L = x - x_0$ – длина трассы. Поле, падающее на отражающую поверхность в плоскости $x' = x$, записывается в виде [5]

$$U(x, r) = \int d\rho' U_0(\rho') G(x, r; x_0, \rho'), \quad (2)$$

где

$$G(x, r; x_0, \rho') = \frac{k}{2\pi i(x - x_0)} \exp \left[\frac{ik}{2(x - x_0)} (r - \rho')^2 \right] \\ \times \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{k}{2\pi i(x - x_0)} \right]^{N-1} \int dS_1 \dots dS_{N-1} \exp \left[\frac{ik}{2(x - x_0)} \times \right.$$

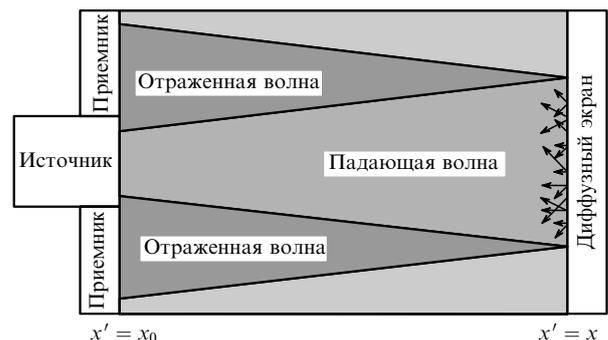


Рис. 1. Геометрия задачи.

В.А.Банах, Д.А.Маракасов. Институт оптики атмосферы СО РАН, Россия, 634055 Томск, просп. Академический, 1; e-mail: banakh@iao.ru, mda@iao.ru

Поступила в редакцию 4 апреля 2007 г.

$$\times \left[\sum_{j=1}^{N-1} \mathbf{S}_j^2 + i \frac{k}{2} \int_{x_0}^x dx' \varepsilon_1 \left(x', (1-\xi)\boldsymbol{\rho}' + \xi\mathbf{r} + \sum_{j=1}^{N-1} v_j(\xi)\mathbf{S}_j \right) \right], \quad (3)$$

– функция Грина [6, 7]; $\varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}', \mathbf{r}, \mathbf{S}_j)$ – флуктуирующая за счет турбулентности часть диэлектрической проницаемости среды; $\boldsymbol{\rho}', \mathbf{r}, \mathbf{S}_j$ – двумерные векторы в поперечной плоскости, интегрирование ведется вдоль направления распространения; $\xi = (x' - x_0)/(x - x_0)$;

$$v_j(\xi) = \sin(j\pi\xi) \left[\sqrt{2N} \sin\left(\frac{j\pi}{2N}\right) \right]^{-1}.$$

Волна, сформировавшаяся на отражающей поверхности в результате рассеяния, определяется как [5]

$$U_r(x, \mathbf{r}') = \int d\mathbf{r} V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') U(x, \mathbf{r}),$$

где $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ – коэффициент отражения. Принимаемое в плоскости $x' = x_0$ поле, с учетом теоремы взаимности для функций Грина волны, распространяющейся в прямом и обратном направлениях [5], имеет вид

$$\begin{aligned} U_R(x_0, \boldsymbol{\rho}) &= \int d\mathbf{r}' U_r(x, \mathbf{r}') G(x, \mathbf{r}; x_0, \boldsymbol{\rho}) \\ &= \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' d\boldsymbol{\rho}' U_0(\boldsymbol{\rho}') V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') G(x, \mathbf{r}; x_0, \boldsymbol{\rho}') G(x, \mathbf{r}'; x_0, \boldsymbol{\rho}). \end{aligned}$$

Откуда для интенсивности в плоскости $x' = x_0$ имеем

$$\begin{aligned} I_R(x_0, \boldsymbol{\rho}) &= U_R(x_0, \boldsymbol{\rho}) U_R^*(x_0, \boldsymbol{\rho}) = \int d\mathbf{r}_{1,2} d\mathbf{r}'_{1,2} d\boldsymbol{\rho}'_{1,2} U_0(\boldsymbol{\rho}'_1) \\ &\times U_0^*(\boldsymbol{\rho}'_2) V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) V^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2) G(x, \mathbf{r}_1; x_0, \boldsymbol{\rho}'_1) \\ &\times G^*(x, \mathbf{r}_2; x_0, \boldsymbol{\rho}'_2) G(x, \mathbf{r}'_1; x_0, \boldsymbol{\rho}) G^*(x, \mathbf{r}'_2; x_0, \boldsymbol{\rho}), \quad (4) \end{aligned}$$

и для произведения интенсивностей в точках с радиус-векторами $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2$ в моменты времени $t = 0$ и $t = \tau$ получаем

$$\begin{aligned} I_R(x_0, \boldsymbol{\rho}_1, 0) I_R(x_0, \boldsymbol{\rho}_2, \tau) &= \int d\mathbf{r}_{1-4} d\mathbf{r}'_{1-4} d\boldsymbol{\rho}'_{1-4} U_0(\boldsymbol{\rho}'_1) U_0^*(\boldsymbol{\rho}'_2) \\ &\times U_0(\boldsymbol{\rho}'_3) U_0^*(\boldsymbol{\rho}'_4) V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) V^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2) V(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}'_3) \\ &\times V^*(\mathbf{r}_4, \mathbf{r}'_4) \left[\frac{k}{2\pi(x-x_0)} \right]^8 \\ &\times \exp \left\{ \frac{ik}{2(x-x_0)} \left[(\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho}'_1)^2 - (\mathbf{r}_2 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2 + (\mathbf{r}'_1 - \boldsymbol{\rho}_1)^2 \right. \right. \\ &\left. \left. - (\mathbf{r}'_2 - \boldsymbol{\rho}_1)^2 + (\mathbf{r}_3 - \boldsymbol{\rho}'_3)^2 - (\mathbf{r}_4 - \boldsymbol{\rho}'_4)^2 + (\mathbf{r}'_3 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 \right. \right. \\ &\left. \left. - (\mathbf{r}'_4 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 \right] \right\} \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{k}{2\pi(x-x_0)} \right]^{8(N-1)} \\ &\times \int d\mathbf{a}_{1\dots N-1} d\mathbf{b}_{1\dots N-1} d\mathbf{c}_{1\dots N-1} d\mathbf{e}_{1\dots N-1} d\mathbf{f}_{1\dots N-1} d\mathbf{g}_{1\dots N-1} d\mathbf{h}_{1\dots N-1} \\ &\times d\mathbf{t}_{1\dots N-1} \exp \left[\frac{ik}{2(x-x_0)} \sum_{j=1}^{N-1} (a_j^2 + b_j^2 - c_j^2 - e_j^2 + f_j^2 + g_j^2 \right. \\ &\left. - h_j^2 - t_j^2) \right] \exp \left\{ \frac{ik}{2} \int_{x_0}^x dx' [\varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}'_1, \mathbf{r}_1, \mathbf{a}_j; 0) \right. \\ &\left. - \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}'_2, \mathbf{r}_2, \mathbf{c}_j; 0) + \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}_1, \mathbf{r}'_1, \mathbf{b}_j; 0) - \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}_1, \mathbf{r}'_2, \mathbf{e}_j; 0) \right. \\ &\left. + \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}'_3, \mathbf{r}_3, \mathbf{f}_j; \tau) - \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}'_4, \mathbf{r}_4, \mathbf{h}_j; \tau) \right. \\ &\left. + \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}'_3, \mathbf{g}_j; \tau) - \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}'_4, \mathbf{t}_j; \tau) \right] \}. \quad (5) \end{aligned}$$

Второй пространственно-временной статистический момент интенсивности получается после усреднения (5). Будем считать, что поверхность является диффузной с изменяющимся в общем случае во времени и в пространстве случайным коэффициентом отражения. Будем также считать, что флуктуации коэффициента отражения и показателя преломления в атмосфере независимы. Тогда в (5) усреднение по коэффициенту отражения и по турбулентным флуктуациям ε_1 можно выполнить по отдельности. Предполагая, что время корреляции коэффициента отражения меньше времени между экспозициями τ , для четвертого статистического момента коэффициента отражения имеем [5]

$$\begin{aligned} &\langle V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) V^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2) V(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}'_3) V^*(\mathbf{r}_4, \mathbf{r}'_4) \rangle \\ &= \langle V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) V^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2) \rangle \langle V(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}'_3) V^*(\mathbf{r}_4, \mathbf{r}'_4) \rangle, \quad (6) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} &\langle V(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_i) V^*(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_i) \rangle \\ &= (4\pi/k^2) |A(\mathbf{r}_i)|^2 \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_i) \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'_i) \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'_i), \quad (7) \end{aligned}$$

$A(\mathbf{r}_i)$ – амплитуда коэффициента отражения, а угловые скобки означают усреднение по ансамблю.

Усреднение по турбулентным флуктуациям диэлектрической проницаемости (последней экспоненты в (5)) проведем в предположении гауссовой плотности вероятностей для интеграла по трассе от флуктуирующей части диэлектрической проницаемости с использованием формулы [8]

$$\langle \exp(i\varphi) \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}\langle \varphi^2 \rangle\right). \quad (8)$$

Появляющийся при выполнении операции усреднения квадрат подынтегрального выражения в последней экспоненте в (5) раскроем в сумму квадратов попарных разностей функции ε_1 , перед которыми стоит знак «+», если знаки перед ε_1 различаются, и «–», если совпадают. В результате в последней экспоненте в (5) получаем сумму двадцати восьми пространственно-временных структурных функций диэлектрической проницаемости вида

$$\langle [\varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}_i, \mathbf{r}_l, \mathbf{a}_j; t_1) - \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}'_k, \mathbf{r}'_m, \mathbf{b}_j; t_2)]^2 \rangle, \quad (9)$$

усреднение в которых выполняется в предположении δ -коррелированности флуктуаций ε_1 по координате x' [8],

$$\begin{aligned} &\langle [\varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}_i, \mathbf{r}_l, \mathbf{a}_j; t_1) - \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}'_k, \mathbf{r}'_m, \mathbf{b}_j; t_2)]^2 \rangle \\ &= 2\pi \int d\boldsymbol{\kappa} \Phi_\varepsilon(\xi, \boldsymbol{\kappa}) \left[1 - \exp \left\{ i\boldsymbol{\kappa} \left[(\boldsymbol{\rho}_i - \boldsymbol{\rho}'_k)(1 - \xi) + (\mathbf{r}_l - \mathbf{r}'_m)\xi \right. \right. \right. \\ &\left. \left. + \sum_{j=1}^{N-1} v_j(\xi)(\mathbf{a}_i - \mathbf{b}_j) + V(x')(t_1 - t_2) \right] \right\} \right] \\ &= H(\boldsymbol{\rho}_i - \boldsymbol{\rho}'_k, \mathbf{r}_l - \mathbf{r}'_m, \mathbf{a}_j - \mathbf{b}_j, t_1 - t_2), \quad (10) \end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\kappa}$ – двумерный вектор пространственной частоты; $\Phi_\varepsilon(\xi, \boldsymbol{\kappa})$ – трехмерный спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости; $V(x')$ – скорость ветра. При усреднении в (10) использовалась гипотеза замороженной турбулентности Тейлора [9]

$$\varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho}; \tau) = \varepsilon_1(x', \boldsymbol{\rho} - \mathbf{V}(x')\tau; 0). \tag{11}$$

После подстановки в (5) формул (6), (7), усреднения по ансамблю турбулентных флуктуаций диэлектрической проницаемости с использованием (9), (10) и выполнения интегрирования с использованием свойств δ -функции, второй пространственно-временной статистический момент интенсивности представляется в виде

$$\begin{aligned} & \langle I_{\mathbf{R}}(x_0, \boldsymbol{\rho}_1; 0) I_{\mathbf{R}}(x_0, \boldsymbol{\rho}_2, \tau) \rangle \\ &= \left(\frac{4\pi}{k^2} \right)^2 \int d\mathbf{R} d\mathbf{r} d\boldsymbol{\rho}'_{1-4} \left| A \left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2} \right) \right|^2 \left| A \left(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{r}}{2} \right) \right|^2 \\ & \times U_0(\boldsymbol{\rho}'_1) U_0^*(\boldsymbol{\rho}'_2) U_0(\boldsymbol{\rho}'_3) U_0^*(\boldsymbol{\rho}'_4) \left[\frac{k}{2\pi(x-x_0)} \right]^8 \\ & \times \exp \left\{ \frac{ik}{2(x-x_0)} [\boldsymbol{\rho}'_1{}^2 - \boldsymbol{\rho}'_2{}^2 + \boldsymbol{\rho}'_3{}^2 - \boldsymbol{\rho}'_4{}^2 - 2\mathbf{R}(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \boldsymbol{\rho}'_3 - \boldsymbol{\rho}'_4) - \mathbf{r}(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}'_3 + \boldsymbol{\rho}'_4)] \right\} \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{k}{2\pi(x-x_0)} \right]^{8(N-1)} \\ & \times \int d\mathbf{a}_{1\dots N-1} d\mathbf{b}_{1\dots N-1} d\mathbf{c}_{1\dots N-1} d\mathbf{e}_{1\dots N-1} d\mathbf{f}_{1\dots N-1} d\mathbf{g}_{1\dots N-1} d\mathbf{h}_{1\dots N-1} \\ & \times d\mathbf{t}_{1\dots N-1} \exp \left[\frac{ik}{2(x-x_0)} \sum_{j=1}^{N-1} (a_j^2 + b_j^2 - c_j^2 - e_j^2 + f_j^2 + g_j^2 \right. \\ & \left. - h_j^2 - t_j^2) \right] \exp \left\{ -\frac{\pi k^2}{2} \int_{x_0}^x dx' [H(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2, \mathbf{r}, \mathbf{a}_j - \mathbf{c}_j, 0) \right. \\ & - H(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}_1, \mathbf{r}, \mathbf{a}_j - \mathbf{b}_j, 0) + H(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}_1, \mathbf{r}, \mathbf{a}_j - \mathbf{e}_j, 0) \\ & - H(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_3, \mathbf{r}, \mathbf{a}_j - \mathbf{f}_j, -\tau) + H(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_4, \mathbf{r}, \mathbf{a}_j - \mathbf{h}_j, -\tau) \\ & - H(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{a}_j - \mathbf{g}_j, -\tau) + H(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{a}_j - \mathbf{t}_j, -\tau) \\ & + H(\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}_1, \mathbf{r}, \mathbf{c}_j - \mathbf{b}_j, 0) - H(\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}_1, \mathbf{r}, \mathbf{c}_j - \mathbf{e}_j, 0) \\ & + H(\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}'_3, \mathbf{r}, \mathbf{c}_j - \mathbf{f}_j, -\tau) - H(\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}'_4, \mathbf{r}, \mathbf{c}_j - \mathbf{h}_j, -\tau) \\ & + H(\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{c}_j - \mathbf{g}_j, -\tau) - H(\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{c}_j - \mathbf{t}_j, -\tau) \\ & + H(0, \mathbf{r}, \mathbf{b}_j - \mathbf{e}_j, 0) - H(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}'_3, \mathbf{r}, \mathbf{b}_j - \mathbf{f}_j, -\tau) \\ & + H(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}'_4, \mathbf{r}, \mathbf{b}_j - \mathbf{h}_j, -\tau) - H(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{b}_j - \mathbf{g}_j, -\tau) \\ & + H(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{b}_j - \mathbf{t}_j, -\tau) + H(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}'_3, \mathbf{r}, \mathbf{e}_j - \mathbf{f}_j, -\tau) \\ & - H(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}'_4, \mathbf{r}, \mathbf{e}_j - \mathbf{h}_j, -\tau) + H(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{e}_j - \mathbf{g}_j, -\tau) \\ & - H(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{e}_j - \mathbf{t}_j, -\tau) + H(\boldsymbol{\rho}'_3 - \boldsymbol{\rho}'_4, \mathbf{r}, \mathbf{f}_j - \mathbf{h}_j, 0) \\ & - H(\boldsymbol{\rho}'_3 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{f}_j - \mathbf{g}_j, 0) + H(\boldsymbol{\rho}'_3 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{f}_j - \mathbf{t}_j, 0) \\ & + H(\boldsymbol{\rho}'_4 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{h}_j - \mathbf{g}_j, 0) - H(\boldsymbol{\rho}'_4 - \boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{r}, \mathbf{h}_j - \mathbf{t}_j, 0) \\ & \left. + H(0, \mathbf{r}, \mathbf{g}_j - \mathbf{t}_j, 0) \right\}. \tag{12} \end{aligned}$$

Формула (12) – строгая в рамках современной теории распространения коротких волн в случайно-неоднородных средах. Она определяет общее выражение для прост-

ранственно-временной корреляционной функции флуктуаций интенсивности гауссова лазерного пучка, отраженного от диффузной поверхности при произвольных турбулентных условиях распространения в атмосфере. Единственное ограничение – предположение о независимости коэффициента отражения поверхности (6) при расчете корреляции последовательности экспозиций (кадров) распределений интенсивности.

Далее в предположении колмогоровского спектра $\Phi_\varepsilon(\boldsymbol{\kappa})$ [8] будем рассматривать режим слабой оптической турбулентности, когда параметр $\beta_0^2 = 1.23 C_n^2 k^{7/6} x^{11/6}$, характеризующий турбулентные условия распространения (здесь x – длина трассы, C_n^2 – структурная характеристика флуктуаций показателя преломления), не превышает единицы. Параметр β_0^2 формируется в виде множителя перед интегралом в последней экспоненте (12). При условии $\beta_0^2 < 1$ эту экспоненту в (12) можно разложить в ряд Тейлора и ограничиться двумя первыми слагаемыми этого ряда.

Выделим два дифракционных режима распространения: 1) сферическая волна освещает диффузный отражатель конечных размеров; 2) пространственно-ограниченный пучок отражается от безграничной диффузной поверхности. Это позволяет существенно упростить выражение (12) для корреляционной функции и построить алгоритм восстановления профиля скорости ветра.

В расчетах для задания начального поля используется модель (1), амплитуда коэффициента отражения задается в виде [5]

$$A(\mathbf{R}) = A_0 \exp \left\{ -\frac{R^2}{2a_r^2} \right\}, \tag{13}$$

где \mathbf{R} – двумерный вектор, лежащий в плоскости отражения; A_0 – амплитуда в центре отражателя; a_r – эффективный радиус отражателя, определяемый по спаданию квадрата амплитуды до уровня e^{-1} .

3. Сферическая волна – отражатель конечных размеров

Подставив (1), (13) в (12), устремив $\Omega \rightarrow 0$, что соответствует переходу к режиму сферической волны, и разложив в (12) последнюю экспоненту в ряд с удержанием двух первых слагаемых, для пространственно-временной корреляционной функции интенсивности

$$\begin{aligned} K_I(x_0, \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; \tau) &= \langle I_{\mathbf{R}}(x_0, \boldsymbol{\rho}_1, 0) I_{\mathbf{R}}(x_0, \boldsymbol{\rho}_2, \tau) \rangle \\ &- \langle I_{\mathbf{R}}(x_0, \boldsymbol{\rho}_1, 0) \rangle \langle I_{\mathbf{R}}(x_0, \boldsymbol{\rho}_2, \tau) \rangle \end{aligned} \tag{14}$$

находим

$$\begin{aligned} K_I(x_0, \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; \tau) &= A \int d\boldsymbol{\kappa} \int_{x_0}^x dx' \Phi_\varepsilon(x', \boldsymbol{\kappa}) \exp \left(-\frac{\xi^2 a_r^2 \boldsymbol{\kappa}^2}{2} \right) \\ & \times \sin^2 \left[\frac{L}{2k} \boldsymbol{\kappa}^2 \xi (1 - \xi) \right] \{ 1 + \exp[i\boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{\rho}_1 (1 - \xi)] \} \\ & \times \{ 1 + \exp[-i\boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{\rho}_2 (1 - \xi)] \} \exp[i\mathbf{V}(\xi) \boldsymbol{\kappa} \tau], \end{aligned} \tag{15}$$

где A – числовая константа. Выражение (15) при $\tau = 0$ совпадает с результатами [5] для пространственной корреляционной функции интенсивности сферической волны, отраженной от диффузного отражателя в турбулентной атмосфере при $\beta_0^2 < 1$.

Положим $\rho_1 = 0$ и будем рассматривать разность значений корреляционной функции в точках с радиус-векторами ρ_2 и $-\rho_2$

$$\begin{aligned} D_I(x_0, \rho, \tau) &= K_I(x_0, 0, \rho, \tau) - K_I(x_0, 0, -\rho, \tau) = \\ &= 4iA \int d\mathbf{k} \int_{x_0}^x dx' \Phi_\varepsilon(x', \mathbf{k}) \exp\left(-\frac{\xi^2 a_r^2 \mathbf{k}^2}{2}\right) \\ &\times \sin^2 \left[\frac{x-x_0}{2k} \mathbf{k}^2 \xi (1-\xi) \right] \sin[\mathbf{k}\rho(1-\xi)] \exp[iV(\xi)\mathbf{k}\tau]. \end{aligned} \quad (16)$$

Из формулы (16) следует, что с увеличением размеров рассеивающей поверхности ($a_r \rightarrow \infty$) флуктуации отраженной сферической волны уменьшаются до нуля вследствие усреднения, что соответствует результатам [5].

Перейдем к пространственно-временному спектру, рассматривая лишь область пространственных частот $q_z, q_y > 0$,

$$\begin{aligned} \tilde{F}_I(\mathbf{q}, \omega) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{p} \int d\tau \exp(i\mathbf{p}\mathbf{q} - i\omega\tau) D_I(x_0, \rho, \tau) \\ &= 2A \int_{x_0}^x dx' \Phi_\varepsilon\left(x', \frac{\mathbf{q}}{1-\xi}\right) \exp\left(-\frac{\xi^2 a_r^2 q^2}{2(1-\xi)^2}\right) \\ &\times \sin^2 \left(\frac{x-x_0}{2k} q^2 \frac{\xi}{1-\xi} \right) \frac{1}{(1-\xi)^2} \delta\left(\omega - \frac{V(\xi)\mathbf{q}}{1-\xi}\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Для степенного колмогоровского спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости $\Phi_\varepsilon(x', \mathbf{k}) = 0.132 \times C_n^2(x') \mathbf{k}^{-11/3}$ справедливо соотношение $\Phi_\varepsilon(x', \mathbf{q}/(1-\xi)) = \Phi_\varepsilon(x', \mathbf{q})(1-\xi)^{11/3}$. Положим далее $\mathbf{q} = q_i \mathbf{e}_i$ (\mathbf{e}_i – единичный вектор декартовой системы координат), $V(\xi)\mathbf{q} = V_i(\xi)q_i$, $\alpha = \omega/q_i$ – отношение временной и пространственной частот. Тогда для нормированного спектра

$$f(q_i, \alpha) = \frac{\tilde{F}_I(q_i \mathbf{e}_i, \alpha q_i)}{0.132 A q_i^{-17/3}}$$

получим

$$f(q_i, \alpha) = 2 \int_{x_0}^x dx' C_n^2(x') \exp\left[-\frac{\xi^2 a_r^2 q^2}{2(1-\xi)^2}\right]$$

$$\times \sin^2 \left(\frac{x-x_0}{2k} q_i^2 \frac{\xi}{1-\xi} \right) (1-\xi)^{5/3} q_i \delta\left[\alpha - \frac{V_i(\xi)}{1-\xi}\right]. \quad (18)$$

Вычислим интеграл

$$\begin{aligned} g(\gamma, \alpha) &= \int_0^\infty f(q_i, \alpha) \exp(i\gamma q_i^2) dq_i = \frac{k}{2L} \int_{x_0}^x dx' C_n^2(x') \\ &\times \delta\left[\alpha - \frac{V_i(\xi)}{1-\xi}\right] \frac{(1-\xi)^{5/3}}{z(\xi, \gamma)[1+\theta^2(\xi, \gamma)]}, \end{aligned} \quad (19)$$

где использованы обозначения

$$z(\xi, \gamma) = \frac{k}{L} \left[\frac{a_r^2}{2(1-\xi)^2} - i\gamma \right]$$

и

$$\theta(\xi, \gamma) = \frac{1-\xi}{\xi} z(\xi, \gamma),$$

а параметр γ принимает положительные значения. Если отражающая поверхность достаточно мала, так что $4\sqrt{3}(k/L)a_r^2 < 1$, то абсолютная величина последней дроби в (19) имеет максимум, который достигается при

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= \frac{L^2 \xi^2}{3k^2(1-\xi)^2} \left[2 - 3[\operatorname{Re} \theta(\xi, \gamma)]^2 \right. \\ &\left. + \{1 - 12[\operatorname{Re} \theta(\xi, \gamma)]^2\}^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

и, возможно, в точке $\gamma = 0$. Таким образом, если δ -функция в подынтегральном выражении (19) отлична от нуля в единственной точке промежутка интегрирования, то эта точка однозначно определяется положением максимума (20). На рис.2 представлено поведение интеграла (19) на плоскости (γ, α) с ярко выраженным максимумом в сечениях $\alpha = \text{const}$ для постоянной скорости ветра $V_i(\xi) = V_0$ (рис.2,а) и линейно меняющейся вдоль трассы $V_i(\xi) = V_0(1-10\xi)$ (рис.2,б). Структурная характеристика предполагалась постоянной, а эффективный радиус диффузной поверхности составлял 1/10 радиуса первой зоны Френеля $a_r = 0.1(\lambda L)^{1/2}$.

Эти особенности интеграла (19) позволяют сформулировать алгоритм восстановления профиля скорости ветра. Из зарегистрированной последовательности дву-

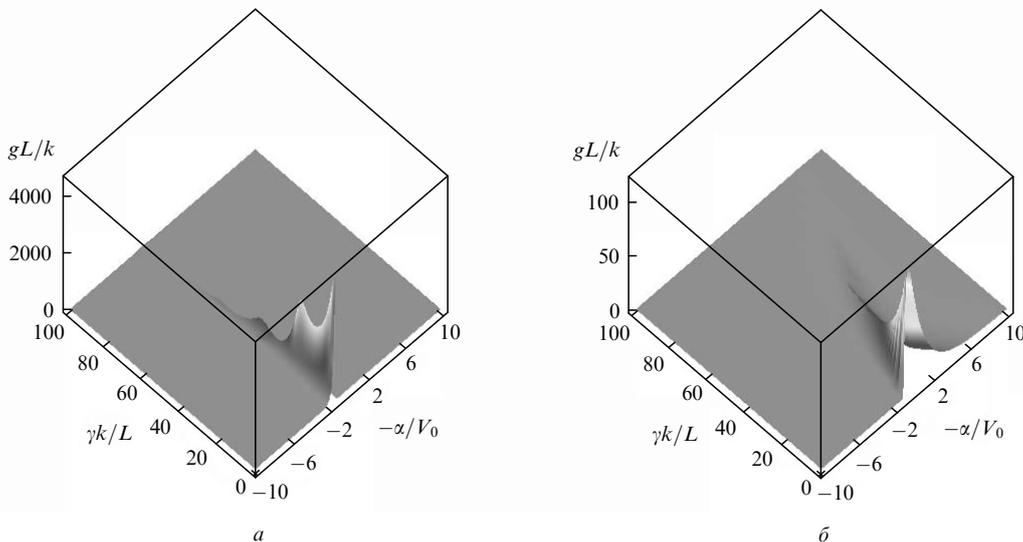


Рис.2. Поведение интеграла (19) для постоянной (а) и линейно меняющейся (б) вдоль трассы скорости ветра.

мерных распределений интенсивности находим пространственно-временной спектр (17) и вычисляем интеграл (19). Для каждого наперед заданного значения α , для которого выделяется максимум модуля интеграла (19), пользуясь соотношением (20), находим соответствующую координату точки на трассе ξ . Затем из соотношения $\alpha = V_i(\xi)/(1 - \xi)$, которое должно выполняться при отличных от нуля значениях (19), находим скорость в данной точке трассы $V_i(\xi)$. Пройдя всю область значений α , для которых интеграл (19) отличен от нуля, построим профиль скорости ветра. Необходимо отметить, что восстановление профиля скорости предлагаемым способом невозможно на концах трассы при

$$|\xi - 0.5| > \frac{1}{2} \left[1 - 4\sqrt{3} \left(\frac{k}{L} \right) a_r^2 \right]^{1/2}. \quad (21)$$

Это связано с тем, что и при отражении от диффузной поверхности, и при регистрации изображения утрачивается информация о фазе волны, а фазовые набег от концов трассы не успевают преобразоваться в существенные флуктуации интенсивности.

Важной особенностью предлагаемого алгоритма является то, что структурная постоянная показателя преломления входит в (19) при фиксированном α как постоянный коэффициент и ее изменения вдоль трассы не оказывают влияния на положение максимума (20).

4. Пространственно-ограниченный пучок – безграничная поверхность

Подставив (1), (13) в (12), устремив $a_r \rightarrow \infty$ и разложив в (12) последнюю экспоненту в ряд с удержанием двух первых слагаемых, для пространственно-временной корреляционной функции (14) получаем

$$K_I(\rho, \tau) = \frac{2\pi a^4}{L^4} \int d\mathbf{k} \int_{x_0}^x dx' \Phi_\varepsilon(\xi, \mathbf{k}) \exp[i\mathbf{k}V(\xi)\tau] \times \exp[i(1 - \xi)\mathbf{k}\rho] \sin^2 \left[\frac{L\mathbf{k}^2}{k} \xi(1 - \xi) \right] \exp \left[-\mathbf{k}^2 \frac{\xi^2 a_{rb}^2}{2} \right], \quad (22)$$

где

$$a_{rb}^2 = a^2 \left(1 - \frac{L}{F} \right) + \frac{L^2}{a^2 k^2}. \quad (23)$$

Как и в случае (15), выражение (22) при $\tau = 0$ сводится к результатам [5] для пространственной корреляционной функции интенсивности при условии $\beta_0^2 < 1$.

Перейдем к пространственно-временному спектру

$$F_I(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{p} \int d\tau \exp(-i\mathbf{p}\mathbf{q} - i\omega\tau) K_I(\rho, \tau) = \frac{2\pi a^4}{L^4} \int_{x_0}^x dx' \Phi_\varepsilon \left(\xi, \frac{\mathbf{q}}{1 - \xi} \right) \exp \left(-\frac{\xi^2 a_{rb}^2 q^2}{2(1 - \xi)^2} \right) \times \sin^2 \left(\frac{Lq^2}{2k} \frac{\xi}{1 - \xi} \right) \frac{1}{(1 - \xi)^2} \delta(\omega - V(\xi)\mathbf{q}). \quad (24)$$

Это выражение с точностью до постоянного множителя совпадает с выражением для пространственно-временного спектра сферической волны, отраженной от отражателя конечных размеров (17) с эффективным радиусом $a_r = a_{rb}$. Отсюда следует, что алгоритм (18)–(20) восстановления профиля скорости ветра «работает» и в рассматриваемом здесь режиме «пучок – безграничный отражатель».

5. Заключение

Представлен алгоритм восстановления профиля скорости ветра из флуктуаций отраженного лазерного излучения в турбулентной атмосфере. Получены выражения для пространственно-временной корреляционной функции и спектра интенсивности оптической волны, отраженной диффузным рассеивателем в турбулентной атмосфере. Показано, что восстановление профиля скорости ветра на основе корреляционно-спектрального анализа двумерных распределений интенсивности отраженного излучения возможно в режиме слабой оптической турбулентности, и предложен алгоритм восстановления для случаев сферической волны, которая падает на диффузный отражатель конечных размеров и пространственно-ограниченного пучка, отражающегося от безграничной случайной поверхности. Важной особенностью предлагаемого алгоритма является то, что изменения структурной характеристики показателя преломления вдоль трассы не оказывают влияния на восстанавливаемый профиль.

Авторы выражают благодарность М.А.Воронцову за инициирование работы в данном направлении и полезные дискуссии по рассматриваемым вопросам, а также за финансовую поддержку работы. Работа поддержана Техническим исследовательским институтом (Вирджиния 20165-3569, США) (контракт W911NF-05-1-0552) и РФФИ (проекты № 06-05-64445 и № 06-05-95951-рег).

1. Бакут П.А., Мандросов В.И., Матвеев И.Н. и др. *Теория когерентных изображений* (М.: Радио и связь, 1987).
2. Франсон М. *Оптика спектров* (М.: Изд-во «Мир», 1980).
3. Фомин Н.А. *Спекл-интерферометрия газовых потоков* (Минск: Изд-во «Наука и техника», 1989).
4. Clifford S.F., Ochs G.R., Wang T-i. *Appl. Opt.*, **14** (12), 2844 (1975).
5. Банах В.А., Миронов В.Л. *Локационное распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере* (Изд-во «Наука Сибирское отд.», 1986).
6. Charnotskii M.I., Gozani J., Tatarskii V.I., Zavorotny V.U., in *Progress in Optics*. E.Wolf (ed.) (Amsterdam: North-Holland, 1993, Vol. XXXII, p. 203).
7. Банах В.А., Вагнер А.З. *Оптика атмосферы и океана*, **5**, 37 (1992).
8. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. *Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля* (М.: Наука, 1978).
9. Panofsky H.A., Dutton J.A. *Atmospheric Turbulence: Models and Methods for Engineering Applications* (New York – Singapore: Wiley Interscience Publications, 1983).