ВОЗДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ВЕЩЕСТВО. ЛАЗЕРНАЯ ПЛАЗМА

PACS 72.30. + q; 72.15. – v; 42.65.Re

Нелокальный перенос тепла в вырожденном проводнике при нагреве фемтосекундным лазерным импульсом

А.П.Канавин, С.А.Урюпин

Изучена кинетика электронов в вырожденном проводнике, который нагревается при поглощении локализованного в скин-слое высокочастотного поля. Описан нелокальный перенос тепла электронами, реализующийся в условиях, когда пространственный масштаб неоднородности распределения электронов больше длины релаксации импульса электронов, но меньше корня квадратного из произведения длин релаксации их импульса и энергии.

Ключевые слова: *нелокальный перенос тепла, электрон-фононные столкновения, скин-эффект.*

1. Введение

Обычно закономерности взаимодействия фемтосекундных лазерных импульсов с проводниками определяются электронами проводимости (см., напр., [1 – 5]). Важнейшими физическими процессами, формирующими отклик электронов, являются их нагрев в высокочастотном поле лазерного излучения и охлаждение, обусловленное их большой теплопроводностью [3, 5, 6]. Поле лазерного импульса с несущей частотой, лежащей в видимом и ИК диапазонах спектра, проникает в проводник на глубину скин-слоя и поглощается электронами. Возникающий при этом неоднородный нагрев электронов сопровождается выносом тепла из скин-слоя. Поток тепла, переносимый электронами, существенно зависит от соотношения между характерным масштабом неоднородности неравновесного распределения электронов и их длиной свободного пробега. Один из основных механизмов рассеяния электронов в проводниках – их столкновения с фононами [7 – 9]. В частности, именно этот механизм рассеяния доминирует в типичных металлах при температуре электронов менее 2000 – 3000 К [3, 5, 6, 10]. При этом длина свободного пробега l_μ, характеризующая релаксацию импульса электронов, оказывается сравнимой с глубиной скин-слоя d, на которую проникает в проводник излучение видимого или ИК диапазона спектра. Вместе с тем длина свободного пробега l_ε, характеризующая релаксацию энергии электронов, может быть существенно больше d. Такое отличие l_ε от l_μ обусловлено малой частотой электрон-электронных столкновений и малым изменением энергии электрона при поглощении или испускании как акустических, так и оптических фононов. Тем самым при нагреве электронов в скин-слое возможны условия, когда масштаб неоднородности неравновесного распределения электронов L оказывается больше l_μ, но меньше $\sqrt{l_\mu l_\varepsilon}$. В этих условиях возникает необходимость в определении теплового потока с учетом нелокальности переноса энергии из-за сравнительно большой длины релаксации энергии электронов.

Изучению переноса тепла электронами в таких условиях и посвящена настоящая работа. Ниже дан вывод кинетического уравнения, позволяющего описывать эволюцию распределения электронов в условиях, когда масштаб неоднородности L превышает l_μ, но мал по сравнению с $\sqrt{l_\mu l_\varepsilon}$. В предположении, что при поглощении высокочастотного поля возникают малые отклонения распределения электронов от равновесного распределения Ферми, найдена малая неравновесная поправка к функции распределения электронов и определена плотность потока тепла. Показано, в чем сходство и различие между нелокальным теплопереносом и теплопереносом, реализующимся в условиях, когда в результате частых электрон-электронных столкновений устанавливается локальное распределение Ферми.

2. Кинетическое уравнение для медленных процессов

В часто встречающихся условиях эволюция функции распределения электронов проводимости $f \equiv f(\boldsymbol{p}) \equiv f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{r}, t)$ в неоднородном высокочастотном поле $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ описывается кинетическим уравнением

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{v}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{r}} + e(\boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E})\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{p}} = \mathrm{St}\,(f, N) + \mathrm{St}\,(f, f), \qquad (1)$$

где e – заряд электрона; $\boldsymbol{v} = \partial\varepsilon(\boldsymbol{p})/\partial\boldsymbol{p}$ – его скорость; $\varepsilon(\boldsymbol{p})$ – зависимость энергии электрона от квазиимпульса $\boldsymbol{p}$; $\boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{r}, t)$ – медленно меняющееся электрическое поле, возникающее из-за неоднородности распределения электронов. В правую часть кинетического уравнения (1) входят интегралы столкновений электронов между собой $(\mathrm{St}\,(f, f))$ и электронов с фононами $(\mathrm{St}\,(f, N))$, имеющими распределение $N = N(\boldsymbol{q})$ по квазиимпульсам $\boldsymbol{q}$.

Примем, что наличие переменного поля $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ приводит к малым отклонениям функции распределения $\tilde{f}$ от $\bar{f}$, $f = \bar{f} + \tilde{f}$, где $\bar{f}$ изменяется существенно медленнее, чем $\tilde{f}$, и $|\tilde{f}| \ll \bar{f}$. Тогда для $\tilde{f}$ имеем линейное уравнение

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \boldsymbol{r}} + e\boldsymbol{E}_0\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \boldsymbol{p}} - \mathrm{St}\,(\tilde{f}, N) - \mathrm{St}\,(\tilde{f}, \bar{f}) -$$

А.П.Канавин, С.А.Урюпин. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: uryupin@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 4 июня 2007 г., после доработки – 1 августа 2007 г.

$$-\,\mathrm{St}\,(\bar{f},\tilde{f}) = -e\boldsymbol{E}\,\frac{\partial\tilde{f}}{\partial\boldsymbol{p}}. \qquad (2)$$

Будем считать, что поле $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ имеет характерную частоту ω и амплитуду $\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}(\boldsymbol{r},t)$, которая слабо изменяется за время $2\pi/\omega$:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}(\boldsymbol{r},t)\exp(-\mathrm{i}\omega t) + \text{компл. сопр.} \qquad (3)$$

С учетом соотношения (3) решение уравнения (2) естественно представить в виде

$$\tilde{f} = \frac{1}{2}f_{\mathrm{s}}\exp(-\mathrm{i}\omega t) + \text{компл. сопр.}, \qquad (4)$$

где $f_{\mathrm{s}} = f_{\mathrm{s}}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{r},t)$ слабо изменяется за время $2\pi/\omega$. Уравнение для f_{s} непосредственно следует из (2) и отличается от него заменой $\partial/\partial t$ на $-\mathrm{i}\omega$, $\boldsymbol{E}$ на $\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}$ и $\tilde{f}$ на f_{s}. Уравнение для определения медленно меняющейся функции $\bar{f}$ получается усреднением уравнения (1) по периоду $2\pi/\omega$. Учитывая неравенство $|\tilde{f}| \ll \bar{f}$ и пренебрегая слабым изменением $\bar{f}$, $\boldsymbol{E}_0$, $\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}$, f_{s} и N за время $2\pi/\omega$, из (1) имеем

$$\frac{\partial\bar{f}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\frac{\partial\bar{f}}{\partial\boldsymbol{r}} + e\boldsymbol{E}_0\frac{\partial\bar{f}}{\partial\boldsymbol{p}} - \mathrm{St}\,(\bar{f},N) - \mathrm{St}\,(\bar{f},\bar{f})$$
$$= -\frac{1}{4}e\left(\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}\frac{\partial f_{\mathrm{s}}^*}{\partial\boldsymbol{p}} + \text{компл. сопр.}\right). \qquad (5)$$

Ограничимся рассмотрением следствий уравнения (5) в условиях, когда эффективная частота релаксации импульса электронов велика по сравнению с характерными частотами изменения функции $\bar{f}$ вследствие неоднородности распределения электронов, воздействия поля $\boldsymbol{E}_0$ и нагрева электронов в переменном поле. В этих условиях функция $\bar{f}$ близка к изотропной функции f_0: $\bar{f} = f_0 = \delta f$, где

$$|\delta f| \ll f_0 \ll \int\bar{f}\,\frac{\mathrm{d}\Omega_{\boldsymbol{p}}}{4\pi}; \quad \int\delta f\,\frac{\mathrm{d}\Omega_{\boldsymbol{p}}}{4\pi} = 0;$$

$\mathrm{d}\Omega_{\boldsymbol{p}}$ – элемент телесного угла для вектора $\boldsymbol{p}$.

Перейдем к рассмотрению уравнения (2). Изменение $\tilde{f}$ из-за электрон-электронных столкновений, воздействия поля $\boldsymbol{E}_0$ и неоднородности распределения электронов считаем малым по сравнению с изменением вследствие электрон-фононных столкновений или быстрых осцилляций электронов в переменном поле. Тогда с учетом близости $\bar{f}$ к f_0 из (2) имеем

$$\frac{\partial\tilde{f}}{\partial t} - \mathrm{St}\,(\tilde{f},N) = -e\boldsymbol{E}\,\frac{\partial f_0}{\partial\boldsymbol{p}}. \qquad (6)$$

С целью нахождения приближенного выражения для $\mathrm{St}\,(\tilde{f},N)$ воспользуемся интегралом столкновений электронов с фононами в виде (см., напр., [11])

$$\mathrm{St}\,(f,N) = \int\mathrm{d}\boldsymbol{q}w(\boldsymbol{q})\delta[\varepsilon(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}) - \varepsilon(\boldsymbol{p}) - \hbar\Omega(\boldsymbol{q})]$$
$$\times\{f(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q})[1-f(\boldsymbol{p})][N(\boldsymbol{q})+1] - f(\boldsymbol{p})[1-f(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q})]N(\boldsymbol{q})\}$$
$$+\int\mathrm{d}\boldsymbol{q}w(\boldsymbol{q})\delta[\varepsilon(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q}) - \varepsilon(\boldsymbol{p}) + \hbar\Omega(\boldsymbol{q})]\{f(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q})[1-f(\boldsymbol{p})]$$
$$\times N(\boldsymbol{q}) - f(\boldsymbol{p})[1-f(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q})][N(\boldsymbol{q})+1]\}, \qquad (7)$$

где $\hbar$ – постоянная Планка; $\Omega(\boldsymbol{q})$ – частота фонона; $w(\boldsymbol{q})$ – матричный элемент перехода электрона с изменением квазиимпульса $\boldsymbol{p}$ на величину $\boldsymbol{q}$. Для акустических фононов $\Omega(\boldsymbol{q}) = qs/\hbar$, где s – скорость звука, а для оптических фононов $\Omega(\boldsymbol{q}) = \Omega - \beta q^2$, где β – коэффициент, характеризующий дисперсию фононов ($|\beta|q^2 \ll \Omega$). В случае, когда несущественна анизотропия проводника, $w(\boldsymbol{q})$ можно представить в виде $w(\boldsymbol{q}) = \alpha q^k$. Если причиной рассеяния электронов является связанная с фононами деформация решетки, не приводящая к разделению зарядов, то для акустических фононов $k = 1$, а для оптических $k = 0$. Если же необходимо учитывать разделение зарядов, то показатель степени уменьшается на 2: $k = -1$ и $k = -2$ соответственно. В каждом из этих случаев параметр α имеет свое значение (подробнее см., напр., в [11]). Пренебрегая малым изменением энергии электронов, что оправданно при $\varepsilon(\boldsymbol{p}) \gg \hbar\Omega(\boldsymbol{q})$, из (7) имеем

$$\mathrm{St}\,(\tilde{f},N) = \int\mathrm{d}\boldsymbol{q}w(\boldsymbol{q})[2N(\boldsymbol{q})+1]\delta[\varepsilon(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}) - \varepsilon(\boldsymbol{p})]$$
$$\times[\tilde{f}(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}) - \tilde{f}(\boldsymbol{p})]. \qquad (8)$$

Если $\varepsilon(\boldsymbol{p})$ – изотропная монотонная функция квазиимпульса, то для $\tilde{f} = A(p)\boldsymbol{E}\boldsymbol{p}$, где $A(p)$ зависит только от модуля квазиимпульса p, из (8) находим

$$\mathrm{St}\,(\tilde{f},N) = -v(p)\tilde{f}, \qquad (9)$$

$$v(p) = \frac{\pi}{p^2|\partial\varepsilon/\partial p|}\int_0^{2p}\mathrm{d}q\,q^3w(q)[2N(q)+1], \qquad (10)$$

где принято, что $w(\boldsymbol{q})$ и $N(\boldsymbol{q})$ зависят лишь от q. Принимая во внимание соотношения (3), (4) и (9), (10), из уравнения (6) имеем

$$f_{\mathrm{s}} = \frac{e}{\mathrm{i}\omega - v(p)}\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}\frac{\partial f_0}{\partial\boldsymbol{p}}. \qquad (11)$$

Функция f_{s} (11) определяет правую часть уравнения (5), которая описывает нагрев электронов в переменном поле при их столкновении с фононами.

3. Слабо неоднородное распределение электронов

Уравнение (5), правая часть которого зависит от f_{s} вида (11), описывает распределение электронов в условиях, когда частота релаксации квазиимпульса электронов $v(p)$ превышает как $|\boldsymbol{v}\partial\ln f_0/\partial\boldsymbol{r}|$, так и $|e\boldsymbol{E}_0\partial\ln f_0/\partial\boldsymbol{p}|$. В этих условиях для обусловленной неоднородностью функции f_0 и полем $\boldsymbol{E}_0$ нечетной по квазиимпульсу малой анизотропной поправки δf имеем уравнение

$$\frac{\partial\delta f}{\partial t} - \mathrm{St}\,(\delta f,N) = -\boldsymbol{v}\frac{\partial f_0}{\partial\boldsymbol{r}} - e\boldsymbol{E}_0\frac{\partial f_0}{\partial\boldsymbol{p}}, \qquad (12)$$

которое записано с учетом малости влияния электрон-электронных столкновений на δf. Поскольку в рассматриваемых условиях δf пропорционально $\boldsymbol{p}\boldsymbol{E}_0$ и $\boldsymbol{p}\nabla f_0$, то $\mathrm{St}\,(\delta f,N)$ можно представить в виде (9). С учетом этого при времени t, большем времени релаксации квазиимпульса электронов, когда $v(p)t \gg 1$, из (12) находим

$$\delta f = -\frac{1}{v(p)}\left(\boldsymbol{v}\frac{\partial f_0}{\partial\boldsymbol{r}} + e\boldsymbol{E}_0\frac{\partial f_0}{\partial\boldsymbol{p}}\right). \qquad (13)$$

Поправка δf определяет электронные потоки, обусловленные полем $\boldsymbol{E}_0$ и градиентом ∇f_0. В частности, для плотности тока имеем

$$\boldsymbol{j} = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3}\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}\boldsymbol{v}\delta f(\boldsymbol{p},\boldsymbol{r},t). \tag{14}$$

Если плотность тока равна нулю, то из условия $\boldsymbol{j}=0$ находим связь между полем $\boldsymbol{E}_0$ и градиентом ∇f_0:

$$-e\boldsymbol{E}_0 = \int \mathrm{d}\boldsymbol{p}\,\frac{v^2}{\nu(p)}\frac{\partial f_0}{\partial \boldsymbol{r}}\left[\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}\,\frac{v^2}{\nu(p)}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right]^{-1}. \tag{15}$$

Уравнение для изотропной функции f_0 получается усреднением уравнения (5) по углам, соответствующим направлению квазиимпульса. Поскольку векторы $\boldsymbol{E}_0$ и $\partial f_0/\partial\boldsymbol{r}$ коллинеарны при $\boldsymbol{j}=0$, будем считать, что они направлены вдоль оси z: $\boldsymbol{E}_0=(0,0,E_0)$, $\partial f_0/\partial\boldsymbol{r}=(0,0,\partial f_0/\partial z)$. Тогда, учитывая соотношение $f=f_0+\delta f$, неравенство $|\delta f|\ll f_0$, условие $\int \mathrm{d}\Omega_{\boldsymbol{p}}\delta f=0$ и формулы (11), (13), из (5) находим

$$\frac{\partial f_0}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{3\nu(p)}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial p}\right)^2\left(\frac{\partial f_0}{\partial z}+eE_0\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right)\right]$$
$$-\frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{eE_0p^2}{3\nu(p)}\frac{\partial\varepsilon}{\partial p}\left(\frac{\partial f_0}{\partial z}+eE_0\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right)\right]=\mathrm{St}\,(f_0,N)$$
$$+\mathrm{St}\,(f_0,f_0)+\frac{e^2|\boldsymbol{E}_\mathrm{s}|^2}{6p^2}\frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{p^2\nu(p)}{\omega^2+\nu^2(p)}\frac{\partial f_0}{\partial p}\right], \tag{16}$$

где электрон-фононный ($\mathrm{St}(f_0,N)$) и электрон-электронный ($\mathrm{St}(f_0,f_0)$) интегралы столкновений описывают релаксацию функции распределения электронов по энергии или по модулю квазиимпульса.

Воспользуемся уравнением (16) для описания эволюции распределения электронов в условиях, когда под действием неоднородного переменного поля возникает сравнительно небольшой нагрев электронов. Примем, что до воздействия переменного поля распределение электронов однородно и описывается функцией Ферми

$$f_\mathrm{F}\equiv f_\mathrm{F}(p)=\left[\exp\left(\frac{\varepsilon-\mu}{k_\mathrm{B}T}\right)+1\right]^{-1}, \tag{17}$$

где k_B – постоянная Больцмана; T – температура; связь химического потенциала μ с плотностью электронов n описывается соотношением

$$n=\frac{2}{(2\pi\hbar)^3}\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}f_\mathrm{F}(p). \tag{18}$$

Согласно (15) в основном состоянии $\boldsymbol{E}_0=0$. Отметим, что для термодинамически равновесного распределения Ферми $\mathrm{St}\,(f_\mathrm{F},f_\mathrm{F})=0$. Если фононы имеют равновесное распределение, то и $\mathrm{St}\,(f_\mathrm{F},N)=0$. При поглощении слабого переменного поля возникает небольшой нагрев электронов, что приводит к появлению малой неоднородной и нестационарной поправки $\delta f_0=\delta f_0(p,z,t)$ к распределению Ферми f_F: $f_0=f_\mathrm{F}+\delta f_0$, $|\delta f_0|\ll f_\mathrm{F}$. Поскольку $\delta f_0\sim|E_\mathrm{s}|^2$, то и

$$E_0\sim\frac{\partial f_0}{\partial z}=\frac{\partial\delta f_0}{\partial z}\sim\frac{\partial|E_\mathrm{s}|^2}{\partial z}.$$

Далее рассмотрим следствия линеаризованного по $|E_\mathrm{s}|^2$ уравнения для δf_0 в условиях, когда для основной массы электронов квадрат отношения l/L длины свободного пробега $l=v/\nu(p)=(\partial\varepsilon/\partial p)/\nu(p)$ к L – масштабу неоднородности поправки δf_0 превышает отношение $\nu_\varepsilon/\nu(p)$ характерной частоты релаксации энергии электронов при столкновениях с фононами и между собой ν_ε к $\nu(p)$. Поскольку при выводе уравнения для f_0 считалось, что $L\gg l$, то дальнейшее рассмотрение проводится при условии $\nu(p)\gg\nu_\varepsilon$, т. е. когда столкновения электронов с фононами почти упругие, а влияние электрон-электронных столкновений пренебрежимо мало. Предположение об упругом рассеянии электронов на фононах уже использовалось при выводе соотношения (9), когда считалось, что $\varepsilon(\boldsymbol{p})\gg\hbar\Omega(\boldsymbol{q})$. Тем самым дальнейшее рассмотрение относится к условиям, когда $\sqrt{ll_\varepsilon}\gg L\gg l$, где $l_\varepsilon=v/\nu_\varepsilon\gg l$. В этих условиях линеаризованное уравнение для δf_0 имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta f_0(p,z,t)-a(p)\frac{\partial^2}{\partial z^2}\delta f_0(p,z,t)+\left[\int_0^\infty \mathrm{d}p'p'^2a(p')\frac{\partial f_\mathrm{F}}{\partial\varepsilon}\right]^{-1}$$
$$\times\,a(p)\frac{\partial f_\mathrm{F}}{\partial\varepsilon}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\int_0^\infty \mathrm{d}p'p'^2a(p')\delta f_0(p',z,t)=Q(p,z,t), \tag{19}$$

где учтена связь поля E_0 с $\partial\delta f_0/\partial z$ (см. формулу (15)) и использованы обозначения

$$Q(p,z,t)=\frac{e^2|\boldsymbol{E}_\mathrm{s}(z,t)|^2}{6p^2}\frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{p^2\nu(p)}{\omega^2+\nu^2(p)}\frac{\partial f_\mathrm{F}}{\partial p}\right], \tag{20}$$

$$a(p)=\frac{1}{3\nu(p)}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial p}\right)^2. \tag{21}$$

Найдем решение интегродифференциального уравнения (19) в случае, когда переменное поле включается при $t\to-\infty$ и локализовано вблизи поверхности проводника, занимающего область пространства $z>0$. До воздействия переменного поля распределение электронов остается равновесным, поэтому начальное условие имеет вид

$$\delta f_0(p,z,t\to-\infty)=0. \tag{22}$$

Кроме того, считаем, что на поверхности проводника нет потока тепла, что отвечает граничному условию

$$\left.\frac{\partial}{\partial z}\delta f_0(p,z,t)\right|_{z=0}=0. \tag{23}$$

Второе граничное условие следует из факта отсутствия возмущения распределения электронов при $z\to\infty$. Отвечающее таким начальным и граничным условиям решение уравнения (19) можно представить в виде

$$\delta f_0(p,z,t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{1}{2\pi\mathrm{i}}\int_{\gamma-\mathrm{i}\infty}^{\gamma+\mathrm{i}\infty}\frac{\mathrm{d}q}{q}\exp(qt)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \mathrm{d}u\cos(uz)$$
$$\times\left\{\frac{Q(p,u,q)}{q+u^2a(p)}+\frac{u^2a(p)}{q+u^2a(p)}\frac{1}{q}\frac{\partial f_\mathrm{F}}{\partial\varepsilon}\left[\int_0^\infty \mathrm{d}p'\frac{p'^2a(p')}{q+u^2a(p')}\frac{\partial f_\mathrm{F}}{\partial\varepsilon'}\right]^{-1}\right.$$
$$\left.\times\int_0^\infty \mathrm{d}p'\frac{p'^2a(p')}{q+u^2a(p')}Q(p',u,q)\right\}, \tag{24}$$

где $\varepsilon'=\varepsilon(p')$; бесконечно малая добавка $\gamma>0$ отвечает включению поля при $t\to-\infty$; определяющая нагрев электронов функция $Q(p,u,q)$ описывается соотношением

$$Q(p,u,q)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^\infty \mathrm{d}t'\exp(-qt')\times$$

$$\times \int_0^\infty \mathrm{d}z' \cos(uz') Q(p, z', t'). \tag{25}$$

Как видно из (20), для функции $Q(p, u, q)$ выполняется условие

$$\int_0^\infty \mathrm{d}p p^2 Q(p, u, q) = 0.$$

Из этого условия и уравнения (19) следует, что

$$\int_0^\infty \mathrm{d}p p^2 \delta f_0(p, z, t) = 0,$$

т. е. поправка δf_0 не приводит к возмущению плотности электронов. Это свойство следует и из общего решения (24).

4. Перенос тепла

Полученное выше неравновесное распределение (24) позволяет найти поток тепла, переносимый электронами. По определению плотность потока тепла описывается соотношением

$$\boldsymbol{q}_{\mathrm{th}} = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int \mathrm{d}\boldsymbol{p} \boldsymbol{v} \varepsilon \delta f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{r}, t). \tag{26}$$

Используя формулу (13) и соотношение $f_0 = f_{\mathrm{F}} + \delta f_0$, в линейном по $|E_{\mathrm{s}}|^2$ приближении имеем $\boldsymbol{q}_{\mathrm{th}} = (0, 0, q_{\mathrm{th}})$ и

$$q_{\mathrm{th}} = -\frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int \mathrm{d}\boldsymbol{p} a(p)(\varepsilon - \mu)$$

$$\times \left[\frac{\partial}{\partial z} \delta f_0(p, z, t) + eE_0(z, t) \frac{\partial f_{\mathrm{F}}}{\partial \varepsilon} \right]. \tag{27}$$

При выводе формулы (27) учтено, что $\boldsymbol{j} = 0$. В случае сильно вырожденного распределения электронов вклад в тепловой поток от слагаемого в (27), содержащего амбиполярное поле $E_0(z, t)$, мал в меру малости отношения $(k_{\mathrm{B}}T/\mu)^2$. Этот же параметр малости содержится во вкладе в q_{th} (27) от части $\delta f_0(p, z, t)$, обусловленной вторым слагаемым в фигурной скобке (24), которое возникло вследствие влияния амбиполярного поля на неравновесную часть распределения электронов. Пренебрегая малыми слагаемыми порядка $(k_{\mathrm{B}}T/\mu)^2$, из (24), (25), (27) приближенно находим

$$q_{\mathrm{th}}(z, t) = -\frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int \mathrm{d}\boldsymbol{p} a(p)(\varepsilon - \mu) \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^t \mathrm{d}t'$$

$$\times \int_0^\infty \mathrm{d}z' \frac{Q(p, z', t')}{\sqrt{4\pi a(p)(t - t')}} \left\{ \exp\left[-\frac{(z - z')^2}{4a(p)(t - t')} \right] \right.$$

$$\left. + \exp\left[-\frac{(z + z')^2}{4a(p)(t - t')} \right] \right\}. \tag{28}$$

Интегрируя по квазиимпульсам, с точностью до малых слагаемых порядка $(k_{\mathrm{B}}T/\mu)^2$, из (28) находим

$$q_{\mathrm{th}}(z, t) = -\frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^t \mathrm{d}t' \int_0^\infty \mathrm{d}z' \frac{e^2 n |\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}(z', t')|^2}{2p_{\mathrm{F}}^3(\omega^2 + \nu_\mu^2)} \frac{\nu_\mu \upsilon_\mu p_\mu^2 a_\mu}{\sqrt{4\pi a_\mu (t - t')}}$$

$$\times \left\{ \exp\left[-\frac{(z - z')^2}{4a_\mu(t - t')} \right] + \exp\left[-\frac{(z + z')^2}{4a_\mu(t - t')} \right] \right\}, \tag{29}$$

где величины $\nu_\mu = \nu(p_\mu)$, $\upsilon_\mu = \upsilon(p_\mu)$, $a_\mu = a(p_\mu)$ зависят от квазиимпульса p_μ, определяемого соотношением $\varepsilon(p_\mu) = \mu$; $\varepsilon(p_{\mathrm{F}}) = \varepsilon_{\mathrm{F}}$. Химический потенциал μ зависит от невозмущенной тепловой энергии электронов $k_{\mathrm{B}}T$ и отличается от энергии Ферми ε_{F} на малую поправку порядка $k_{\mathrm{B}}^2 T^2/\varepsilon_{\mathrm{F}}$. В соответствии с процедурой вывода соотношения (29) оно применимо, когда характерный масштаб неоднородности L оказывается больше длины свободного пробега $l_\mu = l(p_\mu)$, но меньше $\sqrt{l_\mu l_\varepsilon(p_\mu)}$.

В частности, соотношением (29) можно воспользоваться при описании переноса тепла в условиях, когда нагревающее электроны высокочастотное поле проникает в проводник на глубину скин-слоя d, удовлетворяющую неравенствам $l_\mu \ll d \ll \sqrt{l_\mu l_\varepsilon(p_\mu)}$. Примем, что характерное время воздействия высокочастотного поля определяется длительностью импульса $2t_{\mathrm{p}}$, а эффективное воздействие начинается с момента времени $t = -t_{\mathrm{p}}$. Тогда, если к моменту времени t расстояние $l_\mu \sqrt{\nu_\mu \Delta t}$, которое проходит тепловой фронт за время $\Delta t = t - t' \leqslant t + t_{\mathrm{p}}$, много меньше глубины скин-слоя d, из (29) имеем

$$q_{\mathrm{th}}(z, t) \simeq -\frac{e^2 n a_\mu \upsilon_\mu p_\mu^2}{2p_{\mathrm{F}}^3} \frac{\nu_\mu}{\omega^2 + \nu_\mu^2} \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^t \mathrm{d}t' |\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}(z, t')|^2. \tag{30}$$

Выражение (30) описывает перенос тепла, возникающий при неоднородном нагреве электронов в скин-слое. Оно применимо до тех пор, пока тепловой фронт не вышел за границы скин-слоя. При этом в каждой точке скин-слоя электроны имеют неравновесную часть энергии, определяющуюся плотностью энергии высокочастотного поля в этой точке, а перераспределение энергии между соседними точками скин-слоя несущественно.

С течением времени тепловой фронт выходит из области скин-слоя. Это происходит при $l_\mu \sqrt{\nu_\mu \Delta t} > d$. При этом, если $l_\mu \sqrt{\nu_\mu \Delta t}$ остается малым по сравнению с $\sqrt{l_\mu l_\varepsilon(p_\mu)}$, то соотношение (29) можно представить в виде

$$q_{\mathrm{th}}(z, t) = -\frac{e^2 n a_\mu \upsilon_\mu p_\mu^2}{p_{\mathrm{F}}^3} \frac{\nu_\mu}{(\omega^2 + \nu_\mu^2)} \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^t \frac{\mathrm{d}t'}{\sqrt{4\pi a_\mu (t - t')}}$$

$$\times \exp\left[-\frac{z^2}{4a_\mu(t - t')} \right] \int_0^\infty \mathrm{d}z' |\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}(z', t')|^2, \tag{31}$$

где интегрирование по z' фактически идет по скин-слою. Если $t > t_{\mathrm{p}}$, а $l_\mu \sqrt{\nu_\mu \Delta t} \leqslant \sqrt{l_\mu l_\varepsilon(p_\mu)}$, то соотношение (31) становится еще более простым:

$$q_{\mathrm{th}}(z, t) = \frac{e^2 n a_\mu \upsilon_\mu p_\mu^2}{\sqrt{\pi} p_{\mathrm{F}}^3} \frac{\nu_\mu}{(\omega^2 + \nu_\mu^2)} \frac{z}{(4a_\mu t)^{3/2}} \exp\left(-\frac{z^2}{4a_\mu t} \right)$$

$$\times \int_{-\infty}^t \mathrm{d}t' \int_0^\infty \mathrm{d}z' |\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}(z', t')|^2. \tag{32}$$

Зависимость вида (32) отвечает диффузионному распространению тепловой энергии, которая выделилась в сравнительно узком скин-слое за малое время воздействия высокочастотного поля.

Изложенное в этом разделе относится к условиям, когда масштаб неоднородности удовлетворяет неравенствам $\sqrt{l_\mu l_\varepsilon(p_\mu)} \gg L \gg l_\mu$. Помимо этого предполагалось, что при нагреве электронов из-за поглощения высокочастотного поля возникают малые отклонения распределения электронов от однородного равновесного распределения Ферми. Последнее оправданно, если отток тепла происходит быстрее, чем нагрев электронов.

5. Эволюция температуры электронов

Рассмотрим неоднородный нагрев электронов и перенос тепла в условиях, когда частота электрон-электронных столкновений ν_{ee} превышает частоту релаксации энергии из-за столкновений электронов с фононами $\nu_{\varepsilon \mathrm{ph}}$, а характерный масштаб неоднородности температуры, который соизмерим с масштабом неоднородности функции распределения L, удовлетворяет неравенствам $\sqrt{l_\mu l_{\varepsilon \mathrm{ph}}} \gg L \gg \sqrt{l_\mu l_{ee}} \gg l_\mu$, где $l_{\varepsilon \mathrm{ph}} = \upsilon_\mu/\nu_{\varepsilon \mathrm{ph}}$, $l_{ee} = \upsilon_\mu/\nu_{ee}$. Примем также, что характерное время между столкновениями электронов $\sim 1/\nu_{ee}$ существенно меньше времени увеличения температуры электронов вдвое из-за нагрева в высокочастотном поле. В этих условиях функция распределения электронов близка к распределению Ферми. Заменив f_0 на f_F, подействуем на уравнение (16) оператором $2\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}\varepsilon(2\pi\hbar)^{-3}$. Распределение электронов считаем сильно вырожденным, т. е. $k_\mathrm{B}T \ll \varepsilon_\mathrm{F}$. Тогда интегрирование $\partial f_\mathrm{F}/\partial t$ дает $C\partial T/\partial t$, где $C = \pi^2 k_\mathrm{B}^2 nT/(p_\mathrm{F}\upsilon_\mathrm{F})$ – теплоемкость электронов; υ_F – скорость Ферми. Как видно из соотношений (13), (14), (26) и (27), интегрирование второго и третьего слагаемых в левой части (16) приводит к дивергенции теплового потока q_th:

$$q_\mathrm{th} = -\frac{\pi^2}{3} k_\mathrm{B}^2 n \frac{\upsilon_\mathrm{F}}{p_\mathrm{F}\nu_\mathrm{F}} T \frac{\partial T}{\partial z}, \tag{33}$$

где $\nu_\mathrm{F} = \nu(p_\mathrm{F})$, а вклады от интегрирования четвертого и пятого слагаемых в левой части (16) равны нулю в силу условия $\boldsymbol{j} = 0$. В термодинамически равновесном состоянии интегралы столкновений электронов сохраняют энергию, и их интегрирование дает нуль. Интегрирование последнего слагаемого в правой части (16) тривиально и дает слагаемое (см. ниже (34)), описывающее нагрев электронов высокочастотным полем при их столкновениях с фононами. В итоге имеем следующее уравнение, описывающее эволюцию температуры электронов:

$$C\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q_\mathrm{th}}{\partial z} = \frac{\upsilon_\mathrm{F}}{2p_\mathrm{F}} n e^2 |E_\mathrm{s}(z,t)|^2 \frac{\nu_\mathrm{F}}{\omega^2 + \nu_\mathrm{F}^2}. \tag{34}$$

Примем, что до воздействия высокочастотного поля температура электронов однородна:

$$T(z, t \to -\infty) = T_0, \tag{35}$$

и на границе проводника отсутствует поток тепла:

$$q_\mathrm{th}(z = 0, t) = 0. \tag{36}$$

Отвечающее таким условиям решение уравнения (34) имеет вид

$$k_\mathrm{B}^2 T^2 = k_\mathrm{B}^2 T_0^2 + \frac{1}{\pi^2}\int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}t' \int_0^\infty \mathrm{d}z' e^2 \upsilon_\mathrm{F}^2 |E_\mathrm{s}(z',t')|^2 \frac{\nu_\mathrm{F}}{\omega^2+\nu_\mathrm{F}^2} \times \frac{1}{\sqrt{4\pi a_\mathrm{F}(t-t')}} \left\{ \exp\left[-\frac{(z-z')^2}{4a_\mathrm{F}(t-t')}\right] + \exp\left[-\frac{(z+z')^2}{4a_\mathrm{F}(t-t')}\right] \right\}, \tag{37}$$

где $a_\mathrm{F} = \upsilon_\mathrm{F}^2/(3\nu_\mathrm{F})$. Из (33) и (37) находим плотность теплового потока

$$q_\mathrm{th}(z,t) = -\frac{\partial}{\partial z}\int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}t' \int_0^\infty \mathrm{d}z' e^2 n |\boldsymbol{E}_\mathrm{s}(z',t')|^2 \frac{\upsilon_\mathrm{F} a_\mathrm{F}}{2p_\mathrm{F}} \times \frac{\nu_\mathrm{F}}{(\omega^2+\nu_\mathrm{F}^2)} \frac{1}{\sqrt{4\pi a_\mathrm{F}(t-t')}} \left\{ \exp\left[-\frac{(z-z')^2}{4a_\mathrm{F}(t-t')}\right] + \exp\left[-\frac{(z+z')^2}{4a_\mathrm{F}(t-t')}\right] \right\}. \tag{38}$$

Формально соотношение (38) отличается от полученного ранее соотношения (29) лишь настолько, насколько химический потенциал отличается от энергии Ферми. Однако в отличие от (29) выражение (38) применимо в иных условиях. Формулы (33), (37), (38) применимы при сравнительно больших масштабах неоднородности температуры $L \gg \sqrt{l_\mu l_{ee}}$, когда частые электрон-электронные столкновения обеспечивают близость функции распределения электронов к распределению Ферми. Это позволяет использовать понятие температуры при описании переноса тепла электронами, причем температура электронов может существенно отличаться от исходной однородной температуры T_0. В этом смысле в области энергий, близких либо больших энергии Ферми, неравновесное распределение электронов существенно отличается от исходного однородного распределения. Напомним, что распределение электронов, приводящее к плотности потока вида (29), считалось слабо отличающимся от имеющего место до воздействия высокочастотного поля.

По мере нагрева электронов тепловой поток распространяется в глубь проводника. С течением времени масштаб неоднородности температуры увеличивается, и выражение для потока упрощается. Например, при $l_\mathrm{F}\sqrt{\nu_\mathrm{F}\Delta t} > d$, где $l_\mathrm{F} = \upsilon_\mathrm{F}/\nu_\mathrm{F}$, т. е. при выходе теплового фронта из скин-слоя, вместо (38) имеем соотношение, отличающееся от (31) заменой μ на ε_F. При времени, большем и времени воздействия высокочастотного поля, из (38) следует выражение, отличающееся от (32) заменой μ на ε_F. Отметим, что такие изменения выражения (38) имеют смысл при условии малости масштаба неоднородности L по сравнению с $\sqrt{l_\mathrm{F} l_{\varepsilon \mathrm{ph}}}$. Если же L превышает $\sqrt{l_\mathrm{F} l_{\varepsilon \mathrm{ph}}}$, то раньше, чем произойдет пространственное перераспределение энергии электронов, их энергия будет передана фононам вследствие неупругих электрон-фононных столкновений и перенос тепла будет определяться кинетикой фононов.

Укажем условия, при которых возникает потребность в изложенной теории. Описанные выше закономерности нелокального переноса тепла представляют интерес при интерпретации экспериментов по взаимодействию фемтосекундных импульсов с проводниками, подобных выполненным в работах [1, 2, 4]. В экспериментах [1, 2] воздействие фемтосекундного импульса приводило к эффективному нагреву электронов, который сопровождался значительным увеличением частоты электрон-электронных столкновений и соответствующим уменьшением длины свободного пробега. Длина свободного пробега электронов становилась малой по сравнению с глубиной скин-слоя, что позволяло описывать эволюцию температуры электронов и коэффициента поглощения, используя известное выражение для плотности потока тепла, не учитывающее эффект нелокальности. Соответствующее описание дано в работе [5]. Вместе с тем ясно, что при небольшой плотности потока лазерного излучения нагрев электронов будет малым и в области скин-слоя масштаб неоднородности распределения электронов окажется соизмеримым с длиной релаксации импульса электронов и малым по сравнению с длиной релаксации их энергии. Применительно к условиям экспериментов [1, 2] такая ситуация имеет место при длительности импульса менее 100 фс и плотности потока менее 10^{12} Вт/см^2. В данных условиях для описания экспериментов следует использовать установленные выше выражения для плотности теплового потока.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Фемтосекундная оптика и новые оптические материалы» и РФФИ (грант № 06-02-16153-а).

1. Guo C., Taylor A.J. *Phys. Rev. B*, **62** (18), R11921 (2000).
2. Guo C., Rodrigues G., Taylor A.J. *Phys. Rev. Lett.*, **86** (8), 1638 (2001).
3. Fisher D., Fraenkel M., Henis Z., Moshe E., Eliezer S. *Phys. Rev. E*, **65**, 016409 (2001).
4. Yoneda H., Morikami H., Ueda K., More R.M. *Phys. Rev. Lett.*, **91** (7), 075004 (2003).
5. Исаков В.А., Канавин А.П., Урюпин С.А. *Квантовая электроника*, **36** (10), 928 (2006).
6. Kanavin A.P., Smetanin I.V., Isakov V.A., Afanasiev Yu.V., Chichkov B.N., Wellegehausen B., Nolte S., Momma C., Tunnermann A., *Phys. Rev. B*, **57**, 14698 (1998).
7. Займан Дж. *Электроны и фононы* (М.: ИЛ, 1962, гл.7).
8. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. *Электронная теория металлов* (М.: Наука, 1971).
9. Абрикосов А.А. *Основы теории металлов* (М.: Наука, 1987).
10. Lugovskoy A.V., Bray I. *Phys. Rev. B*, **60** (5), 3279 (1999).
11. Басс Ф.Г., Гуревич Ю.Г. *Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда* (М.: Наука, 1975, гл. 1).