

Статистика ошибок при распространении коротких оптических импульсов в высокоскоростной оптоволоконной линии связи

Е.Г.Шапиро

Получены простые аналитические формулы для аппроксимации вероятности ошибки при передаче данных по волоконно-оптическим линиям связи. Выполнено прямое численное моделирование распространения оптических импульсов. Получено хорошее согласие аналитических оценок с результатами численного счета.

Ключевые слова: волоконно-оптические линии связи, динамика оптических импульсов, статистика ошибок.

Для оценки качества линии связи используется коэффициент ошибки BER, равный отношению количества ошибочных битов к общему числу переданных битов. Определение BER является фундаментальной задачей конструирования любой оптической коммуникационной системы. В литературе часто используется гауссова аппроксимация для хвостов плотности распределения вероятности единичных и нулевых битов. В этом случае для расчета BER требуется знание параметра Q -фактора, который определяется формулой $Q = (\mu_1 - \mu_0)/(\sigma_1 + \sigma_0)$, где μ_1 и μ_2 – средние значения единичных и нулевых битов, а σ_1 и σ_2 – их среднеквадратичные отклонения. Коэффициент BER вычисляется по формуле

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{Q}{\sqrt{2}} \approx \frac{\exp(-Q^2/2)}{Q\sqrt{2\pi}}. \quad (1)$$

Гауссова аппроксимация проста, но точность предсказания вероятности ошибки этой моделью невысока.

В настоящей работе представлены результаты прямого численного моделирования статистики ошибок в волоконно-оптической линии связи на основе стандартного одномодового волокна со скоростью передачи данных 40 Гбит/с и получены простые аналитические аппроксимации BER. Рассмотрена линия связи, периодическая секция которой имеет следующую конфигурацию:

SMF (85 км) + EDFA + DCF (14.85 км) + EDFA.

Здесь SMF – стандартное одномодовое волокно; DCF – волоконный компенсатор; EDFA – волоконный эрбиевый усилитель. Параметры волоконных световодов представлены в табл. 1. Эрбиевые усилители имели коэффициент шума 4.5 дБ и коэффициент усиления 13.4 дБ для полной компенсации затухания оптического сигнала на длине периодической секции. Средний коэффициент дисперсии оптической линии составил -0.4 пс·нм⁻¹·км⁻¹. Линия связи содержала 31 участок и дополнительный

Табл. 1. Параметры волоконных световодов.

Параметр	SMF	DCF
Затухание при $\lambda = 1550$ нм (дБ/км)	0.2	0.65
Эффективная площадь моды (мкм ²)	80	19
Коэффициент дисперсии (пс·нм ⁻¹ ·км ⁻¹)	17	-100
Дисперсионный наклон (пс·нм ⁻² ·км ⁻¹)	0.07	-0.41
Нелинейный показатель преломления (м ² /Вт)	2.7×10^{-20}	2.7×10^{-20}

segment стандартного одномодового волокна, компенсирующий накопленную дисперсию. Длина дополнительного участка (72.6 км) подбиралась так, чтобы Q -фактор в конце линии связи был максимален. Накопленная дисперсия 31 периодической секции составила -1238.1 пс·нм⁻¹, а суммарная дисперсия дополнительного сегмента была равна 1234.2 пс·нм⁻¹. Таким образом, средняя дисперсия всей линии связи была практически нулевой. В качестве единичных битов использовались гауссовы импульсы длительностью 7.5 пс и пиковой мощностью 5 мВт. Скорость передачи информации в одном частотном канале составляла 40 Гбит/с.

Динамика оптических импульсов описывается обобщенным нелинейным уравнением Шредингера для комплексной огибающей A электромагнитного поля [1]

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2(z)}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \sigma(z) |A|^2 A = i \left[-\gamma(z) + \sum_{k=1}^N r_k \delta(z - z_k) \right] A. \quad (2)$$

Здесь z – расстояние вдоль линии; t – время; $|A|^2$ – мощность; β_2 – параметр дисперсии групповой скорости; $\sigma = 2\pi n_2/(\lambda_0 A_{\text{eff}})$ – коэффициент керровской нелинейности (σ и β_2 представлены как функции от z , чтобы учесть изменения этих параметров при переходе от одного типа световода к другому); n_2 – нелинейный показатель преломления; λ_0 – несущая длина волны; A_{eff} – эффективная площадь моды световода; $\gamma(z)$ – коэффициент затухания сигнала; точки расположения k -х усилителей обозначены как z_k ; r_k – коэффициент усиления.

В дисперсионно-управляемых системах используются волоконные световоды с противоположной по знаку

Е.Г.Шапиро. Институт автоматизации и электротехники СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 1; e-mail: e.shapiro@iae.nsk.su

Поступила в редакцию 20 апреля 2007 г., после доработки – 28 сентября 2007 г.

хроматической дисперсией, что позволяет контролировать дисперсионное уширение импульса. Если средняя дисперсия линии связи равна нулю, то в линейном случае в отсутствие затухания и шума форма сигнала полностью восстанавливается в конце линии [1]. В рамках модели обобщенного нелинейного уравнения Шредингера, описывающей распространение оптических импульсов, учитываются следующие ответственные за искажение сигнала эффекты: керровская нелинейность, дисперсионное уширение, шумы спонтанной эмиссии усилителей, флуктуации положений отдельных битов (так называемый эффект Гордона – Хауса [2]). Помимо эффекта Гордона – Хауса, имеется еще ряд физических причин, вызывающих джиттер импульсов – это электрострикция [3] и поляризационная модовая дисперсия. Последние выйдут за рамки рассматриваемой модели и данной статьи.

Статистическая обработка данных проводилась после распространения оптических сигналов на расстояние 3000 км. На приёмнике использовались оптический фильтр прямоугольной формы с полосой пропускания $B_{оп} = 100$ ГГц и электрический фильтр Баттерворта 3-го порядка с полосой пропускания $B_{эл} = 50$ ГГц.

Основными причинами, вызывающими деградацию сигнала, являются шумы спонтанной эмиссии и нелинейность. В работе [4] были найдены хвосты функции распределения нулевых и единичных битов для модели, учитывающей только влияние шумов спонтанной эмиссии на сигнал. Выходной сигнал в этой модели формируется путём добавления к входному сигналу шумов спонтанной эмиссии. Было показано [4], что распределение статистики нулевых битов определяется отношением ширины полосы оптического фильтра к ширине полосы электрического фильтра на приёмнике. Полученная в [4] аналитическая формула с хорошей точностью описывает плотность вероятности единичных битов:

$$w_1(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{M}}{\pi I_0}} \left[\frac{I_1}{(y - I_0)^3} \right]^{1/4} \times \exp \left[-\frac{\bar{M}}{I_0} (\sqrt{y - I_0} - \sqrt{I_1})^2 \right] \quad (3)$$

для модели, не учитывающей эффект нелинейности. Функция (3) является хорошим приближением при $y > 1.1I_0$. Здесь \bar{M} – число степеней свободы, а I_0 и I_1 – средние значения электрического тока, соответствующего нулевым и единичным битам на приёмнике.

Основным результатом настоящей статьи являются аналитические формулы, аккуратно аппроксимирующие плотности вероятности функции распределения нулевых и единичных битов $w_0(y)$ и $w_1(y)$. Полученное нами приближение функции $w_1(y)$ задаётся формулой

$$w_1(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{M}}{\pi I_0}} \left(\frac{I_1}{(y + d - I_0)^3} \right)^{1/4} \times \exp \left[-\frac{\bar{M}}{I_0} (\sqrt{y + d - I_0} - \sqrt{I_1})^2 \right]. \quad (4)$$

Параметры \bar{M} и d подбираются по полученной в результате численного эксперимента выборке нулевых и единичных битов на приёмнике так, чтобы была минимизирована разность результатов, соответствующих аналитической функции плотности вероятности и полученных

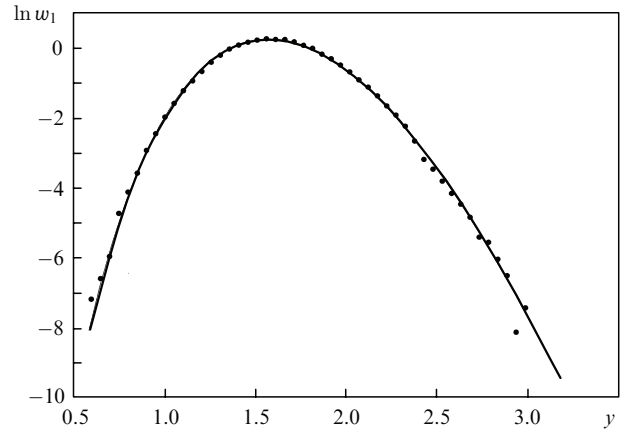


Рис.1. Зависимость логарифма плотности вероятности $\ln w_1$ единичных битов от величины тока (в относительных единицах) на приёмнике y (точки) и её аналитическая аппроксимация (сплошная линия); $\bar{M} = 4.83$, $d = 0.148$, $I_0 = 0.137$, $I_1 = 1.62$.

в результате численного эксперимента. В данной работе использован метод наименьших квадратов. На рис.1 приведен логарифм теоретической кривой, которая получена по выборке, состоящей из 7736 значений тока на приёмнике (соответствуют единичным битам), а также логарифм функции плотности вероятности, которая построена по выборке, состоящей из 127464 значений. Наблюдается хорошее согласие между аналитической кривой, параметры которой получены по выборке небольшого объёма, и функцией плотности вероятности, построенной по выборке существенно большего объёма.

Отличие формулы (4) от формулы (3) состоит в том, что в последней параметр \bar{M} определяется исключительно свойствами оптического и электрического фильтров. А в (4) параметр \bar{M} подбирается по полученной выборке единичных битов на приёмнике, кроме того, в формуле (4) есть дополнительный параметр d , учитывающий влияние нелинейности на искажение исходного сигнала.

На рис.2 приведен логарифм вычисленной функции плотности распределения вероятностей $w_0(y)$ для нулевых битов в зависимости от величины тока на приёмнике. Видно, что хвост плотности вероятности нулевых битов имеет экспоненциальную асимптотику. Выборка для статистической обработки нулевых битов осуществлялась по 128024 нулевым битам. Заметим, что статистическая

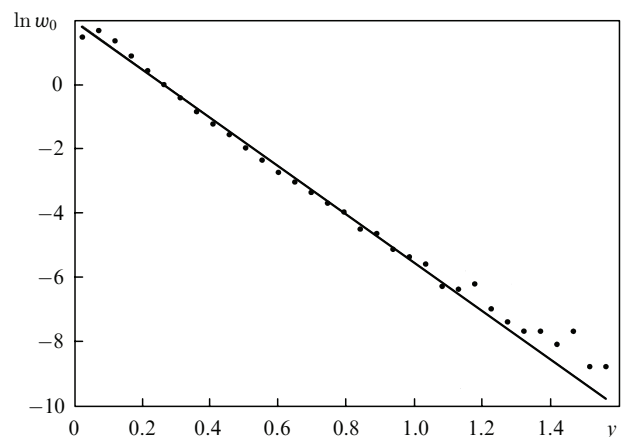


Рис.2. Зависимость логарифма плотности вероятности $\ln w_0$ нулевых битов от величины тока на приёмнике y (точки) и её линейная аппроксимация $(-7.5y + 2.01)$ (сплошная линия).

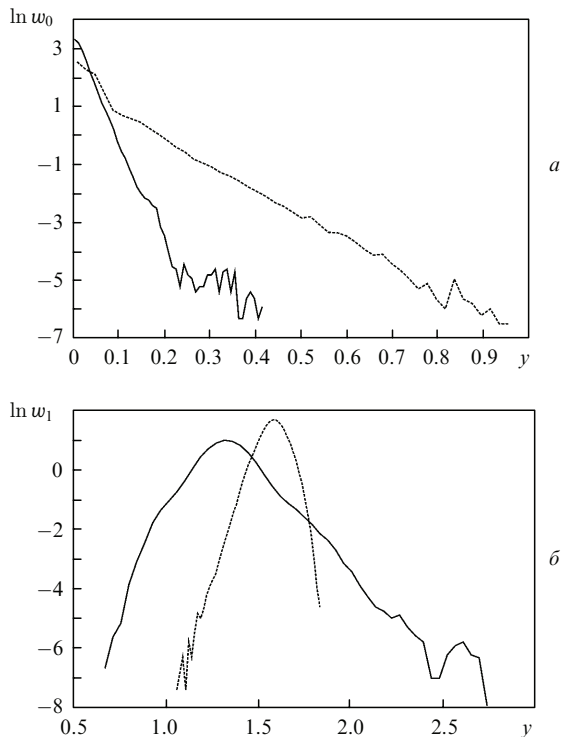


Рис.3. Зависимость логарифма плотности вероятности нулевых (а) и единичных (б) битов от величины тока y для модели с исключенным эффектом нелинейности (сплошная линия) и для модели с идеальными усилителями (штриховая линия).

оценка параметров линейной аппроксимации функции $(-7.5y + 2.01)$ получена по выборке, состоящей из 7624 нулевых битов.

Для сравнения влияния эффектов нелинейного взаимодействия и шумов спонтанной эмиссии усилителей на выходной сигнал дополнительно была рассмотрена модель распространения оптических импульсов с идеальными усилителями без шума [5].

На рис.3 приведены функции плотности вероятности статистики нулевых (а) и единичных (б) битов для моделей с исключенной нелинейностью и с идеальными усилителями. Сравнение кривых на рис.3,а показывает, что влияние нелинейности в большей степени способствует ошибочному распознаванию единицы вместо нуля по сравнению с эффектом шумов спонтанной эмиссии, т. е. оказывается главным фактором ухудшения сигнала для нулевых битов. В то же время сравнение кривых на рис.3,б показывает, что для единичных битов главным эффектом искажения сигнала являются шумы эрбиевых усилителей.

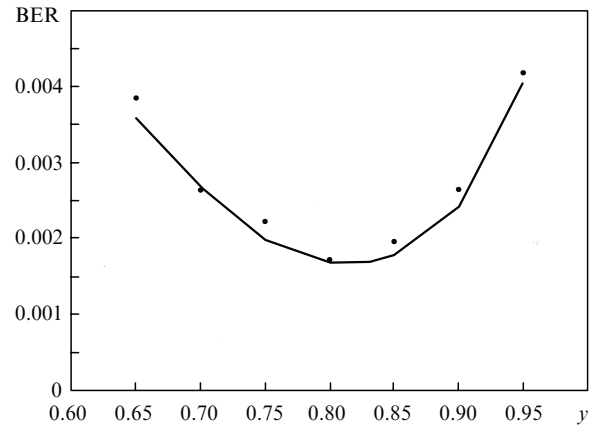


Рис.4. Коэффициент ошибки BER, полученный в численном эксперименте (точки), и его аналитическая оценка (сплошная линия).

На рис.4 приведены полученные в численном эксперименте значения вероятности ошибки и ее аналитическая аппроксимация в зависимости от принятого уровня соответствующего единичному биту тока. Видно, что экспоненциальная аппроксимация для плотности вероятности нулевых битов и аппроксимация (4) для единичных битов являются хорошим приближением для оценки BER.

Следует отметить, что положение максимума плотности вероятности единичных битов в модели, учитывающей шум спонтанной эмиссии и керровскую нелинейность, совпадает с положением максимума для модели распространения с идеальными усилителями. Это обстоятельство объясняется тем, что вклад от взаимодействия сигнала с шумом мал по сравнению с вкладом от межсимвольного взаимодействия. Величиной, характеризующей сдвиг положения максимума плотности вероятности единиц на приёмнике из-за наличия нелинейности по сравнению со средним значением тока единичных битов на источнике, является параметр d в формуле (4).

Полученные аналитические формулы для хвостов плотности вероятности функции распределения нулевых и единичных битов позволяют значительно сократить необходимый объем выборки для аккуратного определения коэффициента ошибки.

1. Agrawal G.P. *Nonlinear Fiber Optics* (San Diego: Acad. Press, 2001).
2. Gordon J.P., Haus H.A. *Opt. Lett.*, **11**, 665 (1986).
3. Бирюков А.С., Ерохин С.В., Кущенко С.В., Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **34**, 1047 (2004).
4. Marcuse D. *J. Lightwave Technol.*, **8**, 1816 (1990).
5. Shapiro E.G., Fedoruk M.P., Turitsyn S.K. *Electron. Lett.*, **37**, 1436 (2004).